

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Anderson Pires Begnis

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA
ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETICULADAS**

Santa Cruz do Sul (RS), dezembro de 2015.

Anderson Pires Begnis

**DESENVOLVIMENTO DE UM PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA
ANÁLISE DE ESTRUTURAS RETICULADAS**

Trabalho de Curso apresentado ao curso de Engenharia Civil, da Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC na área de Estruturas, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Msc.Christian Donin.

Santa Cruz do Sul (RS), dezembro de 2015.

Anderson Pires Begnis

ESTRUTURAS – MECÂNICA COMPUTACIONAL

Este trabalho de curso foi submetido à banca de avaliação do Curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Mestre Eng^o Christian Donim

Professor Orientador – UNISC

Mestre Eng^a Camila Crauss

Professor Examinador – UNISC

Mestre Eng^o Marco Antonio Pozzobon

Professor Examinador – UNISC

Santa Cruz do Sul (RS), dezembro de 2015.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela harmonia, paz, força e luz que recebo, podendo transformar estas dádivas em conquistas, com trabalho árduo, persistência e força de vontade.

Agradeço a minha família por todo amor, demonstrado através do carinho, confiança e incentivo, que me ajudaram a superar todos os desafios, na conquista desta nova graduação.

Agradeço a todos os mestres e professores que me auxiliaram nesta jornada, compartilhando o conhecimento e experiências, com conselhos e ensinamentos que utilizarei durante minha jornada profissional.

Agradeço a todos os colegas e amigos que participaram nas atividades da vida acadêmica, todos foram importantes.

“Vivemos em uma sociedade altamente dependente da ciência e tecnologia, em que dificilmente alguém sabe algo sobre ciência e tecnologia”.

Carl Sagan

RESUMO

O presente estudo visa desenvolver um “*software*” que se destina a auxiliar profissionais de Engenharia Civil no cálculo estrutural, bem como, ao ensino da disciplina de Mecânica Estrutural, apresentando uma linguagem e uma demonstração gráfica interativa acessíveis. O método para o processamento dos dados escolhido foi o Método da Rigidez, com formulação Matricial. O pré-processamento é realizado com o “*software*” solicitando os dados e os comandos. A mecânica dos cálculos é realizada passo a passo, podendo os dados serem verificados imediatamente, bem como, todas as operações da formulação Matricial. No pós-processamento os dados são apresentados na forma lógica e gráfica, facilitando assim, a interpretação dos resultados por parte do usuário. Os resultados apresentados pelo “*software*” são iguais aos “*softwares*” existentes e consolidados, bem como, com a resolução clássica, podendo ser utilizado com expressiva confiança.

Palavra-chave: Cálculo Estrutural, “*Software*” de Estrutura, Estruturas, Concreto Armado, Método da Rigidez.

ABSTRACT

This study aims to develop a software which is designed to help civil engineering professionals in structural design, as well as the teaching of Structural Mechanics discipline, with a language and an interactive graphic demonstration accessible. The method for processing data chosen was the stiffness of the method with Matrix formulation. The pre-processing is performed with the software requesting the data and commands. The mechanics of the calculations is performed step by step, the data can be checked immediately, as well as all operations of Matrix formulation. Post-processing the data are presented in graphical form and logic, thus facilitating the interpretation of results by the user. The results presented by software are equal to software existing and consolidated, as well as with the classical resolution and can be used with expressive confidence.

Keyword: Structural calculation, Software Structure, Structures, Reinforced Concrete, Method Stiffness.

Lista de Figuras

Figura 1 - Viga simples	18
Figura 2 - Trelça plana	19
Figura 3 - Trelça espacial.....	19
Figura 4 - Pórtico Plano	20
Figura 5 - Pórtico Espacial	20
Figura 6 - Grelha.....	21
Figura 7 - Deslocamentos	22
Figura 8 - Coordenadas Globais.....	22
Figura 9 - Coordenadas Locais.....	23
Figura 10 - Exemplo Método Matricial	24
Figura 11 - Deslocabilidades método matricial	25
Figura 12 - Convenção de sinais	25
Figura 13 - Estrutura Restringida	26
Figura 14 - Princípio da superposição dos efeitos	27
Figura 15 - Vetores de Ações AD	28
Figura 16 - Vetores ADL	28
Figura 17 - Deslocabilidade unitária D_1	29
Figura 18 - Deslocabilidade unitária D_2	30
Figura 19 - Deslocabilidade unitária D_3	30
Figura 20 - Vetores das Reações do apoio.....	32
Figura 21 - Vetores Estrutura Restringida.....	32
Figura 22 - Estrutura Restringida D_1	33
Figura 23 - Estrutura Restringida D_2	33
Figura 24 - Estrutura Restringida D_3	34
Figura 25 - Componentes do exemplo apresentado	35
Figura 26 - Vetor AML^{AB}	35
Figura 27 - Esquema da Posição da Análise Estrutural.....	37
Figura 28 - Numeração arbitrária	38
Figura 29 - Numeração prioritária	39
Figura 30 - Rigidezes de nós para uma viga contínua.....	43
Figura 31 - Resumo reindexação.....	47
Figura 32 - Fluxograma Método da Rigidez.....	52

Figura 33 - Aba Prop. Barras	53
Figura 34 - Dados Prop. Barra	54
Figura 35 - Formulário Prop. Materiais	54
Figura 36 - Aba Nós	55
Figura 37 - Código nº de Nós	56
Figura 38 - Formulário regiões de contorno	56
Figura 39 - <i>Datagriview</i> Vetores	57
Figura 40 - Codificação gráfica	58
Figura 41 - Formulário Matriz	59
Figura 42 - Código vetor CRL	59
Figura 43 - Código Prioritária	60
Figura 44 - Código Reordenação Matriz	60
Figura 45 - Cargas Concentradas	61
Figura 46 - Programação Cargas Concentradas	62
Figura 47 - Cargas Distribuídas	63
Figura 48 - Criação Vetor de Cargas	63
Figura 49 - Vetor "AE" sem cargas	64
Figura 50 - Matriz Rigidez Total	64
Figura 51 - Sub Matrizes	65
Figura 52 - Vetores "AC Barra" e "ARL"	65
Figura 53 - Matriz " C^T " e Vetor "B"	66
Figura 54 - Matriz "C" e Vetor "D"	66
Figura 55 - " C^T " e Vetor "B"	67
Figura 56 - Botões Sub Matriz, Choleski, Deslocamentos	67
Figura 57 - Retorno numeração arbitrária	68
Figura 58 - Código Resultados	69
Figura 59 - Viga Teste nº1	70
Figura 60 - Viga Teste nº 2	70
Figura 61 - Viga Ftool	71
Figura 62 - Resultados Ftool viga 1	71
Figura 63 - Método Clássico	72
Figura 64 - Resultado programa	73
Figura 65 - Viga Teste nº2 Ftool	74

Figura 66 - Resultados Ftool viga 2	75
Figura 67 - Método Clássico	75
Figura 68 – Continuação cálculo Viga 2	76
Figura 69 – Resultado Método Clássico Viga 2	77
Figura 70 – Viga nº 2 carregada na programação	78
Figura 71 - Resultados da programação.....	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estrutura e Graus de Liberdade	23
Tabela 2 - Resumo dos Resultados	80
Tabela 3 - Resumo Resultados Continuação	80

Sumário

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1 Considerações Preliminares.....	15
1.2 Apresentações do tema	15
1.3 Área e Limitação do Tema	15
1.4 Justificativa	16
1.5 Objetivos.....	17
1.5.1 Objetivo Principal	17
1.5.2 Objetivo Específico	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1 Conceitos Fundamentais	17
2.1.1 Estruturas.....	17
2.1.2 Estruturas de Barras ou Reticuladas	18
2.1.2.1 Vigas.....	18
2.1.2.2 Treliças	19
2.1.2.2.1 Treliça plana	19
2.1.2.2.2 Treliça espacial.....	19
2.1.2.3 Pórticos.....	19
2.1.2.3.1 Pórticos planos	19
2.1.2.3.2 Pórticos espaciais.....	20
2.1.2.4 Grelhas	20
2.1.2.5 Arcos.....	21
2.1.2.6 Cabos, escoras e/ou tirantes.	21
2.1.3 Deformações e deslocamentos	21
2.1.3.1 Deformações	21
2.1.3.2 Deslocamentos	21

2.1.4 Sistema de Coordenadas	22
2.1.4.1 Coordenadas Globais	22
2.1.4.2 Coordenadas Locais	22
2.1.5 Graus de Liberdade	23
2.2 Análise estrutural	24
2.2.1 Método dos Deslocamentos	24
2.2.2 Formulação Matricial do Método dos Deslocamentos	24
2.2.2.1 Grau de indeterminação Cinemática (GIC)	25
2.2.2.2 Graus de Liberdade/Deslocabilidades	25
2.2.2.3 Estrutura Restringida	26
2.2.2.4 Princípio da Superposição dos Efeitos (PSE)	26
2.2.2.5 Deslocamentos incógnitos	31
2.2.2.6 Reações de apoio	31
2.2.2.7 Ações de Extremidades de barras e diagramas	34
2.2.2.8 Resumo	36
3. ANÁLISE MATRICIAL DENTRO DOS MÉTODOS PARA ANÁLISE	37
3.1 Numerações Prioritárias x Numeração Arbitrária	37
3.2 O carregamento da estrutura	44
3.3 Sistemas de Equações	45
3.4 Avaliações das Extremidades das Barras	46
4. RESOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES	48
4.1 Método de eliminação de Gauss	48
4.2 Método de Crout	48
4.3 Método de Cholesky	48
5. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL	51
5.1 Prelúdio	51
5.2 Visual Studio	51

5.3 A Programação	51
5.4 O Desenvolvimento da Programação	53
5.4.1 Pré-processamento.....	53
5.4.1.1 Propriedades da Barra.....	53
5.4.1.2 Propriedade dos Materiais	54
5.4.1.3 Nós da estrutura	55
5.4.2 Processamento	58
5.4.3 Pós-processamento	68
5.4.3.1 Apresentação dos resultados	68
6. APLICAÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS	70
6.1 Viga Teste nº1	70
6.1.1 Ftool viga nº1	70
6.1.2 Método Clássico viga nº1	71
6.1.3 Programa desenvolvido viga nº1	72
6.2 Viga Teste nº2	74
6.2.1 Ftool viga nº2	74
6.2.2 Método Clássico viga nº 2	75
6.2.3 Programa desenvolvido viga nº2	78
7. ANÁLISE DOS RESULTADOS	80
CONCLUSÃO	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	82

1. INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Preliminares

O presente estudo teve sua motivação originada ao longo do desenvolvimento do Curso de Engenharia Civil, quando se notou a necessidade de criação de uma ferramenta ou uma rotina no uso de programas computacionais, visando-se a diminuição do erro durante a digitação nas calculadoras científicas, má utilização de fórmulas, anotações indevidas, bem como, a redução do tempo gasto para o cálculo.

Nesse trabalho foi realizada a análise da viabilidade de se produzir um software que desempenhe o cálculo e as verificações necessárias, exigidas pela normatização/legislação vigente, de estruturas, com ênfase em vigas, treliças e pórticos, devido à complexidade das técnicas utilizadas no processamento do cálculo.

1.2 Apresentações do tema

O Cálculo Estrutural requer conhecimentos em Resistência dos Materiais, Mecânica Estrutural, Estruturas de Concreto Armado, e uma série de Normas e legislações técnicas, criadas através de estudos e experimentações, que aconselham e orientam os profissionais de Engenharia no exercício de suas funções, sempre buscando a otimização dos projetos, a segurança, a padronização e a sua viabilidade construtiva. As variáveis envolvidas na elaboração de um cálculo estrutural são inúmeras, e muitas vezes a mudança ou troca de seus valores acarretaria um novo recomeço no cálculo, pois as interações entre variáveis se influenciam diretamente, formando um ciclo nos cálculos que demandam tempo, e podem na sua execução ocorrer erros, que, por mais simples, influenciarão no resultado.

Nos dias atuais, em que o tempo para a realização de projetos é cada vez menor, a existência de programas computacionais que auxiliem no dimensionamento mais rápido, seguro e econômicos é cada vez mais importante. Neste sentido, torna-se importante a criação de ferramentas que rapidamente possam auxiliar o projetista no cálculo e subsequentemente na tomada de decisões.

1.3 Área e Limitação do Tema

O presente trabalho desenvolvido é voltado para a Engenharia Civil, Cálculo de Estruturas, onde é proposto o desenvolvimento de um programa computacional ou

uma rotina de utilização de programas para auxiliar no cálculo de estruturas. O estudo terá como ênfase o cálculo de vigas, treliças e pórtico, sua mecânica estrutural, vínculos, deslocamentos, regiões de contorno, análise local e global e o seu carregamento.

A análise estrutural é a fase do projeto em que se realiza o estudo do comportamento da estrutura. Esse comportamento pode ser expresso por diversas variáveis, tais como campos de tensões, deslocamentos e deformações da estrutura. De uma maneira geral, a análise estrutural tem como objetivo a determinação de esforços internos e externos, tensões correspondentes, deslocamentos e deformações da estrutura projetada.

1.4 Justificativa

O Cálculo Estrutural é uma área da Engenharia Civil onde existem poucos recursos de tecnologia, como por exemplo, programas computacionais para o cálculo de estruturas. Atualmente as normas vigentes exigem que as estruturas sejam calculadas levando-se em conta a sua geometria espacial. Na elaboração do cálculo estrutural de edifícios, a versão atual da NBR 6118/2014, exige obrigatoriamente, que seja realizado a análise espacial para o cálculo de estruturas, com isto, são de extrema importância o estudo e desenvolvimento de ferramentas computacionais que auxiliem os profissionais da engenharia que atuam na área de estruturas.

Como exemplo, o cálculo de uma viga simples, com seção retangular, biapoiada, até que se concluam todas as verificações, é necessária a digitação de 11 (onze) vezes o valor da altura útil (d), 09 (nove) vezes o valor da largura da viga (b), só para citar os mais utilizados, e uma dezena de fórmulas e condicionantes. Diante da mudança dos parâmetros e variáveis, retorna-se ao início do cálculo e uma nova digitação se faz necessária, podendo ocorrer erros e equívocos, bem como, um árduo e extensivo trabalho mecânico. Outro ponto onde podem ocorrer problemas é durante a aplicação, troca ou má conversão de unidades.

O presente estudo apresenta uma proposta para o desenvolvimento de um *software* que pretende reduzir tempo de análise e erros, assim, podendo contribuir ao desenvolvimento dos projetos.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo Principal

Apresentar uma proposta de desenvolvimento de um programa computacional ou uma rotina com a utilização de programas computacionais disponíveis e de conhecimentos dos profissionais da Engenharia Civil.

1.5.2 Objetivo Específico

Os objetivos específicos deste estudo são:

- Aprimorar o conhecimento sobre Cálculo Estrutural;
- Pesquisar os Métodos de Cálculo com ênfase em vigas, pórticos e treliças;
- Desenvolver um “*software*” ou criar uma rotina utilizando programas computacionais, para dar suporte ao ensino e análise de estruturas;
- Contribuir para o desenvolvimento da Engenharia Civil, especificamente para a área da Mecânica Computacional aplicada à análise de estruturas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Conceitos Fundamentais

2.1.1 Estruturas

De um modo geral, as estruturas são compostas de uma ou mais peças, sendo estas ligadas entre si e ao meio exterior. O conjunto formado por estas peças deve ser estável, ou seja, devem ser capaz de receber as solicitações externas, absorvê-las internamente e transmiti-las até seus apoios, onde estas solicitações externas encontrarão seu sistema estático equilibrante (SÜSSEKIND, 1981).

Devido a suas dimensões, as estruturas podem ser classificadas em unidimensionais, laminares e tridimensionais.

Para Soriano (2006) quando a estrutura é constituída de um ou mais componentes estruturais nos quais não se caracterize uma dimensão preponderante em relação às demais, diz-se estrutura contínua. A ligação entre elementos e/ou elementos e o meio exterior é contínua em duas ou três dimensões, e não pontual como nas barras, é o caso das chapas, placas, cascas, membranas e sólidos.

2.1.2 Estruturas de Barras ou Reticuladas

Estruturas de barras ou reticuladas são elementos estruturais que representam no modelo estrutural, as funções de vigas, colunas, pilares, escoras, hastes, tirantes, eixos, nervuras, etc.

O estudo estático das barras pode ser feito considerando-a representada pelo seu eixo (lugar geométrico dos centros de gravidade de suas seções transversais). Caso o eixo das diversas barras que compõe a estrutura estejam contidos em um mesmo plano tratar-se-á de uma estrutura plana, caso contrário, tratar-se-á de uma estrutura espacial (SÜSSEKIND, 1981).

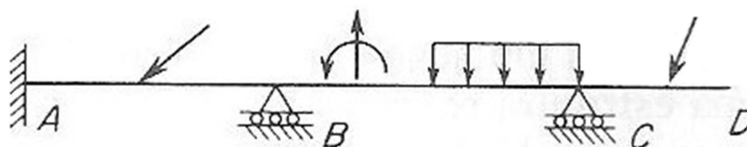
As estruturas reticuladas podem ser classificadas em:

- Vigas
- Treliça
 - Plana
 - Espacial
- Pórtico
 - Plano
 - Espacial
- Grelha
- Arco
- Cabos, escoras e/ou tirantes

2.1.2.1 Vigas

Vigas são estruturas compostas de barras retas ou curvas que estão contidas em um plano em que a flexão é preponderante (Figura 1).

Figura 1 - Viga simples



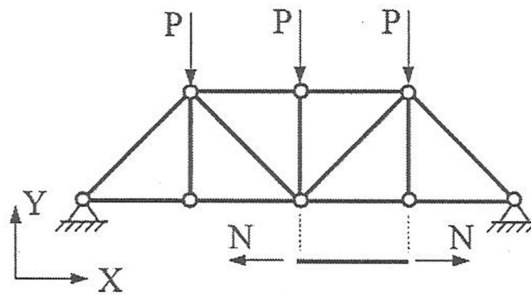
Fonte: Gere e Weaver (1987)

2.1.2.2 Treliças

2.1.2.2.1 Treliça plana

Treliça plana (Figura 2) é idealizada como um sistema de elementos existentes num plano e ligados entre si por rótulas.

Figura 2 - Treliça plana

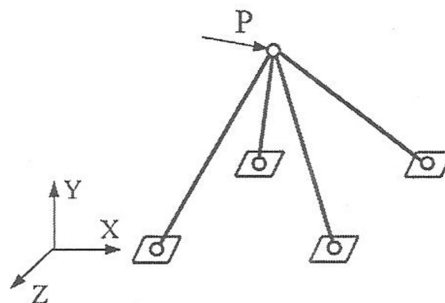


Fonte: Soriano (2006)

2.1.2.2.2 Treliça espacial

Treliça espacial (Figura 3) assemelha-se a uma treliça plana, porém seus membros podem ter qualquer direção no espaço.

Figura 3 - Treliça espacial



Fonte: Soriano (2006).

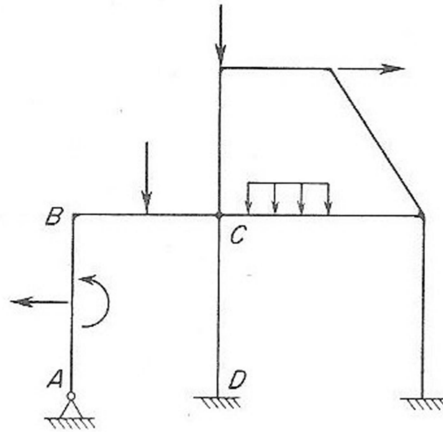
2.1.2.3 Pórticos

2.1.2.3.1 Pórticos planos

Segundo Soriano (2006) os pórticos planos são estruturas em barras (retas ou curvas), localizadas no mesmo plano (usualmente vertical), sob ações externas que as solicitam nesse plano, tendo-se apenas esforço normal, esforço cortante de vetor

representativo no plano em questão e momento fletor de vetor representativo normal a este plano (Figura 4).

Figura 4 - Pórtico Plano

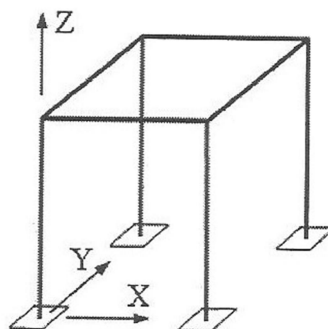


Fonte: Gere e Weaver (1987)

2.1.2.3.2 Pórticos espaciais

Os pórticos espaciais são modelos de estruturas em barras retas ou curvas, nos quais podem ser desenvolvidos os seis esforços seccionais, seus membros poderão ter qualquer direção no espaço, e suas ligações são rígidas.

Figura 5 - Pórtico Espacial

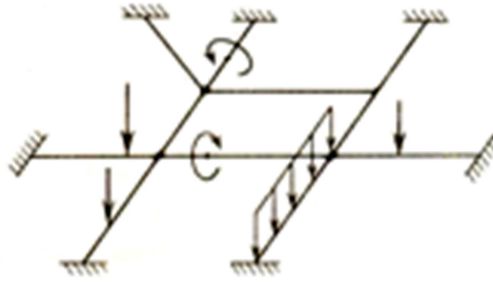


Fonte: Soriano (2006)

2.1.2.4 Grelhas

Grelha é uma estrutura plana composta de membros contínuos que se interceptam ou se cruzam mutuamente (Figura 6).

Figura 6 - Grelha



Fonte: Gere e Weaver (1987).

2.1.2.5 Arcos

O arco pode ser considerado como um pórtico de barra curva, plana ou reversa. Assim, em arco plano sob carregamento em seu plano, tem-se, apenas, esforço normal, um esforço cortante e um momento fletor.

2.1.2.6 Cabos, escoras e/ou tirantes.

Conforme Soriano (2006) a escora é uma barra que só trabalha à compressão. O tirante e o cabo são elementos unidimensionais com resistência apenas à tração, sendo o primeiro retilíneo e o segundo curvo em função das forças que lhe são aplicadas. A determinação do comportamento de estruturas com tirantes e/ou escoras pode requerer análises sucessivas em que os tirantes são desativados quando se identificar compressão nos mesmos, e as escoras são anuladas quando são tracionadas.

2.1.3 Deformações e deslocamentos

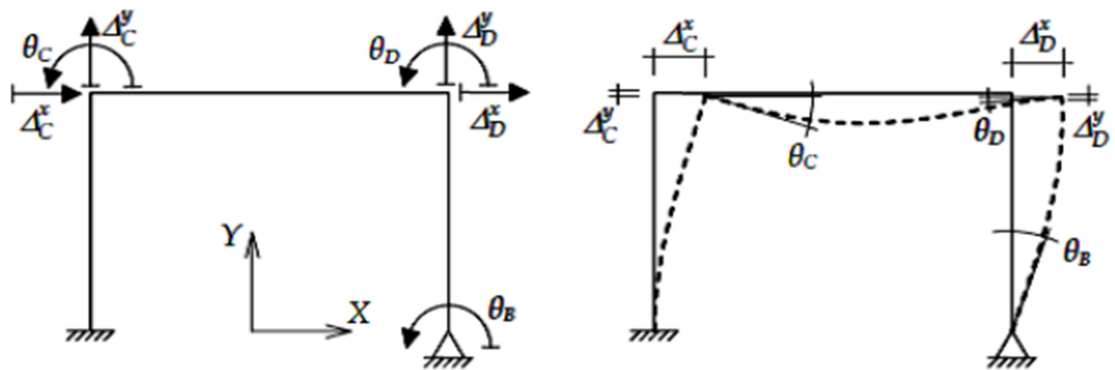
2.1.3.1 Deformações

Quando uma estrutura está solicitada por forças, os membros da estrutura sofrem deformações ou pequenas mudanças na forma e, como consequência, pontos dentro da estrutura deslocam-se para novas posições. Geralmente, todos os pontos da estrutura, exceto os pontos de apoio imóveis, sofrerão deformações.

2.1.3.2 Deslocamentos

Segundo Donin (2009), os deslocamentos são resultados visíveis e de fácil mensuração das deformações sofridas. São geralmente referenciados a um sistema de coordenadas global.

Figura 7 - Deslocamentos



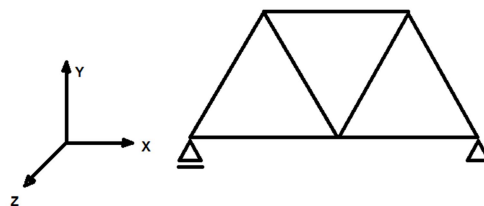
Fonte: Raphael Ribeiro Santos (2010)

2.1.4 Sistema de Coordenadas

2.1.4.1 Coordenadas Globais

A estrutura é definida em relação a um sistema global de coordenadas (X, Y, Z) e os elementos em relação a um sistema local (x, y, z). Os três eixos cartesianos são perpendiculares entre si e formam um sistema destrógiro (satisfazem a regra da mão direita).

Figura 8 - Coordenadas Globais

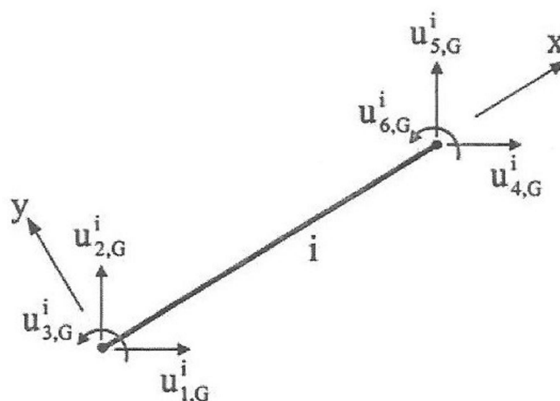


Fonte: Autor (2015)

2.1.4.2 Coordenadas Locais

No sistema local, o eixo local x coincide com o eixo longitudinal da barra, passando pelo centroide da seção, e o sentido positivo deste eixo é definido pela incidência dos nós no elemento (Em geral o eixo vertical da seção é denominado eixo y e o horizontal eixo z).

Figura 9 - Coordenadas Locais



Fonte: Soriano (2006)

2.1.5 Graus de Liberdade

O excesso de ações desconhecidas relativamente às que podem ser encontradas pelo equilíbrio estático é designado por redundante estático. O número de tais redundantes representa o grau de indeterminação estática da estrutura.

Os deslocamentos nodais da estrutura são as quantidades desconhecidas. Por isso, o segundo tipo de indeterminação conhecida como indeterminação cinemática, torna-se importante. Quando a estrutura está submetida a ações, cada nó terá deslocamentos sob a forma de translação e rotações, dependendo da configuração da estrutura; estes deslocamentos nodais desconhecidos são as quantidades cinemáticas indeterminadas, sendo por vezes designados redundantes cinemáticas. O seu número representa o grau de indeterminação cinemática da estrutura, conforme tabela 1.

Tabela 1 - Estrutura e graus de liberdade

Estrutura	Graus de Liberdade (GI)
Viga	2 GI por nó: Translação paralela a y e rotação em torno de z
Grelha	3 GI por nó: Translação paralela a z e rotação em torno de x e de y.
Treliça Plana	2 GI por nó: Translação paralela a x e a y.
Treliça Espacial	3 GI por nó: Translação paralela a x, y, z.
Pórtico Plano	3 GI por nó: Translação paralela a x e a y e rotação em torno de z.
Pórtico Espacial	6 GI por nó: Translação paralela a x, y e z e rotação em torno de x, y, z.

Fonte: Raphael Ribeiro Santos (2010).

2.2 Análise estrutural

2.2.1 Método dos Deslocamentos

O Método dos deslocamentos, também conhecido como o Método da Rigidez ou Método do equilíbrio, é o mais importante método de análise de estruturas, é amplamente utilizado em programações automáticas. Nele, as incógnitas primárias são deslocamentos em pontos adequadamente escolhidos na estrutura, que são obtidos por meio da resolução de um sistema de equações algébricas lineares de equilíbrio. Esses deslocamentos são denominados graus de liberdades e seu número, grau de indeterminação cinemática.

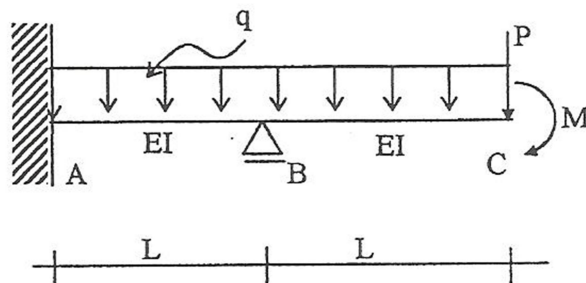
No método da rigidez, uma estrutura cinematicamente determinada é obtida alterando a estrutura real de modo que os deslocamentos desconhecidos da estrutura real sejam inicialmente nulos e em seguida assumam valores unitários. Esta estrutura restringida denomina-se sistema principal (GERE e WEAVER 1987).

A metodologia de cálculo é bem mais simples que o Método das Forças, possui apenas uma opção para a escolha do sistema hipergeográfico, o cálculo dos coeficientes de rigidez do sistema de equações finais de equilíbrio é mais simples, utiliza a soma direta de coeficiente de rigidez de barras.

2.2.2 Formulação Matricial do Método dos Deslocamentos

Através de um exemplo é apresentada a automatização do Método da Rigidez através da formulação matricial. A figura 10 apresenta um exemplo de método matricial.

Figura 10 - Exemplo Método Matricial



Fonte: Donin (2009)

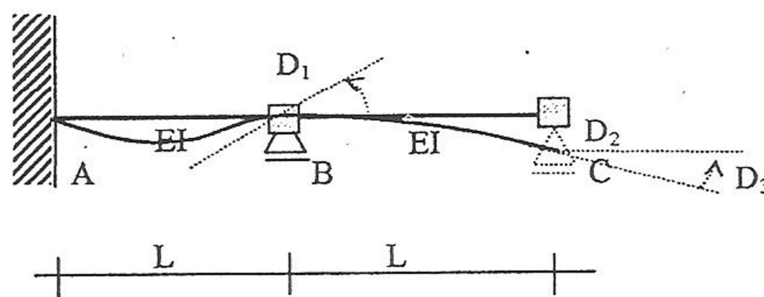
2.2.2.1 Grau de indeterminação Cinemática (GIC)

Nós “B” e “C” há rotações, no nó “C” há uma translação, o grau de Indeterminação Cinemática $GIC = 3$, foram desprezadas as deformações axiais.

2.2.2.2 Graus de Liberdade/Deslocabilidades

Os graus de liberdades/deslocabilidades representam as incógnitas (translação ou rotação) a serem calculadas, e será representado pela variável “D” de “*displacement*”, conforme a figura 11.

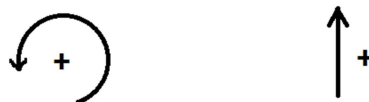
Figura 11 - Deslocabilidades método matricial



Fonte: Donin (2009)

Como convenção de sinais para os deslocamentos utilizaremos giro no sentido anti-horário e deslocamento para cima (translação) como positivos. A figura 12 nos mostra a convenção de sinais utilizados.

Figura 12 - Convenção de sinais

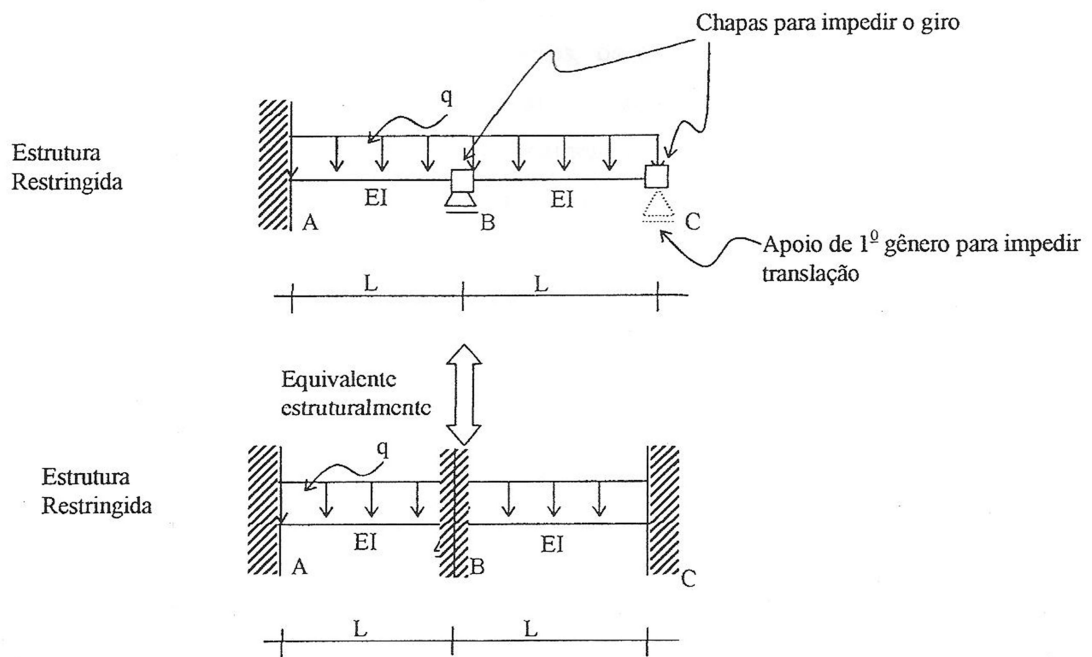


Fonte: Autor (2015)

2.2.2.3 Estrutura Restringida

Deveremos restringir a estrutura nos pontos onde poderão haver deslocabilidades, conforme mostra a figura 13.

Figura 13 - Estrutura Restringida



Fonte: Donin (2009)

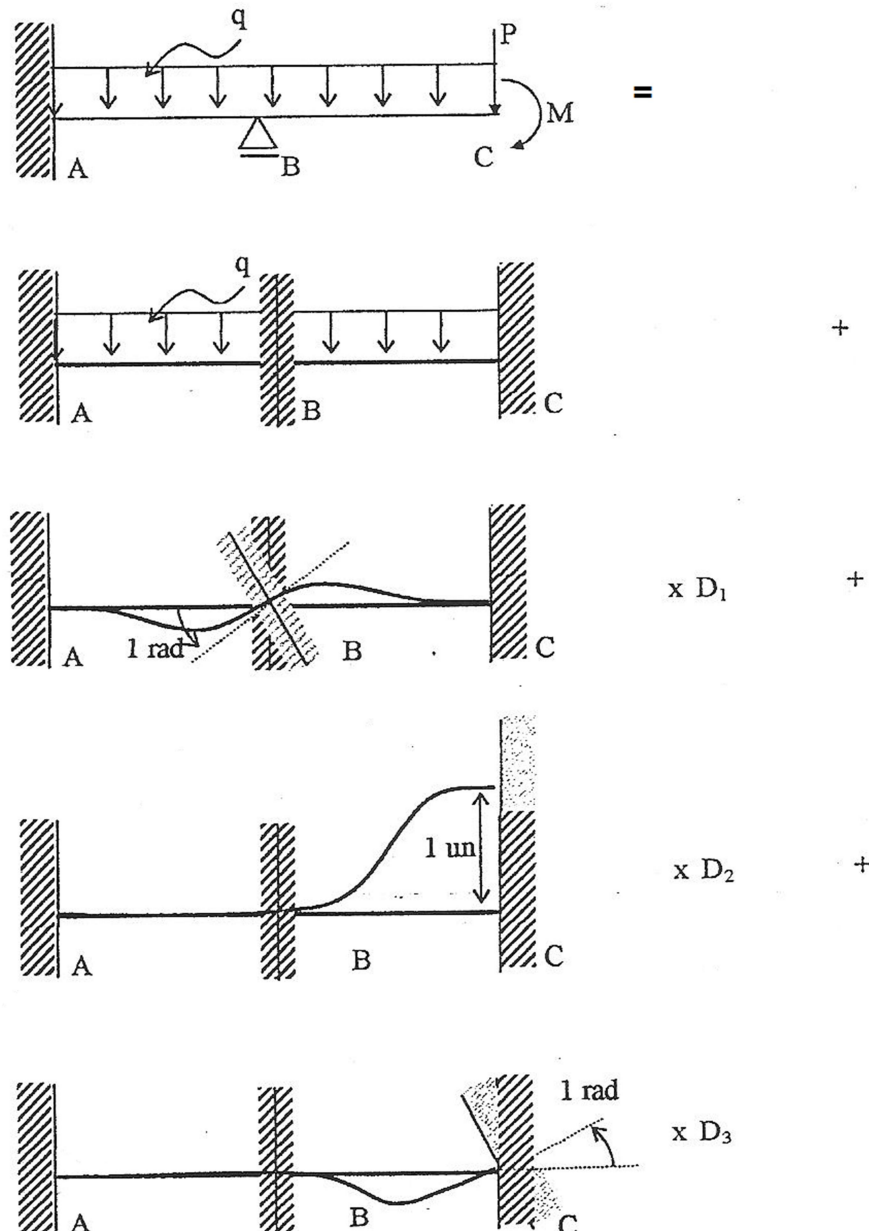
Na estrutura restringida deverão atuar todas as cargas externas, exceto aquelas cargas correspondentes aos deslocamentos incógnitos (no caso P e M) as quais serão consideradas mais tarde.

2.2.2.4 Princípio da Superposição dos Efeitos (PSE)

Conforme Donin (2009) o princípio da superposição dos efeitos e deslocamentos na estrutura original são iguais à soma dos esforços e deslocamentos na estrutura restringida, juntamente com os esforços ou deslocamentos que surgem quando se impõe deslocamentos (giros ou translações)

unitários, um por vez, à estrutura restringida, multiplicados pelos respectivos deslocamentos incógnitos. A figura 14 apresenta o princípio da superposição dos efeitos.

Figura 14 - Princípio da superposição dos efeitos

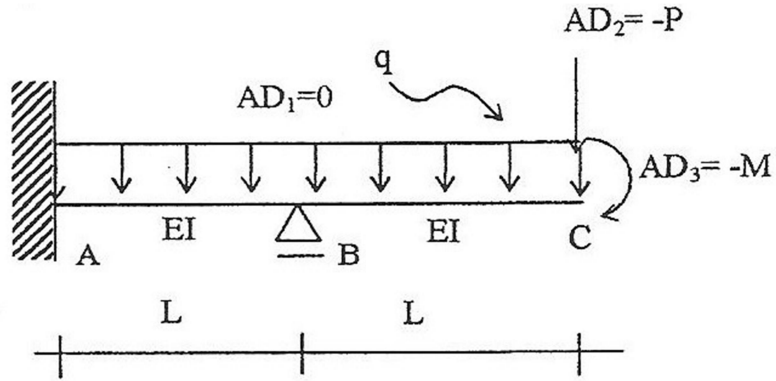


Fonte: Donin (2009)

Na estrutura original, os vetores de ações AD (A – *action* e D – *displacement*) e suas componentes AD_1 , AD_2 e AD_3 são ações (entenda-se forças ou momentos) e

estão aplicadas originalmente na estrutura e são correspondentes incógnitos D_1 , D_2 e D_3 , conforme mostra a figura 15.

Figura 15 - Vetores de Ações AD



Fonte: Donin (2009)

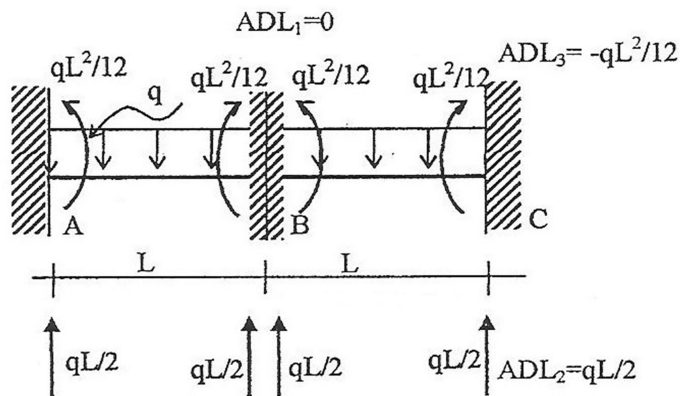
$$AD_1 = 0,0 \quad (01)$$

$$AD_2 = -P \quad (02)$$

$$AD_3 = -M \quad (03)$$

Na estrutura restringida às cargas externas (exceto aquelas cargas correspondentes aos deslocamentos incógnitos, neste caso P e M), definem-se as ações correspondentes aos deslocamentos incógnitos D_1 , D_2 e D_3 , como sendo ADL_1 , ADL_2 e ADL_3 (A – action, D – displacement, L – load).

Figura 16 - Vetores ADL



Fonte: Donin (2009)

$$ADL_1 = qL^2/12 - qL^2/12 = 0 \quad (04)$$

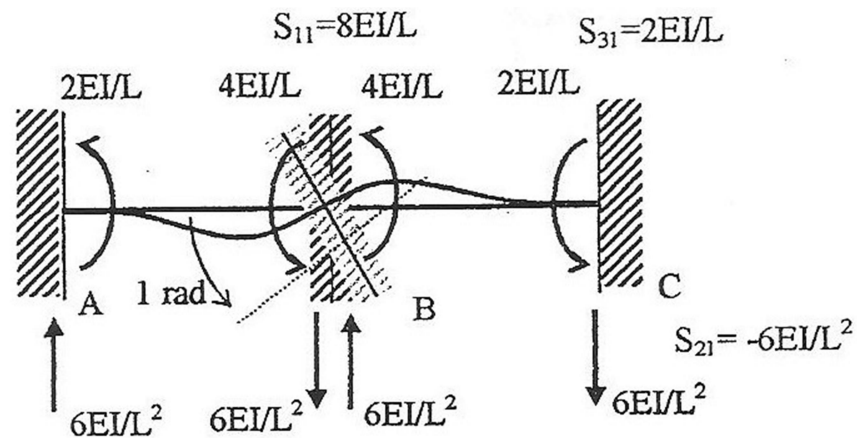
$$ADL_2 = qL/2 \quad (05)$$

$$ADL_3 = -qL^2/12 \quad (06)$$

Os deslocamentos unitários aplicados na estrutura restringida, surgem esforços correspondentes aos deslocamentos incógnitos por definição chamados de coeficientes de rigidez S_{ij} (S – *stiffness*). Desta forma, S_{ij} representa a ação que surge correspondente ao deslocamento D_i , quando, na estrutura restringida, é aplicado um deslocamento D_j unitário, anulando os demais deslocamentos.

Na figura 17 apresenta a aplicação de um deslocamento $D_1 = 1,0$.

Figura 17 - Deslocabilidade unitária D_1



Fonte: Donin (2009)

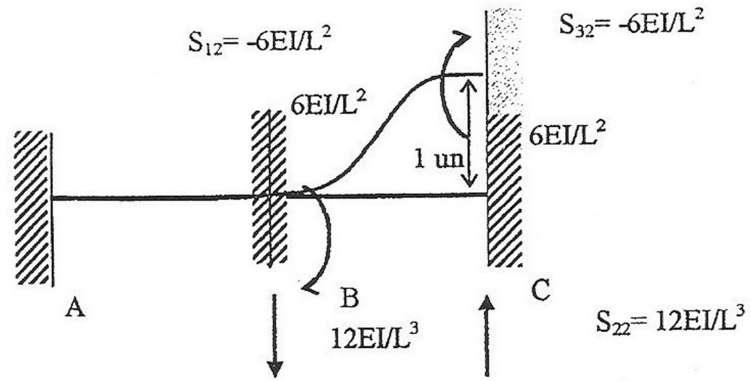
$$S_{11} = 4 EI/L + 4 EI/L = 8 EI/L \quad (07)$$

$$S_{21} = -6 EI/L^2 \quad (08)$$

$$S_{31} = 2 EI/L \quad (09)$$

Na figura 18 apresenta a aplicação de um deslocamento $D_2 = 1,0$.

Figura 18 - Deslocabilidade unitária D_2



Fonte: Donin (2009).

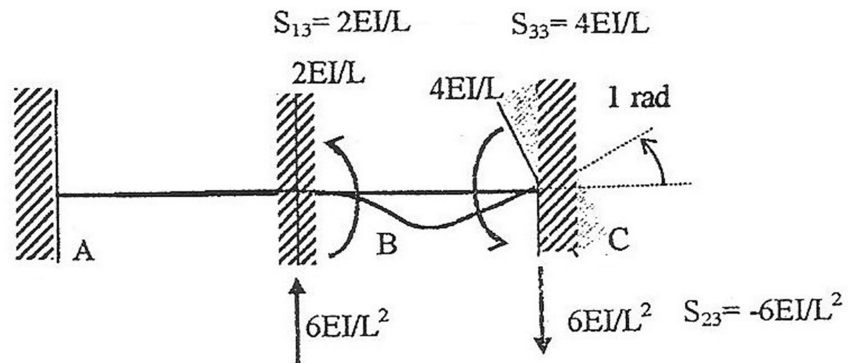
$$S_{12} = -6 EI/L^2 \quad (10)$$

$$S_{22} = 12 EI/L^3 \quad (11)$$

$$S_{32} = -6 EI/L^2 \quad (12)$$

Na figura 19 apresenta a aplicação de um deslocamento $D_3 = 1,0$.

Figura 19 - Deslocabilidade unitária D_3



Fonte: Donin (2009)

$$S_{13} = 2 EI/L \quad (13)$$

$$S_{23} = -6 EI/L^2 \quad (14)$$

$$S_{33} = 4 EI/L \quad (15)$$

Simplificando os esforços, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} AD_1 = ADL_1 + S_{11}D_1 + S_{12}D_2 + S_{13}D_3 \\ AD_2 = ADL_2 + S_{21}D_1 + S_{22}D_2 + S_{23}D_3 \\ AD_3 = ADL_3 + S_{31}D_1 + S_{32}D_2 + S_{33}D_3 \end{cases} \quad (16)$$

Matricialmente temos:

$$AD_{(d*1)} = ADL_{(d*1)} + S_{(d*d)} * D_{(d*1)} \quad (17)$$

Onde d é o número de GIC.

2.2.2.5 Deslocamentos incógnitos

Os deslocamentos são determinados através da seguinte relação:

$$AD - ADL = S * D \quad (18)$$

$$D = S^{-1} (AD - ADL) \quad (19)$$

Onde:

AD = vetor ações deslocamentos estrutura original.

ADL = vetor ações deslocamentos estrutura restringida sujeita cargas externas.

S = matriz rigidez, é simétrica e positivo-definida.

S^{-1} = matriz inversa da rigidez.

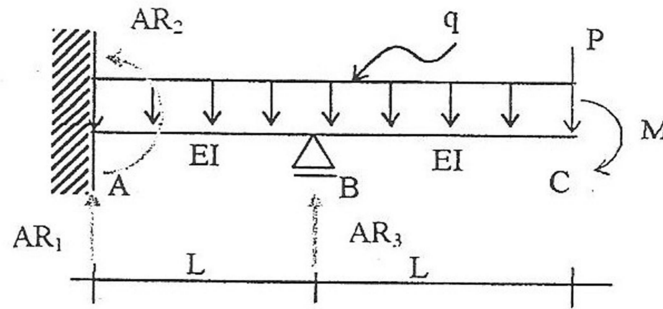
D = vetor de deslocamentos incógnitos.

2.2.2.6 Reações de apoio

As reações de apoio devem ser determinadas e as mesmas também são incógnitas do nosso sistema.

A estrutura original existe o vetor AR (A – *action*, R – *reaction*), com seus respectivos componentes AR_1 , AR_2 e AR_3 , que representam na estrutura real às restrições de apoio existentes, conforme apresenta a figura 20.

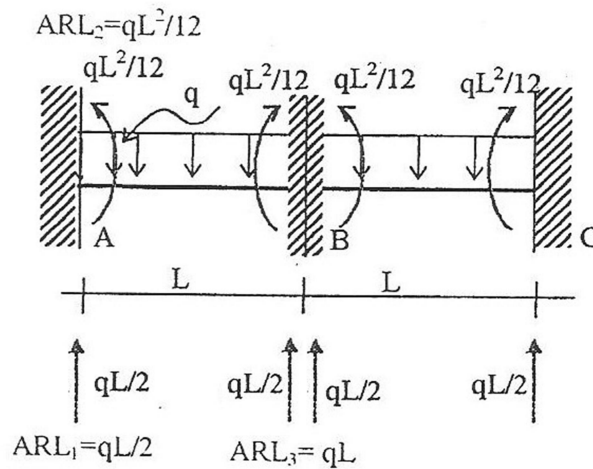
Figura 20 - Vetores das Reações do apoio



Fonte: Donin (2009)

A estrutura restringida existe o vetor AR (A – *action*, R – *reaction*, L – *Load*), com seus respectivos componentes ARL_1 , ARL_2 e ARL_3 , que representam na estrutura às reações sujeitas as cargas externas, correspondentes às reações na estrutura original, conforme apresenta a fig. 21.

Figura 21 - Vetores Estrutura Restringida



Autor: Donin (2009)

Sendo assim, temos:

$$ARL_1 = q L / 2 \quad (20)$$

$$ARL_2 = q L^2 / 12 \quad (21)$$

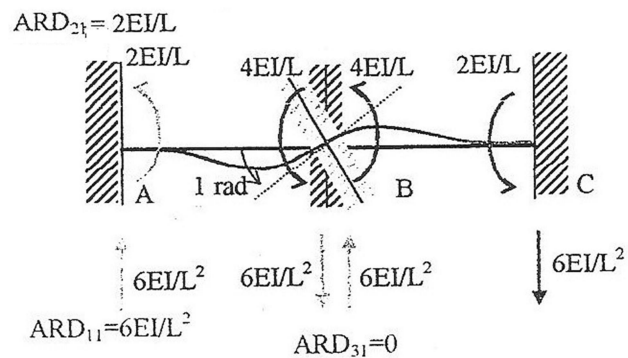
$$ARL_3 = q L / 2 + q L / 2 = q L. \quad (22)$$

Na aplicação de deslocamentos unitários na estrutura restringida, as reações que surgem são chamadas de ARD_{ij} . As ARD_{ij} são as reações que aparecem na

estrutura restringida, correspondente à reação de apoio AR_i na estrutura original, quando é aplicado um deslocamento D_j unitário, mantendo-se os demais deslocamentos nulos.

Estrutura restringida, deslocamento $D_1 = 1,0$.

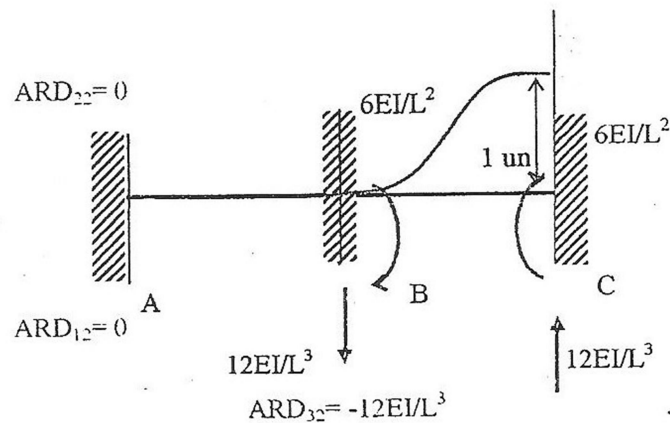
Figura 22 - Estrutura Restringida D_1



Fonte: Donin (2009)

Para o deslocamento $D_2 = 1,0$.

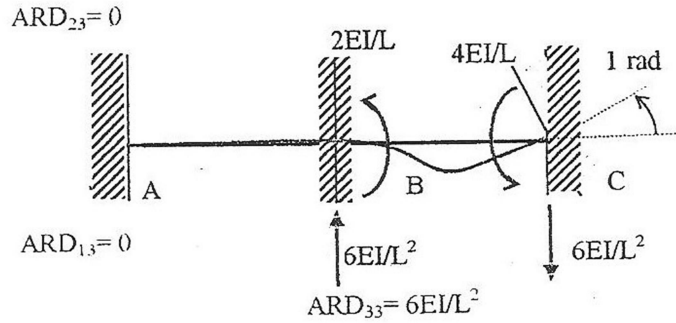
Figura 23 - Estrutura Restringida D_2



Fonte: Donin (2009)

Para o deslocamento $D_3 = 1,0$.

Figura 24 - Estrutura Restringida D₃



Fonte: Donin (2009)

Para as reações de apoio possuiremos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} AR_1 = ARL_1 + ARD_{11}D_1 + ARD_{12}D_2 + ARD_{13}D_3 \\ AR_2 = ARL_2 + ARD_{21}D_1 + ARD_{22}D_2 + ARD_{23}D_3 \\ AR_3 = ARL_3 + ARD_{31}D_1 + ARD_{32}D_2 + ARD_{33}D_3 \end{cases} \quad (23)$$

Matricialmente teremos:

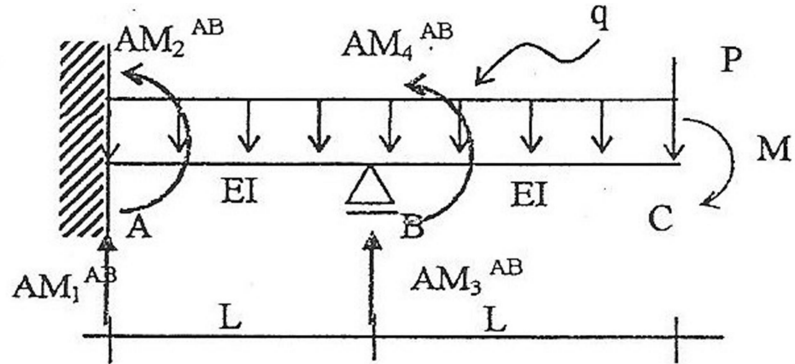
$$AR_{(r*1)} = ARL_{(r*1)} + ARD_{(r*d)} * D_{(d*1)}, \quad (24)$$

Onde r é o número de reações de apoio incógnitas e d é o número de deslocamentos incógnitos.

2.2.2.7 Ações de Extremidades de barras e diagramas

São ações que se localizam nas seções extremas das barras de forma que quando traçamos o diagrama de corpo rígido de uma barra, estas ações, em conjunto com as ações que estão aplicadas no vão da barra, deixarão a estrutura em equilíbrio. O cálculo dessas ações deverá ser feito uma barra por vez. Utilizando o mesmo exemplo, se pegarmos a barra AB, é dado o nome do vetor AM^m (*a-action*, *M – member*) as ações de extremidade de barra para uma barra genérica “ m ” na estrutura original, cujas componentes são AM_1^m , AM_2^m , AM_3^m , AM_4^m , no caso de vigas. Como se trata de uma barra de viga, as possibilidades de ações em cada extremidade são quatro, independente do tipo de apoio ou carga que esteja atuando sobre a barra. A figura 25 apresenta os componentes do exemplo.

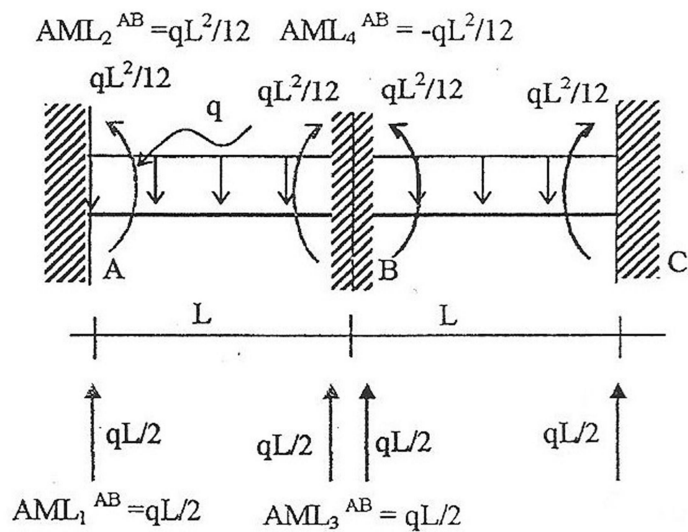
Figura 25 - Componentes do exemplo apresentado



Fonte: Donin (2009)

Na estrutura restringida o vetor AML^m (A-action, M – member, L – Load), representa ações de extremidade de uma barra genérica “m” na estrutura restringida sujeita a cargas externas, correspondentes às ações de extremidades de barra na estrutura original (AM^m). A figura 26 mostra o vetor AML^{AB} para a barra do exemplo.

Figura 26 - Vetor AML^{AB}



Fonte: Donin (2009)

Aplicando-se deslocamentos unitários, um por vez, na estrutura restringida, as ações de extremidade de barra que surgem correspondem as ações da barra original e são denominadas de AMD_{ij}^m (a – action, M – member, D – displacements) para uma barra genérica “m”.

Utilizando o princípio da superposição dos efeitos para o cálculo das ações de extremidade de barra para a barra AB, encontramos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} AM_1^{AB} = AML_1^{AB} + AMD_{11}^{AB} * D_1 + AMD_{12}^{AB} * D_2 + AMD_{13}^{AB} * D_3 \\ AM_2^{AB} = AML_1^{AB} + AMD_{21}^{AB} * D_1 + AMD_{22}^{AB} * D_2 + AMD_{23}^{AB} * D_3 \\ AM_3^{AB} = AML_3^{AB} + AMD_{31}^{AB} * D_1 + AMD_{32}^{AB} * D_2 + AMD_{33}^{AB} * D_3 \\ AM_4^{AB} = AML_1^{AB} + AMD_{41}^{AB} * D_1 + AMD_{42}^{AB} * D_2 + AMD_{43}^{AB} * D_3 \end{cases} \quad (25)$$

Matricialmente teremos:

$$AM^{AB}_{(4 \times 1)} = AML^{AB}_{(4 \times 1)} + AMD^{AB}_{(4 \times 1)} * D_{(dx1)}. \quad (26)$$

2.2.2.8 Resumo

O método da Rigidez (deslocamento) poderá ser resumido, para o caso de vigas contínuas, com as seguintes equações básicas:

1) Equação que relaciona ações com deslocamentos nodais:

$$AD_{(dx1)} = ADL_{(dx1)} + S_{(dxd)} * D_{(dx1)} \quad (27)$$

2) Equação que relaciona reações de apoio com deslocamentos nodais:

$$AR_{(rx1)} = ARL_{(rx1)} + ARD_{(rxd)} * D_{(dx1)} \quad (28)$$

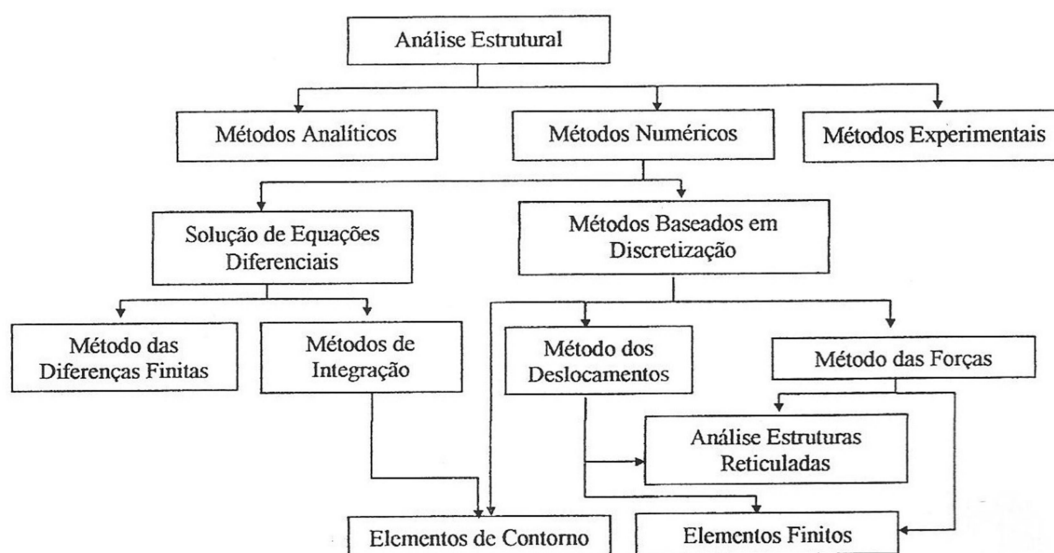
3) Equação que relaciona ações de extremidade de barra com os deslocamentos nodais:

$$AM_{(4 \times 1)} = AML_{(4 \times 1)} + AMD_{(4 \times d)} * D_{(dx1)}. \quad (29)$$

3. ANÁLISE MATRICIAL DENTRO DOS MÉTODOS PARA ANÁLISE

Segundo Donin (2009) a representação abaixo demonstra a posição que a análise matricial está em relação aos diversos métodos utilizados para Análise Estrutural.

Figura 27 - Esquema da Posição da Análise Estrutural



Fonte: Donin (2009)

3.1 Numerações Prioritárias x Numeração Arbitrária

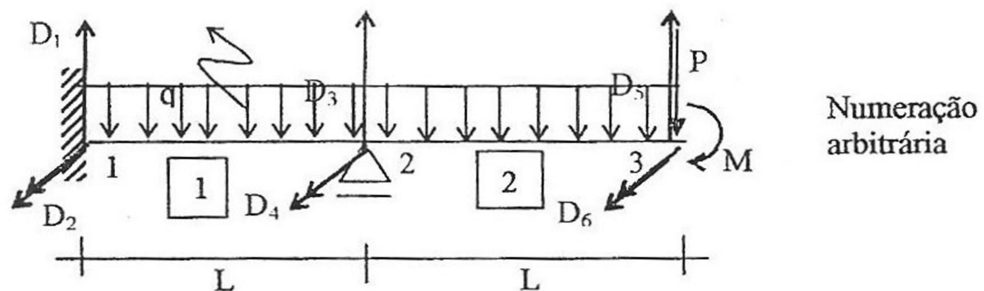
No método dos deslocamentos existe uma sequência em que os nós devem ser enumerados, onde, deve-se iniciar priorizando os graus de liberdades livres, primeiro as translações e depois as rotações, e após numerar os graus de liberdades restringidos (apoios), da esquerda para a direita, a esta regra de numeração chamada de numeração prioritária, e a mesma se faz necessária para que ao montar a matriz de rigidez global da estrutura, os elementos da matriz fiquem dispostos de forma correta, ficando fácil a extração das sub-matrizes necessárias para o cálculo.

No caso da criação de uma ferramenta para a realização do cálculo estrutural, os nós poderão ser enumerados em qualquer ordem, chama-se de numeração arbitrária, sendo necessária a criação de um algoritmo para ordenar os nós na numeração prioritária.

De acordo com Donin (2009) passa-se da numeração arbitrária para a numeração prioritária seguindo-se os seguintes passos:

Criar um Vetor RL, na qual contem informações a respeito dos deslocamentos restringidos da estrutura, graus de liberdade com vínculos. Para cada nó da viga é atribuído um número. Cada nó possui duas possibilidades de deslocamento, uma translação e uma rotação, nesta ordem. Para a restrição será atribuído 1 e para nós livres 0. Na figura 28 apresenta-se um exemplo da transformação da arbitrária para a prioritária.

Figura 28 - Numeração arbitrária



Fonte: Donin (2009)

O vetor RL para a estrutura acima resulta em:

$$RL = \{1,1 \quad 1,0 \quad 0,0\}^T \quad (30)$$

O elemento “1,1” pertence ao primeiro nó, o “1,0” para o segundo nó e o elemento “0,0” para o terceiro nó.

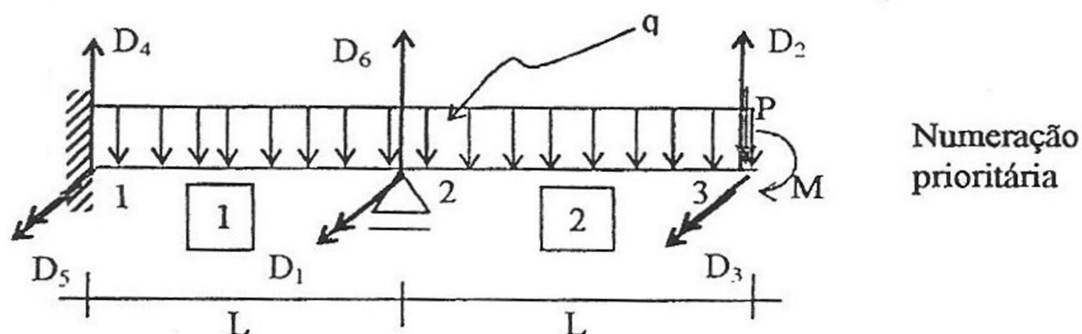
A dimensão do vetor é duas vezes o número de nós da estrutura (NJ = número de nós, logo $RL = 2 \times NJ$).

A estrutura tem dois nós que possuem algum tipo de vínculo (o nó do engaste e o nó do apoio simples, $NRJ = 2$).

A estrutura possui 3 graus de liberdade com vínculo, reações de apoio, $NR = 3$ e apenas 3 deslocabilidades (graus e liberdades sem vínculo, $N = 3$), totalizando 6 graus de liberdades possíveis ($N + NR = 6$).

A figura 29 apresenta a numeração que a estrutura deverá possuir para podermos realizar os cálculos, numeração prioritária.

Figura 29 - Numeração prioritária



Fonte: Donin (2009)

Para se chegar à numeração prioritária deve-se criar um vetor CRL, o qual conterá os valores acumulados do vetor RL, que são os valores do vetor RL somados ao valor anterior no vetor CRL, ficando como segue:

$$CRL = \{1, 2 \quad 3, 3 \quad 3, 3\}^T \quad (31)$$

Observe que o último número corresponde ao número de restrições da estrutura (NR = 3, as duas restrições no engaste, translação e giro, e o apoio de 1º gênero no vão).

Cada grau de liberdade, com vinculação ou não, corresponde a uma linha e coluna da matriz de rigidez global (SJ). Sabendo-se qual a correta numeração de um determinado deslocamento, sabe-se qual a sua posição na matriz de rigidez global.

Analizando a primeira barra do exemplo, se o grau de liberdade tiver vínculo (restringido), o correspondente índice do grau de liberdade na numeração prioritária será o valor em CRL na posição correspondente a esta deslocabilidade somado ao número de graus de liberdade livres da estrutura. Se este grau de liberdade não tiver vínculo, então seu índice será o seu próprio valor na numeração arbitrária subtraído do correspondente valor no vetor CRL. Assim para a barra 1 do exemplo:

D_1 possui grau de liberdade restringido, seu valor será:

$$3 + CRL(D_1) = 3 + 1 = 4 \quad (32)$$

O D_1 será renumerado como D_4 .

D_2 possui grau de liberdade restringido, seu valor é portanto:

$$3 + CRL(D_2) = 3 + 2 = 5 \quad (33)$$

O D_2 será renumerado como D_5 .

D_3 possui grau de liberdade restringido, seu valor esta demonstrado abaixo:

$$3 + \text{CRL } (D_3) = 3 + 3 = 6 \quad (34)$$

O D_3 mesmo será renumerado para D_6 .

D_4 é um grau de liberdade livre, seu valor será:

$$4 - \text{CRL } (D_4) = 4 - 3 = 1 \quad (35)$$

O D_4 será renumerado como D_1 , note que foi utilizado o valor de 4, que é o valor final da transformação do D_1 , menos o elemento da matriz CRL posição D_4 , que é 3.

Prosseguindo com o cálculo da transformação em numeração prioritária, na barra 2 da estrutura tem-se:

D_3 possui grau de liberdade restringido, seu valor será:

$$3 + \text{CRL } (D_3) = 3 + 3 = 6 \quad (36)$$

O D_3 será renumerado para D_6 , coincidindo com a barra 1.

D_4 é um grau de liberdade livre, seu valor é portanto:

$$4 - \text{CRL } (D_4) = 4 - 3 = 1 \quad (37)$$

O D_4 será renumerado como D_1 , note que foi utilizado o valor de 4, que é o valor final da transformação do D_1 , menos o elemento da matriz CRL posição D_4 , que é 3, igual a barra 1.

D_5 é um grau de liberdade livre, seu valor esta demonstrado abaixo:

$$5 - \text{CRL } (D_5) = 5 - 3 = 4 \quad (38)$$

O D_5 será renumerado para D_4 .

D_6 possui grau de liberdade livre, seu valor será:

$$6 - \text{CRL } (D_6) = 6 - 3 = 3 \quad (39)$$

O D_6 será renumerado para D_3 .

Assim chegamos à numeração prioritária da estrutura, figura 29, que irá posicionar os elementos na matriz de rigidez global.

Para uma viga existe a possibilidade de nomearmos 4 deslocamentos, sendo J_1 , J_2 , K_1 e K_2 , onde J_1 é o deslocamento de translação no nó J e J_2 o deslocamento de rotação neste mesmo nó, K_1 o deslocamento de translação no nó K e K_2 o deslocamento de rotação neste nó.

A regra para a indexação a ser feita:

Para o nó J :

$$\text{Se } RL(J_1) = 0 \text{ (livre)} \longrightarrow J_1 = J_1 - CRL(J_1) \quad (40)$$

$$\text{Se } RL(J_1) = 1 \text{ (vinculo)} \longrightarrow J_1 = N + CRL(J_1) \quad (41)$$

$$\text{Se } RL(J_2) = 0 \text{ (livre)} \longrightarrow J_2 = J_2 - CRL(J_2) \quad (42)$$

$$\text{Se } RL(J_2) = 1 \text{ (vinculo)} \longrightarrow J_2 = N + CRL(J_2) \quad (43)$$

Para o nó K :

$$\text{Se } RL(K_1) = 0 \text{ (livre)} \longrightarrow K_1 = K_1 - CRL(K_1) \quad (44)$$

$$\text{Se } RL(K_1) = 1 \text{ (vinculo)} \longrightarrow K_1 = N + CRL(K_1) \quad (45)$$

$$\text{Se } RL(K_2) = 0 \text{ (livre)} \longrightarrow K_2 = K_2 - CRL(K_2) \quad (46)$$

$$\text{Se } RL(K_2) = 1 \text{ (vinculo)} \longrightarrow K_2 = N + CRL(K_2) \quad (47)$$

Matriz de rigidez local de uma barra qualquer genérica:

$$SM = EI * \begin{bmatrix} 12/L^3 & 6/L^2 & -12/L^3 & 6/L^2 \\ 6/L^2 & 4/L & -6/L^2 & 2/L \\ -12/L^3 & -6/L^2 & 12/L^3 & -6/L^2 \\ 6/L^2 & 2/L & -6/L^2 & 4/L \end{bmatrix} \quad (48)$$

Enumerando-se $S_1=4EI/L$, $S_2=6EI/L^2$ e $S_3=12EI/L^3$, teremos a seguinte matriz de rigidez:

$$SM = \begin{bmatrix} S_3 & S_2 & -S_3 & S_2 \\ S_2 & S_1 & -S_2 & S_1/2 \\ -S_3 & -S_2 & S_3 & -S_2 \\ S_2 & S_1/2 & -S_2 & S_1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Para um elemento de uma viga qualquer de índice “i” e cujos nós que a definem sejam “J” e “K”:

$$j1 = 2J - 1, J2 = 2J, K1 = 2K - 1 \text{ e } K2 = 2K. \quad (50)$$

Para uma viga contínua, os números dos nós “j” e “k” são numericamente iguais a “i” e “i+1” respectivamente, os deslocamentos de extremidade são também dados por:

$$j1 = 2i - 1 \quad j2 = 2i \quad (51)$$

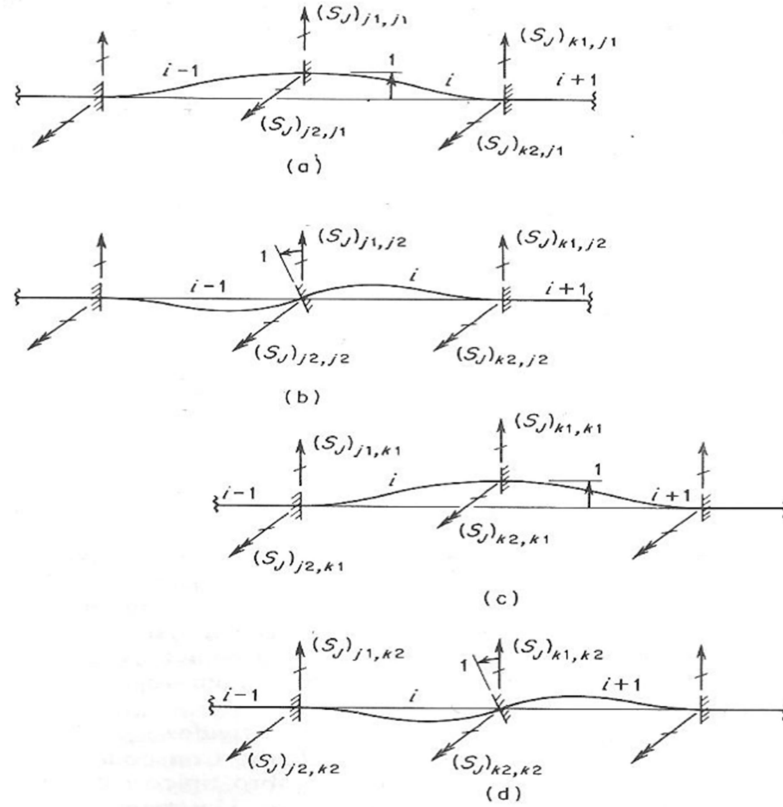
$$k1 = 2i + 1 \quad k2 = 2i + 2 \quad (52)$$

As equações acima servem para indexar os possíveis deslocamentos nodais nas extremidades esquerda e direita de qualquer membro “i” em termos quer de número de nós, quer dos números de membros. Este sistema se faz necessário para a construção da matriz de rigidez de nós a partir da matriz de rigidez de membro.

A matriz de rigidez global “S_j” se forma das contribuições das rigidezes de membros individuais.

Gere e Weaver (1987) sugere uma codificação para indexação dos membros e seus respectivos deslocamentos, conforme exemplifica na figura nº 30, onde aparece uma viga composta por três membros, membro “i”, “i – 1” e “i + 1”. A viga é mostrada com um deslocamento unitário correspondente a_{j1} ; ou seja, uma translação “y” na extremidade esquerda do membro. As quatro ações apresentadas nos nós “j” e “k” nas duas extremidades de membro “j” são os coeficientes de rigidez “S_j” e elementos da matriz de rigidez global. Cada rigidez terá dois índices subscritos como aparece na matriz de rigidez de nó. O primeiro índice subscrito é o número (ou índice) que demonstra a localização da própria ação, o segundo é o índice que o deslocamento unitário que causa a ação. Deste modo, a rigidez no nó “j” na direção “y” tem os índices subscritos “j1” e “j1”, o que significa que a ação correspondente a um deslocamento do tipo “j1”, está sendo causada por um deslocamento unitário do tipo “j1”.

Figura 30 - Rigidezes de nós para uma viga contínua



Fonte: Gere e Weaver (1987)

Segundo Donin (2009) utilizando o mesmo critério de indexação para a criação da matriz de rigidez global, propõe o algoritmo, conforme segue:

Para o grau de liberdade "J1" (na numeração prioritária) da barra "i"

$$SJ(J1, J1) = SJ(J1, J1) + SM^i(1, 1) = SJ(J1, J1) + S3^i \quad (53)$$

$$SJ(J2, J1) = SJ(J2, J1) + SM^i(2, 1) = SJ(J2, J1) + S2^i \quad (54)$$

$$SJ(K1, J1) = SJ(K1, J1) + SM^i(3, 1) = SJ(K1, J1) - S3^i \quad (55)$$

$$SJ(K2, J1) = SJ(K2, J1) + SM^i(4, 1) = SJ(K2, J1) + S2^i \quad (56)$$

Para o grau de liberdade "J2" (na numeração prioritária) da barra "i"

$$SJ(J1, J2) = SJ(J1, J2) + SM^i(1, 2) = SJ(J1, J2) + S2^i \quad (57)$$

$$SJ(J2, J2) = SJ(J2, J2) + SM^i(2, 2) = SJ(J2, J2) + S1^i \quad (58)$$

$$SJ(K1, J2) = SJ(K1, J2) + SM^i(3, 2) = SJ(K1, J2) - S2^i \quad (59)$$

$$SJ (K2, J2) = SJ (K2, J2) + SM^i (4, 2) = SJ (K2, J2) + S1^i/2 \quad (60)$$

Para o grau de liberdade “K1” (na numeração prioritária) da barra “i”

$$SJ (J1, K1) = SJ (J1, K1) + SM^i (1, 3) = SJ (J1, K1) - S3^i \quad (61)$$

$$SJ (J2, K1) = SJ (J2, K1) + SM^i (2, 3) = SJ (J2, K1) - S2^i \quad (62)$$

$$SJ (K1, K1) = SJ (K1, K1) + SM^i (3, 3) = SJ (K1, K1) + S3^i \quad (63)$$

$$SJ (K2, K1) = SJ (K2, K1) + SM^i (4, 3) = SJ (K2, K1) - S2^i \quad (64)$$

Para o grau de liberdade “K1” (na numeração prioritária) da barra “i”

$$SJ (J1, K2) = SJ (J1, K2) + SM^i (1, 4) = SJ (J1, K2) + S2^i \quad (65)$$

$$SJ (J2, K2) = SJ (J2, K2) + SM^i (2, 4) = SJ (J2, K2) + S1^i/2 \quad (66)$$

$$SJ (K1, K2) = SJ (K1, K2) + SM^i (3, 4) = SJ (K1, K2) - S2^i \quad (67)$$

$$SJ (K2, K2) = SJ (K2, K2) + SM^i (4, 4) = SJ (K2, K2) + S1^i \quad (68)$$

Assim, monta-se o algoritmo para cada barra, em seu nó inicial e final, com seus graus de liberdade, acumulando-se o valor da matriz SJ, particionando-se em quatro sub matrizes: S, SRD, SDR e SRR.

3.2 O carregamento da estrutura

Para as cargas o procedimento é o mesmo. O vetor “A” conterà todas as cargas aplicadas nos nós da estrutura. O vetor “RL” terá dimensão duas vezes o número de nós. Caso o grau de liberdade não tenha carga aplicada receberá o valor zero. Em seguida verifica-se cada membro (i) avaliando-se os vetores “AMLⁱ” (de dimensão 4x1), os quais com o sinal trocado serão devidamente colocados no vetor de cargas nodais equivalentes “AE” respeitado a numeração arbitrária. O vetor (AE) possui a mesma dimensão do vetor (RL).

Seguindo nosso exemplo, fig. nº40, os vetores possuem a seguinte configuração:

$$A = \{0, 0, 0, 0, -P, M\}^T \quad (69)$$

$$AE = \left\{ -\frac{qL}{2}, -\frac{qL^2}{12}, -qL, 0, -qL/2, -\frac{qL^2}{12} \right\}^T \quad (70)$$

Já o vetor AC irá ser a soma dos vetores A + AE, onde se utiliza o mesmo procedimento para vincular as cargas para as posições equivalentes da numeração prioritária, pois neste sistema de numeração realizam-se os cálculos e que a matriz de rigidez global foi montada. Passando-se por cada nó da estrutura, na numeração arbitrária e, por conseguinte por cada grau de liberdade do nó em questão (translação depois rotação) e avaliar:

Para a deslocabilidades J1 do nó J:

$$\text{Se } RL(J1) = 0 \text{ (livre)} \longrightarrow K = J1 - CRL(J1) \quad (71)$$

$$\text{Se } RL(J1) = 1 \text{ (vinculo)} \longrightarrow K = N + CRL(J1) \quad (72)$$

$$\text{E então: } AC(K) = A(J1) + AE(J1) \quad (73)$$

Para a deslocabilidades J2 do nó J:

$$\text{Se } RL(J2) = 0 \text{ (livre)} \longrightarrow K = J2 - CRL(J2) \quad (74)$$

$$\text{Se } RL(J2) = 1 \text{ (vinculo)} \longrightarrow K = N + CRL(J2) \quad (75)$$

E então: $AC(K) = A(J2) + AE(J2)$ e assim, para cada nó da estrutura. O vetor “AC” estará particionado em dois vetores “AC” e “- ARL”.

3.3 Sistemas de Equações

O vetor “AC” de tamanho N x 1 e a sub matriz “S”, de tamanho N x N, onde o “N” é o número de graus de liberdades livres da estrutura:

$$\underline{AC}_{N \times 1} = S_{N \times N} * D_{N \times 1} \quad (76)$$

Onde “D” contém os deslocamentos incógnitos no sistema de numeração prioritário. Obtendo os deslocamentos, as reações de apoio podem ser obtidas através de:

$$AR_{NR \times 1} = ARL_{NR \times 1} + SRD_{NR \times N} * D_{N \times 1} \quad (77)$$

O vetor “ARL” vem da parte inferior do vetor “AC”, com o sinal trocado, já montado e re-indexado, e a sub matriz “SRD” vem da matriz global da estrutura “SJ”. Os vetores “AR” e “D” terá dimensões de N + NR x1. Para o vetor “AR”, suas últimas “NR” posições serão ocupadas pela multiplicação anterior e suas N – NR posições

iniciais serão ocupadas por zeros, isto a fim de manter a numeração prioritária. Para o vetor “D”, as “N” primeiras posições serão ocupadas pelos valores encontrados na solução do sistema matricial e as “NR” posições seguintes ocupadas por zeros.

Os vetores “D” e “AR” serão re-indexados à numeração arbitrária a fim de que se obtenha os resultados no sistema original de numeração. Partindo-se do último deslocamento até o primeiro (JE=N+NR até 1, e partindo-se de JJ=N+1 e KK=N+NR+1), nota-se:

$$\text{Se RL (JE) = 1 (vinculo)} \rightarrow D(\text{JE}) = 0 \text{ e } KK=KK - 1 \text{ AR (JE)=AR (KK)} \quad (78)$$

$$\text{Se RL (JE) = 0 (livre)} \rightarrow JJ = JJ - 1 \text{ e } D(\text{JE}) = D (JJ) \text{ e } \text{AR (JE) = 0.} \quad (79)$$

E assim, obtém-se os deslocamentos e as reações na numeração arbitrária original.

3.4 Avaliações das Extremidades das Barras

Tendo o vetor “AMLⁱ” e as matrizes “SMⁱ” para cada barra, obtém-se facilmente as ações de extremidade. O vetor “Dⁱ” na verdade será um subvetor do vetor “D” de dimensão 4 x 1, o qual já está na numeração arbitrária. Então basta saber quais são os nós que compõe a barra i, para saber quais deslocamentos preencher o subvetor “Dⁱ”.

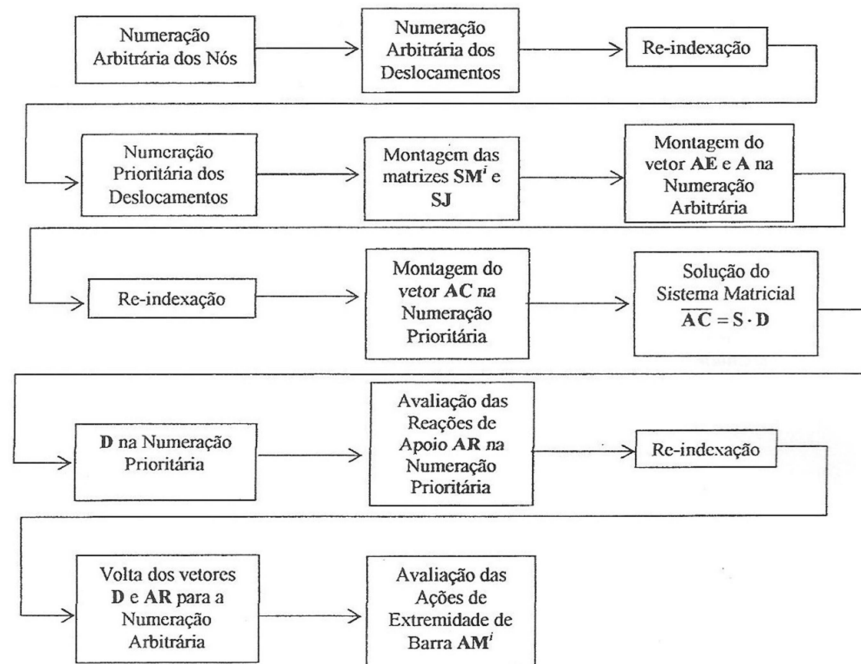
$$AM^i = AML^i + SM^i * D^i \quad (80)$$

Para uma barra com nó inicial “J” e “K”, os deslocamentos a serem incluídos no vetor “D” serão:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D(2J - 1) \\ D(2J) \\ D(2K - 1) \\ D(2K) \end{pmatrix} \quad (81)$$

Processo resumido de reindexação da solução matricial, conforme apresentamos na figura 31.

Figura 31 - Resumo reindexação



Fonte: Donin (2009)

A re-indexação é necessária para vincularmos os resultados na estrutura original, facilitando a interpretação dos mesmos.

4. RESOLUÇÃO DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Segundo Soriano (2006) os métodos de resolução de sistemas de equações algébricas lineares podem ser classificados em iterativos e diretos. Nos métodos iterativos, arbitra-se uma “solução tentativa”, para, por meio de aproximações sucessivas, chegar-se às soluções procuradas. Nos métodos diretos, têm-se algoritmos que fornecem diretamente a solução. Os primeiros são adequados quando da análise de estruturas com muitas centenas de milhares de equações. Contudo, na grande maioria das aplicações em análise de estruturas, métodos diretos se mostram mais eficientes.

Dentre os métodos de tratamento podemos citar: O Método de eliminação de Gauss, O Método de Crout e o Método de Cholesky, sendo este último o que melhor se adapta na mecânica computacional.

4.1 Método de eliminação de Gauss

Método mais utilizado para resolução de equações algébricas lineares em procedimento manual de cálculo, pois requer o menor número de operações aritméticas. É aplicável a qualquer sistema cuja matriz dos coeficientes seja quadrada não singular.

4.2 Método de Crout

Método onde a matriz é dividida em triangular superior U e triangular inferior L, com a diagonal unitária. Multiplicando-se “L” por “U”, fixa-se os elementos “L_{ii}” e depois os elementos “U_{ij}” na multiplicação $A = L * U$.

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (82)$$

4.3 Método de Cholesky

O Método de Cholesky (ou decomposição de Cholesky) foi assim denominada em homenagem a André-Louis Cholesky que estabeleceu que uma matriz simétrica e positiva definida pode ser decomposta em uma matriz triangular inferior/superior e sua transposta. A matriz triangular é o triângulo de Cholesky da matriz original. O

resultado de Cholesky pode ser estendido para matrizes com entradas complexas. Muito útil para a resolução de matrizes muito extensas.

Uma estrutura com “n” deslocabilidades, o sistema de equações a ser resolvido ficará assim:

$$S * D = A \quad (83)$$

“S” é a matriz de rigidez da estrutura (n x n), “A” é o vetor de cargas nodais (nx1) e “D” é o vetor de deslocamentos nodais incógnitos (n x 1) a ser avaliado.

Se a matriz “S” for positiva e simétrica, então ela poderá ser fatorada no produto entre uma matriz triangular inferior “L” por uma matriz triangular superior “U”. Assim,

$$S = L * U, \quad (84)$$

O sistema de equações anterior fica,

$$L * U * D = A \quad (85)$$

Multiplicando-se $U * D = B$, onde “B” é um vetor, tem-se:

$$L * B = A \quad (86)$$

Como “L” é uma matriz triangular inferior, fazendo-se substituições à vante, pode-se avaliar os valores do vetor “B”. Como a matriz “U” é triangular superior, fazendo-se retro substituições na equação matricial $U * D = B$ e utilizando o resultado anterior para “B”, pode-se avaliar o valor de “D” que era o nosso problema inicial. O método de Cholesky fatora a matriz “S” em partes superior e inferior simétricas, ou seja:

$S = C^T * C$, onde “C^T” é a matriz triangular inferior e “C” é a sua inversa.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & \dots & 0 \\ C_{21} & C_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ 0 & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \quad (87)$$

Assim:

O primeiro elemento da matriz triangular superior vem dado por $C_{11} = \sqrt{S_{11}}$; os outros elementos da primeira linha, ou seja $j = 2$ até “n”, vem dados por $C_{1j} = \frac{S_{1j}}{C_{11}}$; as linhas seguintes, avaliar primeiro $C_{11} = \sqrt{S_{11} - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ki}^2}$ e depois para $j > i$ avaliar a seguinte: $C_{ij} = \frac{1}{C_{ij}} (S_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ki} C_{kj})$;

Resolver o primeiro sistema equivalente ($C^T B = A$), por substituições à vante encontrar os valores do vetor “B”. O primeiro valor de “B” vem dado por $b_1 = \frac{a_1}{C_{11}}$ e os valores seguintes ($i > 1$) por $b_i = \frac{a_i - \sum_{k=1}^{i-1} C_{ki} b_k}{C_{ii}}$.

Resolver o segundo sistema equivalente ($CD = B$), onde por retro substituições encontrar os valores do vetor “D”. O ultimo valor de “D” vem dado por $d_n = \frac{b_n}{C_{nn}}$ e os valores anterior ($j < n$), vem dados por $d_i = \frac{b_i - \sum_{k=i+1}^n C_{ik} d_k}{C_{ij}}$.

5. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

5.1 Prelúdio

A proposta inicial foi desenvolver um programa de computador com a utilização de *softwares* de amplo conhecimento dos profissionais de engenharia, tais como: Autocad, Mathcad ou Excel, porém, devido a complexidade da mecânica estrutural, mais especificadamente do Método da Rigidez (Deslocamento), e da insuficiência de tutoriais disponíveis, optou-se pela programação em Visual Basic, utilizando a plataforma do Visual Studio.

5.2 Visual Studio

Para a programação do código em Visual Basic(VB) foi utilizado à plataforma do Visual Studio, da empresa Microsoft, codificação de melhor acesso e com ampla documentação disponível, facilitando assim, a sua elaboração.

A plataforma está disponível na internet, livre e gratuita para desenvolvedores individuais, projetos de código aberto, **pesquisas acadêmicas**, treinamento e pequenas equipes de profissionais, conforme disponibiliza o site: <https://www.visualstudio.com/products/visual-studio-community-vs>.

A codificação VB utilizada nesta plataforma é simples, sem a utilização de caracteres especiais, basicamente, no idioma Inglês, com o emprego direto de expressões, além de a própria plataforma auxiliar o programador avisando-o da incidência de erros ou programação equívoca e parâmetros insuficientes. Abaixo apresentamos uma codificação utilizada na programação VB:

```
Picturebox1.visible = True
```

Na expressão acima servirá de comando para o programa apresentar ao usuário a figura contida na caixa de desenho nº 1.

5.3 A Programação

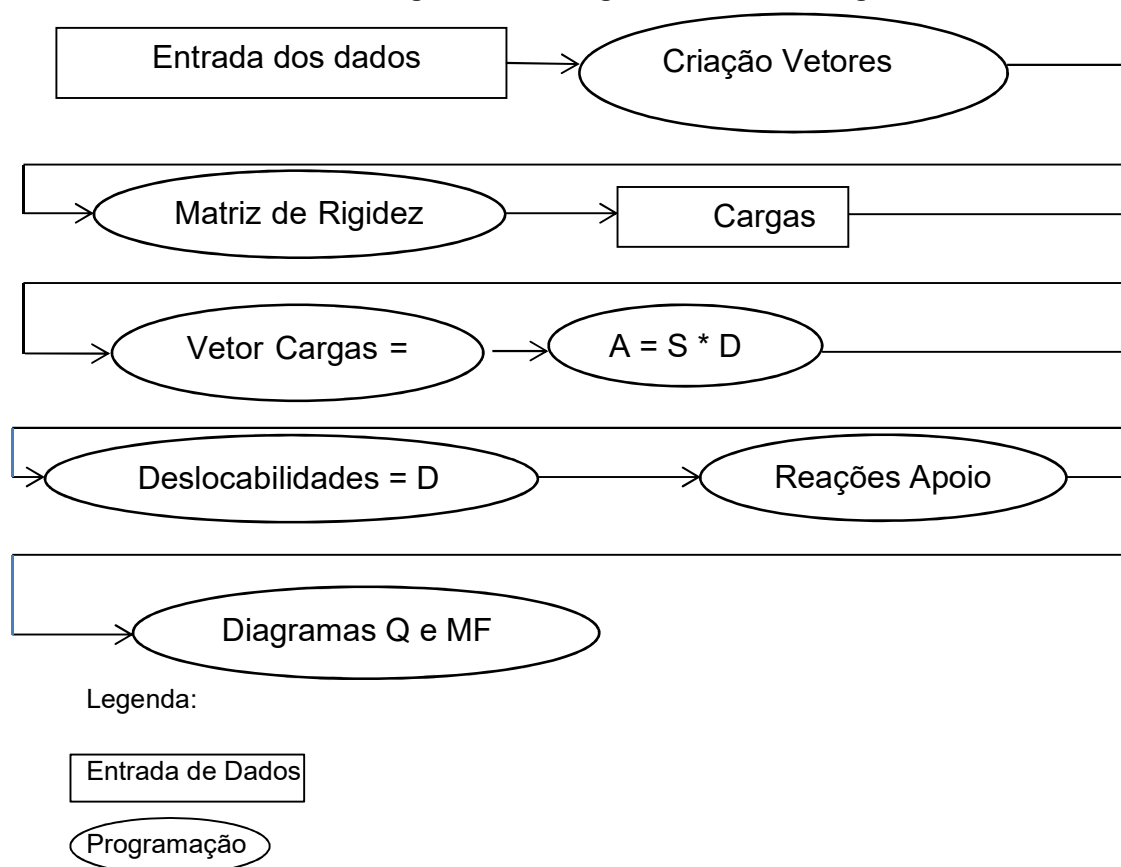
A programação do código obedecerá à rotina do Método da Rigidez, pesquisado e estudado, seguindo o fluxograma, conforme a figura 32, e se buscará uma programação que faça o programa não possuir limitações, e que tenha uma capacidade de interagir com o usuário de forma simples e eficaz.

O Visual Studio disponibiliza estruturas e dispositivos que auxiliam na programação. Neste programa foram utilizados: formulários(*Form*), caixas de textos(*TextBox*), listagens(*Datagridview*), botões de comando, caixas de checagem(*CheckBox*) e caixas de figuras (*Picture Box*).

A entrada de dados será solicitada pelo programa e ocorrerá via teclado, e sempre será digitado em caixas de textos ou listagens(*Datagridview*), ficando a utilização do “*mouse*” para os comandos de executar (botões), também, está ativa para esta programação a tecla de tabulação, que quando acionada mudará o cursor para o próximo campo a ser preenchido.

A mecânica envolvida durante os cálculos será apresentada ao usuário, e o programa sempre reagirá, demonstrando algum dado ou modificação, quando qualquer comando for executado, eliminando-se assim, qualquer dúvida por parte do usuário, se foi ou não executado o comando solicitado.

Figura 32 - Fluxograma Método da Rigidez



Fonte: Autor (2015)

5.4 O Desenvolvimento da Programação

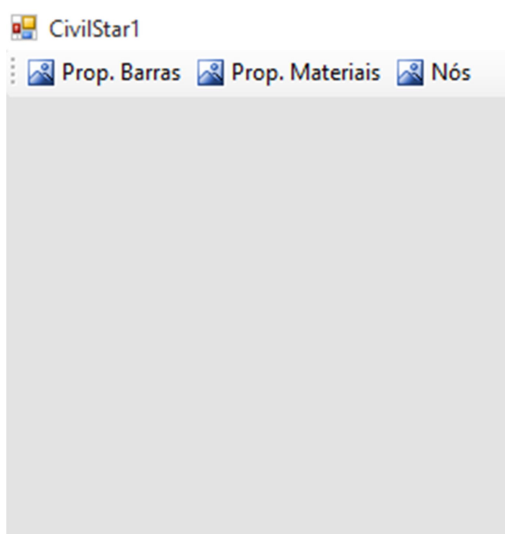
5.4.1 Pré-processamento

Na parte superior esquerda da tela do computador, serão apresentados os formulários de entrada de dados, sendo demonstrados conforme o desenvolvimento do cálculo. Uma vez acrescentado os dados solicitados, o formulário será encerrado e um novo formulário se inicia com a solicitação de novos dados, ou simplesmente, a solicitação de um novo comando. Os dados inseridos ficarão armazenados na memória *RAM - Random Access Memory*, aguardando os comandos para a sua utilização.

5.4.1.1 Propriedades da Barra

Os primeiros dados solicitados são: comprimento, altura e largura. O formulário para a entrada destes dados se iniciará quando for acionada a aba “Prop.Barras”, no canto superior esquerdo da tela, conforme a figura 33 abaixo:

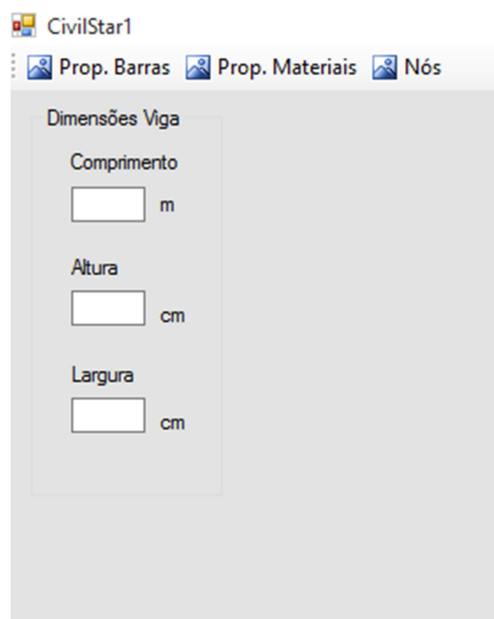
Figura 33 - Aba Prop. Barras



Fonte: Autor (2015)

Uma vez acionada a aba “Prop Barras” o formulário para a entrada dos dados de propriedade da barra irá aparecer e nele deverão ser digitados os valores do comprimento da barra, em metros, altura e largura da barra em centímetros, conforme apresentado na figura 34.

Figura 34 - Dados Prop. Barra

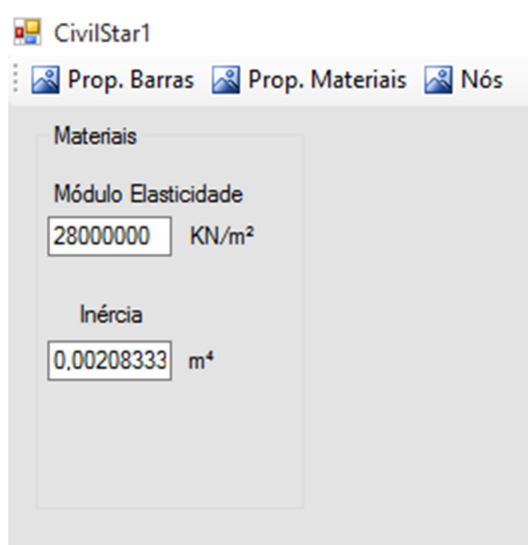


Fonte: Autor (2015)

5.4.1.2 Propriedade dos Materiais

Os próximos dados a serem inseridos na programação são o Momento de Inércia e o Módulo de Elasticidade. Para adicionar estes dados é necessário acionar a aba “Prop. Materiais”, conforme apresentado na figura 33. Na figura 35 é apresentado o formulário acionado pela aba.

Figura 35 - Formulário Prop. Materiais



Fonte: Autor (2015)

5.4.1.3 Nós da estrutura

Na sequência o programa irá solicitar a quantidade de nós da estrutura. Para a inserção deste dado o usuário deverá acionar a aba “Estrutura”, onde na sequência aparecerá o formulário. No formulário após a inserção do número de nós o usuário deverá clicar no botão “OK” ao lado, onde gerará uma estrutura do Visual Basic chamada de “*Datagridview*”, com o número de linhas destinadas a digitação das coordenadas em X de cada nó, conforme é apresentado nas figuras 36 a seguir:

Figura 36 - Aba Nós

Coordenada (X) dos Nós (m)	
1	0
2	
3	

Fonte: Autor (2015)

Para adicionar as linhas do “*Datagridview*” utilizamos um contador numérico (a), que verificará o número de nós, digitado na caixa de texto, e apresentará a numeração crescente de um até o número de nós, na primeira coluna, na figura 37 abaixo, demonstramos o código utilizado. A primeira coordenada (X) da barra foi atribuída a ela o valor zero, facilitando assim a digitação, as demais coordenadas deverão ser inseridas em metros(m), com a utilização de vírgula para a sub metragem.

Um dos objetivos principais deste trabalho é a programação de um “*software*” que não possua limitações, porém a estrutura “*Datagridview*” nos apresenta o primeiro fator limitante, pois a mesma só suporta 52 colunas por 52 linhas, o que limita ao cálculo de uma estrutura com apenas 25 nós. A ferramenta “*Datagridview*”

disponibiliza uma ligação com outro banco de dados fora, podendo ser o Excel ou Access. Esta ligação não foi realizada nesta programação por se tratar de uma pesquisa acadêmica.

Figura 37 - Código nº de Nós

```
Label2.Visible = True
DgvRL.Visible = True
BtnAplicar.Visible = True
BtnCancelar.Visible = True
BtnLimpar.Visible = True
Dim a As Byte
Coluna = 1
Linha = Val(Me.Txtnnos.Text)
Me.DgvRL.ColumnCount = Coluna
Me.DgvRL.RowCount = (Linha)
Me.DgvRL.RowHeadersWidth = 60
For a = 0 To Linha - 1
    Me.DgvRL.Rows(a).HeaderCell.Value = (a + 1).ToString
Next
Me.DgvRL.Item(0, 0).Value = 0
```

Fonte: Autor (2015)

Na sequência o usuário acionará o botão aplicar, que aparece abaixo do formulário, este formulário se encerrará e iniciará o formulário da região de contorno, conforme a figura 38.

Figura 38 - Formulário regiões de contorno

The image shows a software interface titled 'CivilStar1'. It has three tabs: 'Dimensões', 'Materiais', and 'Estrutura'. The 'Estrutura' tab is active, showing a 'Reações' (Reactions) section. This section contains three input fields: 'Nó' with the value '5', 'Translação' with the value '1', and 'Rotação' with the value '0'. To the right of these fields are three icons representing different types of supports: a triangle on a circle (labeled 'Livre'), a triangle on a fixed base (labeled 'Engastado'), and a triangle on a roller (labeled 'Apoiado'). Below these icons is an 'OK' button. At the bottom of the form are two buttons: 'Limpar' and 'Seguinte'.

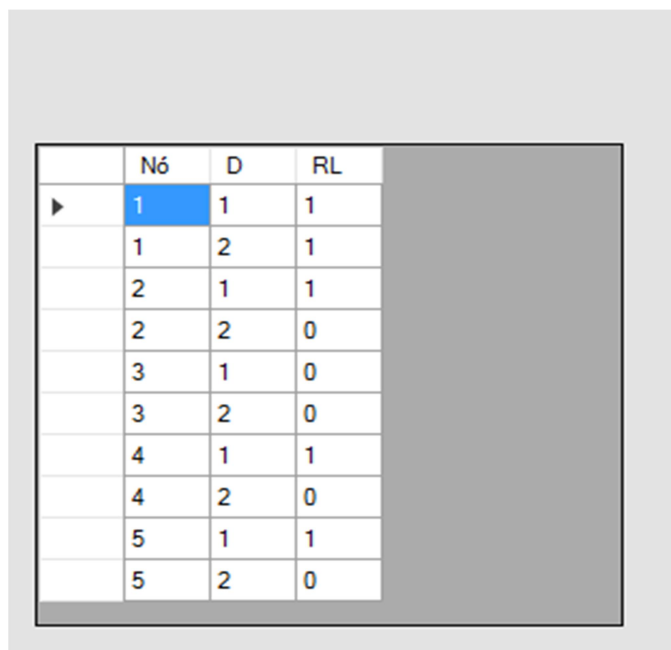
Fonte: Autor (2015)

Neste formulário se digita na caixa de texto o número do nó, e em seguida se escolhe o tipo de vinculação daquele nó. Na programação se disponibiliza quatro tipos de vinculação: apoiado livre, apoiado engastado, engastado e nó livre, seguido

do botão “OK”. Com este procedimento se montará os vetores “Nó”, “D” e “RL”. No vetor “Nó” constará a numeração dos nós. No vetor “D” está nomeado a deslocabilidades do nó, sendo “1” para translação e “2” para rotação e no vetor “RL” será preenchido com o tipo de engastamento, sendo “0” para livre e “1” para restringido, conforme a figura nº 39.

Conforme são criados os vetores, ao lado deste formulário o programa mostrará uma janela de visualização da estrutura com a sua forma, vinculação dos apoios e posteriormente os resultados. A codificação gráfica, representada na figura 40, apresenta também, a criação dos desenhos das vinculações nos apoios, sempre utilizando como parâmetro as coordenadas em “X” da estrutura,

Figura 39 - Datagriview Vetores



	Nó	D	RL
►	1	1	1
	1	2	1
	2	1	1
	2	2	0
	3	1	0
	3	2	0
	4	1	1
	4	2	0
	5	1	1
	5	2	0

Fonte: Autor (2015)

Na programação dos vetores acima, foi necessário à criação de uma matriz virtual, designada de “D1” e a utilização de quatro contadores “i”, “b”, “c” e “r”, também, se efetuou a programação para o cursor do “mouse” sempre retornar para a caixa de texto da numeração dos nós e as demais caixas de texto serão limpas.

Figura 40 - Codificação gráfica

```
g = PictureBox1.CreateGraphics
'ga = PictureBox2.CreateGraphics
comp = (TxtReação1.Text)
a99 = Me.DgvRL.Item(0, (comp - 1)).Value = a99
a88 = Me.DgvRL.Item(0, (comp - 1)).Value = a99
g1 = DgvRL.Item(0, (comp - 1)).Value
Label25.Text = g1
a = (g1 * 100)
alt = (TextBox8.Text)
Dim p As New Pen(Color.White, 3)
Dim p2 As New Pen(Color.White, 8)
g3 = ((alt / 2) + 200)
g4 = (200 + alt)
'g.DrawLine(p, (a + 50), -300, (a + 50), 300)
g.DrawLine(p, (a + 50), (g3), (a + 65), (g4))
g.DrawLine(p, (a + 50), (g3), (a + 35), (g4))
g.DrawLine(p, (a + 35), (g4), (a + 65), (g4))
g.DrawLine(p2, (a + 33), (g4 + 4), (a + 67), (g4 + 4))
'ga.DrawLine(p, (a + 50), (g3), (a + 65), (g4))
'ga.DrawLine(p, (a + 50), (g3), (a + 35), (g4))
'ga.DrawLine(p, (a + 35), (g4), (a + 65), (g4))
'ga.DrawLine(p2, (a + 33), (g4 + 4), (a + 67), (g4 + 4))
```

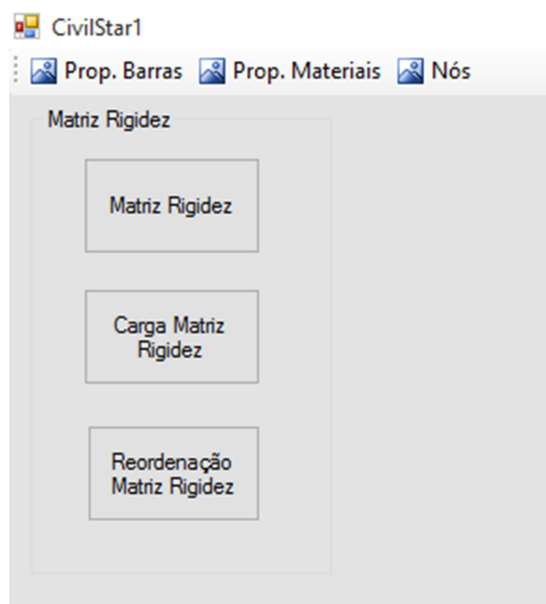
Fonte: Autor (2015)

5.4.2 Processamento

Constrói-se a estrutura utilizando os mecanismos do programa, com a sequência de nós sempre da esquerda para a direita, o que irá gerar uma numeração arbitrária dos nós. Esta numeração deverá ser reordenada para a numeração prioritária, a fim de podermos utilizar o algoritmo de Gere e Weaver (1987), onde a numeração prioritária reordenará a matriz de rigidez global da estrutura, facilitando o cálculo dos deslocamentos e das reações nos apoios.

Ao acionar o botão “Seguinte” no formulário da região de contorno, o programa estará criando no “*Datagridview*” os vetores “CRL” e “Nº Priorit” (numeração prioritária), além do surgimento do formulário que possuirá três botões: o primeiro botão gera-se a matriz de rigidez global da estrutura, num novo “*Datagridview*”, ao lado do já existente; o segundo botão substitui todos os valores apresentados na matriz de rigidez global, este procedimento foi chamado de “Carga Matriz de Rigidez”. O terceiro botão irá reordenar a matriz de rigidez global da estrutura utilizando para isto, os vetores “RL”, “CRL” e “NºPriorit”, conforme a figura nº 41.

Figura 41 - Formulário Matriz



Fonte: Autor (2015)

O procedimento para a criação do vetor “CRL” é o estudado anteriormente, ou seja, soma-se o termo do vetor “RL” com o termo anterior do vetor “CRL”. Na codificação a solução encontrada é apresentada na figura nº 42.

Figura 42 - Código vetor CRL

```
t = 1
G = (Linha)
Do While (t <= (G * 2) - 1)
    DgvReações1.Item(3, t).Value = DgvReações1.Item(3, t - 1).Value + DgvReações1.Item(2, t).Value
    t = t + 1
Loop
```

Fonte: Autor (2015)

A numeração prioritária foi criada com a análise do vetor “RL”, se o vetor “RL” tiver o valor “1”, ou seja, restringido, deverá ser somado o numero de graus de liberdade livre da estrutura mais o valor do vetor “CRL”, se o vetor “RL” tiver o valor “0”, ou seja, livre, deveremos pegar a sua posição, no “*Datagridview*” e diminuir do valor do vetor “CRL”. A codificação para a solução deste algoritmo esta demonstrada na figura nº 43.

Figura 43 - Código Prioritária

```
h = ((2 * Txtnnos.Text) - N)
w = 0
Do While (w <= (G * 2) - 1)
    If DgvReações1.Item(2, w).Value = 0 Then
        DgvReações1.Item(4, w).Value = (w + 1) - (DgvReações1.Item(3, w).Value)
    ElseIf DgvReações1.Item(2, w).Value = 1 Then
        DgvReações1.Item(4, w).Value = DgvReações1.Item(3, w).Value + (h)
    End If
    w = w + 1
    t = t + 1
Loop
w = w + 1
t = t + 1
```

Fonte: Autor (2015)

A codificação para a criação da matriz de rigidez da estrutura reordenada, esta apresentada da figura nº 56. Para reordenar a matriz de rigidez empregamos três numeradores, “n”, “r” e “m” e o limite dos numerados foi a variável “w2” que significa o número de nós multiplicado por dois.

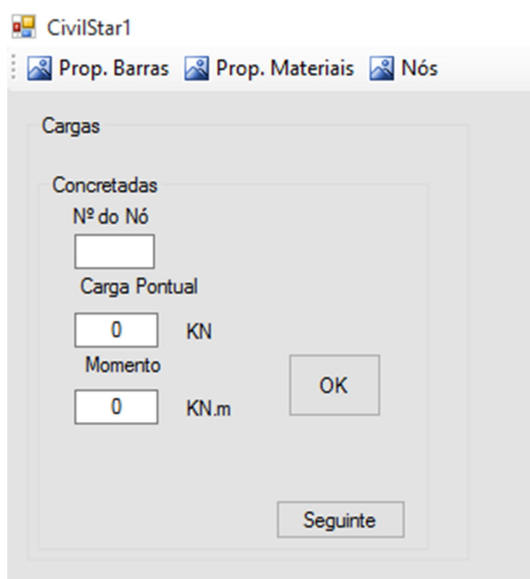
Figura 44 - Código Reordenação Matriz

```
n = 0
r = 0
m = 0
Do While r <= w2
    m = 0
    Do While m <= w2
        n = 0
        Do While n <= w2
            DgvRig3.Item(DgvReações1.Item(4, n).Value, DgvReações1.Item(4, r).Value).Value = DgvSJI.Item(m, n).Value
            n = n + 1
        Loop
        r = r + 1
        m = m + 1
        n = n + 1
    Loop
    m = m + 1
    n = n + 1
    r = r + 1
Loop
r = r + 1
m = m + 1
n = n + 1
```

Fonte: Autor (2015)

Com o acionamento do botão “Reordenação Matriz Rigidez” o próximo formulário que aparecerá será o de cargas concentradas, conforme a figura nº 45. Neste formulário digita-se o número do nó onde se encontra a carga concentrada, na sequência digitará o valor da carga, observando o sentido da carga, se for para baixo seu valor deverá ser digitado com o sinal negativo, e se for carga pontual de momento, o sentido anti-horário deverá ser positivo.

Figura 45 - Cargas Concentradas



Fonte: Autor (2015)

Para cada nó digitado com as suas respectivas cargas procede-se o acionamento do botão “OK” ao lado; ao término aciona-se o botão “Seguinte”, onde desaparecerá este formulário e surgirá o formulário para as cargas concentradas, e também, aparecerá o vetor “A” ao lado da matriz de rigidez global, que compõem as cargas concentradas. O nó que não possuir cargas o programa completará com o número zero (0).

Na programação de criação do vetor de cargas concentradas foi necessário à criação de dois novos vetores, que ficarão ocultos na programação, porém, a sua criação se fez necessária a fim de se posicionar as cargas devidamente em suas posições(nós). Na figura 46 apresentamos a codificação da solução empregada, onde aparece a condição “*if... then... end if*” que significa “se....então....fim”. Foi utilizado um único contador “a” para os dois vetores. A condição “se....então....fim” é

que posiciona as cargas dentro do vetor “A”, no momento em que é acionado o botão “Seguinte” na parte de baixo do formulário.

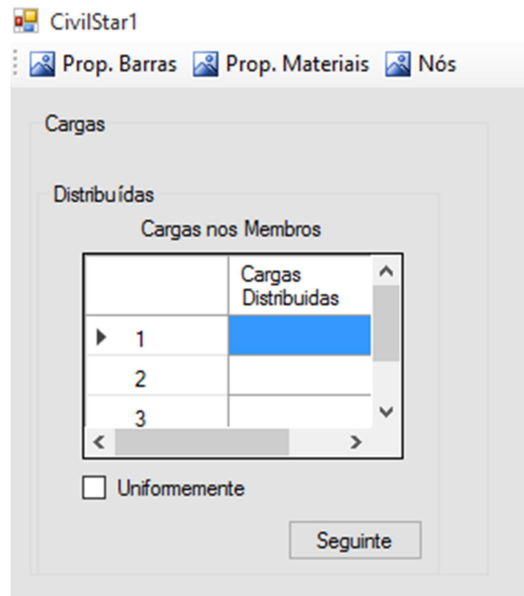
Figura 46 - Programação Cargas Concentradas

```
For Each linha As DataGridViewRow In DgvCargas.Rows
    a = 0
    Do While a <= (0)
        If linha.Cells(a).Value.ToString = "1" Then
            linha.Cells(a).Value = 0
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "2" Then
            linha.Cells(a).Value = 2
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "3" Then
            linha.Cells(a).Value = 4
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "4" Then
            linha.Cells(a).Value = 6
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "5" Then
            linha.Cells(a).Value = 8
        End If
        a = a + 1
    Loop
Next
For Each linha As DataGridViewRow In DgvCargas2.Rows
    a = 0
    Do While a <= (0)
        If linha.Cells(a).Value.ToString = "1" Then
            linha.Cells(a).Value = 1
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "2" Then
            linha.Cells(a).Value = 3
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "3" Then
            linha.Cells(a).Value = 5
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "4" Then
            linha.Cells(a).Value = 7
        ElseIf linha.Cells(a).Value.ToString = "5" Then
            linha.Cells(a).Value = 9
        End If
        a = a + 1
    Loop
Next
```

Fonte: Autor (2015)

O acionamento do botão “Seguinte” comandará o aparecimento do formulário das cargas distribuídas, conforme a figura nº 47, onde existe um dispositivo “*Datagridview*” com o número de linhas correspondente ao número de membros da estrutura, nestas linhas, deverão ser digitadas as cargas distribuídas. Após procedese o acionamento do botão “Seguinte”, que fechará este formulário e abrirá o formulário para comando e criação dos vetores de cargas.

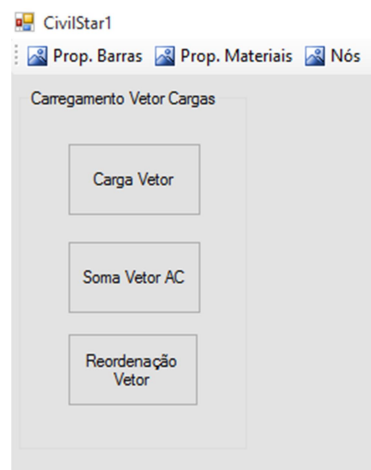
Figura 47 - Cargas Distribuídas



Fonte: Autor (2015)

O formulário para a criação do vetor de cargas, conforme figura 48, possuirá três botões de comando. O primeiro botão nomeado “Carga Vetor”, substituirá os valores do vetor “AE” que aparece, à direita do vetor “A”. O segundo botão “Soma Vetor AC” é o comando de criação do vetor “AC”, que é a soma dos vetores “A” e “AE”. E finalmente o terceiro botão “Reordenação do Vetor” que é o comando para passar da numeração arbitrária para a prioritária o vetor “AC”, a fim de posicionar o vetor para as operações com a matriz de rigidez global da estrutura. Na figura nº 49 mostramos os vetores das cargas distribuídas

Figura 48 - Criação Vetor de Cargas



Fonte: Autor (2015)

Figura 49 - Vetor "AE" sem cargas

	A		AE
▶	0	▶	$+q1L1/2$
	0		$+q1L1^2/12$
	0		$+q1L1/2$
	0		$-q1L1^2/12$

Fonte: Autor (2015)

Com o acionamento do botão “Reordenação Vetor” aparecerá o formulário com os comandos de geração das sub-matrizes, fatoração de Cholesky e Deslocamentos.

O botão “Sub Matriz” divide a matriz de rigidez global da estrutura em duas matrizes, a primeira matriz terá as dimensões conforme os números de deslocabilidades livres, por exemplo: se a estrutura tiver quatro deslocabilidades livres, a matriz possuirá uma dimensão de 4 colunas e 4 linhas (4 x 4). Na segunda matriz o número de colunas será correspondente ao número de deslocabilidades livres e o número de linhas será constituído pelas linhas restantes, excluindo o número de linhas correspondente as deslocabilidades livres, por exemplo: Uma estrutura com cinco nós, possuirá uma matriz global de rigidez com 10 colunas e 10 linhas, simétrica. Se nesta estrutura tivermos 4 deslocabilidades livres, a segunda matriz ficará com as dimensões de 4 colunas e 6 linhas. Na figura 50 apresenta-se a matriz de rigidez global.

Figura 50 - Matriz Rigidez Total

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	233333...	58333...	0	0	87499...	58333...	0	-87499...	0	0
	58333...	233333...	58333...	0	0	0	87499...	0	-87499...	0
	0	58333...	233333...	58333...	0	0	0	87499...	0	-87499...
	0	0	58333...	145833...	0	0	0	0	87499...	191397...
	87499...	0	0	0	87499...	87499...	-87499...	0	0	0
	58333...	0	0	0	87499...	116666...	-87499...	0	0	0
	0	87499...	0	0	-87499...	-87499...	174999...	-87499...	0	0
	-87499...	0	87499...	0	0	0	-87499...	174999...	-87499...	0
	0	-87499...	0	87499...	0	0	0	-87499...	174999...	-87499...
	0	0	-87499...	191397...	0	0	0	0	-87499...	669921...

Fonte: Autor (2015)

No acionamento do botão “Sub Matriz” também se divide o vetor “AC” e criamos dois vetores: o vetor “AC(barra)” e o vetor “ARL”. O vetor “AC(barra)” possuirá o número de linhas igual ao número de deslocabilidades livres e utiliza-se no cálculo dos deslocamentos e o vetor “ARL” irá ter o mesmo número de linhas da segunda sub matriz e será utilizado no cálculo das reações de apoio. Na figura nº 52 demonstramos os vetores “AC(barra)” e o vetor “ARL”.

	233333,333296	58333,333324	0	0
	58333,333324	233333,333296	58333,333324	0
	0	58333,333324	233333,333296	58333,333324
	0	0	58333,333324	145833,33331

	87499,999986	0	0	0
	58333,333324	0	0	0
	0	87499,999986	0	0
	-87499,999986	0	87499,999986	0
	0	-87499,999986	0	87499,999986
	0	0	-87499,999986	1913974999,387...

Figura 52 - Vetores "AC Barra" e "ARL"

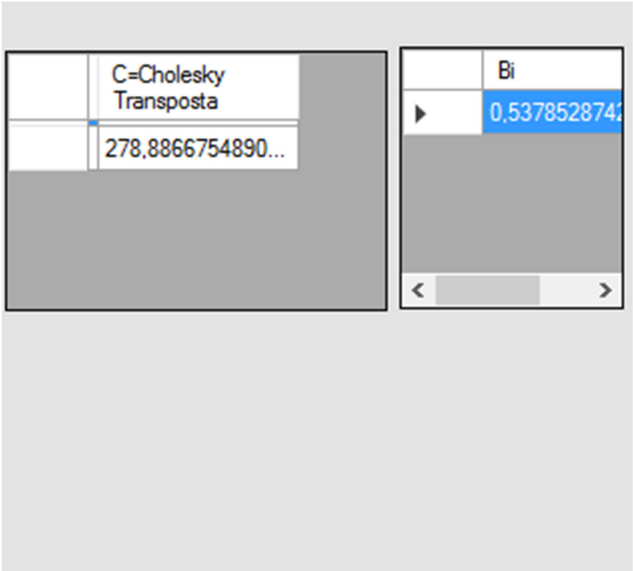
	AC
	150
	-300
	-150
*	-300
< >	

	AC barra
	150
< >	
	ARL
	-300
	-150
	-300
< >	

No botão “Fatoração Cholesky” o programa cria a matriz “C”, cuja a sua transposta “ C^T ” será utilizada no sistema $C^T \cdot B = A$, onde “B” é um vetor e “A” é o vetor

de cargas. O programa também apresentará a matriz " C^T " e o vetor "B", conforme é apresentado na figura nº 53.

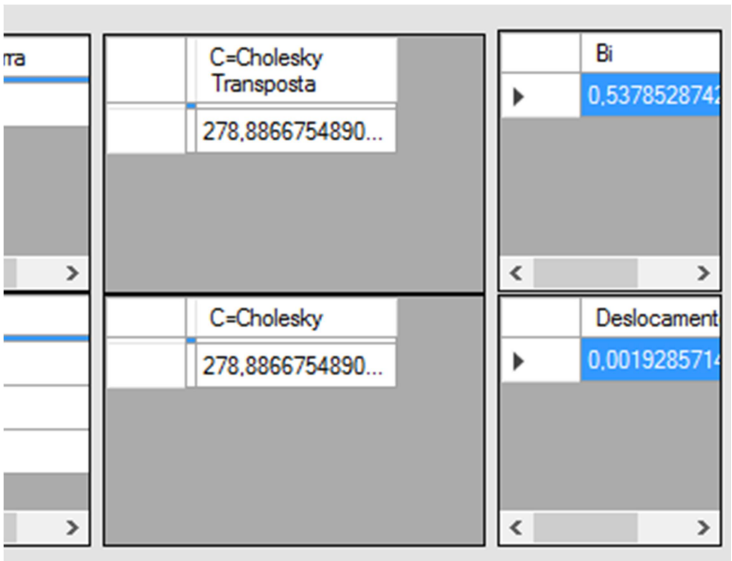
Figura 53 - Matriz " C^T " e Vetor "B"



Fonte: Autor (2015)

Com a obtenção do vetor "B", aplica-se no sistema $C \cdot D = B$ e obtém-se os deslocamentos ao acionarmos o botão deslocamento. O programa apresentará a matriz "C" e vetor "D" que representa o valor dos deslocamentos, figura nº 54.

Figura 54 - Matriz "C" e Vetor "D"



Fonte: Autor (2015)

A codificação para a obtenção da matriz “C^T” e também o vetor “B” está apresentada na figura nº 55.

Figura 55 - "C^T" e Vetor "B"

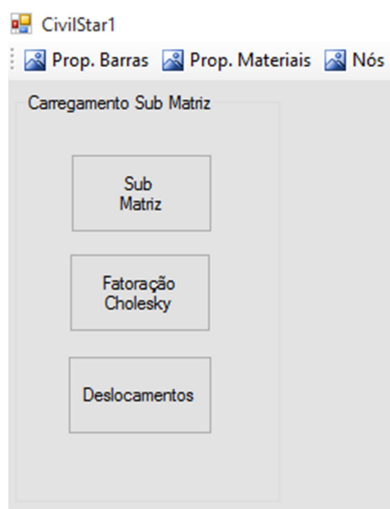
```
'Metodo de Choleski
If mx = 1 Then
    'Ct*B=AC'
    Dgvtransposta1.Item(1, 1).Value = (DgvSubMatriz1.Item(1, 1).Value) ^ 0.5
    DgvB.Item(0, 0).Value = DgvD.Item(0, 1).Value / Dgvtransposta1.Item(1, 1).Value
ElseIf mx = 2 Then
    'Ct*B=AC'
    Dgvtransposta1.Item(1, 1).Value = (DgvSubMatriz1.Item(1, 1).Value) ^ 0.5
    Dgvtransposta1.Item(1, 2).Value = (DgvSubMatriz1.Item(1, 2).Value) / (Dgvtransposta1.Item(1, 1).Value)
    Dgvtransposta1.Item(2, 2).Value = ((DgvSubMatriz1.Item(2, 2).Value) - (Dgvtransposta1.Item(1, 2).Value) ^ 2) ^ 0.5
    DgvB.Item(0, 0).Value = DgvD.Item(0, 1).Value / Dgvtransposta1.Item(1, 1).Value
    DgvB.Item(0, 1).Value = (DgvD.Item(0, 2).Value - DgvB.Item(0, 0).Value * Dgvtransposta1.Item(1, 2).Value) / (Dgvtransposta1.Item(2, 2).Value)
ElseIf mx = 3 Then
```

Fonte: Autor (2015)

O próximo comando a ser executado é o para o cálculo das reações dos apoios, e o botão a ser acionado é o “Reações Apoio”. O comando soma o vetor “ARL” com a multiplicação da matriz “SRD” pelo vetor “D” e devolve o valor das reações na numeração prioritária em um “*Datagridview*”. Na sequência aciona-se o botão “Unificação Vetor” que comandará a unificação dos vetores “D” a “AR”, ainda na numeração prioritária.

Encerrando as etapas do cálculo, aciona-se o botão “Numeração Arbitrária Vetor” que é o comando que reposiciona os vetores “D” e “AR” que estão na numeração prioritária para a numeração arbitrária. O resultado é apresentado num “*Datagridview*”, com a numeração dos nós e ao lado o seu valor processado. A figura nº 56 mostra os formulários com os botões.

Figura 56 - Botões Sub Matriz, Choleski, Deslocamentos



Fonte: Autor (2015)

O algoritmo utilizado para mudar a unificação dos vetores “AR” e “D” da numeração prioritária para a numeração arbitrária, foi recolocado o valor do vetor na nova posição com a utilização do vetor “NºPriorit”, cujo valor será a posição arbitrária.

A figura nº 57 nos mostra a codificação do algoritmo utilizado na transformação das numerações prioritária e arbitrárias.

Na criação deste algoritmo também foi utilizado um contador “a10” que irá de zero até o dobro número de nós menos um e o contador “mx” que é a variável de representação do número de deslocabilidades livres.

Figura 57 - Retorno numeração arbitrária

```
a10 = 0
Do While a10 <= ((Txtnnos.Text * 2) - 1)
    DgvArbitraria10.Item(0, a10).Value = (a10 + 1)
    a10 = a10 + 1
Loop
If mx = 1 Then
    DgvArbitraria10.Item(1, 0).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 0).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 1).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 1).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 2).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 2).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 3).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 3).Value).Value
ElseIf mx = 2 Then
    DgvArbitraria10.Item(1, 0).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 0).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 1).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 1).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 2).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 2).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 3).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 3).Value).Value
ElseIf mx = 3 Then
    DgvArbitraria10.Item(1, 0).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 0).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 1).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 1).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 2).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 2).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 3).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 3).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 4).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 4).Value).Value
    DgvArbitraria10.Item(1, 5).Value = DgvArbitraria.Item(0, DgvReacoes1.Item(4, 5).Value).Value
```

Fonte: Autor (2015)

5.4.3 Pós-processamento

5.4.3.1 Apresentação dos resultados

Na apresentação dos resultados, na caixa de visualização, os valores obtidos com o processamento serão distribuídos nos seus respectivos nós (numeração arbitrária) e a programação utilizada para esta representação esta apresentada na figura nº 58.

Figura 58 - Código Resultados

```
'g = PictureBox1.CreateGraphics
g1 = PictureBox1.CreateGraphics
comp = ((TextBox7.Text) * 100)
alt = (TextBox8.Text / 100)
Dim p As New Pen(Color.Red, alt)
Dim p2 As New Pen(Color.White, alt)
'g.DrawLine(p, 50, 200, (comp + 50), 200)
'g1.DrawLine(p, 50, 200, (comp + 50), 200)
g1.DrawLine(p, 50, 200, 50, 100)
g1.DrawString(DgvArbitraria10.Item(1, 0).Value, font:=Font, brush:=Brushes.Black, x:=55, y:=100)
g1.DrawLine(p, 50, 200, 20, 250)
g1.DrawString(DgvArbitraria10.Item(1, 1).Value, font:=Font, brush:=Brushes.Black, x:=25, y:=250)
g1.DrawLine(p, (comp + 50), 200, (comp + 50), 100)
g1.DrawString(DgvArbitraria10.Item(1, 2).Value, font:=Font, brush:=Brushes.Black, x:=(comp + 60), y:=100)
'g.DrawLine(p2, 50, 300, (comp), 300)
```

Fonte: Autor (2015)

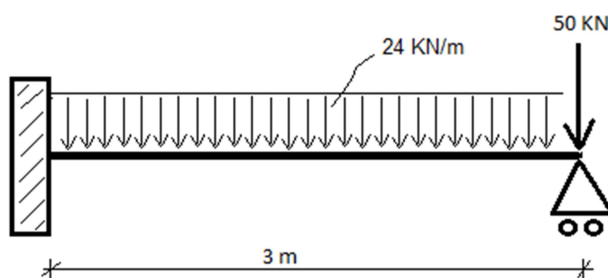
A fonte para a apresentação dos resultados terá a cor preta, e as linhas que apontam a localização dos resultados, serão apresentadas na coloração vermelha.

6. APLICAÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados obtidos com a utilização do programa desenvolvidos foram comparados com o programa educacional Ftool – Two Dimensional Frame Analysis Tool da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro- PUC e com o método matricial clássico.

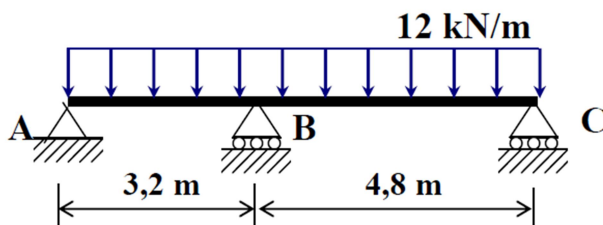
Nas figuras nºs 59 e 60 apresentamos as estruturas testadas e comparadas.

Figura 59 – Viga Teste nº1



Fonte: Autor (2015)

Figura 60 - Viga Teste nº 2



Fonte: Autor (2015)

6.1 Viga Teste nº1

A viga teste possui dois nós, com engastamento no primeiro nó e apoio no segundo nó. A distância do vão é de 3 metros. A seção da viga é de 50 cm de altura e 20 cm de largura. A estrutura possui um carregamento distribuído de 24 kN/m em toda a sua extensão e um carga pontual localizada no segundo nó, vide figura nº 59.

6.1.1 Ftool viga nº1

O programa Ftool após ter calculado a estrutura apresentou os seguintes resultados:

Reações no primeiro nó

Translação: 45 kN

Rotação: 27 kN.m

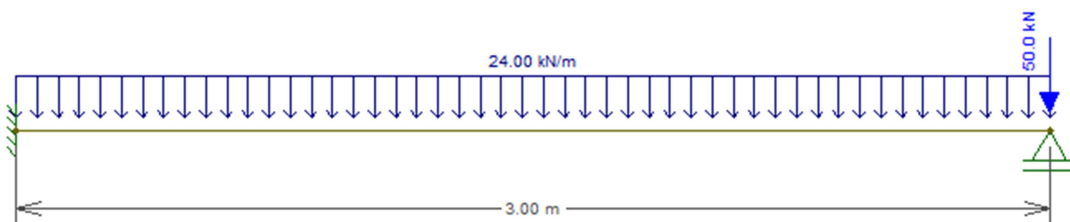
Reações no segundo nó

Translação: 77 kN

Rotação: 0,0002592 radianos.

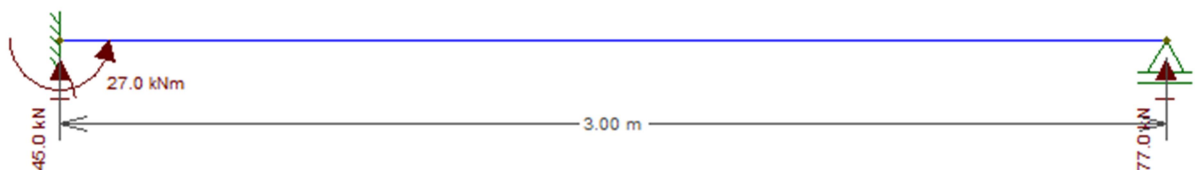
A figura nº 61 apresenta a viga carregada no programa Ftool, e a figura nº 62 os resultados.

Figura 61 - Viga Ftool



Fonte: Obtido no Ftool (2015)

Figura 62 - Resultados Ftool viga 1

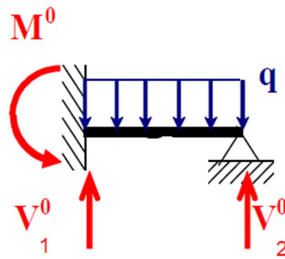


Fonte: Obtido no Ftool (2015)

6.1.2 Método Clássico viga nº1

No método clássico realizaremos os cálculos da estrutura de forma convencional, conforme figura nº 63 e o desenvolvimento abaixo:

Figura 63 - Método Clássico



Fonte: Autor (2015)

Desenvolvimento do cálculo:

$$M^0 = qL^2/8 = (24 \cdot 3^2)/8 = 27 \text{ KN} \quad (88)$$

$$V_1^0 = 5qL/8 = 5 \cdot (24 \cdot 3)/8 = 45 \text{ KN} \quad (89)$$

$$V_2^0 = 3qL/8 = 3 \cdot (24 \cdot 3)/8 = 27 \text{ KN} \quad (90)$$

Cálculos das reações nos apoios:

Reações no primeiro nó

Translação: 45 KN

Rotação: 27 KN

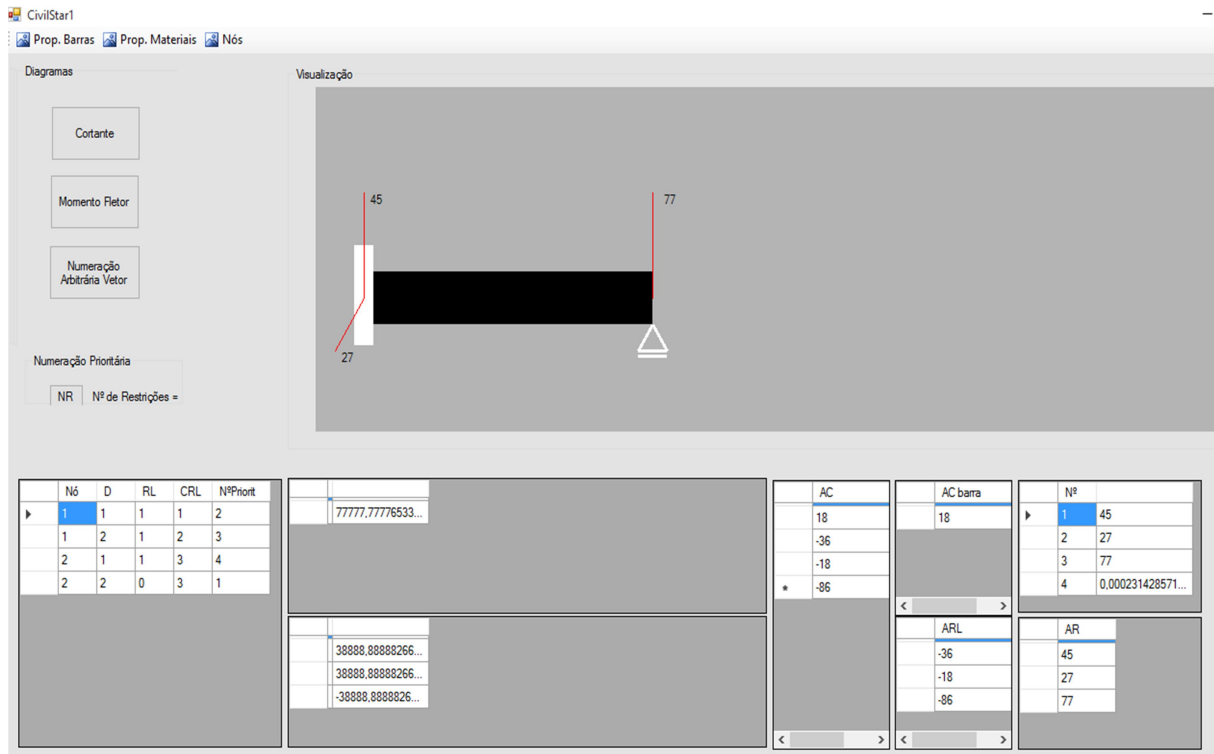
Reações no segundo nó

Translação: 27 + 50 = 77 KN

6.1.3 Programa desenvolvido viga nº1

O programa desenvolvido para esta viga apresentou os resultados, conforme a figura 64, onde os valores não apresentaram significativas diferenças.

Figura 64 - Resultado programa



Fonte: Autor (2015)

Resultados apresentados pela programação:

Reações no primeiro nó

Translação: 45 KN

Rotação: 27 KN

Reações no segundo nó

Translação: 77 KN

Rotação: 0,0002314 radianos.

Os resultados obtidos para a viga teste nº1, no Método Clássico, Ftool e o programa proposto não apresentaram diferenças.

6.2 Viga Teste nº2

A viga teste nº2 possui três nós, o segundo e o terceiro nós são apoiados livres na direção “X” e o primeiro nó é apoiado e restringido na direção “X”. A distância do primeiro vão é de 3,2 metros e a do segundo vão é de 4,8 metros. A seção da viga é de 50 cm de altura e 20 cm de largura. A estrutura possui um carregamento distribuído de 24 KN/m em toda a sua extensão, vide figura nº 59.

6.2.1 Ftool viga nº2

O programa Ftool após ter calculado a estrutura apresentou os seguintes resultados:

Reações no primeiro nó

Translação: 10,8 KN

Reações no segundo nó

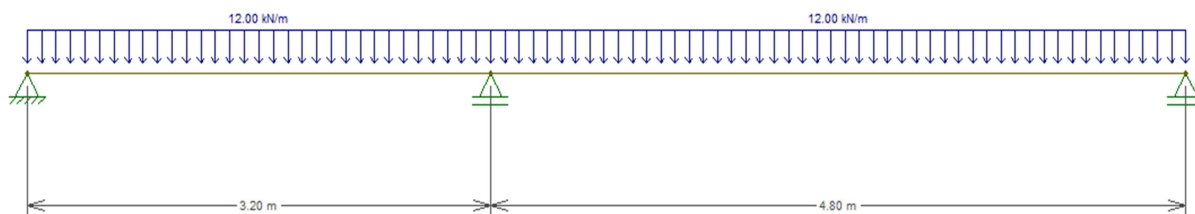
Translação: 62,0 KN

Reações no terceiro nó

Translação: 23,2 KN

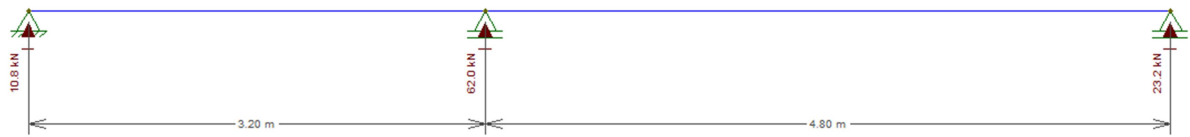
A figura nº 65 apresenta a viga carregada no programa Ftool, e a figura nº 66 os resultados.

Figura 65 - Viga Teste nº2 Ftool



Fonte: Obtido no Ftool (2015)

Figura 66 - Resultados Ftool viga 2

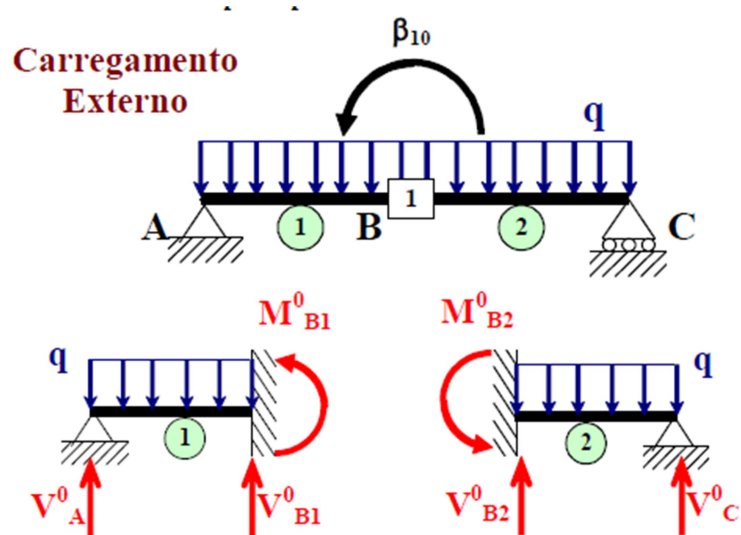


Fonte: Obtido no Ftool (2015)

6.2.2 Método Clássico viga nº 2

No método clássico realizaremos os cálculos da estrutura de forma convencional, conforme figuras nº 67, 68 e 69.

Figura 67 - Método Clássico



Fonte: Anhanguera-Uniderp (2015)

Barra 1:

$$M^0_{B1} = -qL_1^2/8 = -15,36 \quad (91)$$

$$V^0_A = 3qL_1/8 = 14,4 \quad (92)$$

$$V^0_{B1} = 5qL_1/8 = 24,4 \quad (93)$$

Barra 2:

$$M^0_{B2} = qL_2^2/8 = 34,56 \quad (94)$$

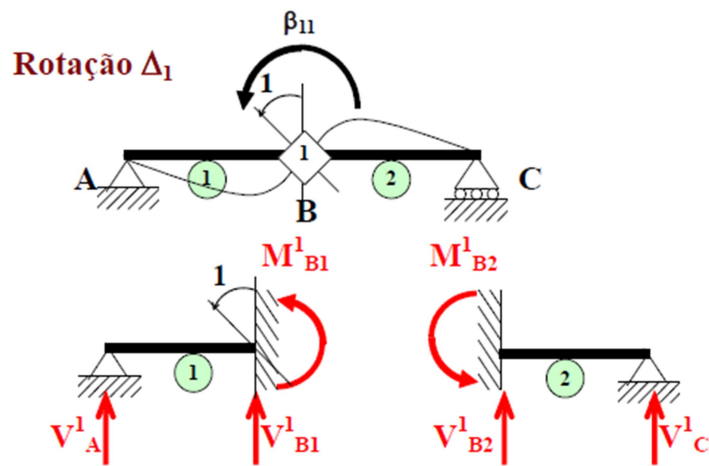
$$V^0_{B2} = 5qL_2/8 = 36,0 \quad (95)$$

$$V_C^0 = 3qL_2/8 = 21,6 \quad (96)$$

Tem-se então:

$$\beta_{10} = M_{B1}^0 + M_{B2}^0 = -15,36 + 34,56 = 19,2 \quad (97)$$

Figura 68 – Continuação cálculo Viga 2



Fonte: Anhanguera-Uniderp (2015)

Barra 1:

$$M_{B1}^1 = 3EI/L_1 = 0,9375 EI \quad (98)$$

$$V_A^1 = 3EI/L_1^2 = 0,293 EI \quad (99)$$

$$V_{B1}^1 = -3EI/L_1^2 = -0,293 EI \quad (100)$$

Barra 2:

$$M_{B2}^1 = 3EI/L_2 = 0,625 EI \quad (101)$$

$$V_{B2}^1 = 3EI/L_2^2 = 0,130 EI \quad (102)$$

$$V_C^1 = -3EI/L_2^2 = -0,130 EI \quad (103)$$

Tem-se então:

$$\beta_{11} = M_{B1}^1 + M_{B2}^1 = (0,9375 + 0,625) = 1,5625 EI \quad (104)$$

Cálculo da incógnita Δ_1 :

Da equação de compatibilidade vem que:

$$\beta_{10} + \Delta_1 \cdot \beta_{11} = 0_{B1} \quad (105)$$

$$\Delta_1 = \beta_{10} / \beta_{11} = -19,2 / 1,5625 EI = -12,288 \quad (106)$$

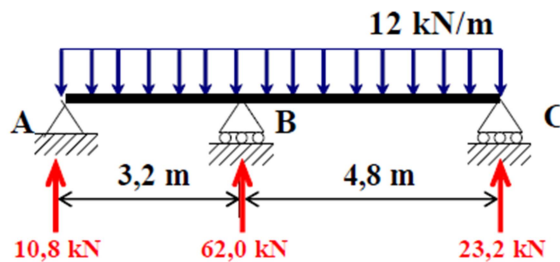
Cálculo das Reações de apoio:

$$V_A = V_A^0 + \Delta_1 \cdot V_A^1 = 14,4 + (-12,288 / EI) \cdot (0,293 \cdot EI) = \mathbf{10,8 \text{ KN}} \quad (107)$$

$$V_B = (V_{B1}^0 + V_{B2}^0) + \Delta_1 (V_{B1}^1 + V_{B2}^1) = (24 + 36) + (-12,288 / EI) \cdot (0,293 \cdot EI + 0,130 EI) = \mathbf{62,0 \text{ KN}} \quad (108)$$

$$V_C = V_C^0 + \Delta_1 \cdot V_C^1 = 21,6 + (-12,288 / EI) \cdot (-0,130 \cdot EI) = \mathbf{23,2 \text{ KN}} \quad (109)$$

Figura 69 – Resultado Método Clássico Viga 2



Fonte: Anhanguera-Uniderp (2015)

Cálculos das reações nos apoios:

Reações no primeiro nó

Translação: 10,8 KN

Reações no segundo nó

Translação: 62 KN

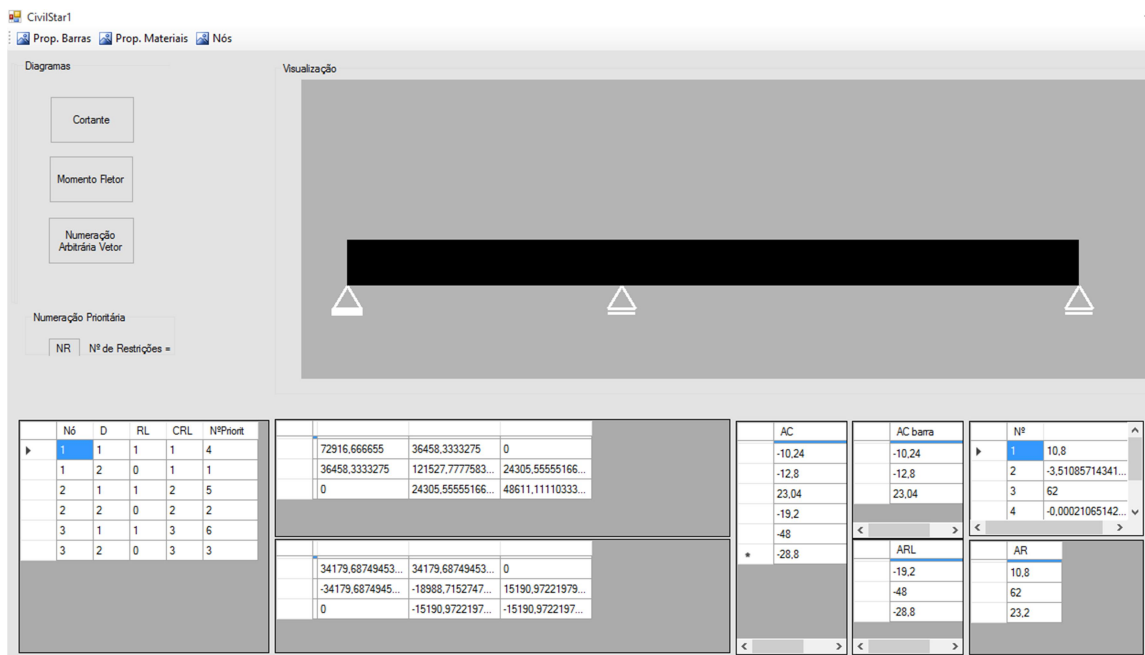
Reações no terceiro nó

Translação: 23,2 KN

6.2.3 Programa desenvolvido viga nº2

O programa após calcular esta viga não apresentou resultados com diferenças significativas, com relação aos outros métodos anteriormente apresentados. Na figura nº 70, apresentamos o programa com a viga carregada e na figura nº 71, os valores obtidos conforme a numeração arbitrária de nós.

Figura 70 – Viga nº 2 carregada na programação



Fonte: Autor (2015)

Figura 71 - Resultados da programação

Nº	
1	10,8
2	-3,51085714341...
3	62
4	-0,00021065142...
5	23,2
6	0,000579291428...

AR	
10,8	
62	
23,2	

Fonte: Autor (2015)

Resultados apresentados pela programação:

Reações no primeiro nó

Translação: 10,8 KN

Rotação: -0,000035108 rad

Reações no segundo nó

Translação: 62 KN

Rotação: -0,0002106 radianos.

Reações no terceiro nó

Translação: 23,2 KN

Rotação: -0,00057929 radianos.

Os resultados obtidos para a viga teste nº2, no Método Clássico, Ftool e o programa proposto não apresentaram diferenças.

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na tabela 2 apresenta-se um resumo dos resultados obtidos com a utilização dos métodos e o programa criado, na aplicação dos modelos mencionados.

Os valores obtidos pela programação criada, ver tabela 2, obteve-se uma insignificante diferença nas deslocabilidades de rotação, porém, como estas deslocabilidades são utilizadas para o cálculo das demais deslocabilidades, e estas por sua vez, o resultado foi igual, se acredita que esta diferença pode ter ocorrido devido à alguma variação na aplicação do método, o que neste caso não interferiu na análise.

Tabela 2 - Resumo dos Resultados

Nó	Desloc.	Viga nº 1		
		Ftool	M.Clássico	Programa
1	Transl.	45 KN	45 KN	45 KN
	Rotação	27 KN.m	27 KN.m	27 KN.m
2	Transl.	77 KN	77 KN	77 KN
	Rotação	0,0002592 rad	-	0,0002314 rad

Fonte: Autor (2015)

Tabela 3 - Resumo Resultados Continuação

Nó	Desloc.	Viga nº 2		
		Ftool	M.Clássico	Programa
1	Transl.	10,8 KN	10,8 KN	10,8 KN
	Rotação	-0,00003932		-0,000035108 rad
2	Transl.	62,0 KN	62,0 KN	62,0 KN
	Rotação	-0,0002459		-0,0002106 rad
3	Transl.	23,2 KN	23,2 KN	23,2 KN
	Rotação	0,00064		-0,0005792 rad

Fonte: Autor (2015)

Os resultados para todas as vigas testadas não apresentaram diferenças, notando-se somente uma pequena variação no valor das rotações, entre o programa proposto e o “software” Ftool.

CONCLUSÃO

O presente trabalho criou uma nova ferramenta computacional para auxiliar profissionais e estudantes de Engenharia Civil, no campo da Análise Estrutural, e apresenta uma nova visão sobre os programas computacionais existentes, pois demonstra toda a mecânica utilizada para a realização da análise.

A pesquisa e o desenvolvimento da programação possibilitaram o aprimoramento e desenvolvimento do conhecimento do Cálculo Estrutural, do Método da Rigidez (Deslocamento), operações com Matrizes, Vetores e a língua Inglesa.

Por se tratar de uma pesquisa acadêmica em nível de graduação, buscou-se a programação plena no campo da análise de estruturas, envolvendo todos os tipos de estruturas, porém devido à complexidade da codificação em Visual Basic, suas características e limitações, bem como falta de tutoriais em situações específicas, a programação ficou restrita a análise de vigas contínuas.

O “*software*” apresentou um bom desempenho e os seus resultados não apresentaram diferenças com os demais métodos ou programas consolidados comparados, ficando a parte gráfica, de apresentação dos resultados, um pouco menos aprimorada.

Diante dos resultados apresentados pelo programa podemos concluir que o mesmo possui um alto grau de confiabilidade e precisão, podendo ser utilizado perfeitamente no cálculo de estruturas ou no ensino da Mecânica Estrutural.

Futuramente, esta programação poderá ser ampliada para os demais tipos de estruturas planas ou espaciais, assim como realizar o detalhamento total, com todas as verificações exigidas pela legislação (NBR 6118:2014) e a apresentação dos resultados já plotados em planta, com a devida precisão que o desenho técnico exige.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRAS DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. *Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, 2014.

SORIANO, Humberto. **Análise de Estruturas – Formulação Matricial e Implementação Computacional**. Rio de Janeiro (RS): Editora Ciência Moderna Ltda. 1ª Edição. 2005.

SORIANO, Humberto. **Análise de Estruturas – Análise de Estruturas – Método das Forças e Método dos Deslocamentos**. Rio de Janeiro (RS): Editora Ciência Moderna Ltda, 2ª Edição. 2006.

GERE, J.; WEAVER Jr., W. **Análise de Estruturas Reticuladas**. Rio de Janeiro (RS): Editora Guanabara S.A., 1987.

SÜSSEKIND, José C. **Curso de Análise Estrutural – Vol. 1**. Porto Alegre (RS): Editora Globo, 1979.

SÜSSEKIND, José C. **Curso de Análise Estrutural – Vol. 2**. Porto Alegre (RS): Editora Globo, 1979.

SÜSSEKIND, José C. **Curso de Análise Estrutural – Vol. 3**. Porto Alegre (RS): Editora Globo, 1979.

DONIN, Christian. **Notas de Aula em Análise de Estruturas – Método da Rigidez – Fundamentos e Formulação Matricial**. Departamento de Engenharia, Arquitetura e Ciências Agrárias. UNISC. Santa Cruz do Sul (RS). 2009.

DONIN, Christian. **Notas de Aula em Análise de Estruturas – Parte 2 – Análise Matricial de Estruturas**. Departamento de Engenharia, Arquitetura e Ciências Agrárias. UNISC. Santa Cruz do Sul (RS). 2010.

AGNES, Clarice; HELFER, Inácio; **Normas para apresentação de trabalhos acadêmicos**. Santa Cruz do Sul (RS). EDUNISC. 9ª Edição. 2013.

SANTOS; Raphael Ribeiro. **Análise de Pórticos com Incorporação de Condensação Estática**. Universidade Estadual de Feira de Santana. Feira de Santana (BA). 2010.

LUFT; Celso P. **Micro Dicionário Luft**. Editora Ática. São Paulo (RS). 1998.