

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Felipe Ariel Baierle

**CONTRIBUIÇÕES A ANÁLISE DE PONTE EMPREGANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Santa Cruz do Sul

2016

FELIPE ARIEL BAIERLE

**CONTRIBUIÇÕES A ANÁLISE DE PONTE EMPREGANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Engenharia Civil, da Universidade de Santa Cruz do Sul (RS), como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Eng. Christian Donin, M.Sc.

Santa Cruz do Sul

2016

Felipe Ariel Baierle

**CONTRIBUIÇÕES A ANÁLISE DE PONTE EMPREGANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

Este trabalho de conclusão foi apresentado ao Curso de Engenharia Civil, Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC, como requisito parcial para a obtenção do título Engenheiro Civil.

M. Sc Christian Donin
Professor Orientador – UNISC

Dr. Eduardo Rizzatti
Professor Examinador – UFSM

M. Sc Henrique Luiz Rupp
Professor Examinador – UNISC

Santa Cruz do Sul

2015

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pois permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo de minha vida, e não somente nestes anos como universitária, mas que em todos os momentos é o maior mestre que alguém pode conhecer.

Aos meus pais e minha irmã por sempre me darem apoio e incentivo durante toda a minha vida, me demonstrando a cada dia o amor verdadeiro que sentem por mim.

A minha noiva pelo apoio, que de forma especial e carinhosa me deu força e coragem, me apoiando nos momentos de dificuldades e comemorou junto a mim as vitórias.

Aos meus amigos e colegas, pelas alegrias, tristezas e dores compartilhadas. Com vocês, as pausas entre um parágrafo e outro de produção melhora tudo o que tenho produzido na vida.

Aos professores pelos ensinamentos compartilhados, em especial meu orientador Christian Donin, por me acompanhar, transmitindo seus conhecimentos e fazendo do meu trabalho uma experiência positiva.

"Habilidade é o que você é capaz de fazer. Motivação determina o que você faz. Atitude determina a qualidade do que você faz."

(Lou Holtz)

RESUMO

Conforme a norma NBR 7188:2013 ponte é a estrutura sujeita a cargas móveis, com posicionamento variável, é utilizada para transpor obstáculos naturais com curso d'água. Esse trabalho de conclusão de curso apresenta uma análise de uma estrutura de ponte, fazendo um breve referencial teórico descrevendo definição, tipos e carregamentos. Atualmente é cada vez mais comum o uso de software para o cálculo de pontes. Este trabalho faz a comparação de dois métodos sendo um bidimensional e o outro tridimensional, sendo eles o método Guyon-Massonnet e o Método dos Elementos Finitos. O estudo teve como objetivo comparar as envoltórias de momentos e mostrar vantagens e desvantagens dos métodos analisados, sendo que os resultados, principalmente na seção central das longarinas os momentos deram uma grande discrepância, onde o Método de Guyon-Massonnet faz uma simplificação e com isso deu um valor significativamente maior que o M.E.F. Conclui-se no final que os objetivos propostos na concepção desse trabalho foram alcançados sendo que todos os resultados obtidos foram significativos, pois sabe-se que o Método dos Elementos Finitos tenha uma maior precisão, pois que analisa a estrutura levando em conta sua modelagem tridimensional, fazendo com que longarinas, transversinas e tabuleiro trabalhem juntos e ainda leva em conta os parâmetros dos materiais.

Palavras-chave: ponte, Método dos Elementos Finitos, momentos.

ABSTRAT

According to the norm NBR 7188:2013 bridge is the structure subject to move loadings, with variable positioning, its used to transpose natural obstacles with the water course. This work shows a review of a bridge structure, doing a brief theoretic referential describing definition, types and uploads. Currently its being more common the use of softwares to calculate the bridges. This work do a comparison between two methods being one two-dimensional and another three-dimensional, being they the method of Guyon-Massonnet and the method of infinite elements. The study had the objective of compare the moment envelopes and shows the positive and negative points from the studied methods, being that the results, principally in central section of the strigers the moments generate a huge discrepancy, where the method of Guyon-Massonnet do a simplification and with that creates significant bigger value comparing with the method of infinite elements. Concludes that the propose objectives in the conception of this work were reaches being that all the obtained results were significant because knows that the method of infinite elements have more precision, because analyze the structure according to the three-dimensional modeling, making the striges, transverse and board work together and still considering the material parameters.

Key words: bridge, Method of Inifite Elements, moments.

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Detalhamento da ponte..... | 16 |
| Figura 2 - Ponte viga de concreto | 18 |
| Figura 3 - Pontes em pórticos | 18 |
| Figura 4 - Vigas em aço - Viaduto perimetral no Rio de Janeiro | 19 |
| Figura 5 - Trelíça de aço, ponte sobre rio Mississipi | 19 |
| Figura 6 - Ponte em arco..... | 20 |
| Figura 7 - Pontes estaiadas..... | 21 |
| Figura 8 - Ponte pênsil | 21 |
| Figura 9 - Vigas apoiadas..... | 22 |
| Figura 10 - Vigas apoiadas com vários vãos..... | 22 |
| Figura 11 - Vigas sobre dois apoios com balanço..... | 22 |
| Figura 12 - Pilares com balanço..... | 23 |
| Figura 13 - Vigas Gerber..... | 23 |
| Figura 14 - Lajes de concreto moldado | 24 |
| Figura 15 - Elementos vazados..... | 24 |
| Figura 16 - Duas longarinas | 25 |
| Figura 17 - Vigas múltiplas..... | 25 |
| Figura 18 - Gráfico de isopletas | 32 |
| Figura 19 - Linha de influência | 42 |
| Figura 20 - Grelha | 42 |
| Figura 21 - Rigidez nula | 43 |
| Figura 22 - Rigidez finita não-nula..... | 44 |
| Figura 23 - Rigidez infinita..... | 44 |
| Figura 24 - Linha de influência vigas múltiplas..... | 45 |
| Figura 25 - Esquema transversal de ponte TB-450..... | 50 |
| Figura 26 - Esquema longitudinal de ponte TB-450 | 50 |
| Figura 27 - Esquema em planta baixa da disposição de cargas | 52 |
| Figura 28 - Corte A – A que passa dentro da faixa do veículo-tipo. | 53 |
| Figura 29 - Corte B – B que passa fora da faixa do veículo-tipo. | 54 |
| Figura 30 - Trem-tipo final | 55 |
| Figura 31 - Trem-tipo simplificado | 55 |
| Figura 32 - Corte A – A que passa dentro da faixa do veículo-tipo | 56 |

| | |
|---|----|
| Figura 33 - Corte B – B que passa fora da faixa do veículo-tipo | 57 |
| Figura 34 – Trem-tipo final | 57 |
| Figura 35 - Trem-tipo simplificado | 58 |
| Figura 36 - Seção “1” | 59 |
| Figura 37 - Seção “2” | 60 |
| Figura 38 - Seção “3” | 61 |
| Figura 39 - Seção “4” | 62 |
| Figura 40 - Seção “5” | 63 |
| Figura 41 - Seção “1” | 64 |
| Figura 42- Seção “2” | 65 |
| Figura 43 - Seção “3” | 66 |
| Figura 44 - Seção “4” | 67 |
| Figura 45 - Seção “5” | 68 |
| Figura 46 - Cargas permanentes longarina lateral | 69 |
| Figura 47 - Cargas permanentes longarina central | 70 |
| Figura 48 - Diagrama de momentos longarina lateral | 70 |
| Figura 49 - Diagrama de momentos longarina central | 70 |
| Figura 50 - Modulação da estrutura | 72 |
| Figura 51 – Vista inferior da estrutura | 72 |
| Figura 52 - Vista superior do tabuleiro da ponte..... | 73 |
| Figura 53 - Visualização da malha de elementos finitos | 74 |
| Figura 54 - Visualização das vinculações da estrutura | 75 |
| Figura 55 - Visualização da parte inferior do tabuleiro com vinculações | 75 |
| Figura 56 - Cargas longarina lateral | 76 |
| Figura 57 - Cargas longarina central | |
| Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys. | 77 |
| Figura 58 - Envoltória de momentos longarina lateral | 78 |
| Figura 59 - Envoltória de momentos longarina central | 79 |
| Figura 60 - Cargas totais longarina lateral | 79 |
| Figura 61 - Cargas totais longarina central | 80 |
| Figura 62 - Tensões longarina lateral..... | 82 |
| Figura 63 –Tensões longarina central | 82 |
| Figura 64 - Linha neutra | 83 |
| Figura 65 - Envoltória dos momentos longarina lateral | 86 |

| | |
|---|----|
| Figura 66 - Envoltória dos momentos longarina central | 86 |
| Figura 67 - Cargas totais longarina lateral | 86 |
| Figura 68 - Envoltória dos momentos longarina central | 87 |
| Figura 69 - Comparação longarina lateral | 88 |
| Figura 70 - Comparação longarina central | 89 |

LISTAS DE QUADROS

| | |
|--|----|
| Quadro 1 - Parâmetros Meteorológicos | 34 |
| Quadro 2 - Valores mínimos do fator estático S_3 | 35 |
| Quadro 3 - Valores de k em função do ângulo de incidência segundo a norma | 37 |
| Quadro 4 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\epsilon_{cs}(t^\infty, t_0)$ e do coeficiente de fluência $\psi(t^\infty, t_0)$ | 40 |
| Quadro 5 – Momentos longarina lateral | 78 |
| Quadro 6 - Momentos longarina central | 79 |
| Quadro 7 – Tensões longarina lateral | 80 |
| Quadro 8 - Tensões longarina central | 81 |
| Quadro 9 – Faixa de compressão do T da longarina lateral..... | 84 |
| Quadro 10 – Faixa de compressão do T da longarina central..... | 84 |
| Quadro 11 - Momentos do Ansys longarina lateral | 85 |
| Quadro 12 – Momentos do Ansys longarina central..... | 85 |

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|--------|--|
| NBR | Norma Brasileira |
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| M.E.F. | Método dos Elementos Finitos |
| KN | Kilonewton |

SUMÁRIO

| | | |
|-----------|---|----|
| 1. | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.2 | Objetivo geral..... | 15 |
| 1.3 | Objetivo específico..... | 15 |
| 1.4 | Justificativa..... | 15 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 16 |
| 2.1 | Estudo de ponte | 16 |
| 2.1.1 | Histórico..... | 17 |
| 2.1.2 | Tipos de pontes | 18 |
| 2.1.3 | Pontes em viga | 21 |
| 2.1.4 | Seção transversal da ponte..... | 23 |
| 2.1.5 | Vigas longitudinais..... | 24 |
| 2.1.5.1 | Pontes com duas longarinas..... | 24 |
| 2.1.5.2 | Vigas Múltiplas | 25 |
| 2.1.6 | Dimensionamento de pontes em viga T | 25 |
| 2.1.7 | Carregamentos em pontes | 27 |
| 2.1.7.1 | Ações verticais | 27 |
| 2.1.7.2 | Ações horizontais..... | 29 |
| 2.1.7.3 | Ações horizontais produzidas por outras ações em pontes | 30 |
| 2.1.7.3.1 | Ação do vento..... | 30 |
| 2.1.7.3.2 | Ação da água | 36 |
| 2.1.7.3.3 | Empuxo de terra | 37 |
| 2.1.7.3.4 | Empuxo de terra provocado por cargas móveis | 38 |
| 2.1.7.3.5 | Força centrífuga | 39 |
| 2.1.7.3.6 | Variação de temperatura..... | 39 |
| 2.1.7.3.7 | Fluência e retração do concreto | 40 |
| 2.2 | Métodos de análise | 41 |
| 2.2.1 | Método simplificado por linha de influência | 41 |
| 2.2.2 | Método de Grelhas | 42 |
| 2.2.3 | Método de Guyon – Vigas múltiplas | 44 |
| 2.2.4 | Método de Engesser-Coubon..... | 46 |
| 2.2.5 | Método dos Elementos Finitos..... | 46 |
| 2.3 | Algumas pesquisas..... | 47 |

| | | |
|----------------|---|-----------|
| 3 | METODOLOGIA | 49 |
| 3.1 | Modelo de ponte | 49 |
| 3.2 | Cálculo dos coeficientes de ponderação das cargas verticais | 50 |
| 3.2.1 | Coeficiente de impacto vertical (CIV) | 51 |
| 3.2.2 | Coeficiente de Número de faixas (CNF) | 51 |
| 3.2.3 | Coeficiente de impacto adicional (CIA) | 51 |
| 3.3 | Disposição das cargas para cálculo de trem-tipo | 51 |
| 3.4 | Cálculo do trem-tipo de flexão utilizando o Método de Guyon-Massonnet..... | 52 |
| 3.4.1 | Trem-tipo para a longarina lateral..... | 53 |
| 3.4.2 | Trem-tipo para a longarina central..... | 55 |
| 3.4.3 | Cálculo dos momentos fletores devido a carga móvel usando o trem-tipo do metodo de Guyon-Massonnet | 58 |
| 3.4.3.1 | Longarina Lateral | 58 |
| 3.4.3.2 | Longarina central | 63 |
| 3.5 | Carga permanente | 68 |
| 3.6 | Cálculo dos momentos utilizando o método dos Elementos Finitos (MEF)..... | 70 |
| 3.6.1 | Definição dos parâmetros da estrutura..... | 71 |
| 5 | RESULTADOS..... | 78 |
| 5.1 | Momentos fletores devido a carga móvel usando o trem-tipo do método de Guyon-Massonnet..... | 78 |
| 5.2 | Tensões retiradas do Ansys por meio do Método dos Elementos Finitos (M.E.F.)..... | 80 |
| 5.3 | Cálculo dos momentos fletores a partir do Método dos Elementos finitos..... | 81 |
| 6 | ANALISE DOS RESULTADOS | 88 |
| 6.1 | Analise para longarina lateral..... | 88 |
| 6.2 | Analise para longarina central | 89 |
| 7 | CONCLUSÃO | 91 |
| | REFERÊNCIAS..... | 92 |

1. INTRODUÇÃO

1.2 Objetivo geral

O presente trabalho de conclusão de curso tem como objetivo contribuir para o desenvolvimento dos modelos de análise de pontes com múltiplas vigas.

1.3 Objetivo específico

Os objetivos gerais foram usados para a construção dos objetivos específicos. Os objetivos específicos do presente trabalho constituem:

- Fazer vários estudos dos métodos de cálculo;
- Aplicar os Método de Guyon-Massonnet e o Método do Elementos Finitos;
- Comparar os resultados pelos diferentes métodos analisados no presente trabalho.

1.4 Justificativa

Diante de um mundo repleto de modernização na área de cálculo estrutural, engenheiros e projetistas de pontes estão cada dia buscando novos métodos para resolver os problemas, tentando otimizar o projeto. O método dos elementos finitos calculado através de software usando o modelo de cálculo das equações diferenciais parciais, e assim descrevendo o equilíbrio das estruturas

Portanto, a escolha do tema sobre análise de estrutura de pontes via Método dos Elementos Finitos, justifica-se por ser um método novo e pouco usado, que facilita o trabalho. O mesmo tem um enorme potencial para cálculo de estruturas maiores, sempre levando em conta a estrutura como um todo, assim, otimizando o projeto.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Estudo de ponte

São construções sólidas de pedras, ferro, aço, concreto armado ou concreto protendido, sendo estruturas sujeitas a carga móveis com posicionamento variável. São utilizadas para a travessia de obstáculo que interliga ao mesmo nível dando continuidade à via, os obstáculos podem ser rios, vales, outras vias, entre outros.

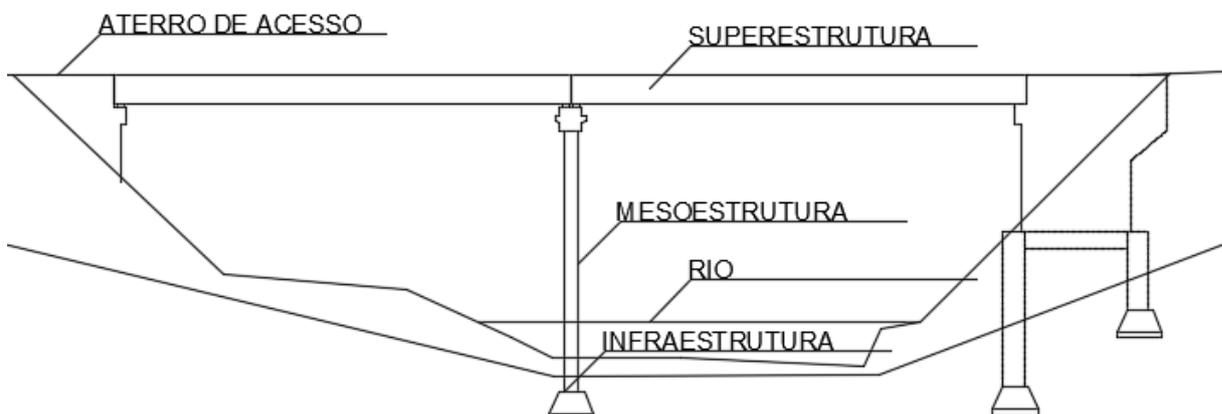
Primeiramente se denomina Ponte, quando a travessia tiver como obstáculo um curso de água sob ele. Pois quando o obstáculo a ser transposto é um vale ou uma outra via denominamos Viaduto. Quando o curso d'água for de grande dimensão, necessita de uma parte antes de atravessar o curso d'água, essa mesma se denomina Viaduto de acesso.

Pontes com até 2 metros de vão são consideradas bueiros, já com vão entre 2 a 10 metros consider-se pontilhões e vãos maiores considera-se pontes. Podem ser também consideradas permanentes quando são de caráter definitivo ou provisórias quando tem duração limitada.

Uma ponte precisa ter funcionalidade para satisfazer a exigência de tráfego, segurança em toda sua estrutura, estética para estar em harmonia com o ambiente, economia e durabilidade.

Tem-se na figura 1, as pontes são divididas em três grandes partes, a infraestrutura, a mesoestrutura e a superestrutura.

Figura 1 - Detalhamento da ponte



Fonte: Livro Ponte de concreto armado 2008. MARCHETTI, Osvaldemar, pg. 1.

A infraestrutura recebe toda a carga de uma ponte, ela é constituída pelos elementos de fundação, podendo ser feitas em estacas, sapatas, tubulões entre outros.

A mesoestrutura é a parte da ponte que constitui dos pilares, ela recebe a carga de superestrutura e descarrega na infraestrutura.

A superestrutura constitui das vigas e o tabuleiro da ponte. Ela é o elemento que dá suporte ao trafego, sendo a parte mais útil da obra e com o maior detalhe nos projetos.

2.1.1 Histórico

Segundo PINHO (2007), as primeiras pontes construídas foram de pedras, em seguida começaram a surgir pontes de madeira. As pontes de pedras mais antigas, em arco, foram construídas em Roma, três pontes ainda servem a população: a ponte de Fabrício construída por volta de 62 a.C, a de São Ângelo 134 d.C e a de Céstio 365 d.C. Sobre as pontes de madeira, os romanos as usavam para travessia de rios largos.

A primeira ponte em ferro fundido surgiu em 1734, sobre o rio Oder na Prússia, que foi construída pelo exército alemão. Acredita-se que a primeira ponte do Brasil foi sobre o rio Paraíba do Sul, construída em ferro fundido melhorado, por volta de 1857, com 5 vão de 30 metro e largura de 6 metros.

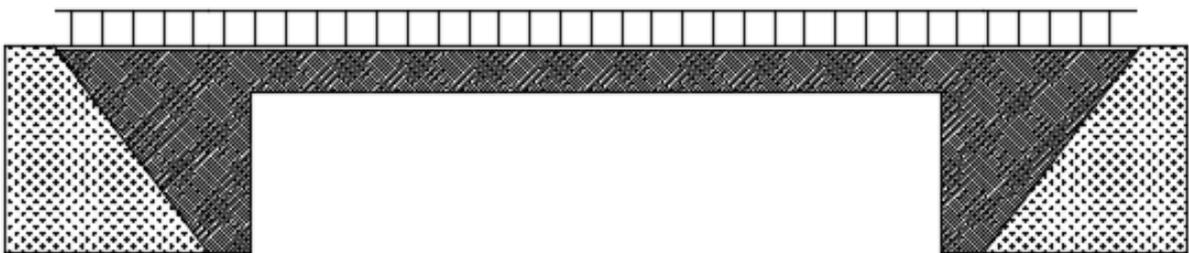
De acordo com LEONHARDT (1979), em 1900 surgiu um novo material para a construção de pontes, o concreto, onde ele apenas substituía a pedra. O concreto armado era conhecido por “concreto de ferro”, inicialmente usado para a construção de lajes para tabuleiros. Apenas em 1912 começou-se a adotar pontes em vigas e em pórticos, mas para vão de apenas 30 metros.

Por volta de 1938 surge o concreto protendido. Após a segunda guerra mundial, por volta de 1930, começaram a dar início a construção de pontes mistas, aço e concreto, onde a viga é de aço e o tabuleiro em concreto.

2.1.2 Tipos de pontes

Viga de concreto: Segundo LEONHARDT (1979) são vigas feitas de concreto e aço como está representado na figura 2. Sendo que a maior possui 301m de vão, localizada em Stolmasundet, Noruega, inaugurada em 1998.

Figura 2 - Ponte viga de concreto



Fonte: LEONHARDT (1979).

Pontes em pórticos: são pontes com rigidez a flexão. Nas extremidades da viga ela é engastada no pilar. Esse pórticos podem ser triarticulados, biarticulados, engastados ou de vários vãos, conforme a figura 3.

Figura 3 - Pontes em pórticos



Fonte: LEONHARDT (1979).

Viga de aço: Essas pontes tem suas vigas construídas todo em aço de alta resistência conforme podemos ver na figura 4, o tabuleiro dessas pontes permanecem sendo de concreto armado. Sendo que a maior é brasileira com um vão de 300m sobre o rio Niterói no Rio de Janeiro construída no ano de 1974.

Figura 4 - Vigas em aço - Viaduto perimetral no Rio de Janeiro



Fonte: Jornal Diário do Vale, publicado em 11/10/2013.

Treliça de aço: Diferente da viga de aço, as em treliça podem alcançar vãos maiores e sua estrutura acaba sendo mais leve mesmo usando o mesmo aço como mostra a figura 5. A vantagens dessas estruturas são que elas possuem menor peso próprio, já a desvantagem é o maior custo de fabricação, pintura e manutenção. A de maior vão se localiza em Quebec no Canadá com vão de 549m, construída em 1917.

Figura 5 - Treliça de aço, ponte sobre rio Mississippi

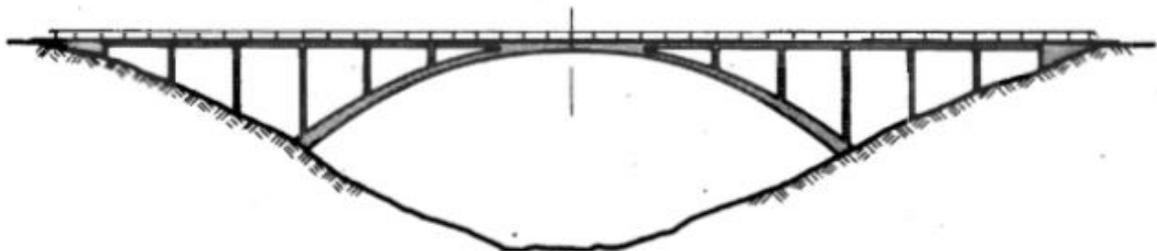


Fonte: Site <http://www.lem.ep.usp.br/>, acessado em 16 de abril de 2016.

Pontes em arco: são as mais antigas do mundo. Segundo LEONHARDT (1979) devido sua forma curvada desenvolvida segundo a linha de pressões, devido ao peso, é o tipo estrutural mais adequado para construção em materiais maciços, como pedras e concreto. Os sistemas estruturais podem ser: triarticulados, biarticulados ou biengastados, mostrado na figura 6.

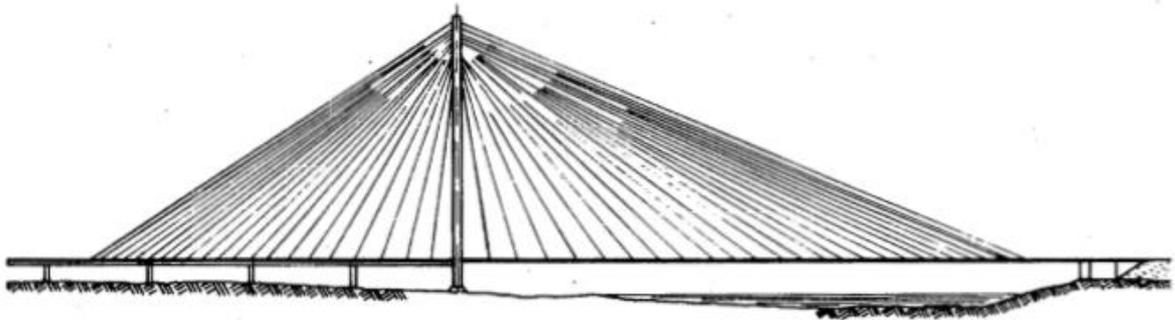
Sendo que a de concreto de maior vão é a de Krk na Croácia de 1980, com vão de 390m. Já na de aço, pode-se notar que podendo alcançar vão maiores, a recordista é a ponte norte americana em New River Gorge com vão de 510m, construída em 1977.

Figura 6 - Ponte em arco



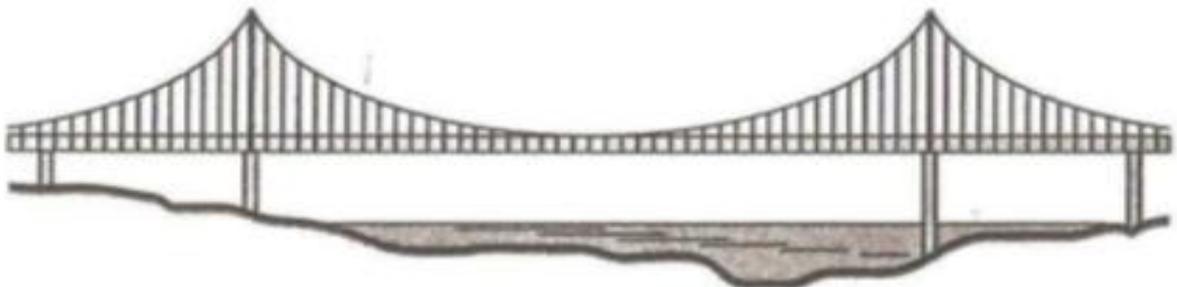
Fonte: LEONHARDT (1979).

Pontes estaiadas: são pontes sustentadas por cabos todos sustentados por uma torre de sustentação, como pode-se observar um exemplo na figura 7. As estaiadas de concreto onde o tabuleiro e vigas são do mesmo, o maior vão é de 530m, construída em Skarnsund na Noruega em 1991. Nas estaiada de aço essas são feitas em aço com o maior vão foi de 404m em Saint Nazaire na França em 1998. Podendo também ser mista de aço/concreto e assim alcançar vãos maiores com a de Tatara no Japão com 890m construída em 1999.

Figura 7 - Pontes estaiadas

Fonte: LEONHARDT (1979).

Pontes pênsil de aço: onde os cabos são ligados a outro cabo maior que ligam-se as torres de sustentação, como observa-se na figura 8. Em caso de ação do vento, o tabuleiro apresenta grande deslocamento, exigindo assim que seja projetada com alta rigidez à torção. Não são apropriadas para pontes de concreto. Sendo hoje a ponte que pode alcançar os maiores vãos como a de Akashikaikyo no Japão com um vão de 1990m, construída em 1998.

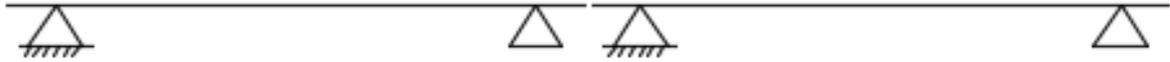
Figura 8 - Ponte pênsil

Fonte: MARCHETTI (2008).

2.1.3 Pontes em viga

Viga sobre dois apoios, são simplesmente apoiada nas duas pontas, exigindo juntas nas extremidades, como é demonstrada na figura 9. Devem ser dimensionadas como o momento máximo no centro do vão e momentos nulos nos apoios.

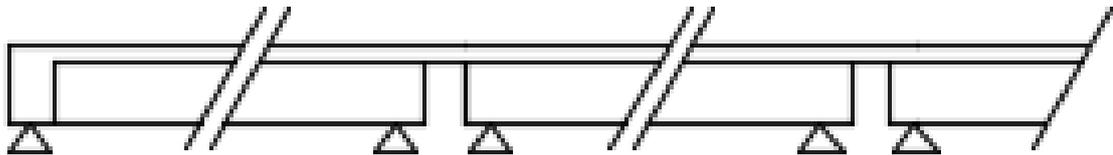
Figura 9 - Vigas apoiadas



Fonte: LEONHARDT (1979).

Vigas apoiadas em dois apoios, em vários vãos com a laje do tabuleiro continua sobre as juntas como vemos na figura 10, servem para diminuir o número de juntas nas pista.

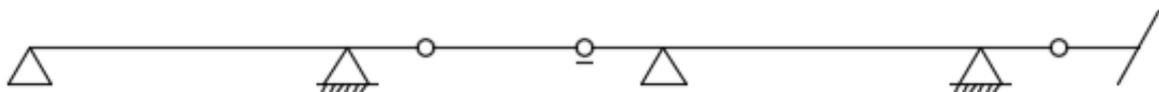
Figura 10 - Vigas apoiadas com vários vãos



Fonte: LEONHARDT (1979).

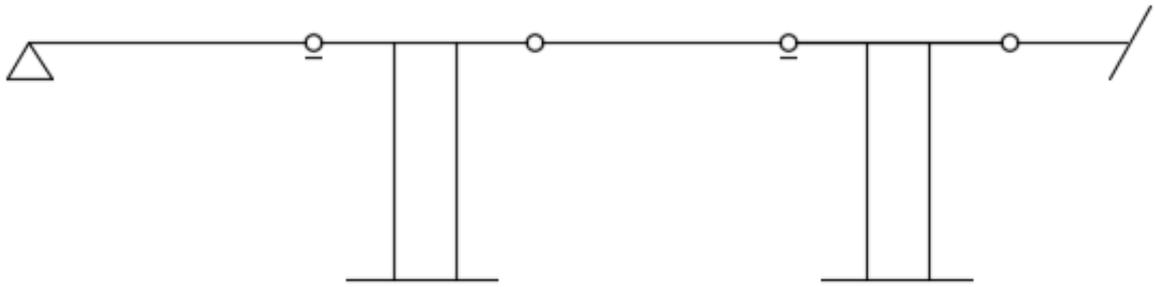
Viga sobre dois apoios com balanço e com vigas apoiadas sobre esses balanços, mais conhecidas como vigas Gerber. Esse modelo exigem muitas juntas no tabuleiro, como observa-se na figura 11. Pode se alterar os momentos mudando as posições das rótulas.

Figura 11 - Vigas sobre dois apoios com balanço



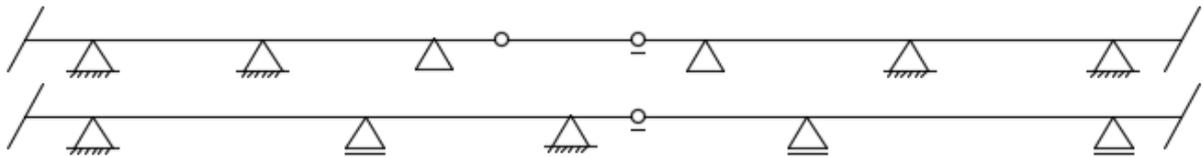
Fonte: LEONHARDT (1979).

Pilares com balanço e com vigas apoiadas nesses balanços, como mostra a figura 12, é de maior vantagens caso a execução for com vigas pré-moldadas. Para que um vão não desmorone, é preciso ser considerado a segurança contra o tombamento da estrutura.

Figura 12 - Pilares com balanço

Fonte: LEONHARDT (1979).

Vigas contínuas, com dois ou mais vãos. Uma das grandes vantagens dessas vigas é que o tabuleiro não possui juntas ao longo de sua extensão, podendo chegar a 1000m de extensão. Vigas extensas podem ser divididas por meio de vigas apoiadas em balanço ou com articulação Gerber como pode-se observar na figura 13.

Figura 13 - Vigas Gerber

Fonte: LEONHARDT (1979).

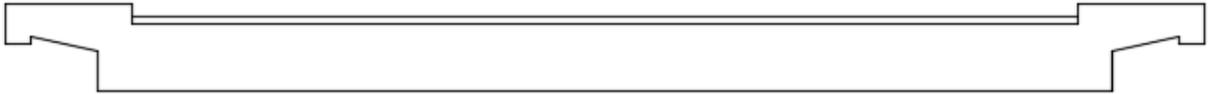
2.1.4 Seção transversal da ponte

Há vários fatores que influenciam na escolha da seção transversal de uma ponte. Os fatores são: tamanho do vão, a altura estrutural disponível, processo de construção, economia do processo e a relação entre a carga móvel e o peso próprio da ponte.

Lajes de concreto moldado: É uma laje maciça simples, conforme observa-se na figura 14, apropriada para pontes pequenas de um só vão e vãos de no máximo 20 metros. Podem ser usadas também em pontes contínuas com vãos entre 30 e 36

metros, mas apenas quando for adotadas mísulas ou lajes de espessura ente 25 e 70 centímetros.

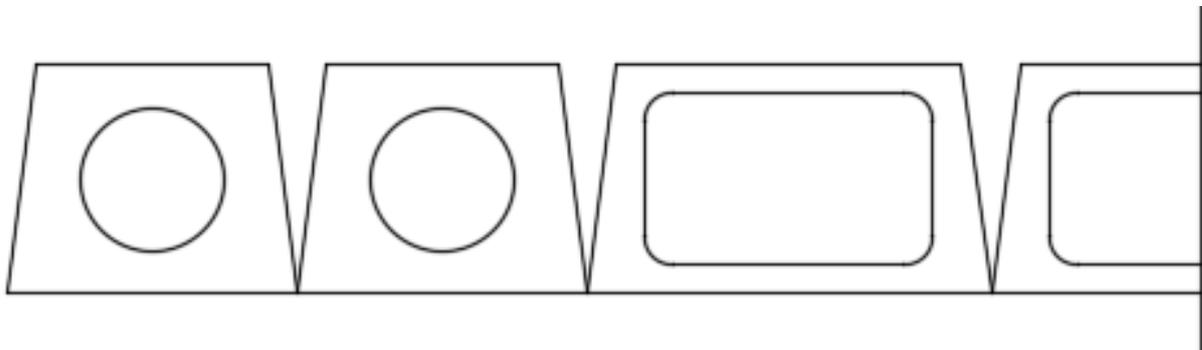
Figura 14 - Lajes de concreto moldado



Fonte: LEONHARDT (1979).

Lajes constituídas de elementos Pré-Moldados: são construídas por elementos longitudinais estreitos, colocados lado a lado, como mostra a figura 15, tendo que ser deixada juntas.

Figura 15 - Elementos vazados



Fonte: LEONHARDT (1979).

2.1.5 Vigas longitudinais

2.1.5.1 Pontes com duas longarinas

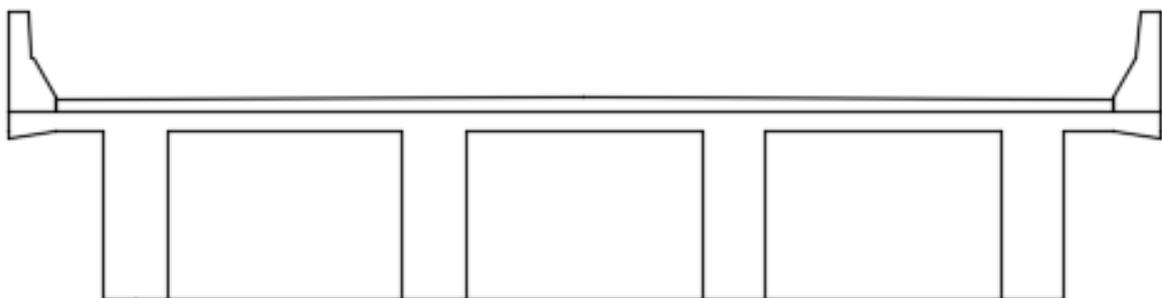
São pontes onde o tabuleiro é colocado sobre apenas duas longarinas como observa-se na figura 16, sendo um modelo isostático, podendo ser calculado por linha de influência. O dimensionamento da altura dessas longarinas é feita por uma relação do vão sobre 10 para concreto armado.

Figura 16 - Duas longarinas

Fonte: DONIN, Christian, 2014.

2.1.5.2 Vigas Múltiplas

São pontes onde o tabuleiro é colocado sobre várias longarinas, como observa-se a figura 17, podendo ser calculada por vários métodos, como grelha, Guyon, Método dos Elementos finitos entre outros. O dimensionamento da altura e quantidades de longarinas é tabelado.

Figura 17 - Vigas múltiplas

Fonte: DONIN, Christian, 2014.

2.1.6 Dimensionamento de pontes em viga T

Segundo LEONHARDT (1979), as vigas T são a forma mais econômica de seção transversal para pontes retas, desde que não seja exigida uma grande esbeltez,

que a carga móvel não seja muito grande e que não seja exigida uma protensão total. A laje preenche um série de funções:

- Transmite a carga móvel as vigas;
- Funciona com banzo superior das vigas;
- Colabora na repartição das elevadas cargas concentradas para todas as vigas;
- Funciona como chapa para todos os esforços horizontais;
- Aumenta o braço interno de alavanca z no caso dos momentos positivos, diminuindo os negativos;
- Desloca o centro de gravidade da seção para cima.

Para otimização do projeto em viga T, deve-se levar em consideração os seguintes itens:

O número de Vigas Principais podem variar de 1 a 10, dependendo da largura da ponte e do processo construtivo. Para concreto moldado no local, via de regra, usa-se poucas vigas principais, espaçadas de 5 a 8 metros, já para pontes largas se chegou a distância de 16 metros.

Nos apoios externos é preciso usar transversinas, ou pórticos transversais, para dar apoio ao bordo da laje do tabuleiro, caso não tivesse ela seria solicitada em excesso nesse local. Nas lajes em balanço necessitam no mínimo um reforço de bordo na extremidade. No vão, as transversinas sempre são indicadas para distribuir as cargas, quando houver mais de duas longarinas, denominando assim de grelhas.

Um pequeno número de vigas exige almas mais espessas para a acomodação dos cabos de protensão ou da armadura principal. A largura da alma tem uma influência sobre a rigidez á torção da viga principal, que determina o grau de engastamento da laje quando a viga estiver na extremidade.

2.1.7 Carregamentos em pontes

De acordo com a norma NBR 8681:2003 os carregamentos atuantes sobre uma estrutura de pontes são divididas em três classes: permanentes, variáveis e excepcionais.

Ações permanentes são aquelas que permanecem constante ou com uma pequena variação ao longo de toda sua vida útil. As ações permanentes podem ser diretas ou indiretas, as diretas seriam o peso próprio considerando todos os equipamentos fixos em suas estruturas. Já as indiretas podem ser as protensões, os recalques de apoio e retração dos materiais.

São ações variáveis as cargas acidentais das construções, bem como as forças de frenagem, de impacto e centrífugas, efeito do vento, variação de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio e as pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas. Podendo ser classificadas de acordo com a ocorrência durante a vida da construção. As normais são consideradas no projeto estrutural e as especiais são como ações sísmicas ou cargas acidentais da natureza.

São ações decorrentes de causas tais como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismo excepcionais. Elas devem ser consideradas no projeto dessas estruturas, para que possam evitar danos maiores em caso de ocorrência dessas causas excepcionais.

2.1.7.1 Ações verticais

Conforme a norma NBR 7188:2013, a majoração dos esforços pelo coeficiente de impacto é feita através da ponderação, onde é dada pela equação 1.

$$Q = P \times CIV \times CNF \times CIA \quad (1)$$

Onde:

Q = carga estática concentrada e aplica no nível do pavimento, acrescentado todos os coeficientes de ponderação;

P = carga estática concentrada e aplica no nível do pavimento, sem nenhuma majoração;

CIV = coeficiente de impacto vertical;

CNF = coeficiente de número de faixa;

CIA = coeficiente de impacto adicional.

Para o cálculo do coeficiente de impacto, é levado em consideração o vão da ponte. Ele é usado para majorar a ação da carga estática, simulando o efeito da carga em movimento e a suspensão dos veículos automotores. Ela usada de seguinte maneira.

CIV = 1,35, para estruturas de vão menores de 10m.

Para estruturas com vãos maiores de 10m e menores de 200m, é usada a seguinte equação.

$$CIV = 1 + 1,06 \times \frac{20}{Liv + 50} \quad (2)$$

Onde Liv é o vão em metros para o cálculo do CIV, conforme o tipo de estrutura, sendo:

Liv = usado para estruturas de vão isostático, sendo que o Liv seria a média aritmética dos vãos nos casos dos vãos serem contínuos.

Liv = onde o comprimento usado é o próprio comprimento do balanço para aquelas estruturas que são feitas em balanço.

Para o cálculo do coeficiente de número de faixas, relaciona a probabilidade da carga móvel ocorrer em função do número de faixas. É desconsiderado o acostamento e as faixas de segurança. Ela é calculada pela seguinte equação.

$$CNF = 1 - 0,05 \times (n - 2) > 0,9 \quad (3)$$

n = é o número inteiro de faixas de tráfego rodoviário a serem carregadas sobre um tabuleiro transversalmente contínuo.

Para o coeficiente de impacto adicional serve para majorar os esforços na região das juntas estruturais e extremidades da obra, é limitada a condição de uso somente para as seções dos elementos estruturais com distancia horizontal, normal à inferior a 5m para cada lado da junta ou descontinuidade estrutural. São usadas os seguintes fatores devido ao tipo de obra.

CIA = 1,25 para obras em concreto ou mistas.

CIA = 1,15 para obras de aço.

2.1.7.2 Ações horizontais

Segundo a norma NBR 7188:2013 as ações horizontais pode ser divididas em dois tipos: as produzidas pelos veículos e as produzidas por outras ações.

Força de frenagem e aceleração são aplicadas no nível do pavimento sendo um percentual de carga característica dos veículos aplicadas sobre o tabuleiro, na posição mais desfavorável e concomitante com a respectiva carga.

$$H_f = 0,25 \times B \times L \times CNF \quad (4)$$

Onde:

$H_f \geq 135 \text{ KN}$.

B = É a largura efetiva da carga distribuída de 5 KN/m^2 , em metros.

L = É o comprimento concomitante da carga distribuída, em metros.

CNF = Coeficiente do número de faixas.

As forças centrífuga em obras com curvas horizontais, são aplicadas no nível da pista de rolamento, sendo um percentual da carga do veículo tipo aplicada sobre o tabuleiro na posição mais desfavorável e concomitante com a respectiva carga.

$H_{fc} = 2,4 \times P$, em KN, para curvas com o R menor que 200m.

$H_{fc} = 480/R \times P$, em KN, para curvas entre 200 e 1500m.

$H_{fc} = \text{zero}$ para raios superiores a 1500m.

Ações excepcionais são colisões sobre os diversos elementos estruturais. Colisões em pilares, nos pilares próximos as rodovias devem ser protegidos por alguma contenção apropriada.

Os pilares que estão situados junto a faixa da rodovia devem ser calculados para uma carga adicional de colisão de 1000 kN na direção do tráfego e 500 kN perpendicular a esse tráfego. Essas cargas devem ser aplicadas a uma altura de 1,25 metros do terreno ou do pavimento. Estes valores vão decrescendo com o aumento da distância do pilar à pista, zerando a 10 metros. Mesmo assim não está descartada a hipótese de colapso da estrutura em função da magnitude da colisão.

Colisões ao nível do tabuleiro, ela é aplicada em um comprimento de 50 cm, no topo do elemento. Essas colisões podem ser no meio-fio, sendo que deve ser dimensionado para uma carga horizontal perpendicular à direção do tráfego de 100 kN. Para os dispositivos de contenção é dimensionado para uma força horizontal perpendicular à direção do tráfego de 100 kN e carga concomitante de 100 kN.

Para dispositivos de contenção tipo cortina, este elemento deve ser dimensionado para uma força horizontal perpendicular na direção do tráfego de 450 kN e carga concomitante de 100 kN aplicada a 1,5 m acima do pavimento. Mesmo assim não está descartada a hipótese de colapso da estrutura em função da magnitude da colisão. Para o guarda-corpo, o elemento deve ser dimensionado para uma força transversal distribuída linearmente de 2 kN/m.

2.1.7.3 Ações horizontais produzidas por outras ações em pontes

2.1.7.3.1 Ação do vento

A ação do vento é relatada na norma NBR 6123/1988, onde é calculada pela equação abaixo:

$$F_v = A \times p \times C_a \quad (5)$$

Onde:

F_v = Força resultante do vento ou Força de arrasto.

p = pressão de obstrução do vento.

C_a = coeficiente de arrasto do vento.

Para calcular a força resultante do vento pela expressão acima deve-se conhecer a pressão de obstrução e o coeficiente de arrasto. A pressão de obstrução é calculada pela equação a seguir.

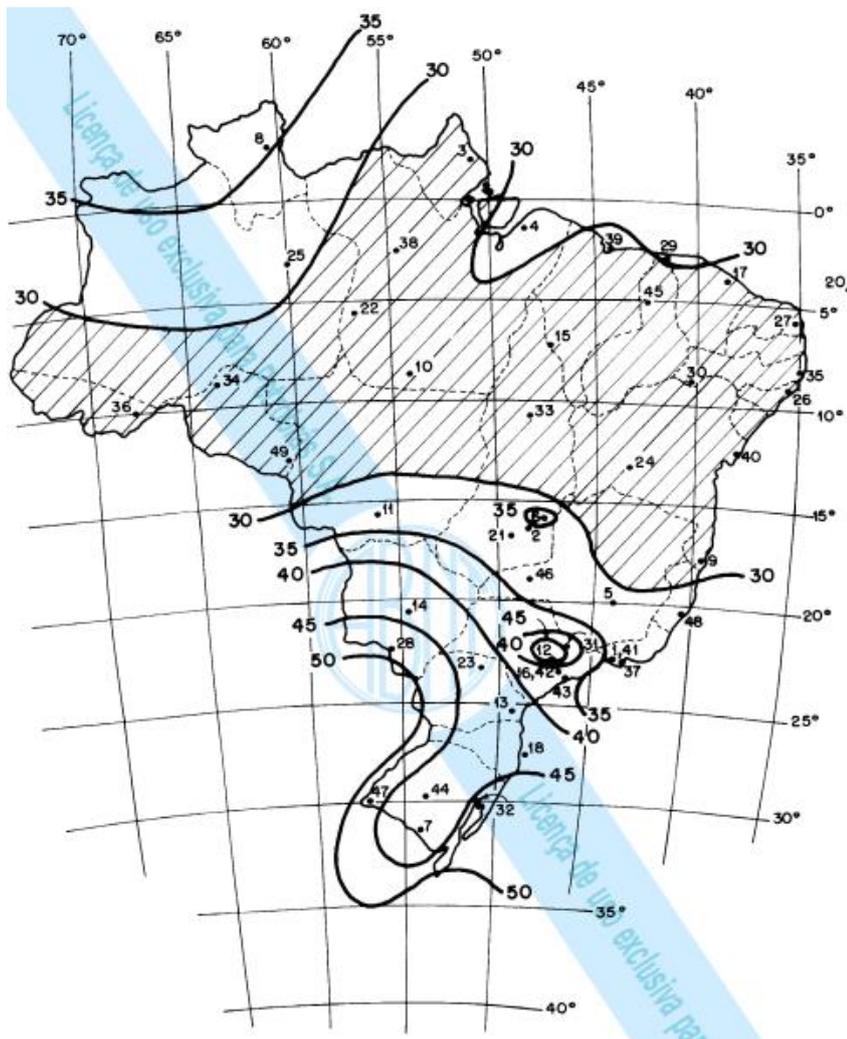
$$p = 0,613 \times V_k^2 \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (6)$$

Onde:

V_k = velocidade característica do vento. Ela é obtida no gráfico de isopletras mostrado na figura 18, do fator topográfico (S_1), do fator de rugosidade do terreno (S_2) e do fator estático (S_3), como podemos ver nas equações abaixo.

$$v = v_0 \times S_1 \times S_2 \times S_3 \quad (7)$$

Figura 18 - Gráfico de isopletas



Fonte: NBR 6123/1998, pg 6.

O fator topográfico depende do tipo de terreno, pois para terrenos planos $S_1 = 1,0$, já para taludes e morros considera-se o descrito a seguir.

$$S_1(Z) = 1,0 \quad \text{para } \varnothing < 3^\circ. \quad (8)$$

$$S_1(Z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{Z}{d}\right) \times \text{tag}(\varnothing - 3^\circ) \geq 1 \quad \text{para } 6^\circ \leq \varnothing \leq 17^\circ. \quad (9)$$

$$S_1(Z) = 1,0 + \left(2,5 - \frac{Z}{d}\right) \times 0,31 \geq 1 \quad \text{para } \varnothing \geq 45^\circ. \quad (10)$$

$$S_1(Z) = 0,9 \quad \text{para vales profundos.} \quad (11)$$

O fator de rugosidade do terreno, considera um feito que combinado entre a rugosidade do terreno e a variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e as dimensões da edificação. Sendo estabelecida em cinco categorias pela norma.

- Categoria 1 = São as superfícies lisas de grande dimensão, sendo elas com mais de 5 km de extensão, medida na direção do vento incidente. Por exemplo: mares calmos, lagos e rios, pântanos se vegetação.

- Categoria 2 = São terrenos aberto praticamente em nível, com poucos obstáculos isolados, como árvores e pequenas edificações, onde a cota média dos obstáculos é inferior ou igual a 1 m. Por exemplo: zonas costeiras planas, pântanos com vegetação rala, campo da aviação, padarias e charnecas.

- Categoria 3 = São terrenos planos ou ondulados com obstáculos, tais como muros, edificações baixas e esparsas. Por exemplo: temos granjas e casas de campo, fazendas com muros, subúrbios a considerável distância do centro e com casas baixas e esparsas.

- Categoria 4 = São terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizada, sendo que a cota média do topo dos obstáculos igual a 10 m. Por exemplo zonas de parques e bosques com muitas árvores, cidades pequenas e seus arredores.

- Categoria 5 = São terrenos cobertos por obstáculos numerosos, grandes, altos e pouco espaçados, onde a cota média do topo dos obstáculos seja maior do que 25 m. Por exemplo centros de grandes cidades, complexos industriais bem desenvolvidos e florestas com árvores altas.

Hà também três classes definidas pela a norma que estão relacionadas a dimensões das edificações.

Classe A = Todas as unidades de vedação, seus elementos de fixação e peças individuais de estruturas sem vedação. Toda a edificação ou parte dela na qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal não exceda 20 m.

Classe B = Toda a edificação ou parte dela na qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 e 50 m.

Classe C = Toda a edificação ou parte dela na qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal não exceda 20 m.

Quadro 1 - Parâmetros Meteorológicos

| CATEGORIA | Zg (m) | PARÂMETRO | CLASSES | | |
|-----------|--------|-----------|---------|-------|-------|
| | | | A | B | C |
| I | 250 | b | 1.100 | 1.110 | 1.120 |
| | | p | 0.060 | 0.065 | 0.070 |
| II | 300 | b | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| | | Fr | 1.000 | 0.980 | 0.950 |
| | | p | 0.085 | 0.090 | 0.100 |
| III | 350 | b | 0.940 | 0.940 | 0.930 |
| | | p | 0.100 | 0.105 | 0.115 |
| IV | 420 | b | 0.860 | 0.850 | 0.840 |
| | | p | 0.120 | 0.125 | 0.135 |
| V | 500 | b | 0.740 | 0.730 | 0.710 |
| | | p | 0.150 | 0.160 | 0.175 |

Fonte: NBR 6123/1998.

A expressão que calcula o S_2 é a seguinte:

$$S_2 = b \times F_r \times (z/10)^9 \quad (12)$$

Onde:

z = altura acima do terreno.

F_r = fator de rajada correspondente a classe b, categoria 2.

b = parâmetro de correção da edificação.

p = parâmetro meteorológico.

Já o fator estático considera o grau de segurança e a vida útil da edificação. A norma considera que a probabilidade de que a velocidade básica seja excedida em 63% num período de 50 anos. A tabela 2 mostra os valores mínimos de S_3 .

Quadro 2 - Valores mínimos do fator estático S_3

| Grupo | Descrição | S_3 |
|-------|---|-------|
| 1 | Edificação cuja ruína total ou parcial pode afetar a segurança ou possibilidade de socorro a pessoas após uma tempestade destrutiva (hospitais, quartéis de bombeiro e de forças de segurança, centrais de comunicação) | 1,10 |
| 2 | Edificações para hotéis e residências. Edificações para comércio e indústria com alto fator de ocupação. | 1,00 |
| 3 | Edificações e instalações industriais com baixo fator de ocupação (depósitos, silos, construções rurais) | 0,95 |
| 4 | Vedações (telhas, vidros, painéis de vedação) | 0,88 |
| 5 | Edificações temporárias. Estruturas dos grupos 1 a 3 durante a construção. | 0,83 |

Fonte: NBR 6123/1998.

Segundo a norma vigente, uma edificação pode ser considerada em vento de alta turbulência, quando sua altura não excede duas vezes a altura média das edificações nas vizinhanças. Na direção e sentido do vento incidente, a uma distância mínima de:

- 500 m, para uma edificação de até 40 m de altura.
- 1000 m, para uma edificação de até 55 m de altura.
- 2000 m, para uma edificação de até 70 m de altura.
- 3000 m, para uma edificação de até 80 m de altura.

Em edificações as excentricidades causadas por vento agindo obliquamente ou por efeitos da vizinhanças devem ser consideradas.

- Edificações sem efeito da vizinhança e usada $e_a = 0,075^a$ e $e_b = 0,075^b$.

- Edificações com efeito da vizinhança e usada $e_a = 0,15a$ e $e_b = 0,15b$.

Onde:

e_a = é medido na direção do lado maior.

e_b = é medido na direção do lado menor.

2.1.7.3.2 Ação da água

De acordo com a norma NBR 7187:2003, o empuxo d'água e a subpressão devem ser consideradas nas situações mais desfavoráveis, sendo que isto é feita após o estudo do níveis máximos e mínimos dos cursos d'água e do lençol freático.

Os muros de arrimo devem conter em toda sua altura uma camada filtrante, composta por um sistema de drenos na sua face que se encontra em contato com o solo. Esse dreno é feito com o intuito de evitar o aparecimento de pressões hidrostática, pois se isso não ocorrer deve ser calculada um empuxo d'água resultante. Caso esta estrutura já possuir aberturas com dimensões suficientes pra resistir o empuxo d'água do lençol freático, água livre e do acúmulo de chuva, não será preciso considerar este efeito, pois esta estrutura celular deve ser projetada com este objetivo.

Sobre os pilares e elementos de fundação há uma pressão de água em movimento que devem ser calculada pela seguinte expressão.

$$p = k \times V_a^2 \quad (13)$$

Onde:

p = pressão estática equivalente em kN/m^2 .

k = coeficiente dimensional (para elementos de seção transversal circular $k=0,34$, e para elemento de seção retangular o k é em função do ângulo de incidência dado pela tabela 3).

Quadro 3 - Valores de k em função do ângulo de incidência segundo a norma

| Ângulo de incidência | k |
|----------------------|------|
| 90° | 0,71 |
| 45° | 0,54 |
| 0° | 0 |

Fonte: NBR 7187:2003.

2.1.7.3.3 Empuxo de terra

Segundo a norma NBR 7187:2003, é a mecânica dos solos que determina o empuxo de terra nas estruturas, sendo que ele depende da sua natureza, das características do terreno, inclinação do talude e dos paramentos. Os empuxos ativo devem ser considerados os mais desfavoráveis e o empuxo passivo só deve ser considerado quando sua ocorrência for garantida durante toda a vida útil da obra.

Quando a superestrutura funcionar como arrimo para os aterros de acesso, a ação do empuxo originado pode ser considerado simultaneamente em ambas as extremidades, mas somente quando não houver juntas intermediárias do tabuleiro. Já se houver deve ser feitas verificações para a hipótese de existir esta ação apenas em uma das extremidades, sem outras forças horizontais.

Nos casos em que o pilar for implantado em taludes de aterro, deve ser considerados uma largura fictícia de três vezes a largura desse pilar, limitando está à largura da plataforma de aterro. Quando esta largura fictícia for superior à distância transversal entre eixos de pilares para grupo de pilares alinhados transversalmente, a novo largura fictícia deve ser:

- Para os pilares externos, a semidistância entre eixos acrescida de uma vez e meia a largura do pilar.
- Para pilares intermediários a distância entre eixos.

2.1.7.3.4 Empuxo de terra provocado por cargas móveis

Segundo a norma NBR 7187:2003, os critérios para o cálculo são os mesmos do empuxo de terra. Porém as cargas móveis no terrapleno devem ser transformadas em altura de terra equivalente.

Já quando a própria superestrutura funciona como arrimo dos aterros de acesso, a ação deve ser considerada em apenas uma das extremidades, menos quando a situação mais desfavorável seja simultaneamente nas duas extremidades, como em casos de tabuleiros em curvas horizontais.

A passagem de um veículo sobre um aterro, vizinho a entrada da ponte, produz na superfície vertical de encontros e cortinas, uma pressão lateral uniforme, dada pela equação $K_a \times q$, produzindo um empuxo.

$$E_q = K_a q b h \quad (14)$$

Onde q é calculado pela seguinte equação:

$$q = \frac{q_v \times 3,0 + q \times (l_p - 3,0)}{l_p} \quad (15)$$

Onde:

K_a = coeficiente de empuxo ativo.

q_v = carga uniformemente distribuída, resultante da divisão do peso total do veículo-tipo pela área (3 x 6 m²).

b, h = dimensões da cortina ou encontro.

q = cargas dos demais veículos.

2.1.7.3.5 Força centrífuga

De acordo com a norma NBR 7187:2003, as seguintes forças centrífugas, uniformemente distribuída.

- Pontes rodoviárias onde o C atua na superfície do rolamento:

$C = 0,25$ do peso do veículo-tipo para $R \leq 300\text{m}$.

$C = 75/R$ do peso do veículo-tipo para $R > 300\text{m}$.

- Pontes ferroviárias com bitola larga (1,60m) onde o C atua no centro de gravidade do trem (suposto 1,60 m acima do topo do trilho):

$C = 0,15$ da carga móvel para $R \leq 1200\text{m}$.

$C = 180/R$ da carga móvel para $R > 1200\text{m}$.

- Pontes ferroviárias com bitola estreita (1,0 m) onde o C atua no centro de gravidade do trem (suposto 1,60 m acima do topo do trilho):

$C = 0,10$ da carga móvel para $R \leq 1200\text{m}$.

$C = 75/R$ da carga móvel para $R > 1200\text{m}$.

2.1.7.3.6 Variação de temperatura

A variação de temperatura é considerada segundo a norma NBR 6118:2014. Para efeito de análise estrutural, o coeficiente de dilatação térmica pode ser admitido como sendo igual a $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$.

Para elementos cuja a menor dimensão seja menor que 50 cm a variação de temperatura fica ente 10°C e 15°C . Já para elementos maciços ou ocos com os espaços vazios inteiramente fechado e com a menor dimensão de 70 cm a variação de temperatura fica ente 5°C e 10°C . Quando os elementos estruturais tenha a menor dimensão entre 50 cm e 70 cm pode-se fazer uma interpolação entres os valores acima citados.

2.1.7.3.7 Fluência e retração do concreto

Os efeitos de fluência e retração do concreto são estabelecidas pela norma NBR 6118:2014. Se não houver necessidade de grande precisão nos valores finais dos coeficientes de fluência $\psi(t^\infty, t_0)$ e da deformação específica $\epsilon_{cs}(t^\infty, t_0)$ do concreto, submetido a tensões menores que $0,5 f_c$, pode-se utilizar valores tabelado, mostrados na tabela 4.

Quadro 4 - Valores característicos superiores da deformação específica de retração $\epsilon_{cs}(t^\infty, t_0)$ e do coeficiente de fluência $\psi(t^\infty, t_0)$

| Umidade ambiente (%) | | 40 | | 55 | | 75 | | 90 | | |
|------------------------------------|-------|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Espessura fictícia 2.Ac/u (cm) | | 20 | 60 | 20 | 60 | 20 | 60 | 20 | 60 | |
| $\psi(t^\infty, t_0)$ | t_0 | 5 | 4,4 | 3,9 | 3,8 | 3,3 | 3,0 | 2,6 | 2,3 | 2,1 |
| | | 30 | 3,0 | 3,0 | 2,6 | 2,5 | 2,0 | 2,0 | 1,6 | 1,6 |
| | | 60 | 3,0 | 2,6 | 2,2 | 2,2 | 1,7 | 1,8 | 1,4 | 1,4 |
| $\epsilon_{cs}(t^\infty, t_0)$ (%) | t_0 | 5 | -0,44 | -0,39 | -0,37 | -0,33 | -0,23 | -0,21 | -0,10 | -0,09 |
| | | 30 | -0,37 | -0,38 | -0,31 | -0,31 | -0,20 | -0,20 | -0,09 | -0,09 |
| | | 60 | -0,32 | -0,36 | -0,27 | -0,30 | -0,17 | -0,19 | -0,08 | -0,09 |

Fonte: NBR 6118.

Onde:

A_c = área da seção transversal.

u = perímetro da seção em contato com a atmosfera.

A deformação por fluência do concreto pode ser rápida ou lenta, sendo que rápida ocorre nas primeiras 24 horas após a aplicação das cargas, e ela é irreversível, já a lenta pode ser tanto reversível quanto irreversível.

Para o cálculo dos efeitos de fluência com tensão de serviço no concreto, devemos levar em conta as seguintes hipóteses:

- Deformação por fluência varia linearmente com a tensão aplicada.
- Os efeitos de fluência se superpõem para acréscimo de tensão aplicados em momentos distintos.

- Deformação rápida produz deformação constante com o tempo, os valores do coeficiente de deformação rápida dependem da resistência do concreto no momento em que a carga será aplicada e sua resistência final.

- Coeficiente de deformação lenta reversível depende apenas da duração do carregamento.

- Coeficiente de deformação lenta irreversível depende da umidade relativa ambiente, consistência do lançamento, espessura fictícia da peça, idade fictícia do concreto no instante da aplicação da carga e no instante considerado.

- As curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, para o mesmo concreto, relacionadas a diferentes idades no momento do carregamento são obtidas umas em relações as outras por deslocamento paralelo ao eixo das deformações.

O valor da retração depende da umidade relativa do ambiente, consistência do concreto no lançamento e da espessura fictícia da peça.

2.2 Métodos de análise

2.2.1 Método simplificado por linha de influência

Este método é usado em pontes com apenas duas longarinas, pois são pontes isostática. É feita uma simplificação por linhas de influência onde abaixo de uma viga o valor seria de 1, como observar-se na figura 19.

Figura 19 - Linha de influência

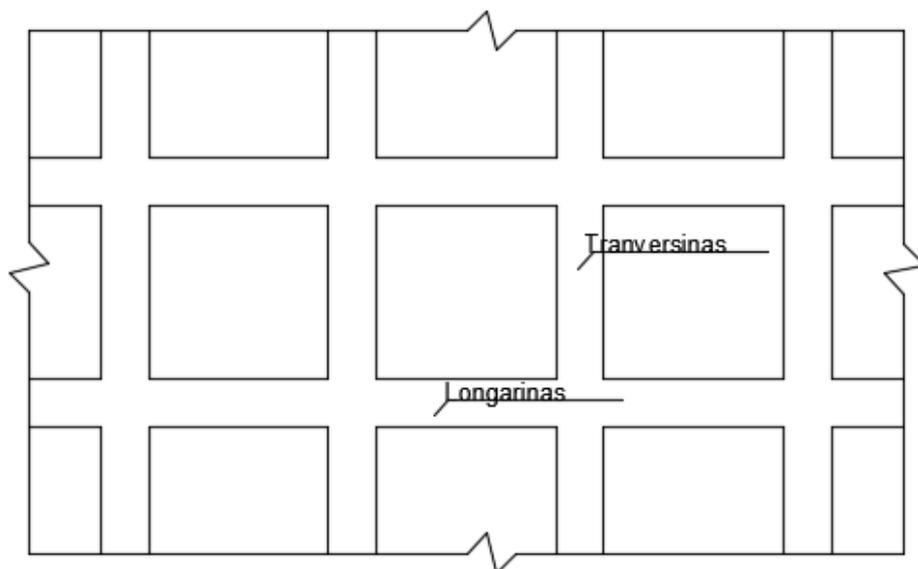


Fonte: DONIN, Christian, 2014.

2.2.2 Método de Grelhas

Quando o tabuleiro de uma ponte é formado por vigas múltiplas ligadas entre elas por transversinas e pela própria laje superior do tabuleiro como é demonstrada na figura 20, esse conjunto passa a se apresentar como uma grelha de malha ortogonal, cuja seu cálculo é bem complexo e laborioso. Vários métodos de cálculo aproximados foram desenvolvidos de modo a contornar a dificuldade de se calcular.

Figura 20 - Grelha

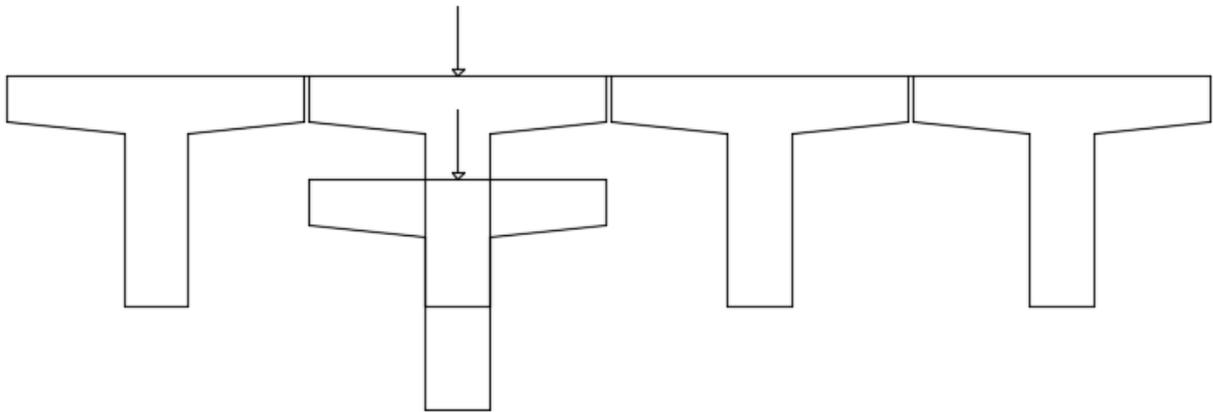


Fonte: DONIN, Christian, 2014.

Na determinação do trem-tipo de flexão, no caso de pontes rodoviárias que foram usadas vigas múltiplas sem a laje inferior, deve-se observar o tipo de repartição transversal que pode ocorrer em função da rigidez. Esta rigidez pode variar desde nula a infinita.

Nula seria quando as vigas colocadas lado a lado uma das outras, para isso acontecer elas não podem ter nenhuma ligação entre elas, como podemos ver na figura 21. Considerando que as cargas atuantes vão unicamente para uma viga e não há a colaboração das vigas vizinhas.

Figura 21 - Rigidez nula

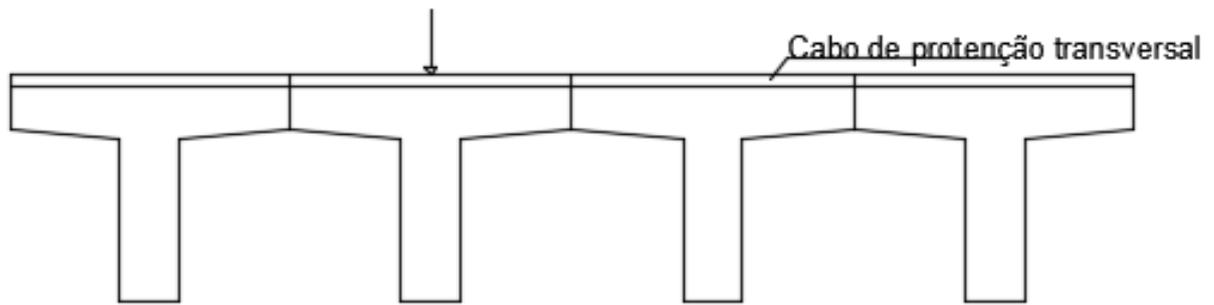


Fonte: DONIN, Christian, 2014.

Na rigidez finita não-nula ocorre uma deformada transversal não linear, pois existe entre as vigas um pequeno vínculo que faz com que as vigas se unem, como por exemplo, uma proteção transversal na laje superior, como mostra a figura 22. Qualquer carregamento que irá atuar, vai ser distribuídas entres as vigas longitudinais. Será estudada com muito rigor as linhas de influência de repartição transversal para cada elemento de viga.

O tabuleiro é parecido a uma placa ortótropa, e possui elementos importantes para o cálculo, como por exemplo, o coeficiente de elasticidade, distância entre vigas, vãos, momentos de inércia à flexão e a própria torção. Sobre o assunto há vários estudos, como o de Guyon, Massonnet, Rowe, Cusens e Pama, sendo geradas inúmeras tabelas para definir as linhas de influência.

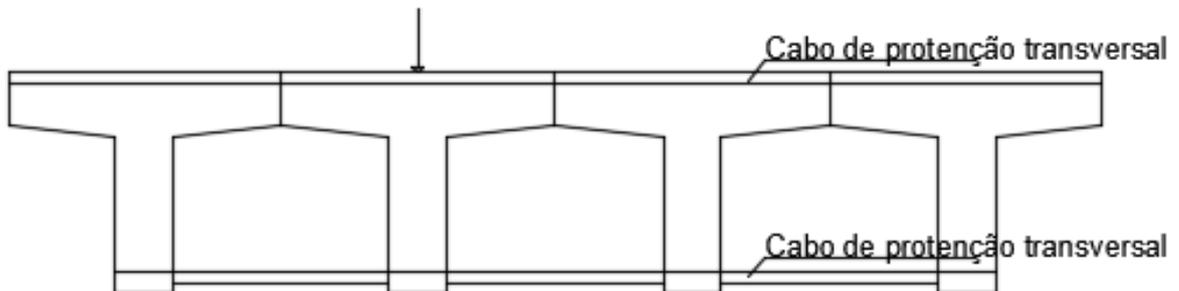
Figura 22 - Rigidez finita não-nula



Fonte: DONIN, Christian, 2014.

No modelo de rigidez infinita, as deformadas transversal de uma carga qualquer é sempre reta, sem inflexões nem curvaturas de qualquer tipo, como está demonstrada na figura 23. F. Engesser e J. Courbon, na França, estudaram este comportamentos do tabuleiro.

Figura 23 - Rigidez infinita



Fonte: DONIN, Christian, 2014.

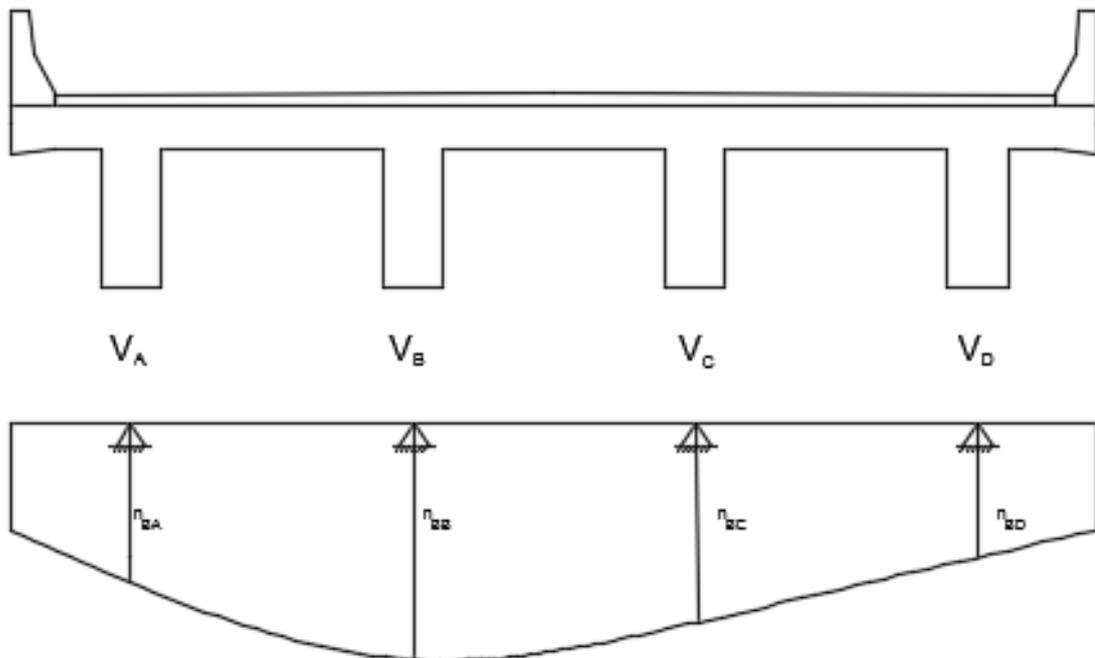
2.2.3 Método de Guyon – Vigas múltiplas

Uma ponte com diversas vigas dispostas de forma longitudinal e transversal pode ser constituída como uma estrutura intermediária entre uma grelha com vinculação rígida à torção e uma laje ortótropa. O método dos coeficientes de distribuição transversal é apenas uma simplificação, mas é feita de forma muito laboriosa, simplificando o cálculo completo de uma grelha, mantendo os aspectos básicos e essenciais do problema.

Cada viga possui sua linha de influência de reação de apoio própria como foi demonstrada na figura 24, que assim define os coeficientes de repartição transversal

para suas vizinhas. Se as vigas não possuírem simetria, cada uma delas deve possuir sua linha de influência de reação de apoio sendo pesquisada em separado, pois os coeficientes são diferentes para cada uma delas.

Figura 24 - Linha de influência vigas múltiplas



Fonte: DONIN, Christian, 2014.

Se a carga aplicada é unitária, ocorre a seguinte condição, para a linha de influência de reação de apoio da viga V_A :

$$n_{AA} + n_{AB} + n_{AC} + n_{AD} = 1 \quad (16)$$

A mesma condição é estabelecida para a linha de influência de reação de apoio da viga V_B :

$$n_{BA} + n_{BB} + n_{BC} + n_{BD} = 1 \quad (17)$$

Esses valores numéricos dos coeficientes, são encontrados tabelados para diferentes relações de rigidez à flexão e à torção, e para os diferentes números de longarinas e transversinas que possuem no tabuleiro.

2.2.4 Método de Engesser-Coubon

Esse método constitui em um caso extremo de distribuição transversal de cargas entre vigas, uma vez que se considera infinita rigidez da transversina que une as vigas principais. A deformada transversal sob uma carga atuante permanece sempre reta, sem inflexões nem curvaturas.

São desprezadas as deformações das transversinas em relação as deformações das longarinas. Cada transversina é tratada como um sólido rígido, e seu eixo, que era reto, após sofre a deformação do conjunto, permanecera reto. A equação do eixo da transversina na forma deformada se escreve por:

$$y = a + b x \quad (18)$$

Onde, a e b são constantes a serem determinadas.

2.2.5 Método dos Elementos Finitos

Com o Método dos Elementos Finitos surgiu uma novo possibilidade para que se possa resolver vários problemas da teoria da elasticidade, superando os métodos antigos de cálculo.

No dia-a-dia, engenheiros e projetistas estão diante de muitos problemas técnicos, as vezes sendo simples e em outras ocasiões bem complexos. Para resolver tal problema usam muitas fórmulas e tabelas que aprenderam no curso de engenharia. Na área estrutural o engenheiro deve garantir a segurança da estrutura para que ela não sofra nenhuma falha.

Para problemas, engenheiros usam tabelas e soluções analíticas que se encontra em livros de Resistência dos Materiais, mais tudo isso é produto do tratamento clássico matemático baseado no estudo das Equações Diferenciais, que conseguem descrever o equilíbrio das estruturas. A maioria das estruturas são mais complexas para serem analisadas pelas técnicas clássicas, como é caso do estudo de pontes.

Os métodos analíticos clássicos apenas permitem o cálculo da resposta exata das tensões, deslocamentos e deformações na estrutura. Porém, a solução é conhecida apenas para alguns casos. Por isso para maior detalhes, principalmente em estruturas maiores, deve-se optar pelo Método dos Elementos Finitos, que é uma fórmula de resolução numérico de um sistema de equações diferenciais parciais.

O Método dos Elementos Finitos é uma análise matemática que consiste na fragmentação de um meio contínuo em pequenos elementos considerando a estrutura como um todo, sem que haja alteração das propriedades do meio original. Esses elementos são descritos por equações diferenciais e resolvidos por modelos matemáticos, para que sejam obtidos os resultados desejados. Somente com o advento dos computadores a sua viabilização tornou-se possível, facilitando a resolução das enormes equações algébricas.

2.3 Algumas pesquisas

Gaspar(2003) em sua tese sobre dimensionamento das almas de pontes celulares teve com o objetivo investigar experimentalmente o comportamento estruturas das vigas celulares em concreto, especialmente no tocante ao dimensionamento de suas almas, fez também a verificação da resistência dos estribos, das bielas comprimidas, fadigas nas armaduras a flexão.

Na sua parte experimental Gaspar fez a ampliação da ideia da flexão composta da biela, também fez o projeto, montagem e execução dos ensaios, ensaiou a fadiga das barras de aço para concreto armado e das armaduras transversais.

Brandão(2010) em sua dissertação fez a análise da segurança estrutural da ponte Marechal Hermes sob efeito de corrosão usando confiabilidade estrutural. Foi feita a partir do levantamento e observações feitas em campo onde deseja-se obter um

diagnóstico preciso da segurança da estrutura. Serão aplicados modelos probabilísticos para as cargas e resistência dos elementos estruturais. A avaliação de confiabilidade será feita para o sistema ponte metálica sob degradação usando o programa ANSYS.

Concluiu em sua dissertação que o ANSYS é um software de análise estrutural, baseado no método dos elementos finitos, que permite ao usuário uma infinidade de análise, sejam elas dinâmicas ou estáticas. Porém, a análise de segurança estrutural com este programa ainda é pouco explorada. O ANSYS é um programa complexo e seu armazenamento de resultados é confuso. Ele ainda apresentou dificuldade de instalação de módulos complementares.

Nunes(2014) em sua dissertação sobre dimensionamento de pontes rodoviárias de concreto Armado e concreto protendido tendo como objetivo descrever e comparar os modelos de cargas e de cálculo estabelecidos na regulamentação portuguesa e europeia assim analisando as ações do tráfego rodoviário, as sobrecargas em passeios e os modelos de cálculo de armadura de flexão e de esforço transversal no dimensionamento de pontes concreto armado e concreto armado protendido.

Esse estudo foi efetuado em duas fases. Primeiramente foi analisado os esforços induzidos num tabuleiro simplesmente apoiado, sujeito às ações de tráfego. Depois na segunda fase, recorre-se três tabuleiros típicos em Portugal um em concreto armado e dois em concreto armado protendido, para quantificação de esforços e suas armaduras, de modo a avaliar os efeitos inerentes à aplicação dos modelos estabelecidos nos regulamentos em análise.

3 METODOLOGIA

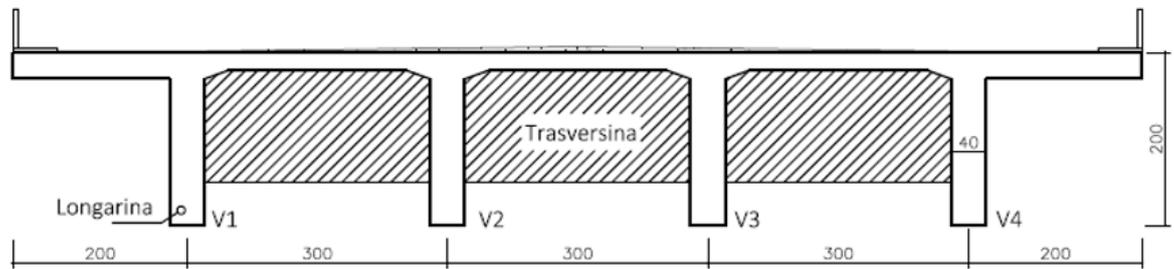
No decorrer do trabalho escolheu-se um caso de ponte, e calculou-se métodos citados nesse estudo. Por fim aplicou-se método dos elementos finitos usando o programa ANSYS. Comparações entre os métodos serão apresentadas.

3.1 Modelo de ponte

Para a realização dos cálculos o modelo de estrutura de ponte utilizado foi uma ponte TB – 450 constituída por 4 vigas longitudinais (longarinas), estas vigas unidas por 3 vigas transversais (transversinas). As longarinas possuem um vão de 20 m, seção transversal de 0,40 x 2,00 m. Já as transversinas possuem seção transversal de 0,40 x 1,50.

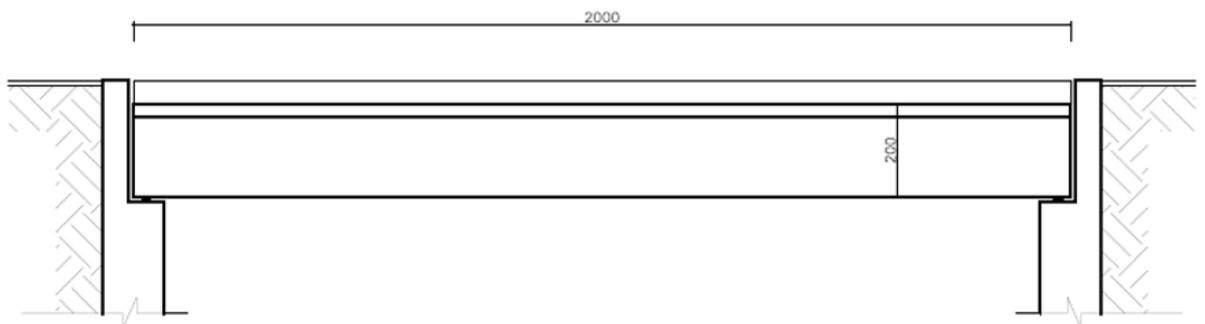
Utilizou-se concreto C30, $f_{ck} \geq 30$ MPa, módulo de elasticidade $E_{cs} = 30673,00$ MPa, este definido conforme NBR 6118:2014 e o coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$. A seguir encontra-se o esquema transversal e longitudinal da estrutura da ponte em análise (medidas em cm).

Figura 25 - Esquema transversal de ponte TB-450



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 26 - Esquema longitudinal de ponte TB-450



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2 Cálculo dos coeficientes de ponderação das cargas verticais

Os seguintes cálculos foram realizados conforme descrição e especificações da NBR 7188:2013 para o modelo de ponte descrito neste trabalho.

$$\emptyset = CIV * CNF * CIA$$

Onde: \emptyset = Coeficiente de ponderação de carga.

$$\emptyset = 1,302857 * 1,00 * 1,00 = 1,302857$$

Os valores de coeficiente de impacto vertical, coeficiente de número de faixas e coeficiente de impacto adicional utilizados no cálculo do \emptyset estão descritos a seguir.

3.2.1 Coeficiente de impacto vertical (CIV)

Segue o cálculo, para um vão longitudinal de 20m.

$$CIV = 1 + 1,06 * (20 Liv+50) \quad (19)$$

Onde: Liv = Vão em metros.

$$CIV = 1 + 1,06 * (20 20+50) = 1,302857$$

3.2.2 Coeficiente de Número de faixas (CNF)

Segue o cálculo.

$$CNF = 1 - 0,05 * (n - 2) > 0,9 \quad (20)$$

Onde: n = Número de faixas de tráfego rodoviário a serem carregadas sobre o tabuleiro transversal.

$$CNF = 1 - 0,05 * (2 - 2) = 1,00 > 0,9 - OK$$

3.2.3 Coeficiente de impacto adicional (CIA)

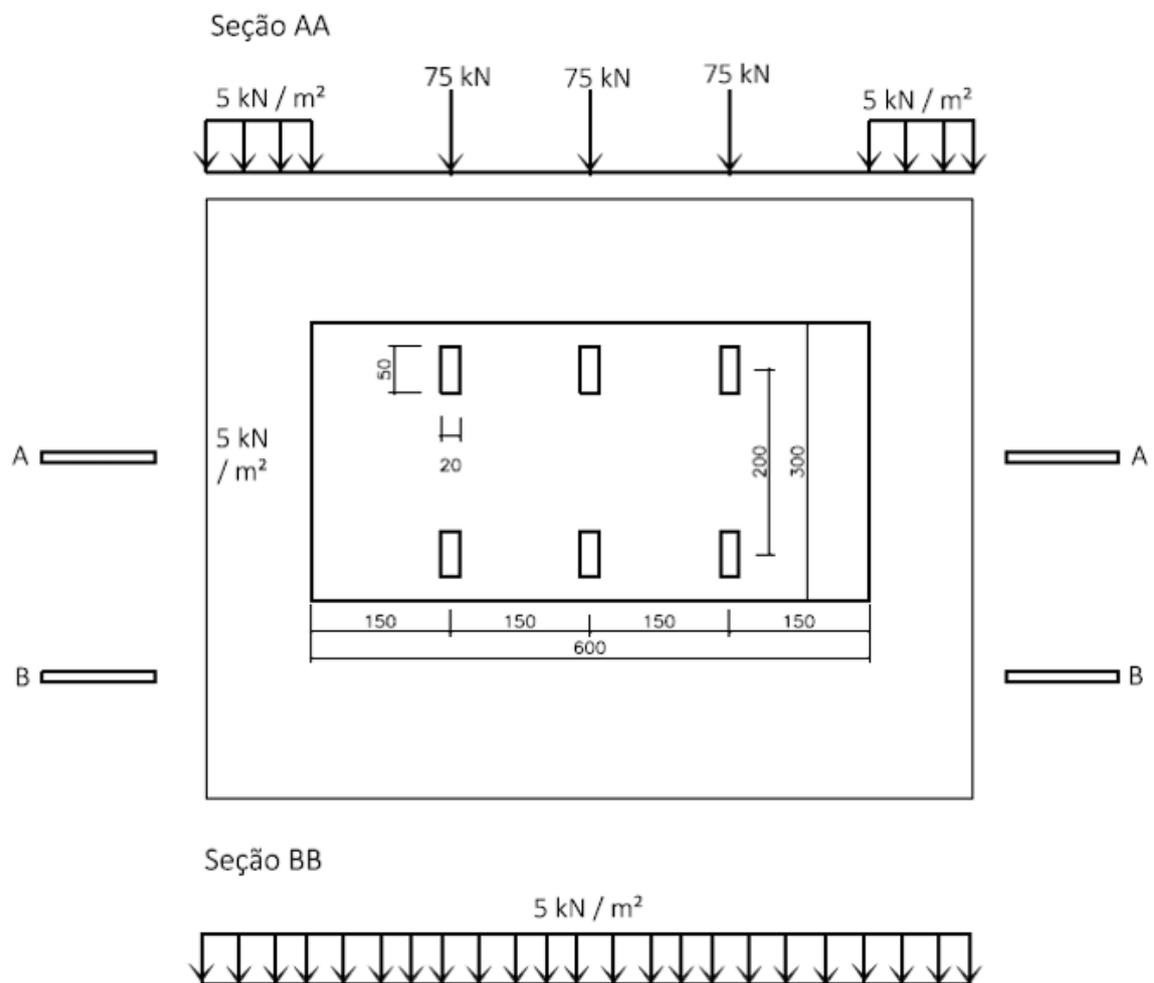
Utilizou-se CIA = 1,00, pois será isoladamente nas regiões das juntas conforme a NBR 7188:2013.

3.3 Disposição das cargas para cálculo de trem-tipo

Para obtenção dos trem-tipo nas longarinas laterais e centrais da estrutura as cargas foram colocadas segundo a norma NBR 7188:2013, tanto na longarina lateral quanto na longarina central.

A seguir, encontra-se a disposição de cargas em planta utilizada para o cálculo dos momentos, conforme NBR 7188:2013.

Figura 27 - Esquema em planta baixa da disposição de cargas



Fonte: NBR 7188:2013

3.4 Cálculo do trem-tipo de flexão utilizando o Método de Guyon-Massonnet

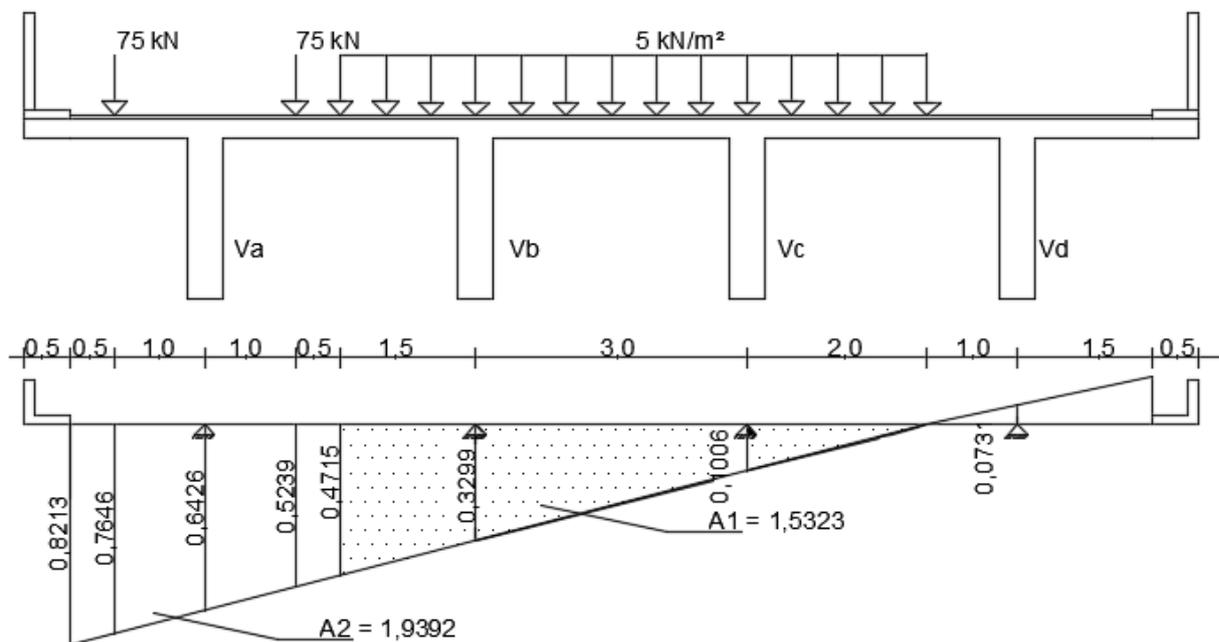
Cada longarina possui separadamente m trem-tipo de flexão, não usando a longarina do lado, uma vez que as linhas de influência de reação de apoio são diferentes.

A seguir encontra-se o cálculo do trem-tipo de flexão classe 45 da ponte rodoviária modelo que foi analisada nesse trabalho. Este cálculo encontra-se exemplificado na obra de Mendes (2003). Os coeficientes de repartição transversal para as vigas estão calculados pelo método de Guyon-Massonnet-Rowe.

3.4.1 Trem-tipo para a longarina lateral

A seguir encontram-se o cálculo do trem-tipo de flexão para a longarina lateral, onde os valores dos coeficientes de repartição transversal para as longarinas são: $RV1 = 0,6426$, $RV2 = 0,3299$, $RV3 = 0,1006$ e $RV4 = 0,0731$.

Figura 28 - Corte A – A que passa dentro da faixa do veículo-tipo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

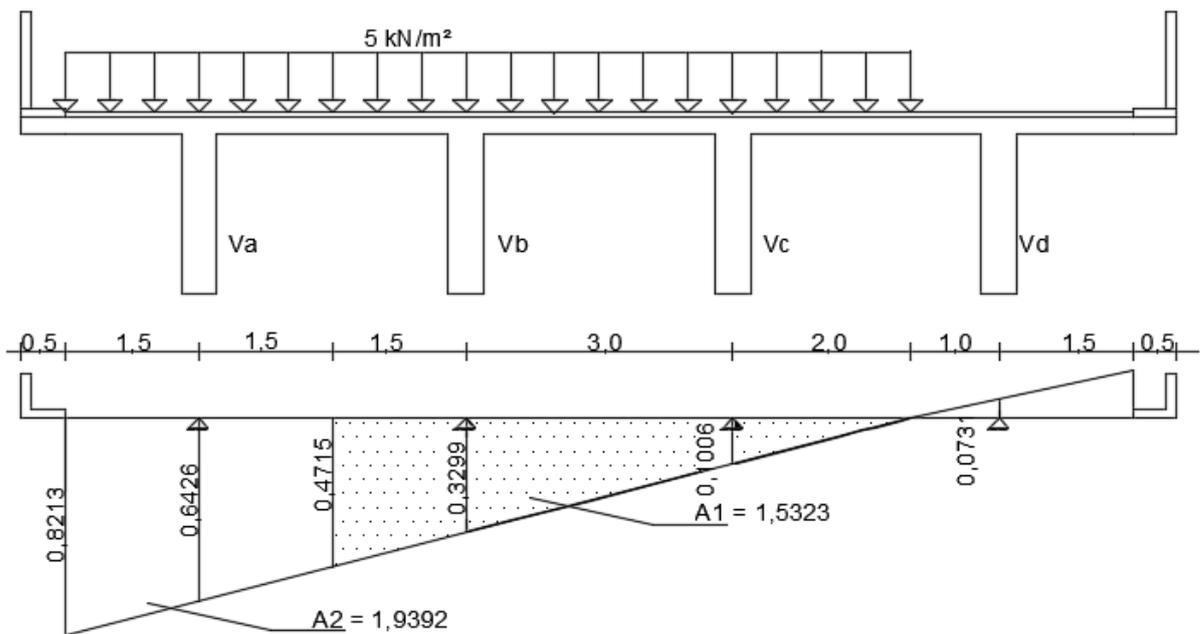
$$RP = 75 \text{ kN} (0,7646 + 0,5239) = 96,64 \text{ kN}$$

$$R_{p1} = 5 \text{ kN/m} \times 1,5323 \text{ m}^2 = 7,66 \text{ kN/m}$$

RP = carga da roda do trem-tipo;

R_{p1} = carga uniforme distribuída dentro da faixa do trem-tipo.

Figura 29 - Corte B – B que passa fora da faixa do veículo-tipo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

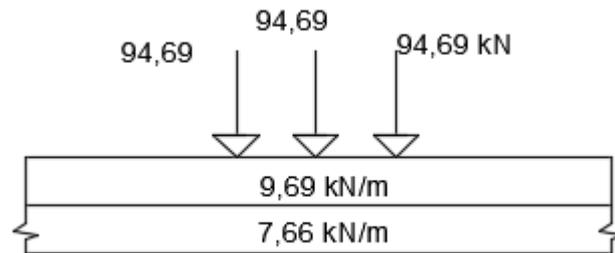
$$R_{p1} = 5 \text{ kN/m} \times 1,5323 \text{ m}^2 = 7,66 \text{ kN/m}$$

$$R_{p2} = 5 \text{ kN/m} \times 1,9392 \text{ m}^2 = 9,69 \text{ kN/m}$$

R_{p2} = carga uniforme fora da faixa do trem- tipo.

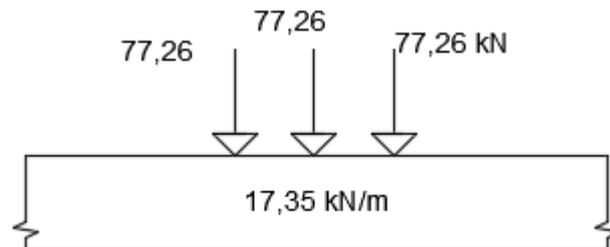
A partir da obtenção de RP, R_{p1} e R_{p2} , definiu-se o trem-tipo final para a longarina lateral.

Figura 30 - Trem-tipo final



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 - Trem-tipo simplificado

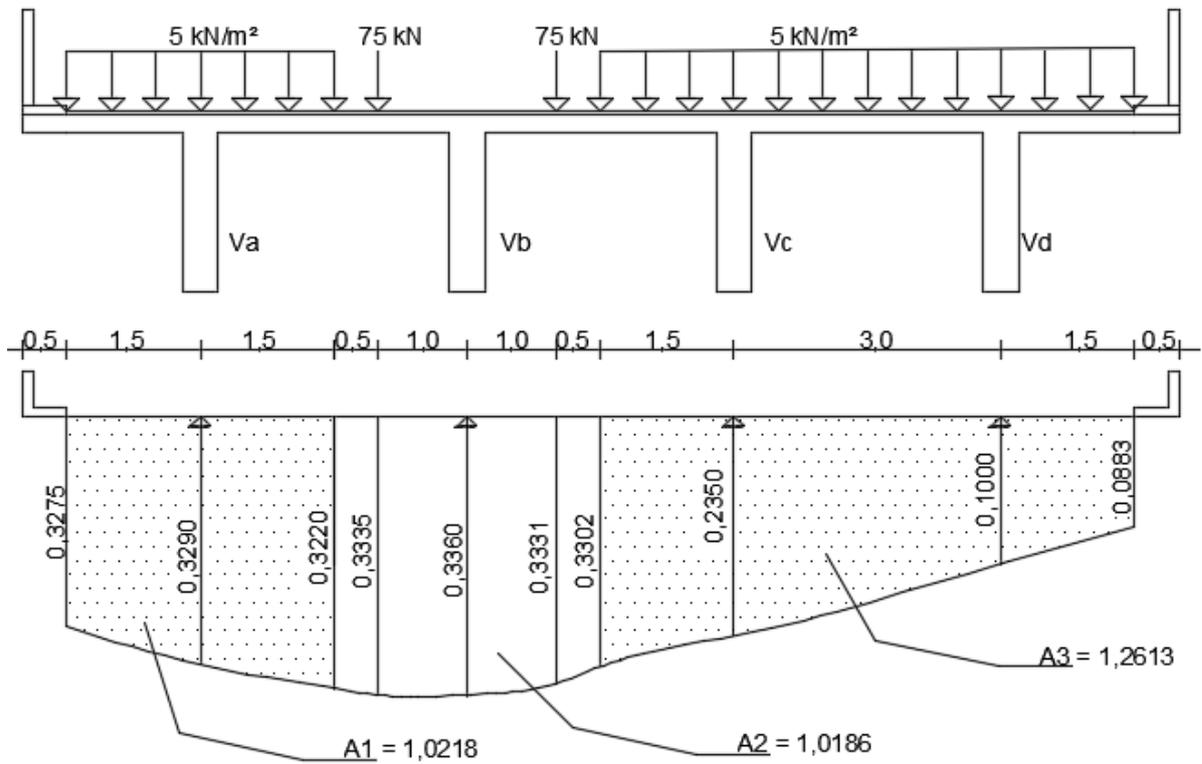


Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.2 Trem-tipo para a longarina central

A seguir encontram-se o cálculo do trem-tipo de flexão para a longarina central, onde os valores dos coeficientes de repartição transversal para as longarinas são: $RV1 = 0,3290$ kN, $RV2 = 0,3360$ kN, $RV3 = 0,2350$ kN e $RV4 = 0,1000$ kN.

Figura 32 - Corte A – A que passa dentro da faixa do veículo-tipo

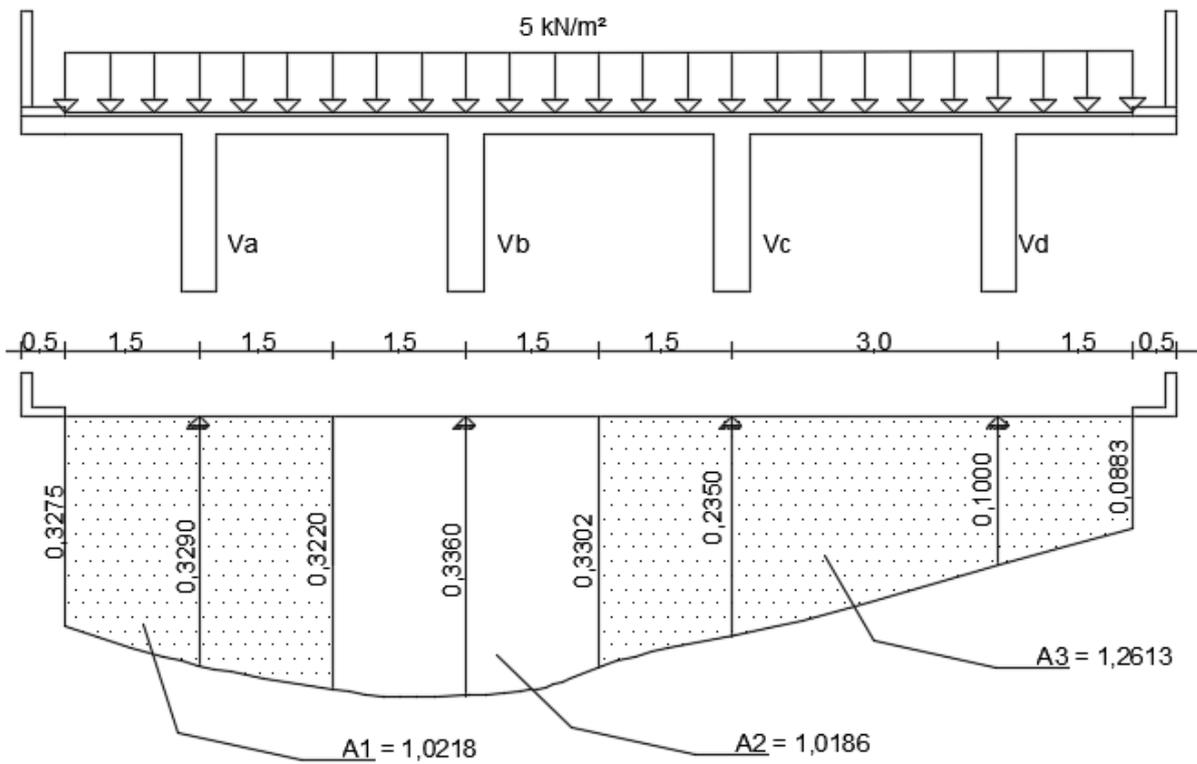


Fonte: Elaborado pelo autor.

$$RP = 75 \text{ kN} (0,3335 + 0,3331) = 50 \text{ kN}$$

$$R_{p1} = 5 \text{ kN/m}^2 (1,0218 + 1,2613) = 11,42 \text{ kN/m}$$

Figura 33 - Corte B – B que passa fora da faixa do veículo-tipo

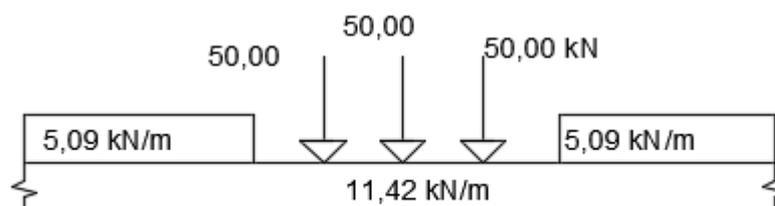


Fonte: Elaborado pelo autor.

$$R_{p1} = 5 \text{ kN/m}^2 (1,0218 + 1,2613) = 11,42 \text{ kN/m}$$

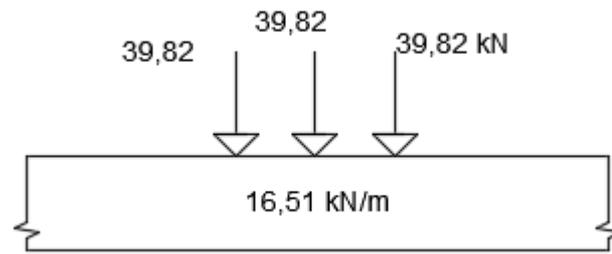
$$R_{p2} = 5 \text{ kN/m}^2 \times 1,0186 \text{ m}^2 = 5,09 \text{ kN/m}$$

Figura 34 – Trem-tipo final



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 35 - Trem-tipo simplificado



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4.3 Cálculo dos momentos fletores devido a carga móvel usando o trem-tipo do metodo de Guyon-Massonnet

Constatou-se que neste modelo de ponte, sendo ela biapoiada e sem balanço há somente momento fletor positivo atuando na estrutura.

Assim, por simetria, espelham-se os momentos fletores a partir da seção “6”, sendo que o máximo momento fletor está na seção “5”.

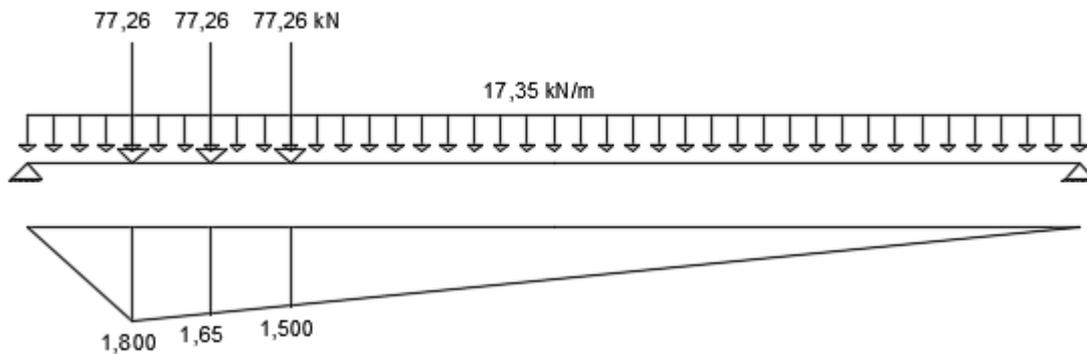
3.4.3.1 Longarina Lateral

Seção “0”

$$\varphi M_0^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_0^+ = 0$$

Figura 36 - Seção "1"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_1}{L} \times x_1 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{2,00}{20,00} \times 18,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 1,800$$

$$\frac{18,00}{16,50} = \frac{1,800}{x} \Rightarrow x = 1,65$$

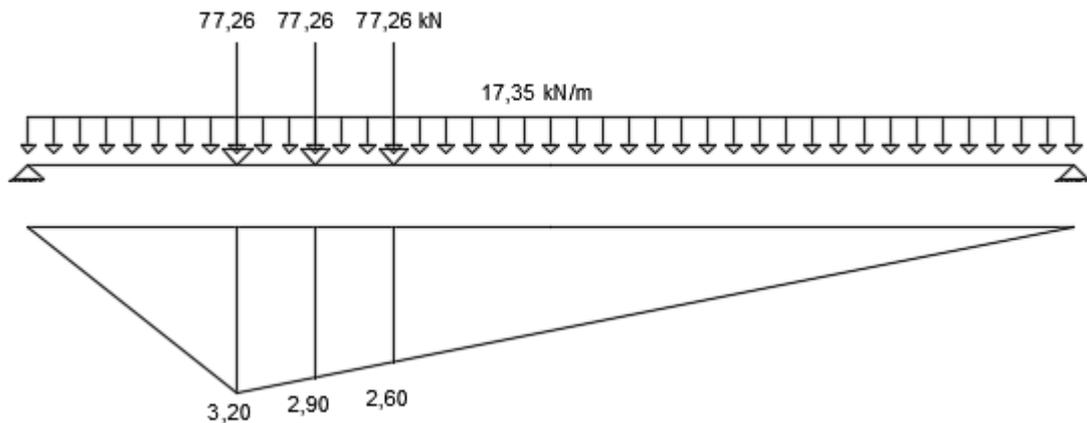
$$\frac{18,00}{15,00} = \frac{1,800}{x} \Rightarrow x = 1,50$$

$$\varphi M_1^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_1^+ = 1,30 \times \left[77,26 \times (1,8 + 1,65 + 1,5) + 17,35 \times \left(\frac{1,8 \times 2}{2} + \frac{1,8 \times 18}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_1^+ = 903,1581 \text{ kN m}$$

Figura 37 - Seção "2"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_2}{L} \times x_2 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{4,00}{20,00} \times 16,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 3,20$$

$$\frac{16,00}{14,50} = \frac{3,20}{x} \Rightarrow x = 2,90$$

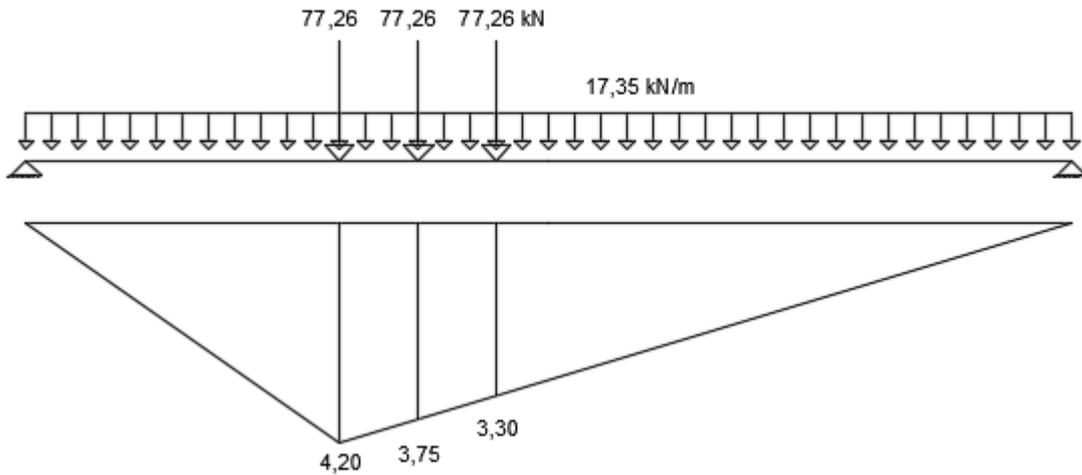
$$\frac{16,00}{13,00} = \frac{3,20}{x} \Rightarrow x = 2,60$$

$$\varphi M_2^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{distribuída} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_2^+ = 1,30 \times \left[77,26 \times (3,20 + 2,90 + 2,60) + 17,35 \times \left(\frac{3,2 \times 4}{2} + \frac{3,2 \times 16}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_2^+ = 1595,5706 \text{ kN m}$$

Figura 38 - Seção "3"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_3}{L} \times x_3 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{6,00}{20,00} \times 14,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 4,20$$

$$\frac{14,00}{12,50} = \frac{4,20}{x} \Rightarrow x = 3,75$$

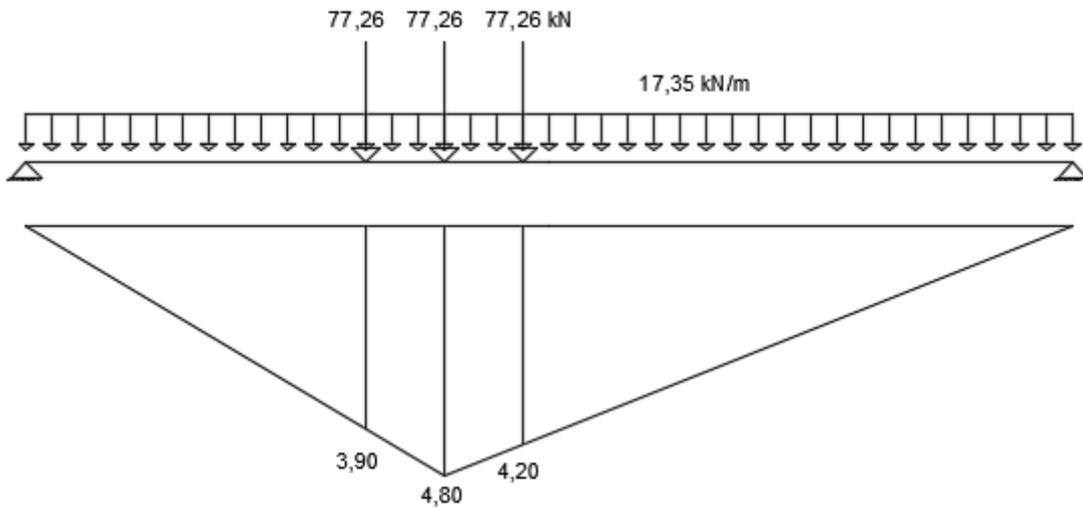
$$\frac{14,00}{11,00} = \frac{4,20}{x} \Rightarrow x = 3,30$$

$$\varphi M_3^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_3^+ = 1,30 \times \left[77,26 \times (4,2 + 3,75 + 3,3) + 17,35 \times \left(\frac{4,2 \times 6}{2} + \frac{4,2 \times 14}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_3^+ = 2077,2375 \text{ kN m}$$

Figura 39 - Seção "4"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_4}{L} \times x_4 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{8,00}{20,00} \times 12,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 4,80$$

$$\frac{12,00}{10,50} = \frac{4,80}{x} \Rightarrow x = 4,20$$

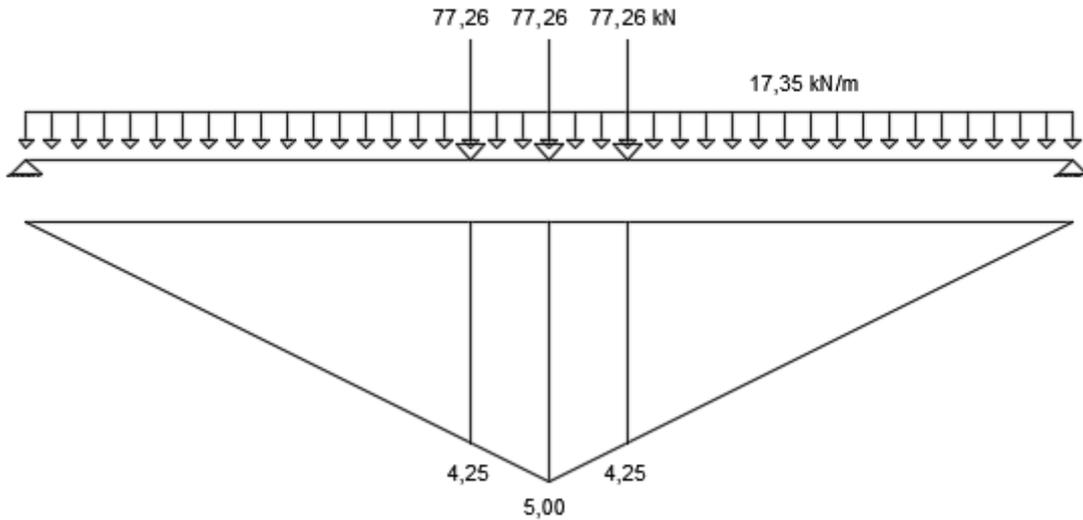
$$\frac{8,00}{6,50} = \frac{4,80}{x} \Rightarrow x = 3,90$$

$$\varphi M_4^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_4^+ = 1,30 \times \left[77,26 \times (4,8 + 4,2 + 3,9) + 17,35 \times \left(\frac{4,8 \times 8}{2} + \frac{4,8 \times 12}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_4^+ = 2378,2902 \text{ kN m}$$

Figura 40 - Seção "5"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_5}{L} \times x_5 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{10,00}{20,00} \times 10,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 5,00$$

$$\frac{10,00}{8,50} = \frac{5,00}{x} \Rightarrow x = 4,25$$

$$\frac{10,00}{8,50} = \frac{5,00}{x} \Rightarrow x = 4,25$$

$$\varphi M_5^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_5^+ = 1,30 \times \left[77,26 \times (5 + 4,25 + 4,25) + 17,35 \times \left(\frac{5 \times 10}{2} + \frac{5 \times 10}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_5^+ = 2483,663 \text{ kN m}$$

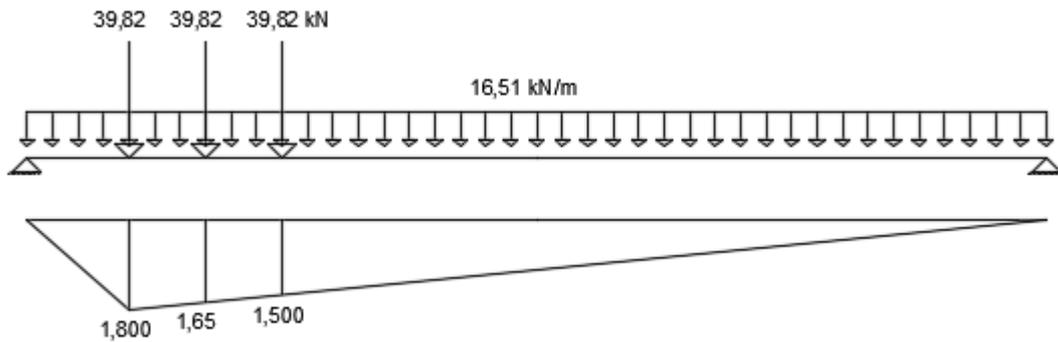
3.4.3.2 Longarina central

Seção "0"

$$\varphi M_0^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_0^+ = 0$$

Figura 41 - Seção "1"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_1}{L} \times x_1 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{2,00}{20,00} \times 18,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 1,800$$

$$\frac{18,00}{16,50} = \frac{1,800}{x} \Rightarrow x = 1,65$$

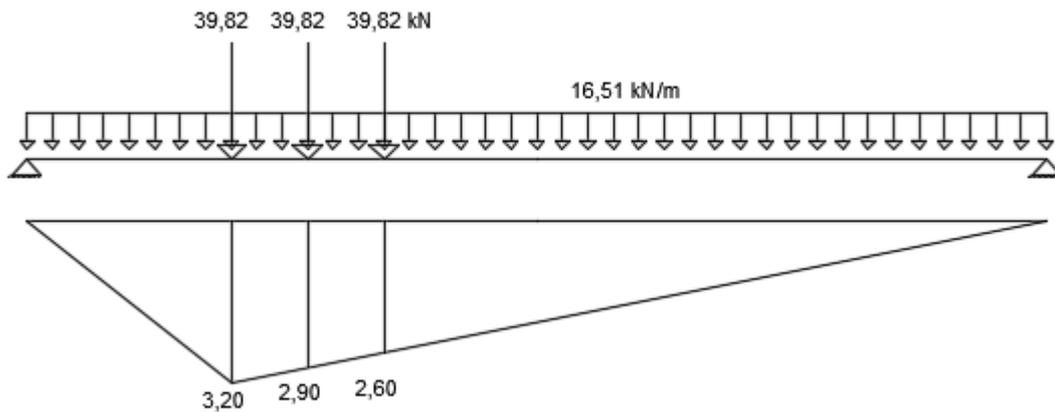
$$\frac{18,00}{15,00} = \frac{1,800}{x} \Rightarrow x = 1,50$$

$$\varphi M_1^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_1^+ = 1,30 \times \left[39,82 \times (1,8 + 1,65 + 1,5) + 16,51 \times \left(\frac{1,8 \times 2}{2} + \frac{1,8 \times 18}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_1^+ = 642,5757 \text{ kN m}$$

Figura 42- Seção "2"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_2}{L} \times x_2 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{4,00}{20,00} \times 16,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 3,20$$

$$\frac{16,00}{14,50} = \frac{3,20}{x} \Rightarrow x = 2,90$$

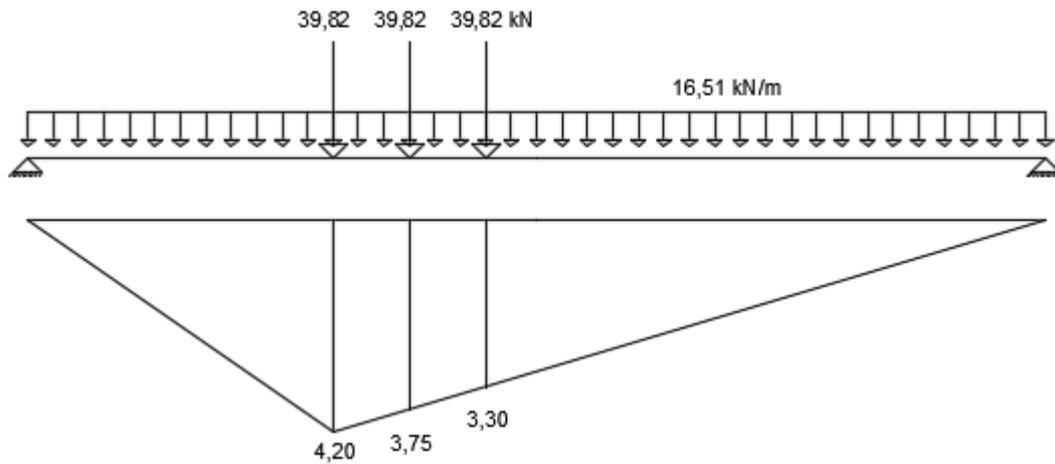
$$\frac{16,00}{13,00} = \frac{3,20}{x} \Rightarrow x = 2,60$$

$$\varphi M_2^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{distribuída} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_2^+ = 1,30 \times \left[39,82 \times (3,20 + 2,90 + 2,60) + 16,51 \times \left(\frac{3,2 \times 4}{2} + \frac{3,2 \times 16}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_2^+ = 1137,1802 \text{ kN m}$$

Figura 43 - Seção "3"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_3}{L} \times x_3 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{6,00}{20,00} \times 14,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 4,20$$

$$\frac{14,00}{12,50} = \frac{4,20}{x} \Rightarrow x = 3,75$$

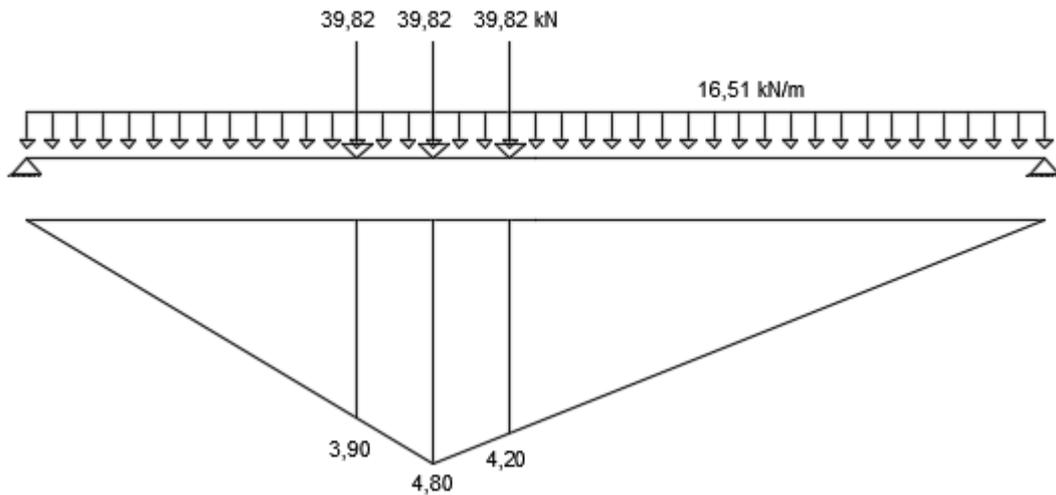
$$\frac{14,00}{11,00} = \frac{4,20}{x} \Rightarrow x = 3,30$$

$$\varphi M_3^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_3^+ = 1,30 \times \left[39,82 \times (4,2 + 3,75 + 3,3) + 16,51 \times \left(\frac{4,2 \times 6}{2} + \frac{4,2 \times 14}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_3^+ = 1483,8135 \text{ kN m}$$

Figura 44 - Seção "4"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_4}{L} \times x_4 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{8,00}{20,00} \times 12,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 4,80$$

$$\frac{12,00}{10,50} = \frac{4,80}{x} \Rightarrow x = 4,20$$

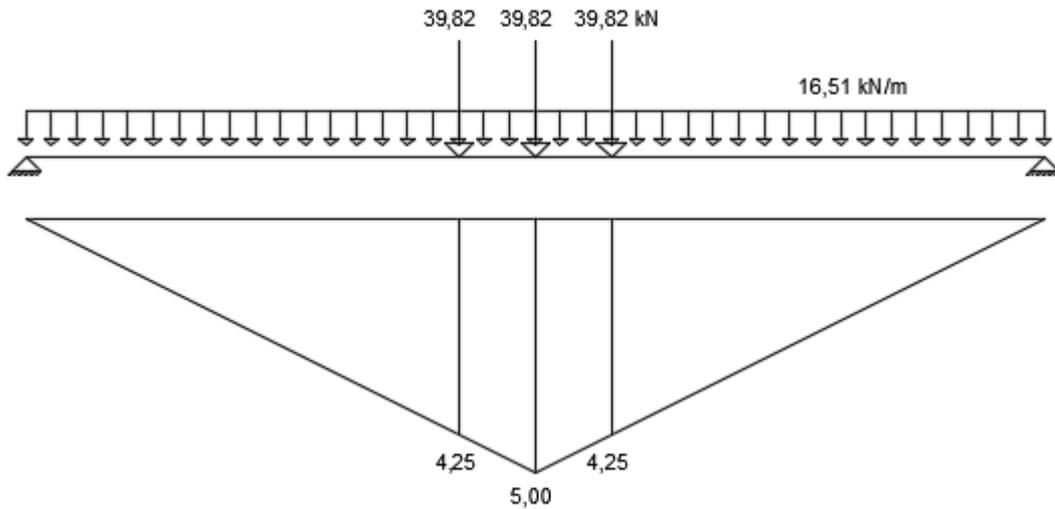
$$\frac{8,00}{6,50} = \frac{4,80}{x} \Rightarrow x = 3,90$$

$$\varphi M_4^+ = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_4^+ = 1,30 \times \left[39,82 \times (4,8 + 4,2 + 3,9) + 16,51 \times \left(\frac{4,8 \times 8}{2} + \frac{4,8 \times 12}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_4^+ = 1698,0054 \text{ kN m}$$

Figura 45 - Seção "5"



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{x'_5}{L} \times x_5 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = \frac{10,00}{20,00} \times 10,00 \Rightarrow M_{m\acute{a}x} = 5,00$$

$$\frac{10,00}{8,50} = \frac{5,00}{x} \Rightarrow x = 4,25$$

$$\frac{10,00}{8,50} = \frac{5,00}{x} \Rightarrow x = 4,25$$

$$\varphi M_5^{\pm} = \varphi \times [RP' \times (\text{posição dos eixos}) + Q_{\text{distribuída}} \times \text{área do triângulo}]$$

$$\varphi M_5^{\pm} = 1,30 \times \left[39,82 \times (5 + 4,25 + 4,25) + 16,51 \times \left(\frac{5 \times 10}{2} + \frac{5 \times 10}{2} \right) \right]$$

$$\varphi M_5^{\pm} = 1771,991 \text{ kN m}$$

3.5 Carga permanente

Para determinação da carga permanente atuante em cada longarina foi usado o peso próprio do concreto = 25 kN/m³.

$$\text{Longarina} = 1,8 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 18 \text{ kN/m.}$$

Laje longarina lateral = $3,5 \text{ m} \times 0,20 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 17,5 \text{ kN/m}$.

Laje longarina central = $3,0 \text{ m} \times 0,20 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 15 \text{ kN/m}$.

Guarda-corpo para longarina lateral = $0,12 \text{ m} \times 1,2 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 3,6 \text{ kN/m}$.

Camada de regularização longarina lateral = $0,05 \text{ m} \times 3,5 \text{ m} \times 3,5 \text{ kN/m}^3 = 0,6125 \text{ kN/m}$.

Camada de regularização longarina central = $0,05 \text{ m} \times 3,5 \text{ m} \times 3,0 \text{ kN/m}^3 = 0,525 \text{ kN/m}$.

Carga permanente total na longarina lateral = $18 \text{ kN/m} + 17,5 \text{ kN/m} + 3,6 \text{ kN/m} + 0,6125 \text{ kN/m} = 39,7125 \text{ kN/m}$.

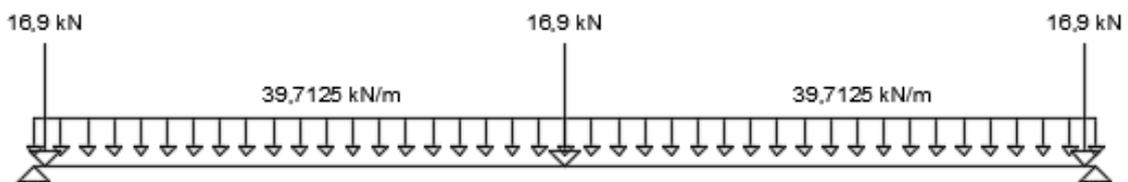
Carga permanente total na longarina central = $18 \text{ kN/m} + 15 \text{ kN/m} + 0,525 \text{ kN/m} = 36,025 \text{ kN/m}$.

Cada longarina vai sofrer uma carga permanente responsável pelas transversinas, que será lançada como uma carga pontual no eixo da transversina em suas devidas posições, onde foram usadas as seguintes cargas.

Transversina longarina lateral = $1,30 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} \times 1,30 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 16,9 \text{ kN}$.

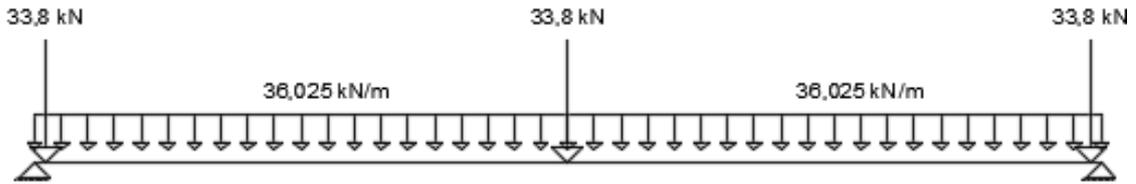
Transversina longarina central = $1,30 \text{ m} \times 0,4 \text{ m} \times 2,60 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 33,8 \text{ kN}$.

Figura 46 - Cargas permanentes longarina lateral



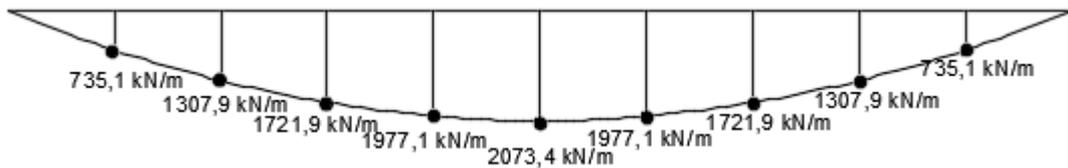
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 47 - Cargas permanentes longarina central



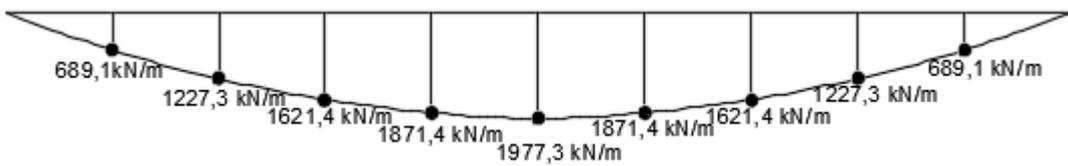
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 48 - Diagrama de momentos longarina lateral



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 49 - Diagrama de momentos longarina central



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.6 Cálculo dos momentos utilizando o método dos Elementos Finitos (MEF)

Para o cálculo do trem-tipo via método dos Elementos Finitos utilizou-se um programa computacional de análise numérica, o Ansys versão estudantil APDL 16.1.

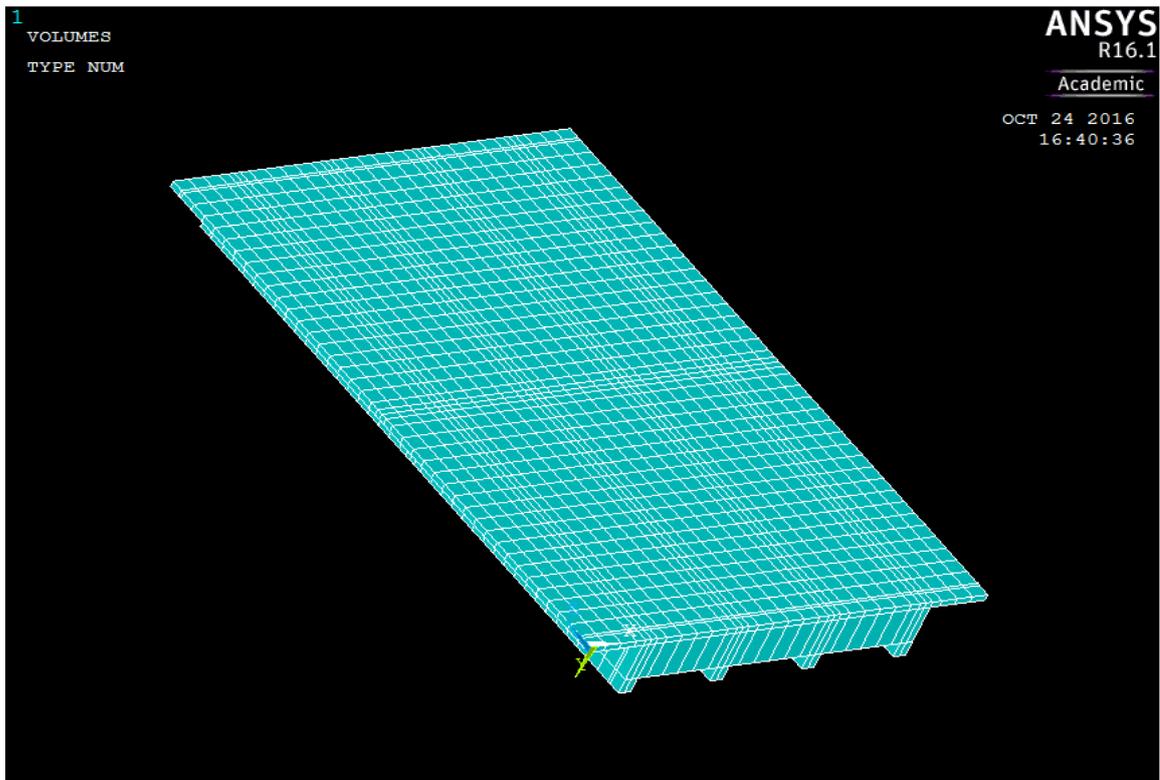
3.6.1 Definição dos parâmetros da estrutura

Primeiramente foi definido os parâmetros da estrutura, onde o tipo de análise escolhido foi a análise estrutural. Nesta escolha da área de trabalho na qual o problema está inserido, permite visualizar somente os comandos relativos a esta área.

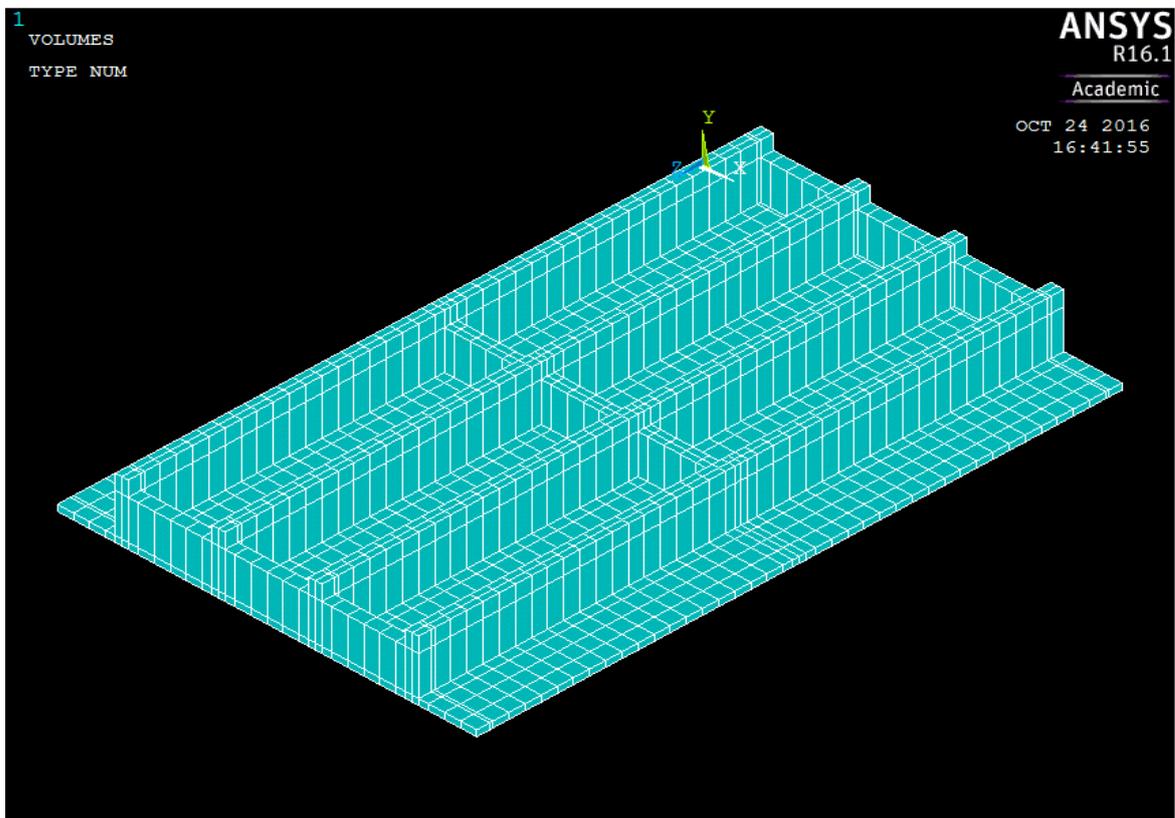
Utilizou-se o elemento SOLID185, o qual é um elemento sólido, utilizado para a modelagem tridimensional de estruturas sólidas. Este elemento possui oito nós e três graus de liberdade por nó (translações ao longo dos eixos X, Y e Z local do elemento e rotações ao longo dos eixos X, Y e Z).

A definição das propriedades mecânicas do material foram as seguintes, dentro do modo estrutural optou-se pela utilização de um material linear, elástico e isotrópico, sendo que os valores de módulo de elasticidade $ES = 3067,8 \text{ kN/cm}^2$, pois foi calculada para concreto com $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e o $\alpha = 1,0$ e o coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$.

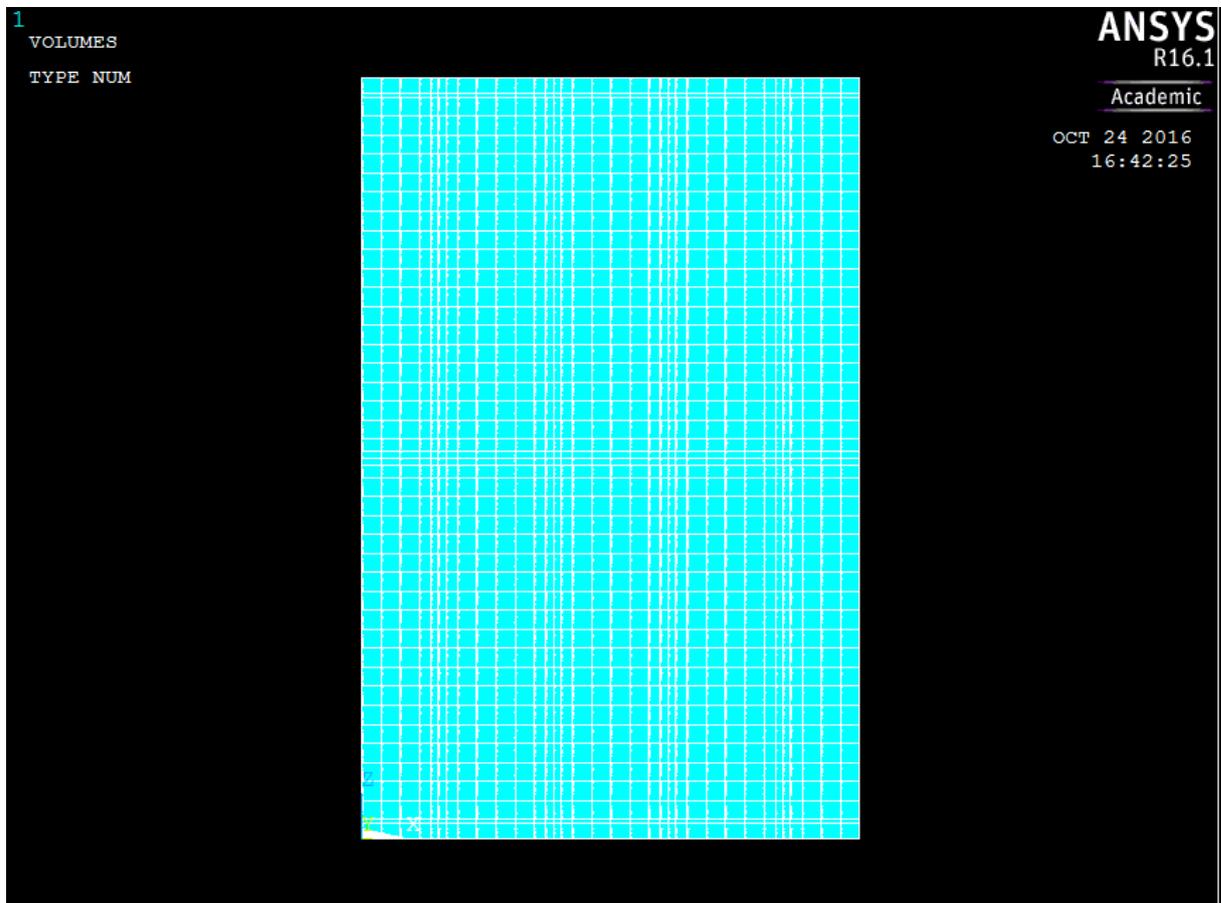
A modelagem da estrutura da ponte foi realizada de modo que pudessem ser colocadas cargas do trem-tipo citado na norma sobre as longarinas. O modelo utilizado foi o descrito, ponte TB -450, constituída por 4 vigas longitudinais e 3 vigas transversais.

Figura 50 - Modulação da estrutura

Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

Figura 51 – Vista inferior da estrutura

Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

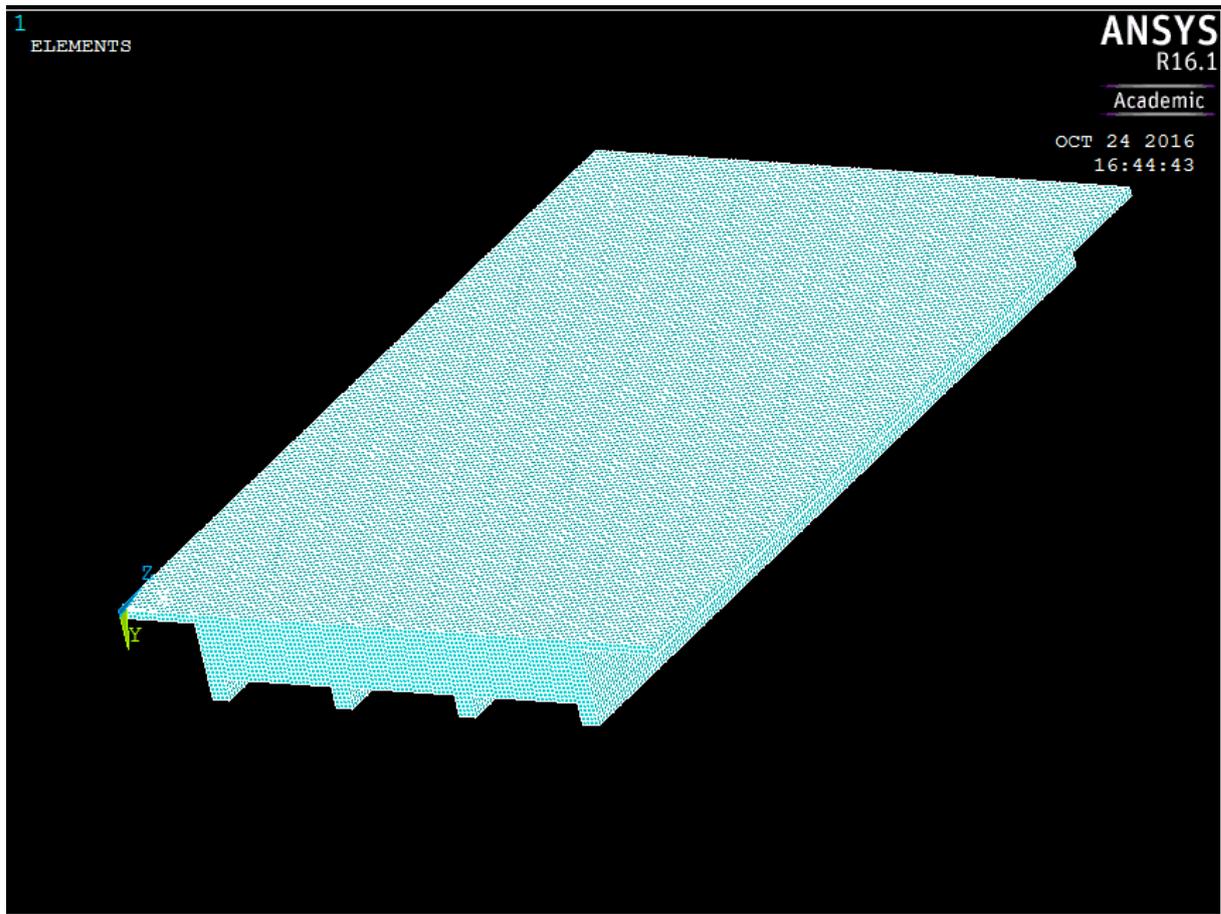
Figura 52 - Vista superior do tabuleiro da ponte

Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

Após a conclusão da modelagem da própria estrutura, aplicou-se à ela alguns atributos. Primeiramente aplicou-se a toda a estrutura as propriedades do material indicado. Para aplicar a malha definiu-se a dimensão dos elementos a empregar na discretização do volume da ponte em elementos finitos, a dimensão utilizada foi de 10 cm.

Após a definição das dimensões dos elementos a estrutura da ponte foi então discretizada. Com a discretização a malha dos elementos finitos foi aplicada, podendo assim ser visualizada.

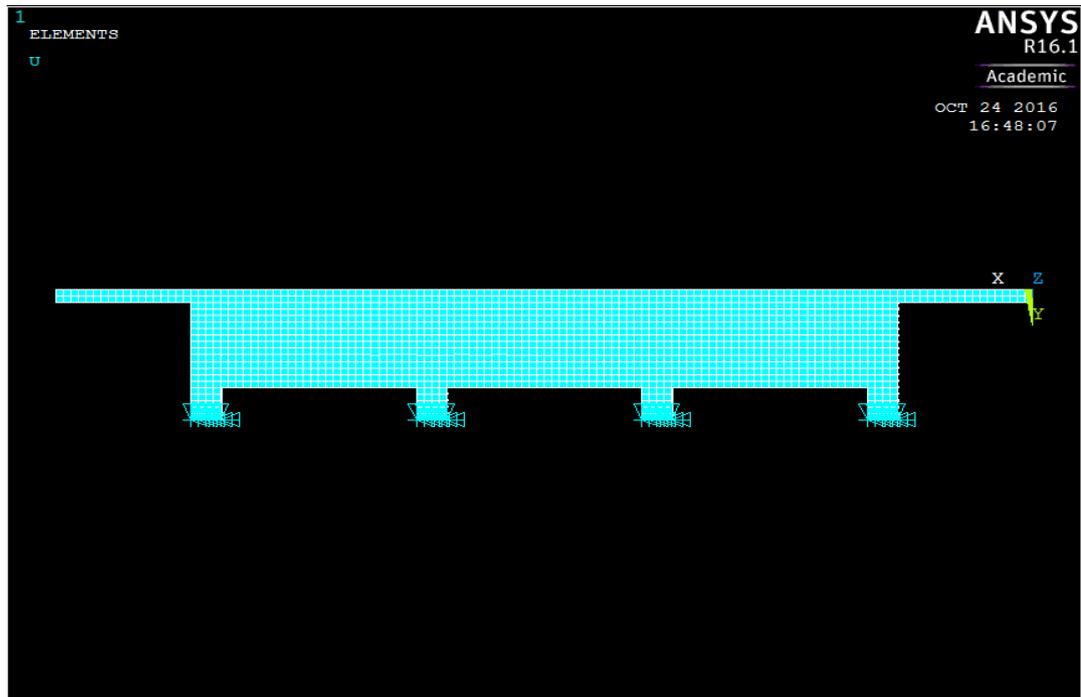
Figura 53 - Visualização da malha de elementos finitos



Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

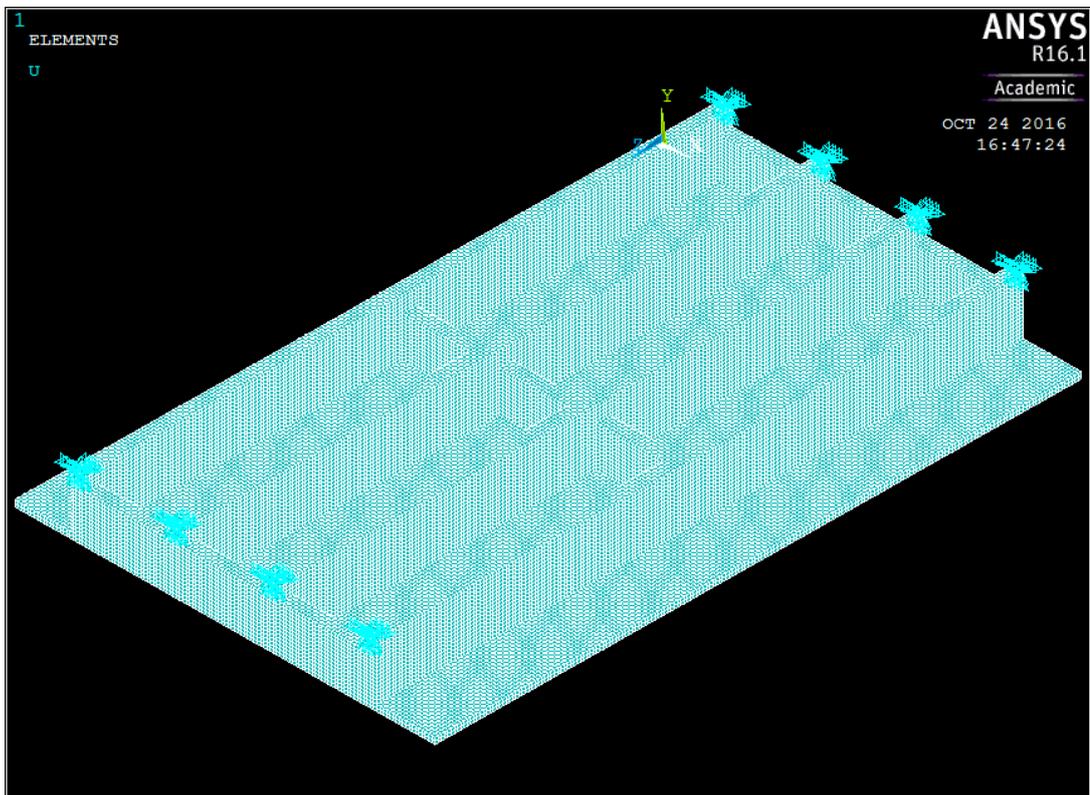
Na fase de solução, o tipo de análise escolhido foi a análise estática. No modelo da ponte atribuiu-se vinculações nos eixos x e y na extremidade a ser calculada e x, y e z na outra extremidade da ponte, essas vinculações foram postas nas 4 longarinas.

Figura 54 - Visualização das vinculações da estrutura



Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

Figura 55 - Visualização da parte inferior do tabuleiro com vinculações

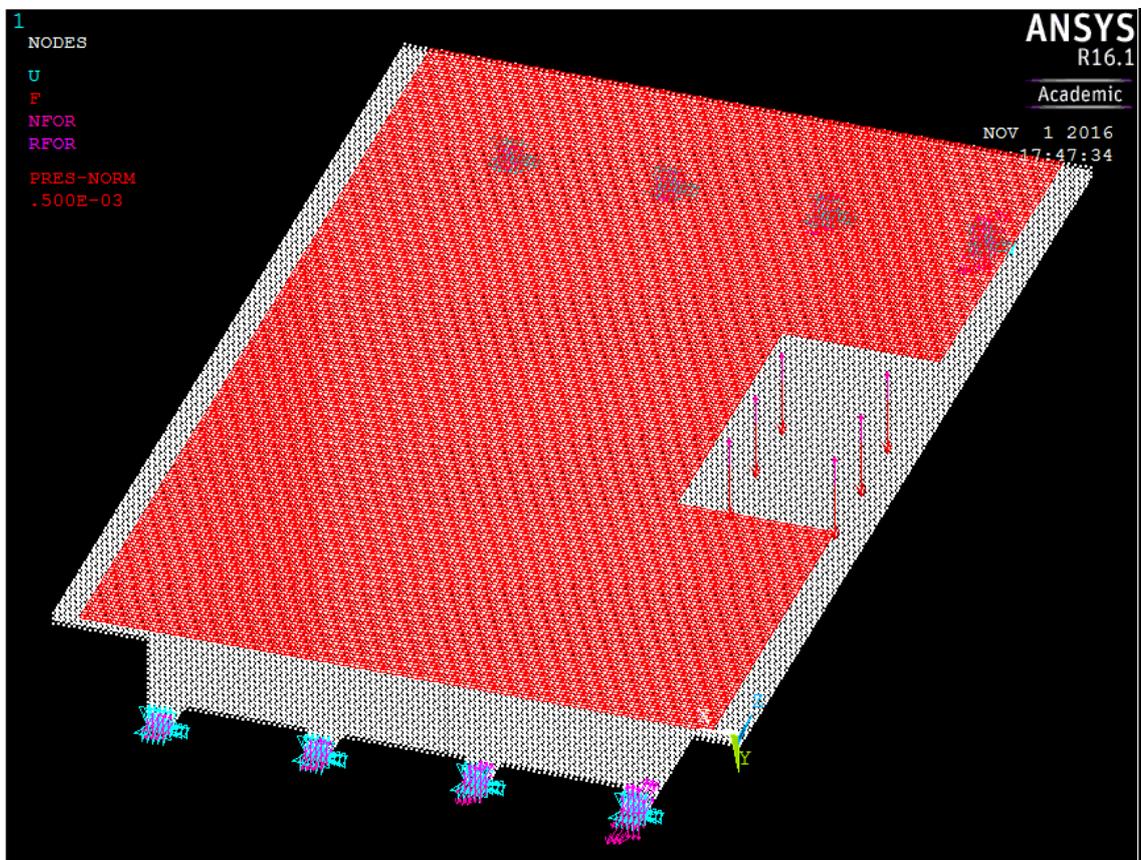


Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

Para obtenção das tensões nas longarinas laterais e centrais da estrutura as cargas foram colocadas segundo a norma NBR 7188:2013, tanto na longarina lateral quanto na longarina central.

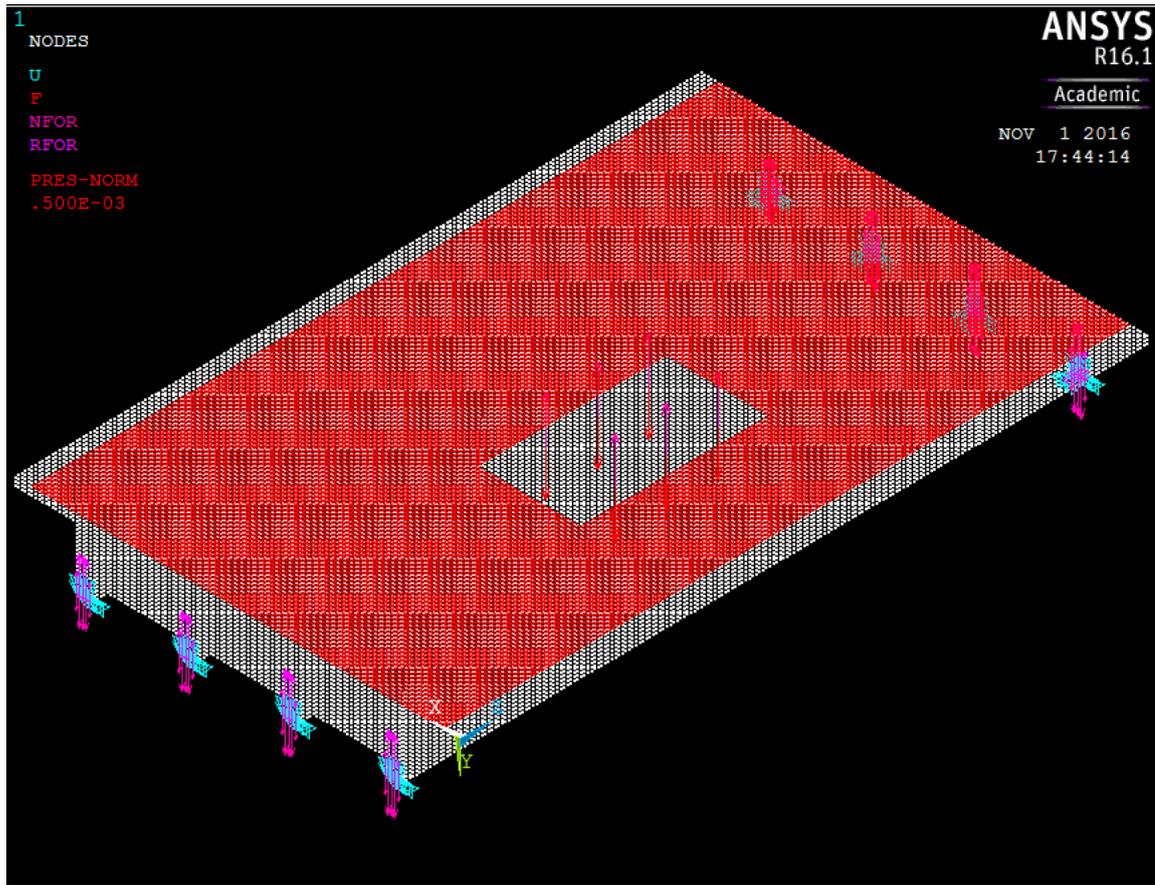
As cargas foram variadas a um décimo do vão em cada longarina e transversalmente foi colocada para gerar o maior esforço na longarina.

Figura 56 - Cargas longarina lateral



Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

Figura 57 - Cargas longarina central



Fonte: Retirado do programa de análise computacional Ansys.

5 RESULTADOS

5.1 Momentos fletores devido a carga móvel usando o trem-tipo do método de Guyon-Massonnet

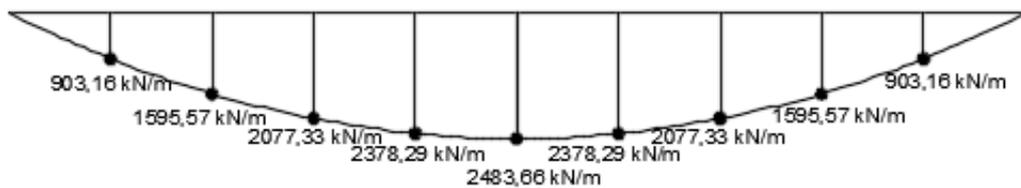
Nesta fase estão apresentados os momentos fletores e as envoltórias de momentos do método de Guyon-Massonnet sem a consideração da carga permanente.

Quadro 5 – Momentos longarina lateral

| Longarina lateral | |
|-------------------|-----------------|
| Seção | Momentos (kN/m) |
| 1 | 903,16 |
| 2 | 1595,57 |
| 3 | 2077,33 |
| 4 | 2378,33 |
| 5 | 2483,66 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 58 - Envoltória de momentos longarina lateral

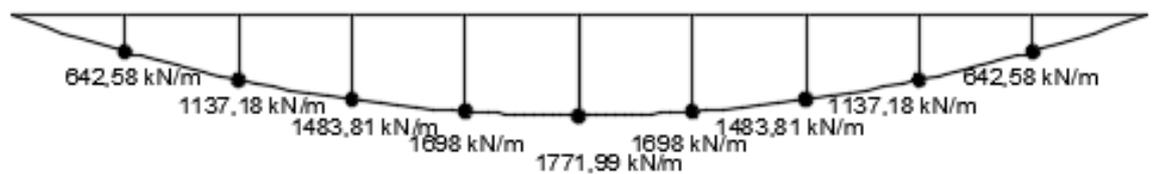


Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 6 - Momentos longarina central

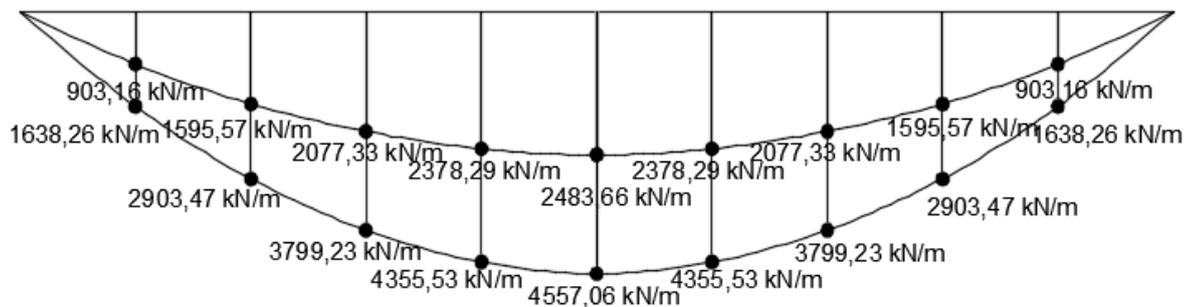
| Longarina central | |
|-------------------|-----------------|
| Seção | Momentos (kN/m) |
| 1 | 642,58 |
| 2 | 1137,18 |
| 3 | 1483,81 |
| 4 | 1698,00 |
| 5 | 1771,99 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 59 - Envoltória de momentos longarina central

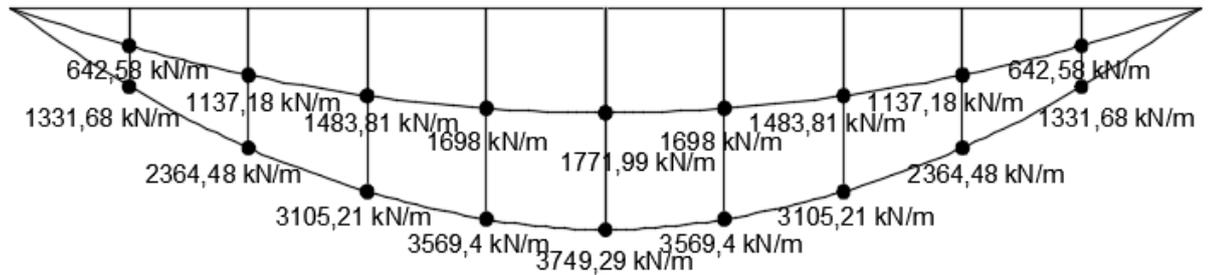
Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguir as figuras mostram as envoltórias de momentos com as cargas permanentes.

Figura 60 - Cargas totais longarina lateral

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 61 - Cargas totais longarina central



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 Tensões retiradas do Ansys por meio do Método dos Elementos Finitos (M.E.F.)

No método dos Elementos Finitos foi recolhido os nós a cada um décimo de vão em cada uma das duas longarinas, logo após o recolhimento dos nós foi na lista de resultados e nela foi possível obter as seguintes tensões.

Quadro 7 – Tensões longarina lateral

| Longarina lateral | | | | |
|-------------------|-------|----------------------|--------|------------------|
| Seção | Nó | Tensão de compressão | Nó | Tensão de tração |
| 1 | 15912 | 0,094633 | 149452 | 0,19453 |
| 2 | 29041 | 0,14119 | 151457 | 0,30978 |
| 3 | 42152 | 0,17686 | 153452 | 0,39217 |
| 4 | 55272 | 0,19836 | 155452 | 0,43956 |
| 5 | 70751 | 0,20052 | 157751 | 0,44019 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 8 - Tensões longarina central

| Longarina central | | | | |
|-------------------|-------|----------------------|--------|------------------|
| Seção | Nó | Tensão de compressão | Nó | Tensão de tração |
| 1 | 16362 | 0,082309 | 149577 | 0,15874 |
| 2 | 29482 | 0,12421 | 151577 | 0,25836 |
| 3 | 42602 | 0,15124 | 153577 | 0,32039 |
| 4 | 55722 | 0,15819 | 156077 | 0,32039 |
| 5 | 70895 | 0,13959 | 157801 | 0,30651 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3 Cálculo dos momentos fletores a partir do Método dos Elementos finitos

O M.E.F. usa a seção como um todo, fazendo uma interação entre longarina e tabuleiro, por esse motivo, a transformação das tensões em momentos fletores nas longarinas foi utilizado uma seção T.

Pode-se observar a distribuição de tensões no exemplo das seções centrais nas figuras abaixo.

Figura 62 - Tensões longarina lateral

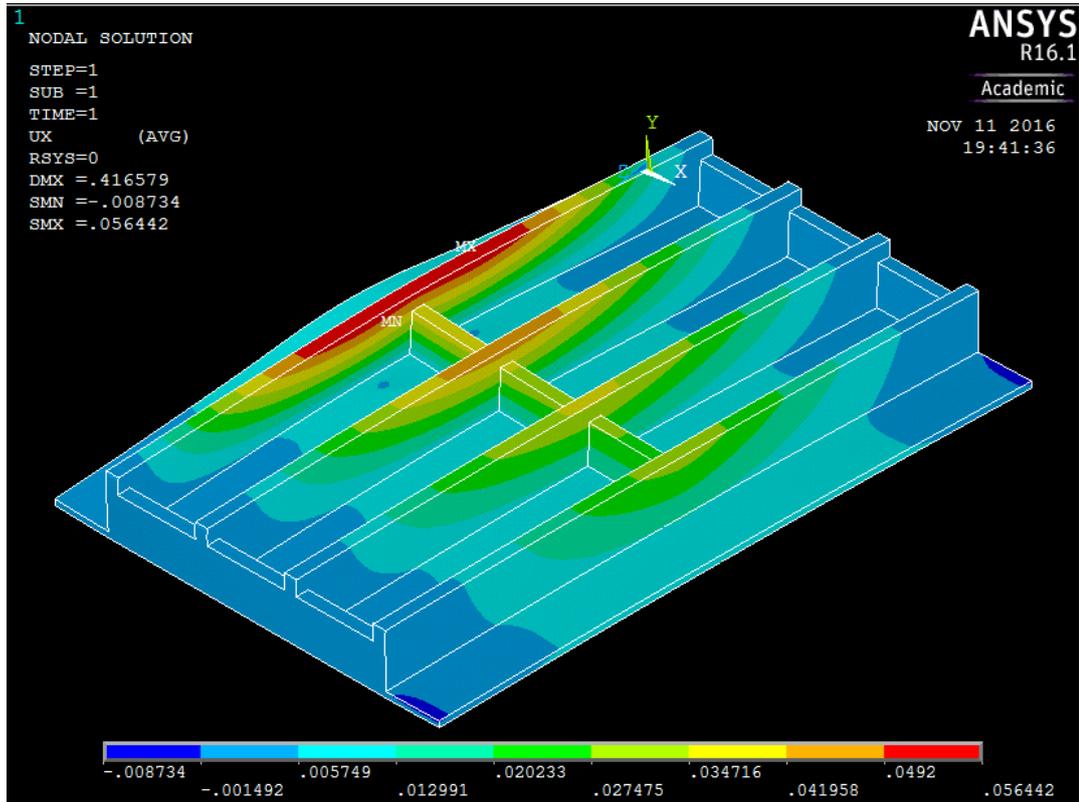
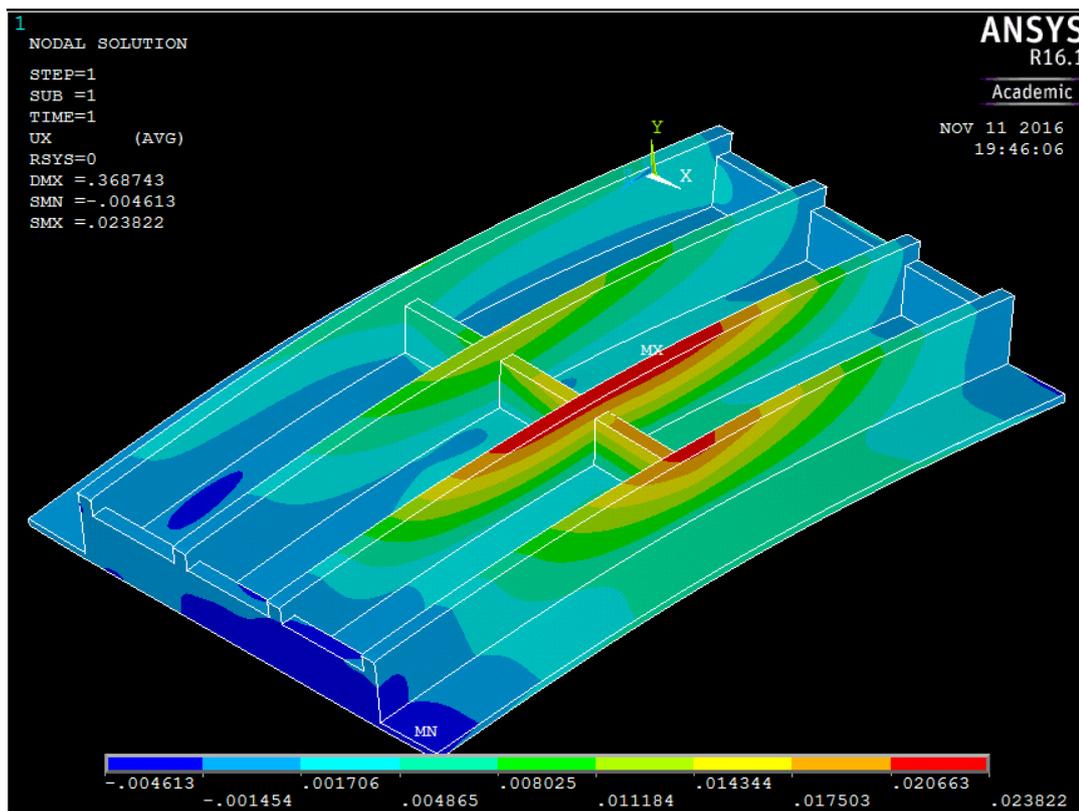
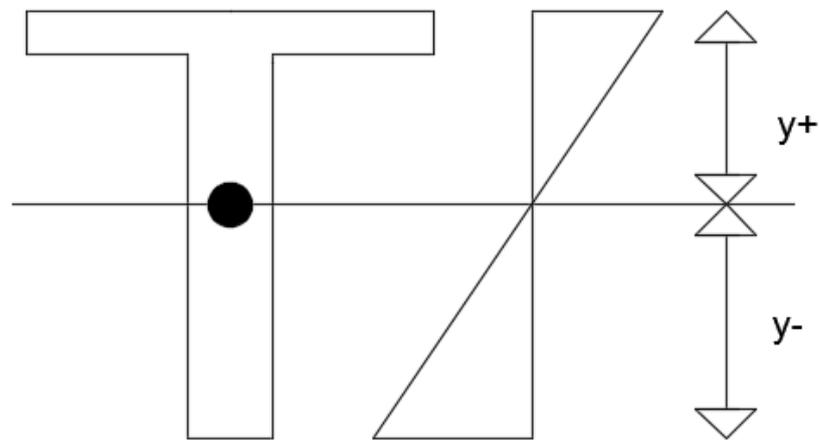


Figura 63 –Tensões longarina central



Primeiramente buscou-se a linha neutra da seção, para esse processo foi utilizado o Autocad, como mostra a figura a seguir.

Figura 64 - Linha neutra



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em seguida foi calculada a área tracionada e a área de compressão sem o T.

$$A_t = 137,457 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 5378,28 \text{ cm}^2$$

$$A_c = 65,543 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} = 2621,72 \text{ cm}^2$$

Para calcular a faixa de compressão do T foi utilizado a seguinte equação, que faz a comparação das áreas, pois a área de tração e compressão iguais.

$$T = \frac{(A_t + A_c)}{H_{\text{tabuleiro}}} + C_{\text{longarina}} \quad (21)$$

$$T = \frac{(5378,28 \text{ cm}^2 - 2621,72 \text{ cm}^2)}{20 \text{ cm}} + 40 \text{ cm} = 177,828 \text{ cm}$$

Segue a seguir os valores para todos as seções.

Quadro 9 – Faixa de compressão do T da longarina lateral

| Longarina lateral | | | | | |
|-------------------|---------|---------|--------------------|----------------|-------------------------------|
| Seção | y- (cm) | y+ (cm) | Área de compressão | Área de tração | Faixa de compressão do T (cm) |
| 10 m | 62,593 | 137,41 | 2503,724 | 5496,276 | 189,6276 |
| 8 m | 62,19 | 137,81 | 2487,584 | 5512,416 | 191,2416 |
| 6 m | 62,162 | 137,84 | 2486,476 | 5513,524 | 191,3524 |
| 4 m | 62,616 | 137,38 | 2504,644 | 5495,356 | 189,5356 |
| 2 m | 65,543 | 134,46 | 2621,72 | 5378,28 | 177,828 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 10 – Faixa de compressão do T da longarina central

| Longarina Central | | | | | |
|-------------------|---------|---------|--------------------|----------------|-------------------------------|
| Seção | y- (cm) | y+ (cm) | Área de compressão | Área de tração | Faixa de compressão do T (cm) |
| 10 m | 62,582 | 137,42 | 2503,296 | 5496,704 | 189,6704 |
| 8 m | 66,108 | 133,89 | 2644,324 | 5355,676 | 175,5676 |
| 6 m | 64,183 | 135,82 | 2567,312 | 5432,688 | 183,2688 |
| 4 m | 64,935 | 135,07 | 2597,38 | 5402,62 | 180,262 |
| 2 m | 68,292 | 131,71 | 2731,692 | 5268,308 | 166,8308 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com os dados pode ser calculado o momento de tração e compressão usando a seguinte fórmula.

$$M = \frac{\sigma x I}{y} \quad (22)$$

Onde:

I = Inércia que foi retirada do programa ftool.

σ = Tensão

Segue agora um exemplo para a seção “1” da longarina lateral.

Momento de tração.

$$M = \frac{0,19453 \times 4336500}{134,457} = 627,39712 \text{ kN/m}$$

Momento de compressão.

$$M = \frac{0,094633 \times 4336500}{65,543} = 626,117 \text{ kN/m}$$

Na sequência tem-se os valores de momentos nas duas longarinas e em todas as seções. Esses valores se encontra majorado pelo coeficiente de ponderação vertical que é de 1,3028.

Quadro 11 - Momentos do Ansys longarina lateral

| Longarina Lateral | | | | |
|-------------------|----------|-----------------------|-------------------|--------------------------|
| Seção | Inércia | Momento de compressão | Momento de tração | Momento majorado em kN/m |
| 10 m | 44407000 | 142259,956 | 142260,1 | 1853,364393 |
| 8 m | 44546000 | 142083,959 | 142083,9 | 1851,069112 |
| 6 m | 44556000 | 126768,554 | 126768,5 | 1651,539767 |
| 4 m | 44399000 | 100113,147 | 100113,1 | 1304,272907 |
| 2 m | 43365000 | 62611,7212 | 62739,71 | 817,3729673 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

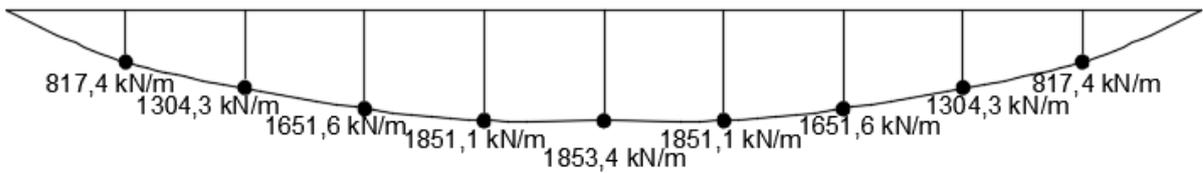
Quadro 12 – Momentos do Ansys longarina central

| Longarina Central | | | | |
|-------------------|----------|-----------------------|-------------------|--------------------------|
| Seção | Inércia | Momento de compressão | Momento de tração | Momento majorado em kN/m |
| 10 m | 44411000 | 99058,7048 | 99058,75 | 1290,537388 |
| 8 m | 43160000 | 103277,517 | 103277,6 | 1345,500408 |
| 6 m | 43851000 | 103330,257 | 103443,6 | 1347,663392 |
| 4 m | 43587000 | 83375,4209 | 83375,38 | 1086,214444 |
| 2 m | 42351000 | 51043,3601 | 51043,32 | 664,9923198 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

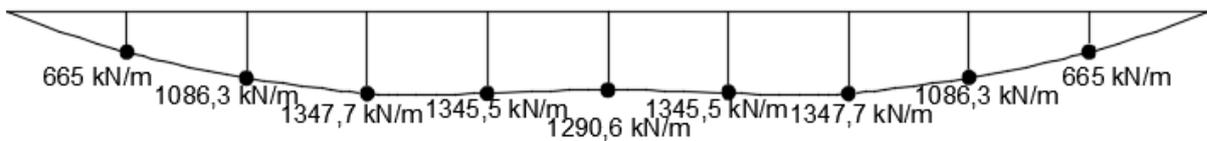
Nas figuras a seguir pode-se ver as envoltórias de momento, para o Método dos Elementos Finitos sem considerar a carga permanente.

Figura 65 - Envoltória dos momentos longarina lateral



Fonte: Elaborado pelo autor.

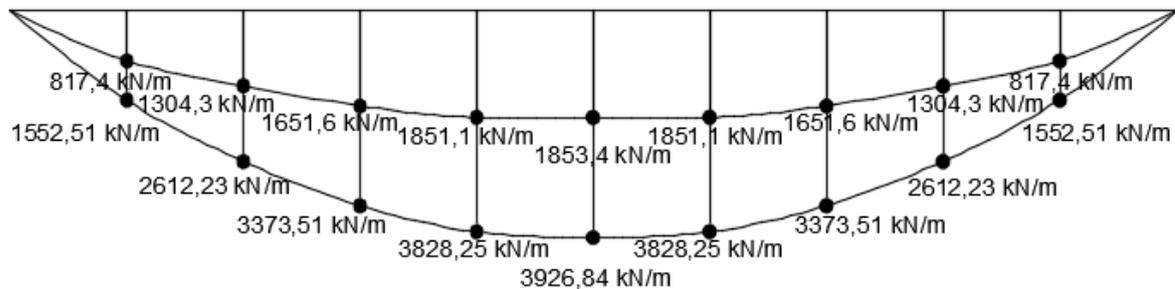
Figura 66 - Envoltória dos momentos longarina central



Fonte: Elaborado pelo autor.

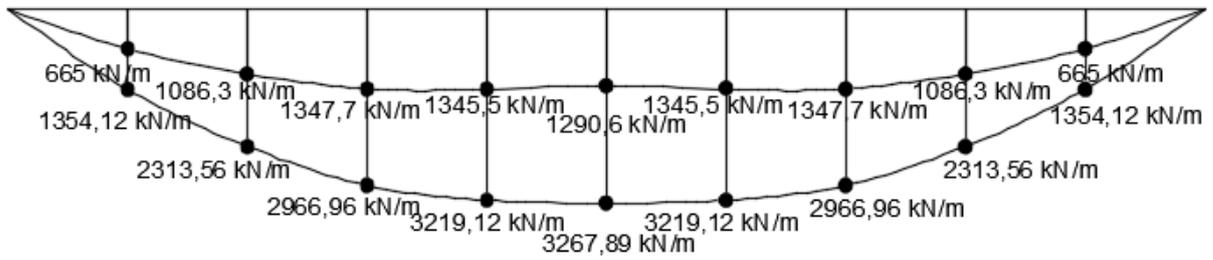
Agora as figuras mostram as envoltórias de momentos para o M.E.F com a carga permanente.

Figura 67 - Cargas totais longarina lateral



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 68 - Envoltória dos momentos longarina central



Fonte: Elaborado pelo autor.

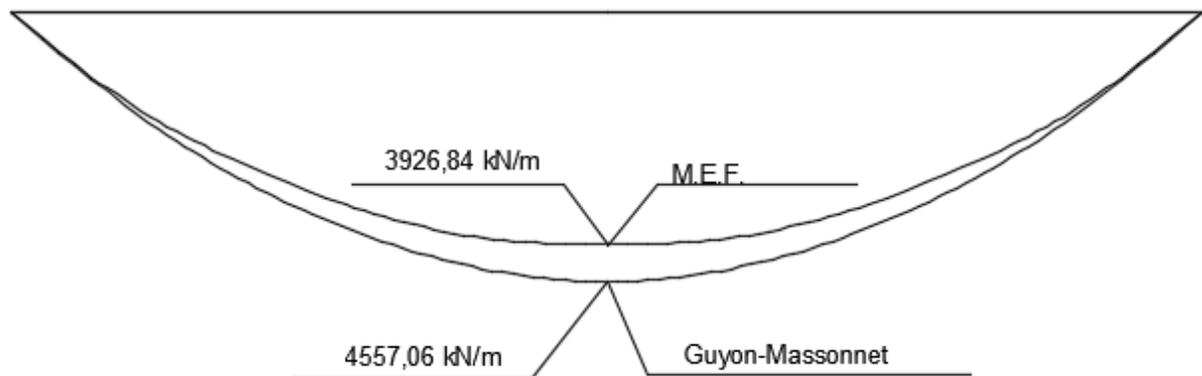
6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo destina-se a comparar os principais resultados obtidos na concepção deste trabalho. Buscando analisar os resultados de momentos fletores de cada método e para cada longarina resultante das composições da carga móvel e também com a contribuição da carga permanente. Essa análise busca definir o método que possa ter um valor mais perto do real.

6.1 Análise para longarina lateral

A seguir encontram-se as envoltórias de momentos obtidos para a longarina lateral com a carga permanente. Observa-se que o momento para o Método de Guyon-Massonnet tem um valor bem mais elevado, comparando a do Método dos Elementos Finitos.

Figura 69 - Comparação longarina lateral



Fonte: Elaborado pelo autor.

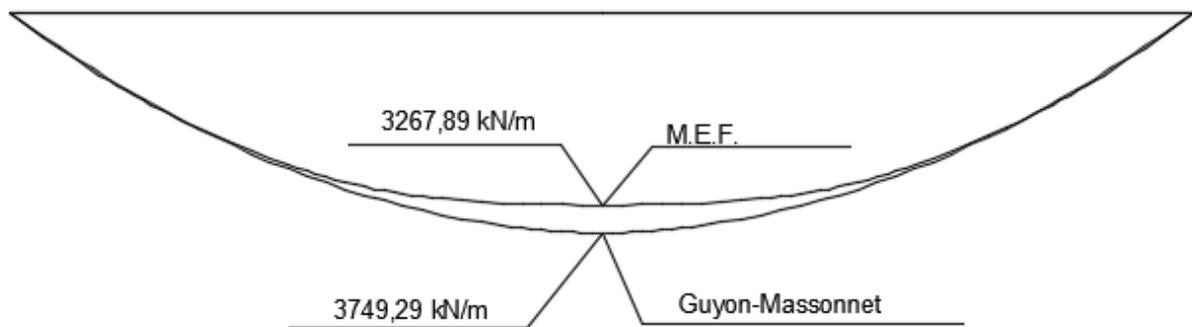
Analisando os valores resultantes nota-se que os momentos resultante da longarina lateral no método de Guyon-Massonnet é maior do que no Método dos Elementos Finitos.

Usando somente a carga móvel a diferença foi muito expressiva chegando a 34% a mais no método de Guyon-Massonnet, já considerando a carga permanente essa diferença caiu para 16%.

6.2 Análise para longarina central

Da mesma forma, compararam-se os momentos fletores encontrados para os dois métodos, desta vez os obtidos após carregamento da longarina central.

Figura 70 - Comparação longarina central



Fonte: Elaborado pelo autor.

Analisando os valores resultantes nota-se que os momentos resultante na longarina central também pode-se constatar que o no método de Guyon-Massonnet e maior do que no Método dos Elementos Finitos.

Usando somente a carga móvel a diferença foi muito expressiva chegando a 37% a mais no método de Guyon-Massonnet, já considerando a carga permanente essa diferença caiu para 15%.

Também pode-se verificar que nas proximidades das transversinas os momentos dissipam, fazendo que o momento fletor no centro da longarina não seja muito alto, mostrando que a estrutura trabalha como um todo.

Essa diferença acontece pelo motivo que o método de Guyon-Massonnet ser um método simplificado e o Método dos Elementos Finitos ser um método mais completo, fazendo a interação entre tabuleiro, longarinas e transversinas.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho de conclusão de curso buscou comparar dois métodos de cálculo, um método bidimensional e o outro tridimensional, nele foi analisado o momento para as duas longarinas de uma ponte TB-450. Por meio de um exemplo de uma ponte aplicou-se os métodos de Guyon-Massonnet e o Método dos Elementos Finitos, para a determinação dos momentos fletores em cada décimo de vão para as longarinas. Sendo que para os dois métodos estudados os resultados se mostram satisfatórios, uma vez que todos obtiveram valores aproximados, alcançando assim, o objetivo geral proposto inicialmente neste estudo.

Desta forma, com base no estudo realizado, pode-se concluir que: Os momentos no Método dos Elementos Finitos apresenta maior precisão, pois nesse método a estrutura trabalha como um todo, fazendo uma interação entre longarinas, transversinas e tabuleiro, e já no Método de Guyon-Massonnet faz uma simplificação possibilitando a obtenção de resultados sem a ajuda de um software. Com isso pode-se concluir que o M.E.F. trata-se de um método mais preciso, tendo seus resultados mais reais. O Método dos Elementos Finitos constatou ser capaz de resolver problemas complexos, através de um programa computacional, permitindo a modelagem real da estrutura levando em conta a sua geometria e propriedade dos materiais, obtendo assim resultados mais próximos do real.

Como nem sempre uma estrutura de ponte seja simples como a desse trabalho, o cálculo por um método simplificado seja praticamente impossível, por isso a ajuda de um software seja quase inevitável. Para o modelo de ponte analisado o método mais simplificado baseado em uma discretização Bidimensional apresentou um resultado maior para a estrutura analisada em 15%, que seria um valor expressivo numa estrutura.

Como sugestão para trabalhos futuros, sugere-se a comparação desses métodos utilizando outros modelos estruturais de ponte com mais vigas e hiperestática, comparar com outros métodos, fazer o dimensionamento da estrutura.

REFERÊNCIAS

AGNES, C.; HELFER, I. Normas para apresentação de trabalhos acadêmicos. 1. ed. atualizada. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2013.

ASSAN, Aloisio Ernesto. *Método dos elementos finitos/Primeiros passos*. Campinas-SP: Unicamp, 1999. 296 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

_____. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

_____. *NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro, 1998.

_____. *NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

_____. *NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas*. Rio de Janeiro, 2013.

BRANDÃO, Ledimar Freire. *Análise da segurança estrutural da ponte Marechal Hermes sob efeito de corrosão usando confiabilidade estrutural*. 2010. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Ouro Preto - Escola de Minas departamento de engenharia civil programa de pós-graduação em engenharia civil.

DONIN, Christian. *Pontes de vigas múltiplas – trens-tipo de Flexão*. Notas de aula do curso de Engenharia Civil. Santa Cruz do Sul: UNISC, 2014.

FILHO, Avelin Alves. *Elementos finitos, a base da tecnologia CAE*. São Paulo: Érica, 2003. 292 p. 2^o edição.

GASPAR, Ricardo. *Dimensionamento das almas de pontes celulares*. 2003. Tese em engenharia civil – Universidade São Paulo, São Paulo, 2003.

LEONHARDT, Fritz. *Construções de concreto – Princípios básico da construção de pontes de concreto*. Rio de Janeiro: Interciência, 1979. 235 p., v. 6.

MARCHETTI, Osvaldemar. *Pontes de concreto armado*. São Paulo: Blucher, 2008. 237 p., 1º edição.

MENDES, Luiz Carlos. *Pontes*. Niterói-RJ: Universidade Federal Fluminense, 2003. 460 p.

NUNES, Maria Amélia de Oliveira. *Dimensionamento de pontes rodoviárias de concreto Armado e concreto protendido*. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Católica Portuguesa Faculdade de Engenharia.

PINHO, Fernando O. *Pontes e Viadutos em Vigas Mistas*. Rio de Janeiro: Instituto Brasileiro de Siderurgia/Centro Brasileiro de construção em aço, 2007. 138 p.

Site: <http://www.lem.ep.usp.br/>, acessado em 16 de abril de 2016.