

**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

Gabriel Baierle

**ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS SUBMETIDAS À  
ESFORÇO CORTANTE**

Santa Cruz do Sul

2016

Gabriel Baierle

**ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS SUBMETIDAS À  
ESFORÇO CORTANTE**

Trabalho de Curso II, apresentado ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC, na área de Estruturas, como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. M.Sc. Eng. Christian Donin

Santa Cruz do Sul

2016

Gabriel Baierle

**ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAIS SUBMETIDAS À  
ESFORÇO CORTANTE**

Trabalho de Curso II, apresentado ao Curso de Engenharia Civil, da Universidade de Santa Cruz do Sul – UNISC, na área de Estruturas, como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

*Prof. M.Sc. Christian Donin*

Professor Orientador – UNISC

*Prof. Dr. Eduardo Rizzatti*

Professor Examinador – UFSM

*Prof. M.Sc. Marco Antonio Pozzobon*

Professor Examinador – UNISC

Santa Cruz do Sul

2016

*Dedico este trabalho aos meus pais e demais familiares, que sempre me apoiaram e me incentivaram para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

Quero agradecer primeiramente a Deus, que me deu força para superar as dificuldades durante toda essa jornada.

Agradeço aos meus pais, Jaime Eduardo Baieler e Ilani Maria Kist Baieler, pela dedicação na construção dos meus valores e princípios. Agradeço ainda, o carinho, incentivo e apoio, ao me darem a oportunidade e não medirem esforços para que eu pudesse concluir essa caminhada em minha vida.

Sou eternamente grato aos meus familiares, que sempre torceram para que eu conseguisse atingir meus objetivos.

Aos meus amigos e colegas que fiz durante esta etapa, pelos momentos vividos e pelo prazer de suas companhias e amizades, meu muito obrigado.

Agradeço especialmente ao professor Christian Donin, pela sua competência, disposição, compreensão e excelente orientação prestada, tornando possível a realização deste trabalho.

Meu sincero agradecimento a todos os professores e funcionários do curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa Cruz do Sul, que de alguma forma contribuíram para a minha formação.

*“Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.”*

Charles Chaplin

## RESUMO

O presente trabalho analisa critérios de resistência para esforço cortante em lajes nervuradas, através da comparação entre modelos teóricos com resultados obtidos experimentalmente, com o intuito de contribuir com o estudo para o sistema construtivo de lajes nervuradas. Para esse trabalho, foram realizados ensaios em quatro lajes nervuradas, concretadas como uma seção “T”, formadas pela nervura contendo a armadura de tração e a capa de concreto, com o objetivo de determinar a carga que leva à ruptura por esforço cortante destas lajes. Para os ensaios de cisalhamento, as lajes definidas com o comprimento de 50 cm foram posicionadas sobre dois apoios móveis e submetidas a aplicação de carga em dois pontos, à um terço de cada extremidade do vão de ensaio. A partir dos resultados obtidos na análise experimental, onde obteve-se a carga resistida pelas lajes até a sua ruptura, é possível fazer a comparação destes com os valores de modelos teóricos. Estes, por sua vez, foram calculados através das recomendações da norma espanhola EF-96 e da NBR 6118:2014, onde analisa-se a força cortante resistente de cálculo para elementos sem armadura para força cortante, e para a ruína das diagonais comprimidas do concreto. Ao final deste estudo, após a análise dos resultados obtidos, pôde-se apresentar conclusões acerca dos modelos de cálculo comparados com os ensaios experimentais. Com base nos ensaios e cálculos realizados, os resultados obtidos indicam que numa laje usual, está longe de ocorrer esmagamento do concreto, sendo que antes ocorre o cisalhamento da estrutura.

**Palavras-chave:** Laje nervurada; Esforço cortante; Análise experimental.

## ABSTRACT

The present work analyzes resistance criteria for shear effort in ribbed slabs, by comparing theoretical models with results obtained experimentally, with the purpose of contributing to the study for the constructive system of ribbed slabs. For this work, tests were carried out on four ribbed slabs, concreted as a "T" section, formed by the rib containing the traction armature and the concrete cape, in order to determine the load that leads to the shear stress rupture of these slabs. For the shear tests, the slabs defined with a length of 50 cm were positioned on two movable supports and loaded at two points to one third of each end of the test vain. From the results obtained in the experimental analysis, where the load was resisted by the slabs until their rupture, it is possible to compare them with the values of theoretical models. These, in turn, were calculated using the recommendations of the spanish norm EF-96 and NBR 6118:2014, which analyzes the shear effort of calculation for elements without armature for shear effort, and to the ruin of compressed diagonals of concrete. At the end of this study, after the analysis of the results obtained, it was possible to present conclusions about the calculation models compared with the experimental tests. On the basis of the tests and calculations, the obtained results indicate that in a usual slab, it is far from crushing concrete, because the shear of the structure occurs before.

**Keywords:** Ribbed slab; Shear stress; Experimental analysis.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Dimensões e carregamentos da laje .....	21
Figura 2 - Laje maciça .....	24
Figura 3 - Laje nervurada .....	24
Figura 4 - Laje cogumelo .....	25
Figura 5 - Laje lisa .....	25
Figura 6 - Laje pré-moldada .....	26
Figura 7 - Laje mista .....	26
Figura 8 - Laje dupla .....	27
Figura 9 - Laje em grelha .....	27
Figura 10 - Principais formatos de lajes nervuradas.....	31
Figura 11 - Laje nervurada pré-moldada de concreto armado .....	32
Figura 12 - Laje nervurada pré-moldada de concreto protendido.....	33
Figura 13 - Laje nervurada pré-moldada treliçada.....	33
Figura 14 - Dimensões dos elementos de enchimento .....	34
Figura 15 - Bloco cerâmico.....	34
Figura 16 - Bloco de EPS .....	35
Figura 17 - Laje contínua submetida a momentos positivos e negativos .....	37
Figura 18 - Diagrama de momentos elástico e com plastificação no apoio central ...	39
Figura 19 - Largura colaborante .....	43
Figura 20 - Seção "T" .....	44
Figura 21 - Trajetória de tensões principais .....	50
Figura 22 - Componentes de tensão .....	51
Figura 23 - Fissuração pré-ruptura.....	52
Figura 24 - Analogia clássica de treliça.....	53
Figura 25 - Representação de viga segundo a treliça de Ritter-Mörsch.....	54
Figura 26 - Representação da biela de compressão .....	55
Figura 27 - Representação da diagonal tracionada.....	56
Figura 28 - Armadura transversal para resistir à força na diagonal tracionada .....	57
Figura 29 - Treliça generalizada.....	60
Figura 30 - Ruptura por cortante-flexão de uma viga e uma laje sem armadura de cisalhamento .....	64
Figura 31 - Esquema do ensaio de cisalhamento .....	70

Figura 32 - Esquema do ensaio .....	71
Figura 33 - CP rompido por compressão.....	75
Figura 34 - Esquema com a seção transversal do protótipo .....	78
Figura 35 - Mistura do concreto da nervura e da capa.....	79
Figura 36 - Lajes nervuradas concretadas .....	80
Figura 37 - Equipamento de ensaio .....	81
Figura 38 - Esquema do ensaio para análise do esforço cortante .....	82
Figura 39 - Alocação da laje no equipamento de ensaio.....	83
Figura 40 - Preparação do ensaio .....	83
Figura 41 - Laje nervurada rompida .....	84
Figura 42 - Ruptura da laje CP01 .....	91
Figura 43 - Ruptura da laje CP02.....	92
Figura 44 - Ruptura da laje CP03.....	92
Figura 45 - Ruptura da laje CP04.....	93

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Valores de $\gamma_n$ .....	29
Quadro 2 - Dimensões padronizadas de elementos de enchimento (em cm) .....	34
Quadro 3 - Valores do coeficiente $\xi$ em função do tempo.....	49
Quadro 4 - Comparações da treliça clássica em função de $\alpha$ .....	58
Quadro 5 - Resultados dos ensaios de compressão em CP's de concreto.....	76
Quadro 6 - Resultados do ensaio de tração em barras com diâmetro 12.5 mm .....	78
Quadro 7 - Resultados do ensaio das lajes.....	89
Quadro 8 - Força cortante obtida para a capa de concreto pelo modelo de cálculo para laje sem armadura de cisalhamento.....	89
Quadro 9 - Força cortante obtida para a nervura pelo modelo de cálculo para lajes sem armadura de cisalhamento .....	90
Quadro 10 - Forças cortantes obtidas pelos modelos de cálculo para a nervura.....	90

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Ensaio de resistência à compressão em CP's de concreto .....	76
Gráfico 2 - Ensaio de tração em barras de aço com diâmetro 12.5 mm .....	77
Gráfico 3 - Ensaio de cisalhamento em lajes nervuradas.....	88
Gráfico 4 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para a capa - lajes sem armadura transversal ( $V_{rd1}$ ).....	94
Gráfico 5 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para as nervuras - lajes sem armadura transversal ( $V_{rd1}$ ).....	95
Gráfico 6 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para as nervuras (com valores calculados pela NBR 6118:2014 para $V_{Rd2}$ ) .....	97
Gráfico 7 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para as nervuras (com valores calculados pela EF-96 para $V_{u1}$ ) .....	98

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	–	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAA	–	Classe de agressividade ambiental
CP	–	Corpo de prova
EPS	–	Poliestireno expandido
NBR	–	Norma Brasileira
UNISC	–	Universidade de Santa Cruz do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A_s$	–	Área de aço
$b_w$	–	Largura da seção
cm	–	Centímetros
$d$	–	Altura útil
$f_{cd}$	–	Resistência de cálculo do concreto à compressão
$f_{ck}$	–	Resistência característica do concreto à compressão
$f_{ct}$	–	Resistência do concreto à tração
$f_{yk}$	–	Resistência característica do aço ao escoamento
m	–	Metros
$M_d$	–	Momento fletor solicitante de cálculo
$M_{máx}$	–	Momento fletor máximo
MPa	–	Mega Pascal
$V_{Exp}$	–	Força cortante experimental
$V_{est,ruína}$	–	Força cortante estimada de ruína
$V_{Rd1}$	–	Força cortante resistente de cálculo, relativa a elementos sem armadura para força cortante
$V_{Rd2}$	–	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
$V_{Sd}$	–	Força cisalhante de cálculo
$V_{u1}$	–	Força cortante relativa à compressão oblíqua da nervura

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa.....</b>	<b>18</b>
<b>1.2</b>	<b>Área e limitação do tema .....</b>	<b>18</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos .....</b>	<b>18</b>
<b>1.3.1</b>	<b>Objetivos gerais.....</b>	<b>18</b>
<b>1.3.2</b>	<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>20</b>
<b>2.1</b>	<b>Introdução às lajes .....</b>	<b>20</b>
<b>2.2</b>	<b>Histórico .....</b>	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Classificação das lajes .....</b>	<b>22</b>
<b>2.3.1</b>	<b>Quanto à direção .....</b>	<b>23</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Quanto à forma .....</b>	<b>23</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Quanto ao tipo de laje .....</b>	<b>23</b>
<b>2.3.4</b>	<b>Quanto ao tipo de apoio.....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.5</b>	<b>Quanto à vinculação nas bordas .....</b>	<b>28</b>
<b>2.4</b>	<b>Espessuras mínimas .....</b>	<b>28</b>
<b>2.5</b>	<b>Cobrimentos mínimos.....</b>	<b>29</b>
<b>2.6</b>	<b>Lajes nervuradas .....</b>	<b>29</b>
<b>2.6.1</b>	<b>Lajes nervuradas moldadas no local .....</b>	<b>30</b>
<b>2.6.2</b>	<b>Lajes nervuradas pré-moldadas.....</b>	<b>31</b>
<b>2.6.2.1</b>	<b>Tipos de vigotas .....</b>	<b>32</b>
<b>2.6.3</b>	<b>Elementos de enchimento .....</b>	<b>33</b>
<b>2.7</b>	<b>Ações e solicitações .....</b>	<b>35</b>
<b>2.7.1</b>	<b>Ações atuantes na laje.....</b>	<b>35</b>
<b>2.7.2</b>	<b>Momentos fletores.....</b>	<b>36</b>
<b>2.7.3</b>	<b>Flexão de lajes com nervuras unidirecionais contínuas .....</b>	<b>37</b>
<b>2.7.4</b>	<b>Esforço cortante .....</b>	<b>41</b>
<b>2.8</b>	<b>Dimensionamento .....</b>	<b>41</b>
<b>2.8.1</b>	<b>Flexão .....</b>	<b>41</b>
<b>2.8.2</b>	<b>Cisalhamento .....</b>	<b>44</b>
<b>2.9</b>	<b>Parâmetros de materiais .....</b>	<b>45</b>
<b>2.9.1</b>	<b>Resistência à tração direta .....</b>	<b>45</b>

2.9.2	Módulo de elasticidade .....	45
2.10	Flechas .....	46
2.10.1	Verificação do estádio .....	46
2.10.2	Flecha imediata.....	47
2.10.3	Flecha diferida no tempo .....	48
2.11	Esforço cortante .....	49
2.11.1	Treliça clássica de Ritter-Mörsch.....	53
2.11.1.1	Modelo de cálculo I .....	58
2.11.2	Treliça generalizada .....	60
2.11.2.1	Modelo de cálculo II .....	62
2.11.3	Cálculo da tensão de cisalhamento da alma.....	63
2.11.4	Tipos de ruptura por força cortante.....	63
2.11.4.1	Ruptura por força cortante-flexão.....	64
2.11.4.2	Ruptura por força cortante-tração .....	65
2.11.4.3	Ruptura das diagonais de compressão.....	65
2.11.4.4	Ruptura por falha de ancoragem .....	65
2.12	Esforço cortante em lajes nervuradas.....	65
2.12.1	Lajes sem armadura transversal .....	66
2.12.2	Lajes com armadura transversal.....	68
2.12.3	Cisalhamento em lajes nervuradas pré-moldadas segundo a EF-96..	68
2.13	Pesquisas na área .....	70
3	MATERIAIS E MÉTODOS .....	73
3.1	Análise experimental.....	73
3.1.1	Materiais.....	73
3.1.1.1	Aço da nervura .....	73
3.1.1.2	Concreto da nervura e da capa .....	73
3.1.2	Caracterização dos materiais .....	74
3.1.2.1	Ensaio de compressão em corpos de prova de concreto .....	74
3.1.2.2	Ensaio de tração em barras de aço .....	77
3.1.3	Confecção dos protótipos .....	78
3.1.4	Ensaio de cisalhamento.....	80
3.1.4.1	Equipamento e modelo de ensaio.....	80
3.1.4.2	Procedimento dos ensaios.....	82
3.2	Análise teórica .....	84

3.2.1	Esforço cortante para a capa de concreto .....	85
3.2.2	Esforço cortante para a nervura .....	85
3.2.2.1	Elementos sem armadura para força cortante.....	85
3.2.2.2	Ruína das diagonais de compressão do concreto .....	86
3.2.3	Valores estimados de ruptura .....	87
4	RESULTADOS.....	88
4.1	Experimentais .....	88
4.1.1	Ensaio de cisalhamento em lajes nervuradas .....	88
4.2	Teóricos .....	89
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	91
5.1	Modos de ruptura dos protótipos de lajes .....	91
5.2	Análise da força de corte para a capa de concreto .....	93
5.3	Análise da força de corte para a nervura .....	95
5.3.1	Para elementos sem armadura de força cortante.....	95
5.3.2	Para a ruptura das diagonais comprimidas do concreto.....	96
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	99
	REFERÊNCIAS.....	101

## 1 INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil está sempre em constante evolução, buscando novas formas de melhorar a qualidade, segurança e custo das obras. Por esse motivo, novas técnicas e materiais vêm sendo incorporados no ramo durante as últimas décadas. A evolução dos conceitos arquitetônicos possibilita a comparação entre diferentes sistemas construtivos, com o objetivo de escolher a estrutura que apresente a melhor relação custo/benefício.

Neste contexto, quando o vão projetado é grande, a utilização de estruturas como a laje maciça, se tornam praticamente inviáveis, visto que a espessura desse tipo de laje teria que ser muito maior do que o usual, e conseqüentemente, haveria um aumento substancial no custo da obra. Logo, fez-se necessário o estudo de soluções a fim de tornar possível a execução de vãos livres maiores, sem comprometer a estética e o custo das edificações.

Surgem então, como alternativa às lajes maciças, as lajes nervuradas, entre outros tipos. Estas lajes possuem nervuras na parte tracionada, proporcionando redução de concreto abaixo da linha neutra de cálculo. Entre essas nervuras normalmente são alocados algum elemento de enchimento, como tabelas de cerâmica ou EPS. Sendo assim, com o uso deste tipo de laje, consegue-se uma significativa diminuição do volume de concreto utilizado, reduzindo consideravelmente seu peso, e a conseqüente redução de esforços para as vigas, pilares e fundação.

Além disso, permite a dispensa total ou parcial das fôrmas, já que o material de enchimento e as nervuras, que podem ser pré-moldadas, fazem esse papel. Em comparação com as lajes maciças, o número de linhas de escoramento também é menor, lembrando ainda que possibilitam um processo de construção mais rápido, e um número menor de mão de obra.

No entanto, a busca pela redução de dimensões na estrutura exige o uso de materiais melhores, como o uso de concretos mais resistentes, e métodos de cálculo cada vez mais eficientes, a fim de evitar problemas estruturais. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é o de analisar o esforço cortante que atua nessas lajes.

## **1.1 Justificativa**

O sistema de lajes nervuradas é um dos mais empregados nos dias de hoje, estando presente em obras de diferentes padrões, desde residências até obras de grande porte. Neste contexto, estas lajes adquiriram grande aceitação no mercado, devido à possibilidade de utilizá-las para vencer vãos grandes, sem que seja necessária uma altura que comprometa a estética. Além disso, são estruturas relativamente leves, resultando em um projeto mais em conta para o cliente.

O dimensionamento destas deve atender a algumas normas, a fim de evitar problemas futuros, e conseqüentemente comprometer a edificação. Em contrapartida, muitas das patologias em lajes ocorrem devido a divergências com essas normas, seja por falta de conhecimento ou imprudência do projetista.

Carvalho et al (2005) afirma que esforço cortante não recebe a devida atenção em estudos de lajes nervuradas pré-moldadas, o que pode acarretar problemas em edificações. Sob estas prerrogativas, faz-se necessário o estudo do cisalhamento em lajes nervuradas, a fim de analisá-las e dimensioná-las para resistir aos esforços cortantes corretamente, comparando modelos de cálculos de normas vigentes com ensaios em laboratório.

## **1.2 Área e limitação do tema**

Este trabalho de pesquisa foi desenvolvido na área de estruturas, com foco em lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado, sendo que se limitou ao estudo de esforços cortantes atuantes na mesma.

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivos gerais**

Contribuir para a análise de critérios de resistência quanto ao esforço cortante em lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado, através da análise de modelos de cálculo e ensaios realizados em laboratório.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- Estudar os modelos de cálculo para esforço cortante;
- Analisar normas vigentes para o sistema estrutural estudado;
- Definir um protótipo para ensaio;
- Aplicar os modelos de cálculo no protótipo;
- Realizar análise experimental para o modelo escolhido;
- Comparar os resultados de cálculo com os obtidos no ensaio com base em normas vigentes;
- Apresentar conclusões acerca dos modelos estudados e sua aplicação.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Introdução às lajes

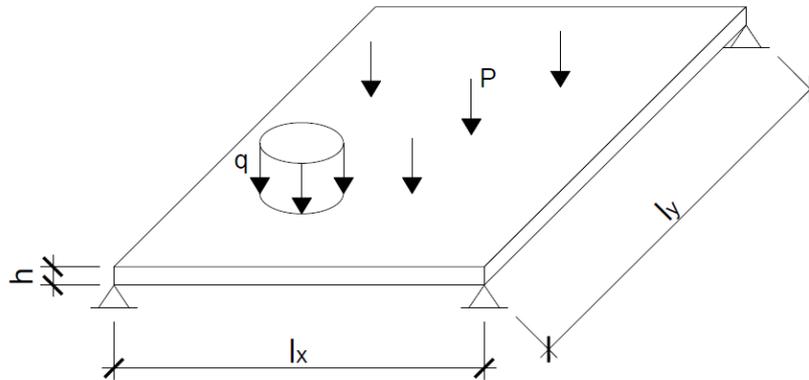
Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), o concreto sozinho, para fins de utilização estrutural, resiste bem à compressão, em contrapartida, tem uma resistência muito baixa à tração. Logo, é necessária a associação do concreto com um material mais deformável e com uma boa resistência à tração, sendo mais comum o aço, colocado na região tracionada da peça estrutural.

Esse conjunto origina o concreto armado, que possibilita a construção de elementos com variadas formas e volumes. Sabe-se que o correto dimensionamento resulta em estruturas mais seguras e econômicas. Para isso, é de extrema importância o conhecimento de como funcionam os sistemas estruturais.

As lajes são elementos estruturais planos, geralmente horizontais, em que uma dimensão, denominada espessura, é muito menor comparada às demais, sendo estas o comprimento e a largura. Por esta razão, são comumente designadas como placas. Como define a NBR 6118:2014, as lajes são elementos cuja superfície é plana, e que estão sujeitas a ações normais a seu plano.

Conforme Bastos (2015), entre as funções das lajes, está a de suportar seu peso próprio e as sobrecargas acidentais, normalmente de pessoas, móveis e demais tipos de carregamentos, e transmitir estas cargas de utilização para as vigas e pilares que as suportam. Ainda ajudam no isolamento térmico e acústico das edificações. As lajes podem ser submetidas a ações distribuídas em sua área, ou a ações pontuais, como forças concentradas. A Figura 1 retrata um esquema com dimensões e carregamentos aplicados em uma laje de concreto.

**Figura 1 - Dimensões e carregamentos da laje**



Fonte: Adaptado de Araújo (2014)

As lajes ainda podem distribuir os esforços horizontais entre elementos de contraventamento, funcionando também como mesas de compressão de vigas T (ARAÚJO, 2014).

De acordo com Donin (2007), os vários tipos de lajes existentes atualmente surgiram devido à extensa utilidade das mesmas, e a necessidade de aprimorar o desempenho estrutural em determinadas situações. A escolha do tipo de laje cabe ao projetista, que deve buscar a melhor relação entre estética e custo, sem comprometer a segurança da estrutura.

## 2.2 Histórico

Durante muitos séculos as construções eram executadas em pedra e madeira, já que esses materiais existiam em abundância no meio ambiente. O concreto foi desenvolvido a fim de melhorar a durabilidade das edificações. Na antiguidade, por volta de 27 a.C., os romanos descobriram e utilizaram o concreto em suas construções, até a queda de seu império (BASTOS, 2006).

Com a invenção do cimento Portland pelo francês J. Aspadin na metade do século XIX, em 1824, o concreto voltou a ser utilizado em grande escala. Em 1855, J. L. Lambot construiu um barco com argamassa de cimento reforçado com malhas de fios de ferro. Já em 1861, outro francês, J. Monier, associou o concreto com uma espécie de armadura de arame, a fim de construir um vaso de flores mais resistente. Esse foi o surgimento do concreto armado. Neste mesmo ano, F. Coignet publicou os

princípios básicos para construções de concreto armado (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2014).

A partir desse momento, as estruturas de cimento armado, como eram conhecidas na época, adquiriram grande aceitação, seguindo o mesmo princípio das construções de pedra e madeira, ou seja, vigas apoiadas em pilares, e estes no solo ou fundação (BOROWSKI, 2005).

Conforme descrevem Carvalho e Figueiredo (2014), em 1900, Koenen começou a desenvolver uma teoria para o concreto armado. Posteriormente, em 1902, Mörsch desenvolveu esta teoria, através de ensaios. Estes princípios se tornaram em fundamentos da teoria de concreto armado por décadas em todo o mundo, sendo válidos até hoje.

Segundo Bastos (2006), no Brasil, as primeiras obras de concreto armado datam de 1901, sendo estas galerias de água, com 47 e 74 metros de comprimento. Em 1907/1908, em São Paulo, foi construído um dos edifícios mais antigos do Brasil, com três pavimentos de concreto armado. E em 1924, a maioria dos cálculos estruturais começaram a ser feitos no país.

A primeira laje armada surgiu em 1880, construída por Hennebrique. Esse sistema construtivo foi evoluindo com o passar dos anos, e em 1906, o engenheiro Turner ao construir o Bovey Building em Minneapolis, utilizou um sistema de lajes apoiadas diretamente nos pilares. Esse sistema foi denominado de lajes cogumelo (BOROWSKI, 2005).

Ainda conforme descreveu Borowski (2005), as lajes nervuradas só surgiram a partir de 1930, visando uma redução de custos em comparação com as lajes maciças. Foi a partir da década de 70, através de alterações arquitetônicas nos sistemas construtivos, que o uso dos diversos tipos de lajes começou a ser amplamente difundido no Brasil, e hoje é largamente utilizado no setor da construção civil.

### **2.3 Classificação das lajes**

Segundo Araújo (2014), Bastos (2015), Carvalho e Figueiredo (2014) e Donin (2007), existem vários parâmetros para classificar as lajes, sendo os principais: quanto à direção, à forma, ao tipo de laje, ao tipo de apoio e à vinculação nas bordas.

### 2.3.1 Quanto à direção

Essa classificação diz respeito ao tipo de armação da laje, especificamente as lajes retangulares, visto que os demais formatos terão armaduras dispostas de forma excêntrica. Assim sendo, as lajes retangulares podem ser armadas:

- a) Em uma direção: são aquelas em que a relação entre o vão maior e o menor são maiores que 2. Com isso pode-se concluir que os apoios da dimensão mais curta é que vão resistir as forças causadas pelo carregamento, já que o momento fletor no vão maior é pouco relevante, e por isso não é calculado. Nesses casos, adota-se simplesmente uma armadura de distribuição nessa direção;
- b) Em duas direções: são aquelas em que a relação entre o vão maior e o menor são menores que 2. Estas possuem cargas atuando nas duas direções, e em ambas é necessário o dimensionamento da armadura.

### 2.3.2 Quanto à forma

Com a evolução dos softwares de cálculo e o constante aperfeiçoamento dos sistemas construtivos, é possível a execução de lajes com os mais variados formatos, dos quais destacam-se: lajes quadradas, retangulares, circulares, elípticas, em T, L e Z, entre outras.

### 2.3.3 Quanto ao tipo de laje

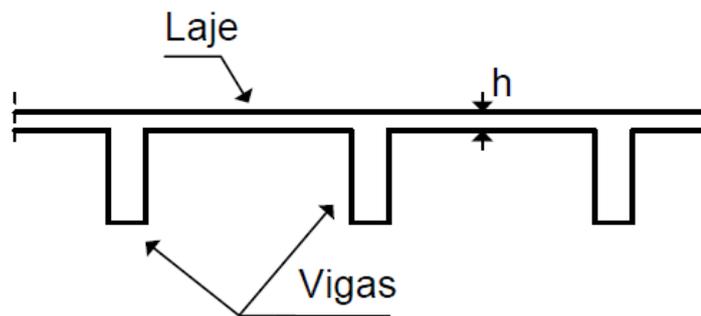
Araújo (2014) define que o tipo de laje a ser utilizado na edificação consiste em uma análise conjunta de fatores como segurança e custo, além de compatibilizações arquitetônicas.

Segundo o método de construção e os materiais utilizados, as lajes podem ser classificadas quanto à natureza nos seguintes tipos:

- a) Laje maciça: é uma placa de espessura constante, constituída por concreto e armadura longitudinal de flexão, como mostra a Figura 2, podendo ainda conter armadura transversal, dependendo do caso. Podem ser de concreto armado ou concreto protendido. É o tipo de laje mais utilizado em construções, porém

não é utilizado para vãos muito grandes, sendo que é um tipo de laje com peso próprio muito elevado. Apoia-se geralmente em vigas, mas é comum também apoiá-las sobre paredes. Necessita cuidado especial quanto ao escoramento. Uma vantagem das lajes maciças é a capacidade de utilização da armação em telas;

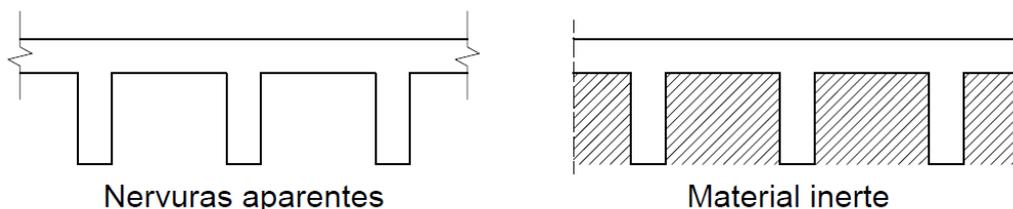
**Figura 2 - Laje maciça**



Fonte: Araújo (2014)

- b) Laje nervurada: é constituída por uma mesa de concreto na parte comprimida e nervuras na parte tracionada. Com isso, consegue-se um melhor aproveitamento do concreto e do aço. Essas nervuras são aparentes, a não ser que seja colocado algum material inerte entre elas, a fim de tornar a superfície inferior plana, como ilustrado na Figura 3. Os materiais utilizados entre as nervuras geralmente são blocos cerâmicos ou EPS. Por esses motivos, consegue-se uma redução de peso em relação à laje maciça, e com isso, a laje nervurada é utilizada para vencer grandes vãos, geralmente maiores do que 8 metros;

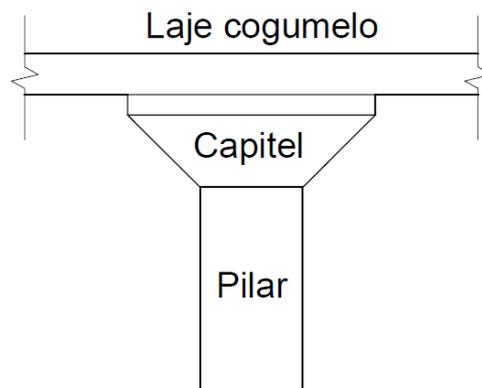
**Figura 3 - Laje nervurada**



Fonte: Adaptado de Araújo (2014)

- c) Laje cogumelo: diferente das lajes maciças, as lajes cogumelo não se apoiam em vigas ou paredes, mas sim, diretamente nos pilares. A ligação da laje com o pilar é feita por meio de uma estrutura chamada capitel, como mostra a Figura 4, que nada mais é do que um aumento de seção nesse ponto, a fim de diminuir o efeito de punção;

**Figura 4 - Laje cogumelo**



Fonte: Adaptado de Araújo (2014)

- d) Laje lisa: é um tipo de laje cogumelo, logo, são apoiadas diretamente nos pilares gerando um piso sem vigas. Porém, na ligação entre laje e pilar não há o uso de capitel, como representado na Figura 5;

**Figura 5 - Laje lisa**

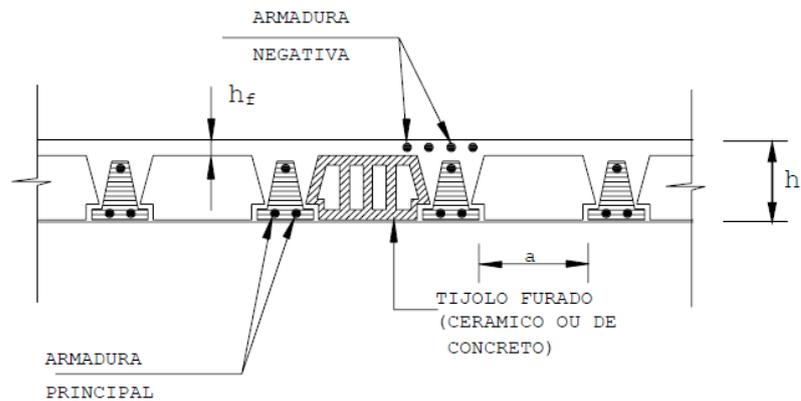


Fonte: Adaptado de Araújo (2014)

- e) Laje pré-moldada: são lajes nervuradas formadas por vigotas pré-moldadas de concreto armado, protendido ou ainda treliçadas; elementos de enchimento

cerâmicos ou EPS, conhecidos como tabelas; e uma capa de concreto, conforme ilustra a Figura 6. Propiciam uma maior rapidez na execução e um menor consumo de fôrmas e cimbramento;

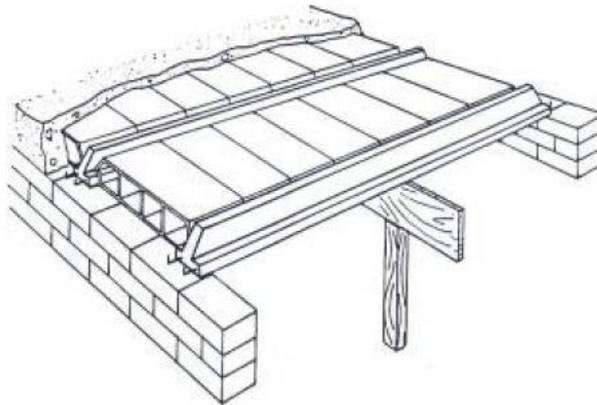
**Figura 6 - Laje pré-moldada**



Fonte: Júnior e Giongo (2007)

- f) Laje mista: tipo de laje nervurada, em que o espaço entre as nervuras é preenchido por material cerâmico, e este ajuda na resistência mecânica da laje (Figura 7). Nesse caso, o material de preenchimento não é inerte;

**Figura 7 - Laje mista**

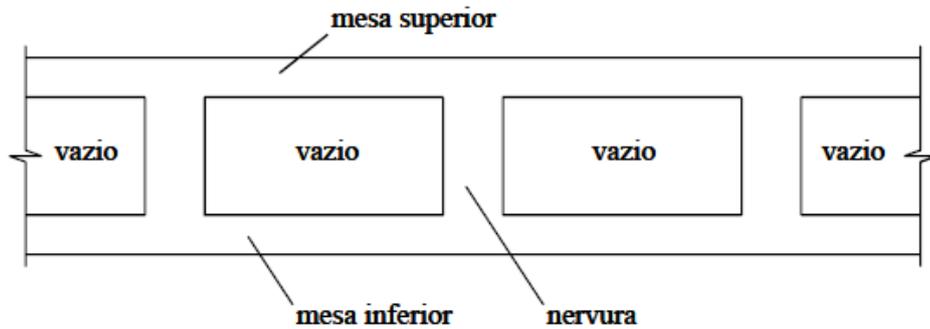


Fonte: Lima (1991)

- g) Laje dupla: as nervuras desse tipo de laje ficam entre duas mesas de concreto, uma superior, ajudando nos esforços de compressão, e outra inferior, como apresenta a Figura 8. Segundo Silva (2005), podem ser colocados elementos

de enchimento que servirão de fôrmas para as nervuras. Estão praticamente em desuso devido à dificuldade de execução;

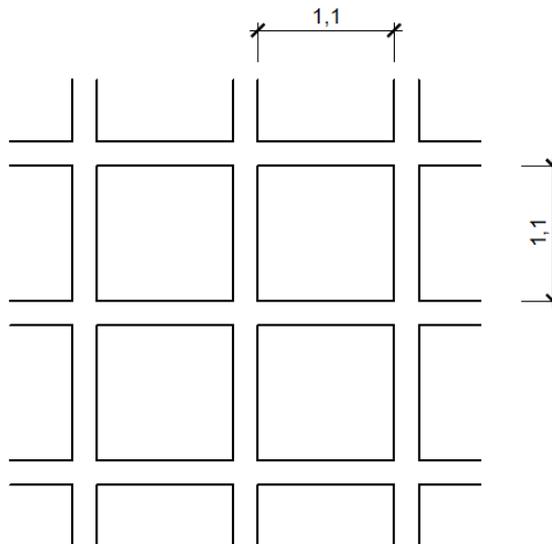
**Figura 8 - Laje dupla**



Fonte: Silva (2005)

- h) Laje em grelha: Donin (2007) a define como uma variação de lajes nervuradas, onde não se utiliza material de enchimento, as nervuras são mais altas e o espaçamento mínimo entre elas é de 1 metro, como ilustrado na Figura 9. As nervuras são calculadas como grelhas, e a mesa de concreto como uma laje independente.

**Figura 9 - Laje em grelha**



Fonte: Adaptado de Lima (1991)

### 2.3.4 Quanto ao tipo de apoio

Donin (2007) afirma que, dependendo de como os esforços provocados pelas cargas são transferidos às estruturas subsequentes, as lajes podem descarregar em:

- a) Apoios contínuos: nesse caso a laje está apoiada sobre uma linha contínua, podendo ser vigas, paredes de concreto ou alvenaria. Um ou mais bordos podem estar livres;
- b) Apoio discreto: nesse caso a laje está apoiada diretamente sobre os pilares, sendo conhecida como laje cogumelo. O apoio pode ser feito sem capitel, com capitel aparente ou capitel invertido.

### 2.3.5 Quanto à vinculação nas bordas

As lajes podem ter borda livre, simplesmente apoiada ou engastada.

## 2.4 Espessuras mínimas

Conforme estabelece a NBR 6118:2014 (item 13.2.4.1), para lajes maciças, as seguintes espessuras mínimas devem ser atendidas:

- 10 cm para lajes em balanço;
- 7 cm para lajes de cobertura (sem balanço);
- 8 cm para lajes de piso (sem balanço);
- 10 cm para lajes que receberão veículos com peso menor ou igual a 30 kN;
- 12 cm para lajes que receberão veículos com mais de 30 kN;
- 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, com pelo menos  $v\tilde{a}o/42$  para lajes de piso biapoiadas e  $v\tilde{a}o/50$  para lajes de piso contínuas;
- 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo fora do capitel.

Para lajes em balanço, deve-se majorar os seus esforços solicitantes por um coeficiente  $\gamma_n$ . Os valores estão dispostos no Quadro 1, onde  $h$  é a altura da laje e  $\gamma_n$  é calculado pela Equação 1:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 \cdot h \quad (1)$$

**Quadro 1 - Valores de  $\gamma_n$** 

<b>h (cm)</b>	$\geq 19$	18	17	16	15	14	13	12	11	10
<b><math>\gamma_n</math></b>	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45

Fonte: NBR 6118:2014

## 2.5 Cobrimentos mínimos

A NBR 6118:2014 define que devem ser considerados para cobertura mínimo, o cobertura nominal acrescido da tolerância de execução ( $\Delta_c$ ). Este último, é estabelecido pela norma como sendo maior ou igual a 10 mm, podendo ser adotado 5 mm sob rigoroso controle de qualidade. O cobertura nominal é definido pelas Equações 2 a 4:

$$c_{nom} \geq \phi_{barra} \quad (2)$$

$$c_{nom} \geq \phi_{feixe} = \phi_n = \phi \cdot \sqrt{n} \quad (3)$$

$$c_{nom} \geq 0,5 \cdot \phi_{bainha} \quad (4)$$

Esta mesma norma, em sua tabela 7.2, ainda define o cobertura nominal mínimo para lajes de concreto armado, considerando a correspondência entre classe de agressividade ambiental (CAA) e cobertura nominal para  $\Delta_c = 10$  mm, sendo para:

- CAA I: 20 mm;
- CAA II: 25mm;
- CAA III: 35mm;
- CAA IV: 45 mm.

## 2.6 Lajes nervuradas

A NBR 6118:2014, em seu item 14.7.7, define as lajes nervuradas como “lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras as quais pode ser colocado

material inerte”. As lajes nervuradas são constituídas por seções “T” e são utilizadas para vencer grandes vãos.

Sabe-se que o concreto tem uma boa resistência à compressão, ao contrário de sua resistência à tração. Como as lajes possuem uma pequena região de concreto comprimida, existe uma grande parcela de concreto tracionado que não contribui para a resistência à flexão. Assim, surgiram as lajes nervuradas, compostas por uma capa de concreto na região comprimida, e nervuras na região tracionada.

Em comparação às lajes tradicionais maciças, destaca-se uma redução nos materiais utilizados e uma economia de escoramentos e fôrmas, já que os elementos resistentes e o material de enchimento colocado entre as nervuras fazem este papel. O peso próprio é reduzido, o que reflete em economia para toda a estrutura.

A NBR 6118:2014 determina que as lajes nervuradas:

- a) Tenham a espessura da mesa maior ou igual a  $1/15$  da distância entre as nervuras, quando não existirem tubulações horizontais, sendo 4 cm a espessura mínima;
- b) Tenham a espessura mínima de 5 cm quando existirem tubulações embutidas de até 10 mm de diâmetro.
- c) Tenham espessura mínima de 4 cm +  $\emptyset$  para tubulações maiores do que 10 mm de diâmetro, ou 4 cm +  $2\emptyset$  se existir algum cruzamento destas;
- d) Tenham as nervuras com no mínimo 5 cm de espessura;
- e) Não contenham armadura de compressão caso as nervuras possuam espessura inferior a 8 cm.

Bastos (2015), afirma que, quanto à disposição da armadura, as lajes nervuradas podem ser classificadas em:

- a) Laje nervurada unidirecional: composta por armaduras longitudinais ordenadas em uma direção;
- b) Laje nervurada bidirecional: composta por armadura de tração disposta nas duas direções, com comportamento de uma grelha.

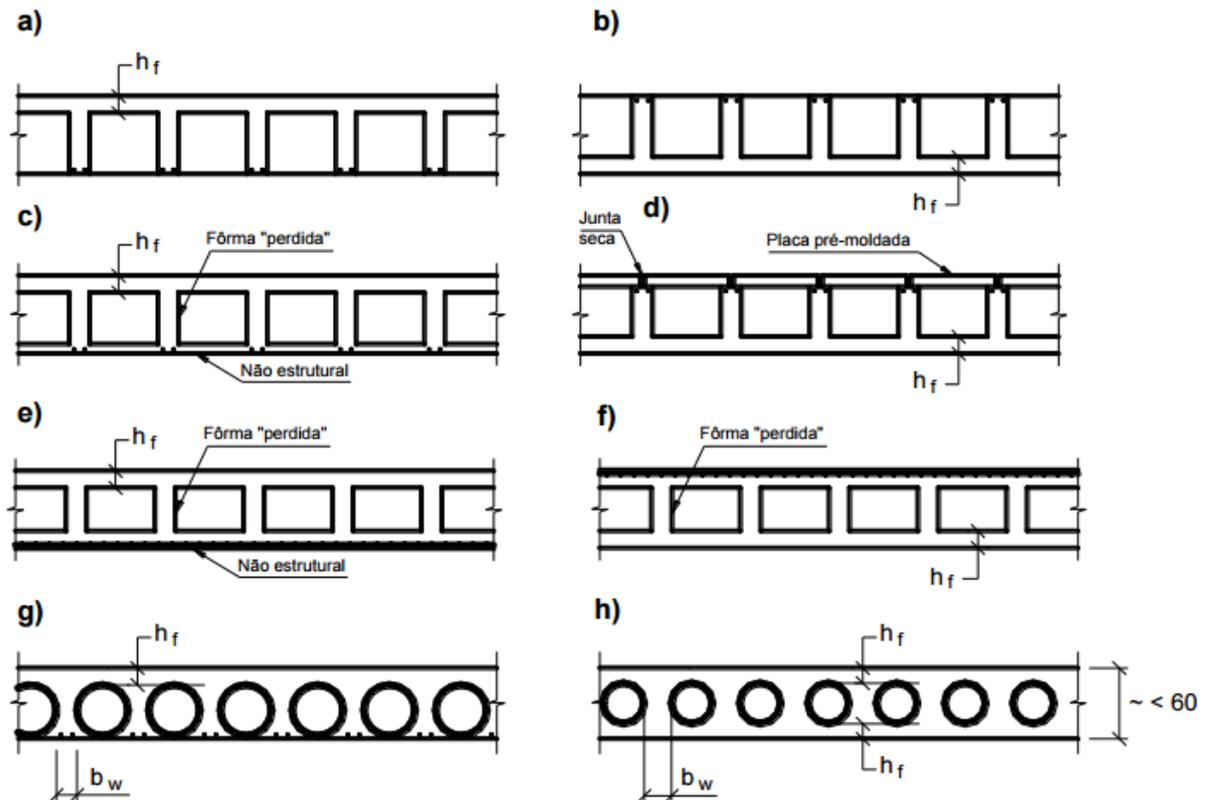
### **2.6.1 Lajes nervuradas moldadas no local**

De acordo com Silva (2005), lajes nervuradas moldadas no local são executadas em sua totalidade no local em que serão utilizadas. Estas, porém, necessitam de um consumo de fôrmas que deve ser levado em conta durante o

orçamento da obra. Porém, com as novas técnicas utilizadas atualmente, este quadro está se modificando, e esse sistema construtivo é cada vez mais utilizado.

Existem várias formas e disposições de lajes nervuradas moldadas no local, sendo que as variações que mais são utilizadas estão dispostas na Figura 10.

**Figura 10 - Principais formatos de lajes nervuradas**



Fonte: Andrade (1982)

### 2.6.2 Lajes nervuradas pré-moldadas

Borowski (2005) lembra que as lajes nervuradas eram executadas com formas plásticas, de alto custo, o que desencorajava este sistema construtivo. Com o desenvolvimento do setor de construção civil, surgiram as vigotas pré-moldadas, gerando qualidade, rapidez e economia para os construtores. Assim, as lajes pré-moldadas adquiriram grande aceitação no mercado, se tornando um tipo de laje nervurada muito comum no mercado da construção.

Segundo Guerrin e Lavour (2002), a laje nervurada pré-moldada é aquela moldada, em sua totalidade ou não, em uma indústria ou no próprio canteiro de obras,

fora do local final de utilização, possuindo um rigoroso controle de qualidade. Após isso, são transportadas e dispostas no devido local.

As lajes nervuradas pré-moldadas são compostas por uma capa de concreto comprimida, esta sim moldada no local, contendo uma armadura negativa ou apenas uma armadura de distribuição para o controle de fissuração; elementos leves de enchimento, que podem ser tabelas cerâmicas, concreto celular ou blocos de EPS, e são inertes em questão de resistência; e por vigotas, que são os elementos pré-moldados responsáveis por grande parte da resistência desse tipo de laje, possuindo a armadura de tração. Em consequência dessa geometria, são consideradas como lajes nervuradas.

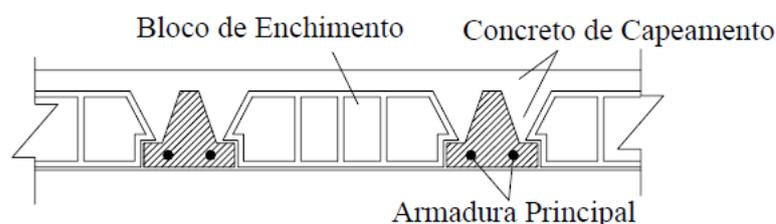
De acordo com Carvalho e Figueiredo (2014), esse sistema de lajes tem como desvantagens a dificuldade de execução em instalações prediais, e altos valores de deslocamentos transversais.

### 2.6.2.1 Tipos de vigotas

Conforme definem Carvalho e Figueiredo (2014), as nervuras ou vigotas pré-moldadas podem ser:

- a) De concreto armado: usualmente com seção em formato de “T” invertido, onde a armadura é totalmente englobada pelo concreto da vigota, permitindo que o bloco de enchimento se apoie sobre as abas, como pode se ver na Figura 11. São executadas com nervuras unidirecionais;

**Figura 11 - Laje nervurada pré-moldada de concreto armado**

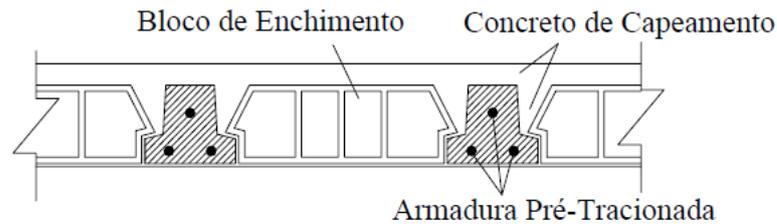


Fonte: Silva (2005)

- b) De concreto protendido: usualmente também possuem a seção em formato de “T” invertido, com a armadura sendo englobada pelo concreto da vigota, ilustrado na Figura 12. Em comparação com as vigotas de concreto armado,

possuem uma maior resistência e menos deformações, conseqüentemente podem vencer vãos maiores. As nervuras também são executadas em uma só direção;

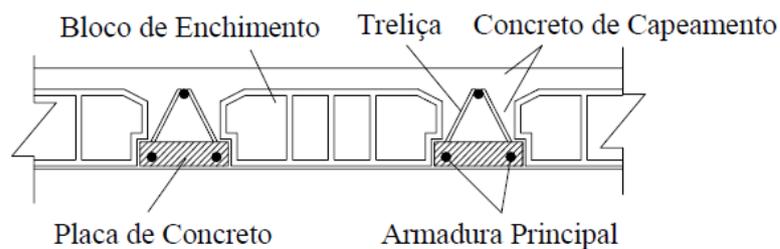
**Figura 12 - Laje nervurada pré-moldada de concreto protendido**



Fonte: Silva (2005)

- c) Treliçadas: possuem uma armadura de tração, englobada pelo concreto da vigota, e uma armadura treliçada parcialmente englobada pelo concreto, como representado na Figura 13. O sistema de treliças permite a execução em uma (unidirecional) ou duas direções (bidirecional). Esta última, proporciona uma maior estabilidade global da edificação.

**Figura 13 - Laje nervurada pré-moldada treliçada**



Fonte: Silva (2005)

### 2.6.3 Elementos de enchimento

São elementos leves, sem função estrutural, com a finalidade de regularizar a face inferior da laje nervurada e pré-moldada, ajudando ainda, no isolamento térmico e acústico. Funcionam ainda como fôrmas para o lançamento da mesa de concreto, gerando economia para a obra.

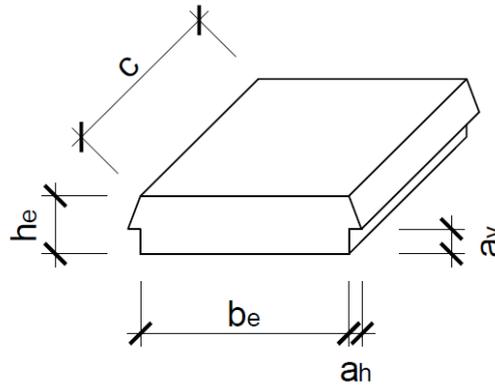
As dimensões padronizadas dos blocos são descritas no Quadro 2:

**Quadro 2 - Dimensões padronizadas de elementos de enchimento (em cm)**

<b>Altura (<math>h_e</math>)</b>	7; 8; 9,5; 11,5; 15,5; 19,5; 23,5; 28,5	
<b>Largura (<math>b_e</math>)</b>	25; 30; 32; 37; 39; 40; 47; 50	
<b>Comprimento (c)</b>	20; 25	
<b>Abas de encaixe</b>	<b>(<math>a_v</math>)</b>	3
	<b>(<math>a_h</math>)</b>	1,5

Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014)

Tais dimensões podem ser verificadas na Figura 14 a seguir:

**Figura 14 - Dimensões dos elementos de enchimento**

Fonte: Adaptado de Carvalho e Figueiredo (2014)

Os materiais inertes mais utilizados, segundo Gaspar (1997), são:

- a) Blocos cerâmicos: possuem baixo custo e ainda proporcionam uma ótima aderência para um possível revestimento de argamassa, conforme Figura 15;

**Figura 15 - Bloco cerâmico**

Fonte: Catálogo Construrohr

- b) Blocos de concreto: apresentam uma melhor resistência, e são utilizados em condições mais rigorosas de lançamento de concreto, com o objetivo de não danificar a peça;
- c) Blocos de EPS: são blocos de poliestireno expandido, conforme Figura 16, derivados do petróleo, popularmente conhecidos como isopor. É extremamente leve, sendo que é constituído por 98% de ar e somente 2% de poliestireno, sendo ideal para diminuição do peso das estruturas. É um excelente isolante térmico e acústico. O seu corte pode ser feito na obra e seu transporte é fácil.

**Figura 16 - Bloco de EPS**



Fonte: Autor (2016)

## **2.7 Ações e solicitações**

### **2.7.1 Ações atuantes na laje**

São diversos os carregamentos que devem ser levados em consideração no dimensionamento de lajes. Entre eles estão o movimento de pessoas, paredes, móveis, peso próprio da laje, acabamentos, contrapiso, entre outros. Essas ações são divididas em ações permanentes ( $g$ ) e ações variáveis ( $q$ ), e estão descritas na NBR 6120:1980.

Esses esforços mudam de acordo com a finalidade da edificação, podendo exigir uma estrutura mais resistente dependendo do tipo de público que vai frequentá-la.

### 2.7.2 Momentos fletores

Os momentos fletores e também os valores de flechas são calculados de formas diferentes se a laje for armada em uma ou duas direções. Para esta última, existem várias teorias, como por exemplo, a teoria da elasticidade e a teoria das charneiras plásticas (BASTOS, 2015). Porém, o cálculo de momentos fletores, para lajes armadas em uma única direção, é mais simples, visto que este tipo de laje é calculado como vigas na direção principal.

Para lajes biapoiadas e com carregamento uniforme, o momento fletor máximo pode ser calculado pela Equação 5:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{p \cdot l^2}{8} \quad (5)$$

Quando a laje está disposta sobre um apoio simples e engastada na outra extremidade, com um carregamento uniforme, o momento fletor é definido pela Equação 6:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{p \cdot l^2}{14,22} \quad (6)$$

Por fim, quando a laje é biengastada, o momento é obtido através da Equação 7:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{p \cdot l^2}{24} \quad (7)$$

Onde:

$p$  – carregamento

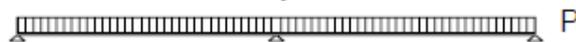
$l$  – vão

### 2.7.3 Flexão de lajes com nervuras unidirecionais contínuas

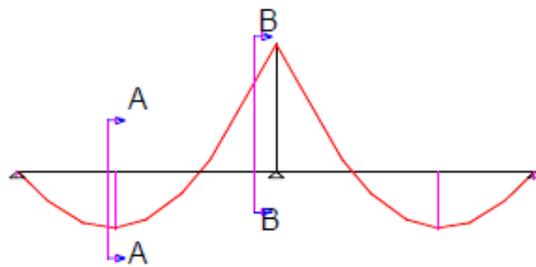
As lajes nervuradas possuem suas nervuras com seção “T”, e em lajes contínuas, a resistência aos momentos positivos é maior do que aos momentos negativos. De acordo com Carvalho e Figueiredo (2014), isso se dá pelo fato de que a parte comprimida na face inferior da laje é composta apenas pela nervura, possuindo seção de concreto muito menor do que a parte superior da laje, formada pela mesa, conforme Figura 17.

**Figura 17 - Laje contínua submetida a momentos positivos e negativos**

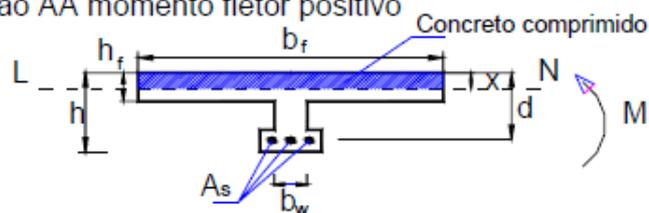
Esquema Estrutural de laje unidirecional continua



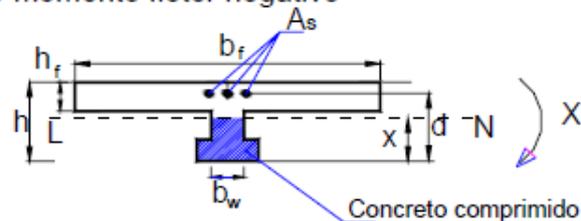
Esquema Estrutural de laje unidirecional continua



Seção AA momento fletor positivo



Seção BB momento fletor negativo



Fonte: Flório (2004)

Carvalho e Figueiredo (2014) ressaltam que, em lajes contínuas, a fim de suportar ao momento negativo definido pelo cálculo elástico, as seções comprimidas nos apoios intermediários geralmente não são suficientes (com a seção no estágio I).

Considera-se então, que o momento negativo resistente, na região superior do apoio, é menor do que o momento atuante definido no cálculo elástico (onde a seção está no estágio I). Assim, ocorre a plastificação da seção ou a redistribuição de momentos, pois surge uma rótula plástica no apoio.

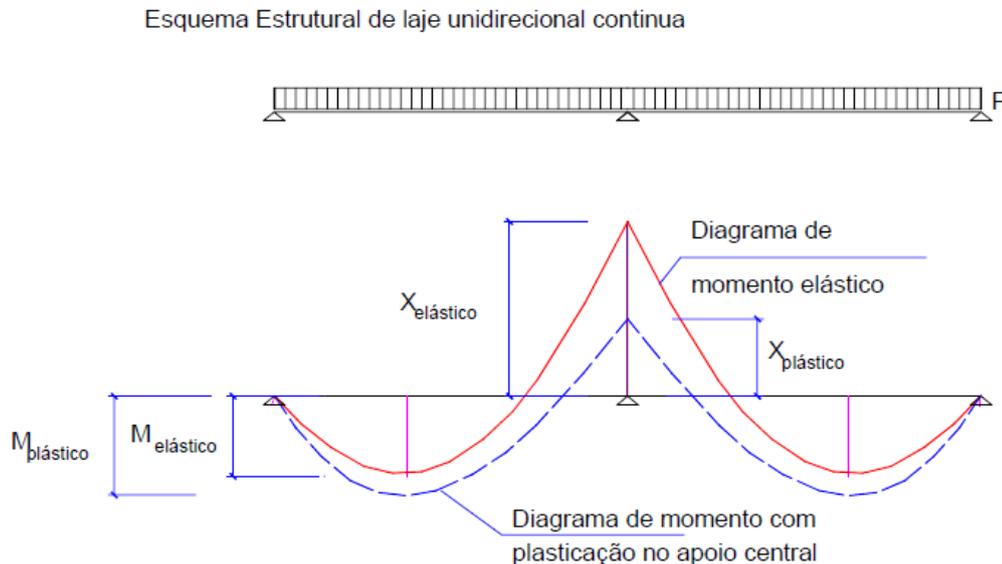
Essa redistribuição de momentos constitui-se de uma modificação do diagrama de momento fletor, pois alguns trechos estão sujeitos à momentos superiores ao de fissuração, ocasionando na chamada plastificação (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2014; FLÓRIO, 2004). Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), “a partir da plastificação da seção, que acontece para um determinado valor de momento fletor (momento de plastificação), a seção gira sem transmitir mais momento”.

Flório (2004) apresenta o mesmo diagrama da Figura 17, com o diagrama de momento elástico e a comparação com o momento de plastificação. Esta comparação é mostrada na Figura 18. O momento negativo no apoio intermediário do diagrama elástico, para uma carga  $p$  e dois trechos  $l$  iguais, de acordo com Carvalho e Figueiredo (2014) e Flório (2004), é dado pela Equação 8:

$$X_{elástico} = \frac{p \cdot l^2}{8} \quad (8)$$

Se a seção é capaz de resistir ao momento solicitado, ela é calculada da forma usual. Caso contrário, se ela só resistir a um momento inferior  $X_{plástico}$ , para que o equilíbrio da seção seja mantido, o momento positivo  $M_{plástico}$  deve ser corrigido e se torna maior do que o  $M_{elástico}$ . Esse esquema, como mencionado anteriormente, é caracterizado na Figura 18 (CARVALHO E FIGUEIREDO, 2014; FLÓRIO, 2004).

**Figura 18 - Diagrama de momentos elástico e com plastificação no apoio central**



Fonte: Flório (2004)

Para Carvalho e Figueiredo (2014) e Flório (2004), usualmente é admitido que os elementos nervurados pré-moldados sejam simplesmente apoiados, devido à dificuldade de calcular adequadamente o valor de  $X_{plástico}$ . Isso gera momentos positivos maiores do que em elementos contínuos, logo, resultando em seções maiores ou limitações de vãos a serem vencidos, para a mesma solicitação de carga  $p$ . Com isso, conclui-se que sempre que possível deve-se aproveitar a continuidade das nervuras.

De acordo com Carvalho e Figueiredo (2014), a continuidade das nervuras pode ser obtida com as seguintes alternativas:

- a) Empregar uma nervura de grande altura, aumentando a região comprimida do concreto para resistir aos momentos negativos. A NBR 6118:2014 estabelece, em seu item 14.6.4.3 que “a capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU. Quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade”. A fim de proporcionar um comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra deve respeitar:
  - $x/d \leq 0,45$  para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
  - $x/d \leq 0,35$  para concretos com  $50$  MPa  $\leq f_{ck} \leq 90$  MPa.

Carvalho e Figueiredo (2014) lembram que a altura disponível ( $d$ ) deve ser maior do que a mínima ( $d_{min}$ ), para regiões do apoio em que o momento fletor é alto e a seção de concreto comprimido é pequena. Satisfeita essa condição, pode-se empregar o momento obtido da análise linear, o que garante o comportamento dúctil das seções. A altura disponível é calculada pela Equação 9:

$$d = \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd} \cdot (0,68 \cdot \xi - 0,272 \cdot \xi^2)}} \quad (9)$$

Para  $\xi = x/d = 0,45$  (concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa), segundo a Equação 10:

$$d_{min} = \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd} \cdot (0,68 \cdot 0,45 - 0,272 \cdot 0,45^2)}} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} \quad (10)$$

Para  $\xi = x/d = 0,35$  (concretos com  $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$ ), conforme a Equação 11:

$$d_{min} = \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd} \cdot (0,68 \cdot 0,35 - 0,272 \cdot 0,35^2)}} = 2,2 \cdot \sqrt{\frac{M_d}{b_w \cdot f_{cd}}} \quad (11)$$

- b) Fazer um trecho maciço junto ao apoio intermediário, gerando um aumento da capacidade resistente da seção;
- c) Adotar um trecho com armadura dupla, a fim de garantir a ductilidade da seção. Essa armadura ajuda na resistência a forças de compressão causadas por momentos negativos. A seção deve ser dimensionada com  $x/d = 0,45$  (para  $f_{ck} \leq 50$  MPa), para então ser calculada a armadura dupla;
- d) Efetuar a redistribuição de momento fletor negativo para um valor  $\delta \cdot M$ , em consequência, aumentando o positivo. A posição da linha neutra é limitada pela NBR 6118:2014 (item 14.6.4.3):
  - $x/d \leq (\delta - 0,44)/1,25$  para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
  - $x/d \leq (\delta - 0,56)/1,25$  para concretos com  $50 \text{ MPa} \leq f_{ck} \leq 90$  MPa.

Sendo o coeficiente de redistribuição atendendo:

- $\delta \geq 0,90$  para estruturas de nós móveis;
- $\delta \geq 0,75$  em outros casos.

Conforme Carvalho e Figueiredo (2014), “pode ser adotada redistribuição fora dos limites estabelecidos da norma, desde que seja calculada mediante o emprego de análise não linear ou de análise plástica, com verificação explícita da capacidade de rotação das rótulas plásticas”.

- e) Permitir a plastificação da seção do apoio, de acordo com a NBR 6118:2014 (item 14.6.4.4), “para verificações de estados limites últimos pode ser efetuada a análise plástica da estrutura, com a simulação de rótulas plásticas localizadas nas seções críticas”, e “é obrigatória a verificação das rotações nas rótulas plásticas, correspondentes aos mecanismos adotados, que não podem superar a capacidade de rotação plástica das seções transversais correspondentes”.

#### 2.7.4 Esforço cortante

As lajes também devem resistir aos esforços cortantes. Estes serão analisados em um item à parte, sendo o tema principal de estudo deste trabalho.

### 2.8 Dimensionamento

#### 2.8.1 Flexão

O dimensionamento à flexão leva em consideração o equilíbrio de forças normais, onde as tensões de compressão no concreto ( $R_{cc}$ ) se equilibram com as tensões de tração na armadura ( $R_{st}$ ).

Levando em consideração o diagrama retangular simplificado com altura  $0,8 \cdot x$ , a força resultante das tensões de compressão no concreto é definida pela Equação 12:

$$R_{cc} = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \quad (12)$$

Já a força resultante das tensões de tração da armadura é calculada pela Equação 13:

$$R_{st} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (13)$$

Onde:

$b_w$  – largura da seção;

$x$  – posição da linha neutra;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo do concreto à compressão;

$\sigma_{sd}$  – tensão de cálculo da armadura tracionada;

$A_s$  – área de aço tracionada.

O momento resistente pelo concreto e pela armadura são definidos, respectivamente, pelas Equações 14 e 15:

$$M_d = R_{cc} \cdot z_{cc} = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4x) \quad (14)$$

$$M_d = R_{st} \cdot z_{cc} = \sigma_{sd} \cdot A_s \cdot (d - 0,4x) \quad (15)$$

Isolando  $A_s$  da Equação 15, define-se a área de armadura necessária pela Equação 16:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} \cdot (d - 0,4x)} \quad (16)$$

Com isso, é possível determinar a área de armadura, em  $\text{cm}^2/\text{m}$ . Após, faz-se a escolha da bitola e disposição da mesma, levando em consideração os espaçamentos e outras verificações pertinentes à NBR 6118:2014, como armadura máxima e mínima.

Também deve-se analisar a posição da linha neutra, com a intenção de verificar se  $x/d \leq 0,45$  para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa ou  $x/d \leq 0,35$  para concretos com  $50 < f_{ck} \leq 90$  MPa, de maneira a proporcionar um comportamento dúctil em lajes no geral.

As lajes nervuradas são consideradas como seções “T” para o cálculo, já que sua parte resistente é formada pelas nervuras e a mesa de concreto. A faixa colaborante ( $b_f$ ) adjacente à nervura que auxilia na resistência à compressão, formando a seção “T”, segundo a NBR 6118:2014, “deve ser dada pela largura da viga

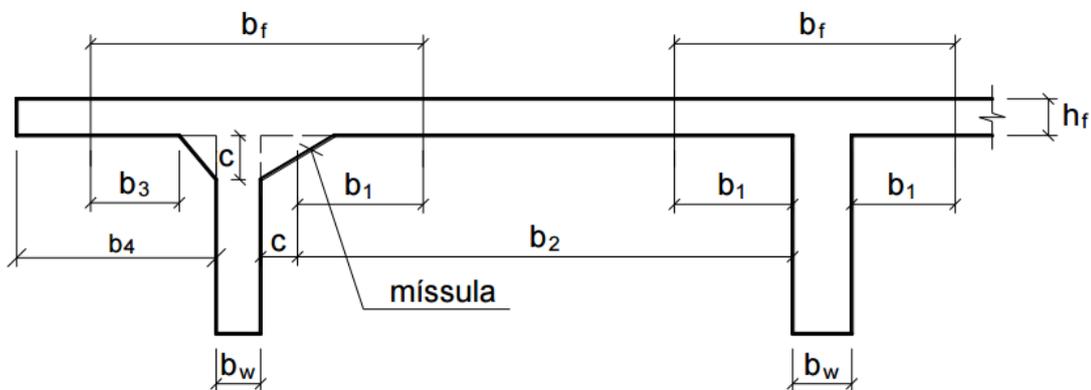
$b_w$  acrescida de no máximo 10% da distância  $a$  entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que haja laje colaborante”. Sendo a distância  $a$  estimada em função do comprimento  $l$  do tramo considerado, conforme as restrições a seguir:

- Viga simplesmente apoiada:  $a = 1,00 l$ ;
- Tramo com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75 l$ ;
- Tramo com momento nas duas extremidades:  $a = 0,60 l$ ;
- Tramo em balanço:  $a = 2,00 l$ .

Para o caso de vigas contínuas, a NBR 6118:2014 permite determiná-las “com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que essa largura seja calculada a partir do trecho de momentos positivos onde a largura resulte mínima”.

Porém, devem ser adotados como limites os valores  $b_1$  e  $b_3$ , conforme Figura 19:

**Figura 19 - Largura colaborante**



Fonte: Bastos (2015)

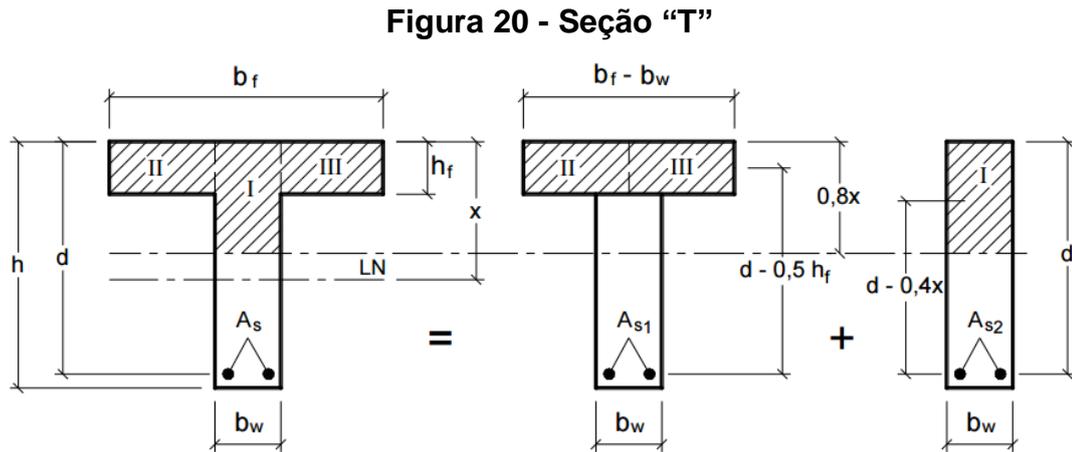
Estes, segundo esta mesma norma, são limitados pelas Equações 17 e 18:

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 \\ 0,1 \cdot a \end{cases} \quad (17)$$

$$b_3 \leq \begin{cases} b_4 \\ 0,1 \cdot a \end{cases} \quad (18)$$

Quando o valor de  $0,8 \cdot x$  for menor do que a altura da mesa, o dimensionamento é feito como uma seção retangular, conforme descrito anteriormente, porém trocando a largura  $b_w$  pela largura  $b_f$ .

Caso o valor de  $0,8 \cdot x$  for maior do que a altura da mesa, o valor do momento é dividido em duas parcelas, como esquematizado na Figura 20:



Fonte: Bastos (2015)

Este é calculado pela Equação 19, levando em consideração o equilíbrio de forças normais e de momentos fletores.

$$M_d = [(b_f - b_w) \cdot h_f \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,5 \cdot h_f)] + [0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)] \quad (19)$$

A área de aço também é calculada em duas parcelas, como mostra Equação 20:

$$A_s = \left[ \frac{M_{1d}}{f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot h_f)} \right] + \left[ \frac{M_{2d}}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)} \right] \quad (20)$$

### 2.8.2 Cisalhamento

A análise de esforços de cisalhamento em lajes nervuradas é o foco principal deste trabalho, e como descrito anteriormente, será analisado em um item à parte.

## 2.9 Parâmetros de materiais

A seguir serão descritas equações fundamentais que serão utilizadas posteriormente para a determinação dos valores de flechas.

### 2.9.1 Resistência à tração direta

Segundo a NBR 6118:2014 (item 8.2.5), o  $f_{ct}$  possui uma fórmula apropriada para cada tipo de verificação, sendo calculado o  $f_{ctk,inf}$  no estado limite de formação de fissuras, e o  $f_{ct,m}$  para o cálculo da deformação excessiva. Estes, são definidos pelas Equações 21 e 22:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (21)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (22)$$

Sendo o  $f_{ct,m}$  calculado para concretos classe até C50 pela Equação 23, e para concretos de classes C55 até C90 pela Equação 24:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (23)$$

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (24)$$

### 2.9.2 Módulo de elasticidade

Em concordância com a NBR 6118:2014 (item 8.28), o módulo de elasticidade, necessário para calcular a flecha imediata, é obtido pela Equação 25:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (25)$$

Sendo  $\alpha_i$  calculado pela Equação 26:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (26)$$

E a estimativa do módulo de elasticidade do concreto (idade entre 7 e 28 dias),  $E_{ci}$ , pelas equações 27 e 28:

- Para  $f_{ck}$  de 20 a 50 MPa:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (27)$$

- Para  $f_{ck}$  de 55 a 90 MPa:

$$E_{ci} = 21,5 \times 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (28)$$

Sendo:

$\alpha_E$  – 0,7 para arenito; 0,9 para calcário; 1,0 para granito e gnaiss; 1,2 para basalto e diabásio.

## 2.10 Flechas

A verificação de flechas é um fator fundamental no dimensionamento de estruturas. Os valores aceitáveis estão descritos na NBR 6118:2014. Para a determinação destas, é preciso identificar o estágio de cálculo para a seção considerada, lembrando que, no estágio II, admite-se a possibilidade de fissuração (BASTOS, 2015).

### 2.10.1 Verificação do estágio

A NBR 6118:2014, em seu item 17.3.1, define que “nos estados-limites as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. A separação entre esses dois comportamentos é definida pelo momento de fissuração”. Este é definido por meio Equação 29:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (29)$$

Onde:

$\alpha$  – coeficiente que correlaciona a resistência à tração na flexão com à tração direta, sendo 1,2 para seções “T” ou duplo “T”; 1,3 para seções “I” ou “T” invertido; 1,5 para seções retangulares;

$y_1$  – distância do CG (centro de gravidade) da seção até a fibra mais tracionada;

$I_c$  – inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ct}$  – resistência à tração direta do concreto.

Se o momento solicitante for menor do que o momento de fissuração, a seção da estrutura está no estágio I, não trabalhando com fissuras. Caso contrário, a seção está no estágio II, onde considera-se que está fissurada (BASTOS, 2015).

Conforme Bastos (2015), “para o momento fletor na laje, a ser comparado com o momento fletor de fissuração, deve ser considerada a combinação rara”. Conforme a NBR 6118:2014 (item 11.8.3), essa combinação rara é necessária para a conferência do estado limite de fissuras, mesmo que ocorra somente algumas vezes durante a vida da estrutura. Esta é calculada pela Equação 30 a seguir:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} \cdot F_{qjk} \quad (30)$$

Onde:

$F_{gik}$  – ações permanentes características;

$F_{q1k}$  – ação variável principal direta característica;

$\psi_{1j}$  – fator de redução de combinação frequente para ELS (Tabela 11.2 da NBR 6118:2014);

$F_{qjk}$  – demais ações variáveis características.

## 2.10.2 Flecha imediata

Logo após aplicado o carregamento na estrutura, esta sofre um deslocamento, chamado de flecha imediata. Em seu item 17.3.2.1.1, a NBR 6118:2014 estabelece

uma equação que pode ser utilizada para o cálculo aproximado da flecha imediata, utilizando a expressão da rigidez, representada na Equação 31:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (31)$$

Onde:

$E_{cs}$  – módulo de elasticidade secante do concreto;

$M_r$  – momento de fissuração do elemento estrutural (emprega-se metade do valor para barras lisas);

$M_a$  – momento fletor na seção crítica do vão considerado;

$I_c$  – momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{II}$  – momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II.

### 2.10.3 Flecha diferida no tempo

Considera o fato da carga que atua na estrutura causar uma deformação lenta com o passar do tempo (DONIN, 2015). A NBR 6118:2014, item 17.3.2.1.2, estabelece uma equação para o cálculo do valor da flecha diferida, representada na Equação 32:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad (32)$$

Que é resolvida após os cálculos das Equações 33 e 34:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d} \quad (33)$$

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (34)$$

O valor de  $\xi(t)$  é calculado para até 70 meses (Equação 35) ou para mais de 70 meses (Equação 36):

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad (35)$$

$$\xi(t) = 2 \quad (36)$$

Onde:

$A'_s$  – área de armadura comprimida;

$b$  – largura da seção transversal;

$d$  – altura útil;

$t$  – tempo (em meses) para o valor da flecha diferida;

$t_0$  – idade (em meses) da data de aplicação da carga.

O valor do coeficiente em função do tempo ( $\xi$ ), é fornecido pela NBR 6118:2014, e é demonstrado no Quadro 3:

**Quadro 3 - Valores do coeficiente  $\xi$  em função do tempo**

Tempo (t) (meses)	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	30	$\geq 70$
Coeficiente $\xi$ (t)	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118:2014

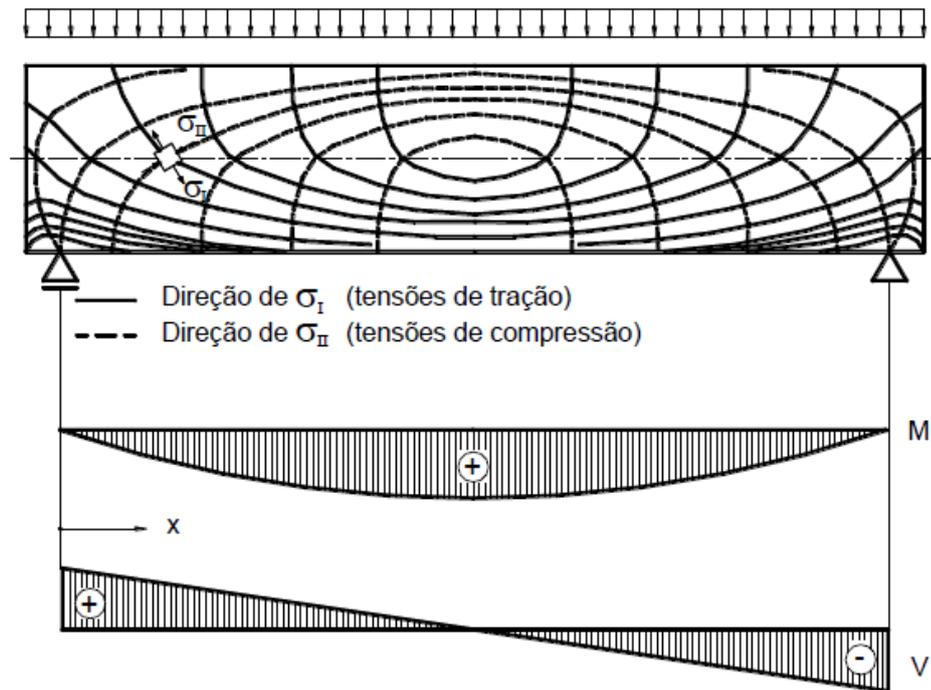
A flecha total é calculada através da multiplicação da flecha imediata por  $(1 + \alpha_f)$ .

## 2.11 Esforço cortante

Segundo Fusco (1995), quando a tensão principal de tração ultrapassa a resistência do concreto à tração em um ponto, surgem fissuras neste. Conforme vão aumentando esses esforços, as fissuras se propagam e o concreto vai perdendo sua capacidade de resistir à tração, podendo levar ao colapso da estrutura.

Conforme Leonhardt e Mönning (1977), nos trechos de uma viga submetida à esforços de momentos fletores variáveis e força cortante, trabalham tensões inclinadas  $\sigma_I$  de tração e  $\sigma_{II}$  de compressão entre os banzos, como pode ser visto na Figura 21. Estas tensões apresentam uma inclinação de aproximadamente  $45^\circ$  ou  $135^\circ$ .

Figura 21 - Trajetória de tensões principais



Fonte: Bastos (2015)

As tensões principais inclinadas  $\sigma_I$  e  $\sigma_{II}$  são calculadas a partir das tensões de flexão  $\sigma_x$  e de cisalhamento  $\tau$ . Estas se dão pelas equações:

- Tensão de flexão, segundo a Equação 37:

$$\sigma_x = \frac{N}{F} \pm \frac{M}{W} \quad (37)$$

- Tensão de cisalhamento, de acordo com a Equação 38:

$$\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{Q \cdot S}{J \cdot b} \quad (38)$$

- Tensão principal de tração, segundo a Equação 39:

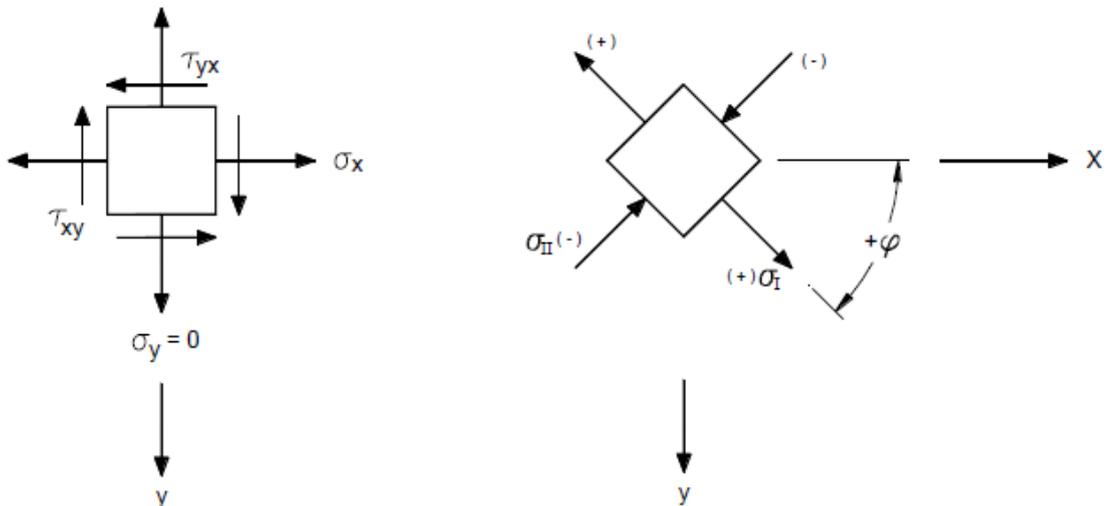
$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \cdot \tau^2} \quad (39)$$

- Tensão principal de compressão, calculada pela Equação 40:

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma_x^2 + 4 \cdot \tau^2} \quad (40)$$

A disposição destas tensões pode ser vista na Figura 22:

**Figura 22 - Componentes de tensão**



Fonte: Bastos (2015)

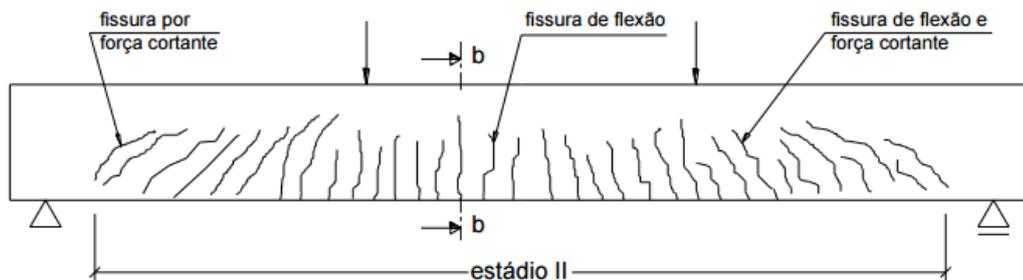
Segundo descrevem Leonhardt e Mönning (1977), as fissuras de cortante (em almas retangulares) tem sua origem de fissuras de flexão. Estas se originam na fibra mais tracionada e se expandem até a linha neutra.

Quando a solicitação de tração é menor do que resistência à tração do concreto, a estrutura está no estágio I, e teoricamente não fissura. Mas com a adição das solicitações na peça estrutural, pode-se alcançar a carga crítica e com isso, inicia-se a manifestação de fissuras por cisalhamento. Nesse caso, diz-se que a estrutura de concreto está no estágio II, onde surgem fissuras na direção da trajetória de compressão, ou seja, perpendiculares à  $\sigma_I$ .

Exemplificando, em uma viga biapoiada com cargas concentradas centrais, por exemplo, os esforços cortantes se dão por fissuras à aproximadamente  $45^\circ$ , com o sentido indo do apoio ao centro, como ilustrado na Figura 23. O surgimento dessas fissuras se dá pela combinação de momentos fletores, forças cortantes e forças axiais (BASTOS, 2015). Por esse motivo, as estruturas de concreto armado são

dimensionadas e detalhadas para conter, em quase todas as circunstâncias, não só armaduras longitudinais de flexão, mas também armaduras transversais para suportar aos esforços cortantes.

**Figura 23 - Fissuração pré-ruptura**



Fonte: Bastos (2015)

Essas armaduras transversais são normalmente introduzidas na estrutura de concreto como estribos, e são fixadas na posição vertical. Todavia, devido à intensidade das forças cisalhantes, a posição mais proveitosa para a colocação dos estribos seria à 45°, tornando a função dos mesmos mais eficientes. Mas devido a questões construtivas, é incomum posicioná-los desta maneira.

Se essa armadura transversal não for suficiente para o que necessita esta seção, o aço atinge o seu limite de escoamento, e posteriormente, pode romper, levando ao colapso da estrutura. Nesse meio tempo, surgem, próximas aos apoios, as fissuras por cortante, e estas se desenvolvem em direção ao banzo comprimido.

Para Bastos (2015), existem vários fatores que levam à ruptura de uma estrutura por força cortante. As principais podem ser descritas como sendo o concreto (resistência), geometria da peça, dimensões da mesma, disposição e quantidade de armaduras, vão livre, carregamento a que será disposta, entre outras.

Leonhardt e Mönnig (1977) lembram que o modelo de cálculo que mais se destaca atualmente para a análise de vigas sob forças de cisalhamento, é o método de treliça, apesar desta teoria ter sido desenvolvida há mais de um século. A NBR 6118:2014 apresenta dois modelos de cálculo de treliça para a definição da armadura transversal. O modelo de cálculo I se baseia na treliça clássica de Ritter-Mörsch, e o modelo de cálculo II, na teoria da treliça generalizada.

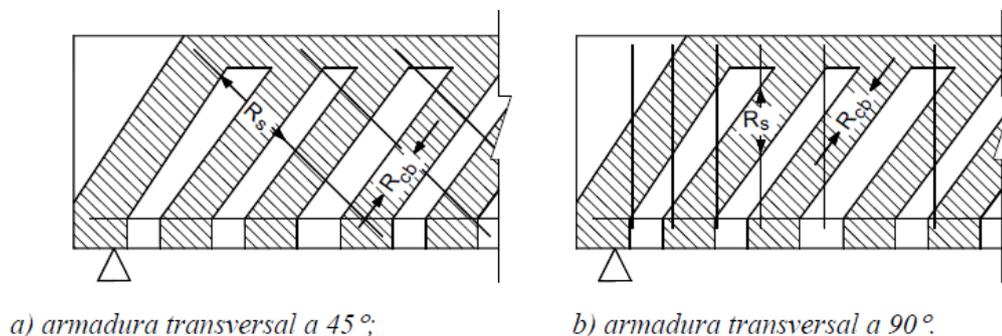
### 2.11.1 Treliza clássica de Ritter-Mörsch

Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), W. Ritter e E. Mörsch, por volta de 1900, propuseram uma teoria em que o mecanismo resistente de uma viga fissurada, portanto, no estágio II, pudesse ser associado ao de uma treliça, onde as armaduras e o concreto equilibrassem em conjunto o esforço cortante. Esta analogia servia para a determinação da armadura de cisalhamento para o equilíbrio de uma viga de concreto armado. O modelo não foi inicialmente aceito, mas após correções adequadas, a teoria teve reconhecimento mundial, e é aceita até os dias de hoje.

Sendo assim, Bastos (2015) comenta que cada barra desta treliça representa uma parcela da viga. Conforme esta analogia, a armadura transversal é representada como as diagonais inclinadas tracionadas, o concreto comprimido entre as fissuras seria as bielas de compressão, o banzo inferior representa a armadura de flexão tracionada e o banzo superior seria o concreto comprimido acima da linha neutra (em caso de o valor do momento fletor ser positivo).

Para Leonhardt e Mönning (1997) uma armadura de cisalhamento colocada à 45°, devido ao fato de corresponder à direção das tensões de tração, tem um comportamento melhor do que a armadura colocada verticalmente. Porém, este último é muito utilizado pela facilidade de execução. Então, a armadura pode variar de 45 a 90°, mas teoricamente, quanto mais inclinada a armadura, menor é a tensão nas bielas de compressão. Esses dois tipos de estribos podem ser vistos na Figura 24.

**Figura 24 - Analogia clássica de treliça**

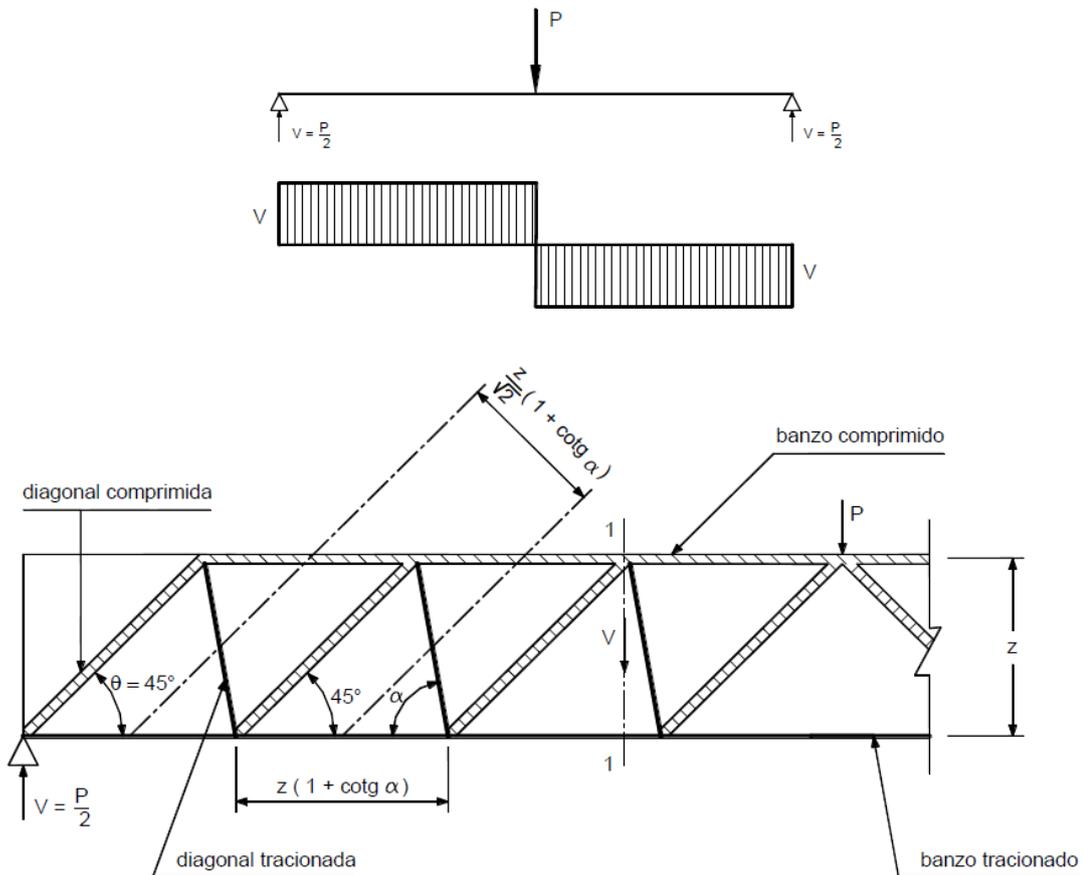


Fonte: Bastos (2015)

A comparação de uma viga biapoiada no estágio II, e por esse motivo, já fissurada, carregada com uma força pontual  $P$  no centro do vão e gerando uma força

cortante, com a treliça clássica, possuindo um ângulo  $\theta$  de inclinação das diagonais (bielas) comprimidas de  $45^\circ$  e tendo as suas diagonais tracionadas dispostas em um ângulo  $\alpha$  qualquer, é representada na Figura 25.

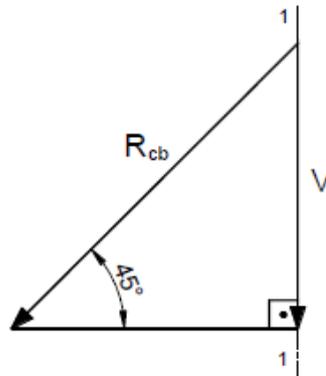
**Figura 25 - Representação de viga segundo a treliça de Ritter-Mörsch**



Fonte: Bastos (2015)

A partir da força cortante, considerando a treliça como sendo isostática e a condição de equilíbrio dos nós, podem ser determinadas as forças nas barras, como pode ser visto no esquema da Figura 26.

**Figura 26 - Representação da biela de compressão**



Fonte: Bastos (2015)

A força da biela de compressão ( $R_{cb}$ ), considerando a seção 1-1 da treliça da Figura 25 sob ação da força cortante ( $V$ ), é dado pela Equações 41 e 42:

$$V = R_{cb} \cdot \text{sen } 45 \quad (41)$$

$$R_{cb} = \frac{V}{\text{sen } 45} = \sqrt{2} \cdot V \quad (42)$$

A distância entre duas bielas de compressão (diagonais comprimidas) próximas, perpendicular a elas, é definida pela Equação 43:

$$\frac{z}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \text{cotg } \alpha) \quad (43)$$

A força em cada biela comprimida é considerada aplicada na área da biela, ou seja, na área de concreto, conforme a Equação 44:

$$b_w \cdot \frac{z}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \text{cotg } \alpha) \quad (44)$$

Onde:

$b_w$  – largura da seção transversal;

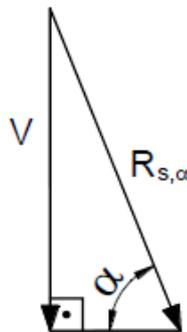
$\alpha$  – ângulo de inclinação das diagonais tracionadas.

A tensão média de compressão da biela é calculada pela Equação 45:

$$\sigma_{cb} = \frac{R_{cb}}{b_w \cdot \frac{z}{\sqrt{2}} \cdot (1 + \cotg \alpha)} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cotg \alpha)} = \frac{2 \cdot V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cotg \alpha)} \quad (45)$$

A força na diagonal tracionada ( $R_{s,\alpha}$ ), inclinada a partir de  $\alpha$ , como ilustrado na Figura 27, é definida através do equilíbrio da seção 1-1 da treliça.

**Figura 27 - Representação da diagonal tracionada**



Fonte: Bastos (2015)

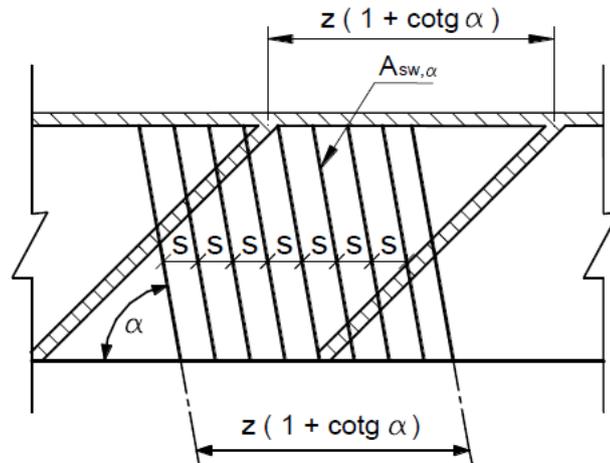
Esta é calculada segundo as Equações 46 e 47:

$$V = R_{s,\alpha} \cdot \text{sen } \alpha \quad (46)$$

$$R_{s,\alpha} = \frac{V}{\text{sen } \alpha} \quad (47)$$

Cada diagonal de tração submetida à uma força  $R_{s,\alpha}$  é referente a um comprimento de viga, e esta deve ser resistida por estribos, assim chamada a armadura transversal (BASTOS, 2015). Estes devem ser espaçados em uma distância  $s$  e inclinadas em um ângulo  $\alpha$ , como pode ser visto na Figura 28.

**Figura 28 - Armadura transversal para resistir à força na diagonal tracionada**



Fonte: Bastos (2015)

A área total de armadura no comprimento  $z \cdot (1 + \cotg \alpha)$ , considerando  $A_{sw}$  como a área de aço de um estribo, é definida pela Equação 48:

$$A_{sw} = A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z \cdot (1 + \cotg \alpha)}{s} \quad (48)$$

Onde:

$z \cdot (1 + \cotg \alpha) / s$  é o número de estribos no comprimento analisado.

A tensão  $\sigma_{sw}$  no estribo é obtida pela Equação 49:

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{R_{s,\alpha}}{\frac{A_{sw,\alpha} \cdot z \cdot (1 + \cotg \alpha)}{s}} = \frac{V}{z \cdot (\sen \alpha + \cos \alpha)} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad (49)$$

O ângulo  $\alpha$  de inclinação pode variar desde  $45^\circ$  até  $90^\circ$ . Esta variação causa alterações no valor da tensão na biela de compressão. Quando a armadura transversal é disposta à  $90^\circ$ , devido às questões construtivas, segundo Bastos (2015), “a armadura fica inclinada com relação às tensões principais de tração  $\sigma_I$ , a tensão na diagonal comprimida resulta o dobro da tensão para quando a armadura é colocada à  $45^\circ$ ”. Assim, como mencionado anteriormente, sabe-se que quanto mais inclinada a

armadura, menor é a tensão nas diagonais comprimidas. O Quadro 4 faz a comparação de equações em função do ângulo  $\alpha$ .

**Quadro 4 - Comparações da treliça clássica em função de  $\alpha$**

Relação	Em função de $\alpha$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
Força na diagonal comprimida ( $R_{cb}$ )	$\sqrt{2} \cdot V$	$\sqrt{2} \cdot V$	$\sqrt{2} \cdot V$
Tensão na diagonal comprimida ( $\sigma_{cb}$ )	$\frac{2 \cdot V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cotg \alpha)}$	$\frac{V}{b_w \cdot z}$	$2 \cdot \frac{V}{b_w \cdot z}$
Força de tração na armadura transversal ( $R_s$ )	$\frac{V}{\sen \alpha}$	$\frac{V}{\sen 45}$	$V$
Tensão na armadura transversal ( $\sigma_{sw}$ )	$\frac{V}{z \cdot (\sen \alpha + \cos \alpha)} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}}$	$\frac{V}{z} \cdot \frac{s}{A_{sw,45} \cdot \sqrt{2}}$	$\frac{V}{z} \cdot \frac{s}{A_{sw,90}}$

Fonte: Bastos (2015)

### 2.11.1.1 Modelo de cálculo I

A NBR 6118:2014 (item 17.4.2.2) apresenta os cálculos e adota esta analogia ao admitir o ângulo de  $45^\circ$  entre o eixo longitudinal da estrutura e as bielas de compressão. Este é chamado de modelo de cálculo I, e é baseado na treliça clássica de Ritter-Mörsch. Além disso, o valor da parcela complementar  $V_c$  é constante, independente da força de cisalhamento solicitante. A resistência à tração do concreto é desprezada para o cálculo. Esta norma apresenta os seguintes cálculos:

- a) Para verificação da compressão diagonal do concreto, é dada a Equação 50:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (50)$$

Com  $\alpha_{v2}$  sendo calculado pela Equação 51:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (51)$$

b) Cálculo da armadura transversal, segundo a Equação 52:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (52)$$

Com  $V_{sw}$  calculado pela Equação 53:

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (53)$$

Onde:

$V_c = 0$  em elementos estruturais tracionados quando a linha neutra fica fora da seção;

$V_c = V_{c0}$  na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c0} \cdot (1 + M_o / M_{Sd,máx}) \leq 2V_{c0}$  na flexo-compressão;

$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$ ;

$b_w$  – menor largura útil da seção (compreendida ao longo de  $d$ );

$d$  – altura útil da seção;

$\alpha$  – ângulo de inclinação da armadura transversal ( $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ).

c) Decalagem do diagrama de força no banzo tracionado: utilizado quando a armadura longitudinal de tração é determinada pelo equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, obtida pela Equação 54.

$$a_l = d \cdot \left[ \frac{V_{Sd,máx}}{2 \cdot (V_{Sd,máx} - V_c)} \cdot (1 + \cotg \alpha) - \cotg \alpha \right] \leq d \quad (54)$$

Onde:

$a_l = d$ , para  $|V_{Sd,máx}| \leq |V_c|$ ;

$a_l \geq 0,5 \cdot d$ , em geral;

$a_l \geq 0,2 \cdot d$ , para estribos à  $45^\circ$ .

A decalagem pode ser obtida também empregando a força de tração em cada seção, segundo a Equação 55.

$$F_{Sd,cor} = \left[ \frac{M_{Sd}}{z} + |V_{Sd}| \cdot (\cotg \theta - \cotg \alpha) \cdot \frac{1}{2} \right] \leq \frac{M_{Sd,m\acute{a}x}}{z} \quad (55)$$

Onde:

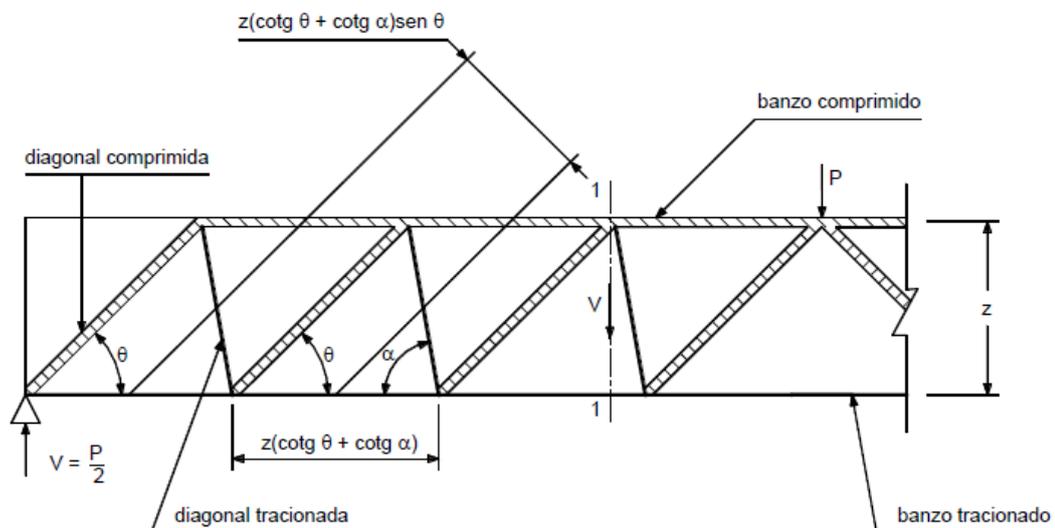
$M_{Sd,m\acute{a}x}$  – momento fletor de cálculo máximo no trecho.

### 2.11.2 Treliça generalizada

Com base em experimentos chegou-se conclusão que as fissuras geralmente têm inclinação inferior à 45°, podendo chegar a ângulos de 30°, e que em função da quantidade de armadura transversal e a geometria da estrutura, as bielas de compressão podem ter inclinações menores. Por esses motivos, a treliça de Ritter-Mörsch seria muito conservadora.

Os métodos de cálculo são semelhantes ao da treliça clássica, sendo o ângulo  $\theta$  a variável a ser descoberta no problema. A Figura 29 mostra um esquema do modelo de treliça generalizada:

**Figura 29 - Treliça generalizada**



Fonte: Bastos (2015)

A força na biela de compressão  $R_{cb}$  com ângulo variável é calculada segundo as Equações 56 e 57, com  $V$  sendo a força cortante atuante na seção 1-1 da treliça.

$$V = R_{cb} \cdot \text{sen } \theta \quad (56)$$

$$R_{cb} = \frac{V}{\text{sen } \theta} \quad (57)$$

A distância entre duas bielas de compressão (diagonais comprimidas) próximas, perpendicular a elas, é dada pela Equação 58:

$$z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen } \theta \quad (58)$$

A força em cada biela comprimida é considerada aplicada na área da biela, ou seja, na área de concreto, conforme a Equação 59:

$$b_w \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen } \theta \quad (59)$$

Onde:

$\alpha$  – ângulo de inclinação das diagonais tracionadas.

A tensão média de compressão da biela é calculada pela Equação 60:

$$\sigma_{cb} = \frac{R_{cb}}{b_w \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen } \theta} = \frac{V}{b_w \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen}^2 \theta} \quad (60)$$

A força na diagonal tracionada ( $R_{s,\alpha}$ ), é determinada a partir do equilíbrio da seção 1-1 da treliça. Esta é obtida segundo as Equações 61 e 62:

$$V = R_{s,\alpha} \cdot \text{sen } \alpha \quad (61)$$

$$R_{s,\alpha} = \frac{V}{\text{sen } \alpha} \quad (62)$$

Cada diagonal de tração submetida à uma força  $R_{s,\alpha}$  é referente a um comprimento de viga, e esta deve ser resistida por estribos, assim chamada a

armadura transversal. Estes devem ser espaçados em uma distância  $s$  e inclinadas em um ângulo  $\alpha$ .

A área total de armadura no comprimento  $z \cdot (1 + \cotg \alpha)$ , considerando  $A_{sw}$  como a área de aço de um estribo, é definida pela Equação 63:

$$A_{sw} = A_{sw,\alpha} \cdot \frac{z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha)}{s} \quad (63)$$

Onde:

$z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) / s$  é o número de estribos no comprimento analisado.

A tensão  $\sigma_{sw}$  no estribo é calculada pela Equação 64:

$$\sigma_{sw,\alpha} = \frac{R_{s,\alpha}}{\frac{A_{sw} \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha)}{s}} = \frac{V}{z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen \alpha} \cdot \frac{s}{A_{sw,\alpha}} \quad (64)$$

### 2.11.2.1 Modelo de cálculo II

Em seu item 17.4.3.2, a NBR 6118:2014 admite esta analogia em seu modelo de cálculo II, em que o ângulo das diagonais de compressão varia entre 30 e 45°. Considera ainda, que conforme aumenta o  $V_{sd}$  a parcela  $V_c$  sofre redução. Seu método de cálculo é o seguinte:

- a) Verificação da compressão diagonal do concreto, conforme a Equação 65:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{V2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sen^2 \theta \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad (65)$$

- b) Cálculo da armadura transversal, segundo a Equação 66:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (66)$$

Com  $V_{sw}$  calculado pela Equação 67:

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen \alpha \quad (67)$$

Sendo:

$V_c = 0$  em elementos estruturais tracionados com a linha neutra fora da seção;

$V_c = V_{c1}$  na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c1} \cdot (1 + M_0/M_{Sd,máx}) \leq 2 \cdot V_{c1}$  na flexo-compressão;

$V_{c1} = V_{c0}$  quando  $V_{Sd} \leq V_{c0}$ ;

$V_{c1} = 0$  quando  $V_{Sd} = V_{Rd2}$ .

- c) Deslocamento do diagrama de momentos fletores: utilizado quando a armadura longitudinal de tração é determinada pelo equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo do elemento estrutural, conforme a Equação 68.

$$a_l = 0,5 \cdot d \cdot (\cotg \theta - \cotg \alpha) \quad (68)$$

Onde:

$a_l \geq 0,5 \cdot d$  em geral;

$a_l \geq 0,2 \cdot d$  para estribos à 45°.

### 2.11.3 Cálculo da tensão de cisalhamento da alma

Leonhardt e Mönning (1977) lembram que, no estágio II, o cálculo da tensão de cisalhamento na alma de uma viga fissurada de concreto armado, se dá pela Equação 69. Esse valor obtido é a tensão de cisalhamento na linha neutra de uma seção transversal no estágio II.

$$\tau_o = \frac{Q}{b_o \cdot z} \quad (69)$$

### 2.11.4 Tipos de ruptura por força cortante

Como descrito anteriormente, quando a resistência à tração do concreto é menor do que as forças causadas por tensões de tração inclinadas, aparecem fissuras por esforço cortante perpendiculares à  $\sigma_l$ . Essas fissuras ocasionam uma transposição de esforços presentes na estrutura de concreto para a armadura de

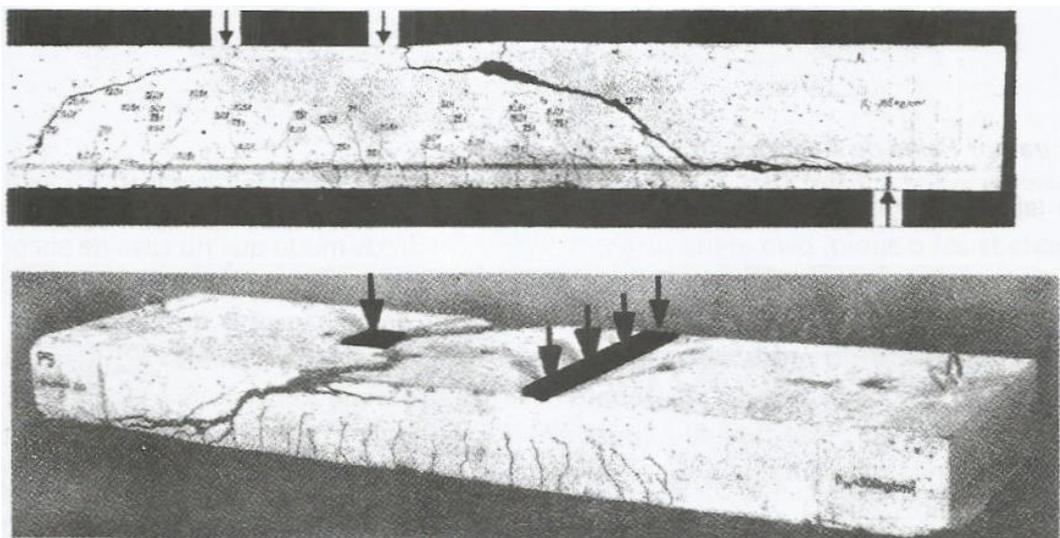
tração. E dependendo da quantidade e da direção da armadura, são possíveis diversos tipos de ruptura por força cortante (LEONHARDT e MÖNNIG, 1977).

#### 2.11.4.1 Ruptura por força cortante-flexão

Para Leonhardt e Mönnig (1977) esse tipo de ruptura ocorre devido às fissuras de cisalhamento que se originam de outras fissuras de flexão na região de força cortante, causadas pelo aumento da carga atuante na estrutura. Esse tipo de ruptura também ocorre quando não existe armadura de cisalhamento ou quando esta é insuficiente, onde a armadura atinge o limite de escoamento e rompe.

Segundo Leonhardt e Mönnig (1977), “as fissuras de cisalhamento nas proximidades do apoio desenvolvem-se rapidamente com uma direção quase plana e inclinada para o alto, diminuindo a zona comprimida pela flexão, que rompe bruscamente”. Essa afirmação pode ser comprovada conforme a Figura 30. Nela pode ser vista que a diagonal comprimida separa a armadura longitudinal positiva, causando a fissuração.

**Figura 30 - Ruptura por cortante-flexão de uma viga e uma laje sem armadura de cisalhamento**



Fonte: Leonhardt e Mönnig (1977)

#### **2.11.4.2 Ruptura por força cortante-tração**

Ocorre em duas situações de acordo com Leonhardt e Mönning (1977):

- a) Em vigas com largura normal de alma: nesse caso ocorre a abertura de fissuras de cisalhamento devido às fissuras iniciais de flexão. Quando o limite dos estribos for atingido, as fissuras de cisalhamento se expandem e penetram na região do banzo comprimido, causando o colapso dos estribos ou da zona comprimida de flexão. Pode ocorrer ainda a ruptura das diagonais de compressão entre as fissuras causadas pela força cortante;
- b) Em vigas com almas delgadas: ocorre em seções “I” com almas delgadas, onde as fissuras de cisalhamento surgem nessas últimas, e onde o esforço cortante é elevado. A fissura dirige-se para baixo da viga e a mesma sofre colapso.

#### **2.11.4.3 Ruptura das diagonais de compressão**

Conforme Leonhardt e Mönning (1977), “em seções ‘I’, que possuam banzos reforçados, uma forte armadura de alma e almas delgadas, produzem-se muitas fissuras de cisalhamento com inclinação de 45° aproximadamente”. Entre essas fissuras causadas por esforços cortantes ficam as diagonais de compressão do concreto. Estas, rompem quando são solicitadas até o limite de resistência do concreto, entrando em colapso antes da armadura.

#### **2.11.4.4 Ruptura por falha de ancoragem**

Caso a ancoragem for insuficiente, pode haver o colapso da estrutura. Não é um tipo de ruptura causada exclusivamente por força cortante, mas a sua ruptura pode levar ao cisalhamento da alma.

### **2.12 Esforço cortante em lajes nervuradas**

Carvalho et al (2005), comenta que o cisalhamento em lajes nervuradas pré-moldadas é um assunto pouco estudado, de importância considerável em caso de nervuras de concreto armado ou protendido, considerando que a armadura da vigota

treliçada trabalha melhor em conjunto com o concreto da capa. Define também que o cisalhamento pode se dar de duas formas:

- Vertical: devido à aplicação de ações verticais;
- Horizontal: na interface entre o concreto da nervura e o da capa.

Para Carvalho e Figueiredo (2014), as vigotas nervuradas pré-moldadas funcionam como vigas contínuas ou simplesmente apoiadas, e por isso, a verificação ao esforço cortante pode ser feita como em vigas. Porém, devido ao formato das vigotas, é incomum a presença de armadura transversal, pela dificuldade de execução.

De acordo com as normas vigentes, é possível prescindir a armadura transversal dessas lajes, porém, para lajes nervuradas moldadas no local. Para vigotas pré-moldadas admite-se essa condição, visto que as características do pré-moldado são apenas transitórias. Feita essa consideração, deve-se verificar o esmagamento do concreto das bielas comprimidas e a tração diagonal sob cisalhamento e flexão (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2014).

A NBR 6118:2014 (item 13.2.4.2) determina que, para lajes cujo espaçamento entre nervuras é menor ou igual a 65 cm, é possível utilizar os critérios de lajes para a verificação do cortante. Caso contrário, com espaçamentos entre 65 e 110 cm, verifica-se as nervuras ao cisalhamento como vigas; porém ainda é permitida a verificação como lajes para nervuras com espaçamento entre 65 e 90 cm, sendo a largura média das nervuras maior do que 12 cm.

No seu item 14.7.7, a NBR 6118:2014 determina que “quando essas hipóteses não forem verificadas, deve-se analisar a laje nervurada considerando a capa como laje maciça apoiada em grelha de vigas”. Ainda especifica que as lajes nervuradas unidirecionais devem ser calculadas conforme a direção de suas nervuras, e as lajes bidirecionais, como lajes maciças.

### **2.12.1 Lajes sem armadura transversal**

Conforme estabelece o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, para lajes com  $b_w \geq 5d$ , as mesmas podem prescindir de armadura transversal para resistir as forças de tração devidos à força cortante. Para isso, a força cisalhante de cálculo ( $V_{sd}$ ), a uma

distância  $d$  da face de apoio, deve ser menor ou igual à resistência de projeto ao cisalhamento ( $V_{Rd1}$ ), conforme a Equação 70:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (70)$$

Donin (2015), lembra que, caso não haja protensão ou força normal causando a compressão, pode-se reescrever a expressão conforme a Equação 71:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (71)$$

Esta é resolvida considerando seus coeficientes conforme as Equações 72 a 74:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (72)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (73)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c} \quad (74)$$

Onde:

$A_{s1}$  – em lajes com vigotas pré-moldadas, é a armadura longitudinal total de nervuras no trecho considerado;

$d$  – altura útil;

$b_w$  – largura mínima da seção ao longo de  $d$  (100 cm em lajes);

$\tau_{Rd}$  – tensão resistente de cisalhamento;

$N_{Sd}$  – força longitudinal na seção devido à protensão ou carregamento;

$k$  – coeficiente que tem como valores:

- $k = |1|$  para elementos onde 50% da armadura inferior não chega ao apoio;
- $k = |1,6 - d|$ , não menor que 1, para os demais casos, com  $d$  em metros.

Bastos (2015) ainda cita o comprimento de ancoragem que devem ter as armaduras nos apoios, conforme a Equação 75:

$$l_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín} \quad (75)$$

Onde:

$\alpha$  – 1,0 para barras sem gancho; 0,7 para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3\phi$ ; 0,7 quando houver barras transversais soldadas conforme NBR 6118:2014 (item 9.4.2.2); 0,5 quando houver barras transversais soldadas conforme o mesmo item da norma e gancho com cobrimento normal no plano normal ao do gancho  $\geq 3\phi$ ;

$l_b$  – comprimento de ancoragem básico;

$A_{s,calc}$  – área de armadura calculada;

$A_{s,ef}$  – área de armadura efetiva;

$l_{b,mín}$  – calculado pela equação 76:

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3l_b \\ 10\phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (76)$$

### 2.12.2 Lajes com armadura transversal

A laje pode ser projetada para possuir uma armadura transversal que resista aos esforços cisalhantes. Para isso, devem ser seguidos os critérios do item 17.4.2 da NBR 6118:2014, para dimensionamento de vigas à força cortante. Ela define que a resistência dos estribos deve ser:

- Para lajes até 15 cm de espessura: 250 MPa;
- Para lajes com espessura maior que 35 cm: 435 MPa ( $f_{ywd}$ ).

### 2.12.3 Cisalhamento em lajes nervuradas pré-moldadas segundo a EF-96

Flório (2004) e Silva (2005) citam a norma espanhola EF-96 (1997) como uma instrução bastante completa sobre lajes nervuradas pré-moldadas. Com relação a

verificação de cisalhamento nessas lajes, assim como a NBR 6118:2014, esta instrução normativa traz as suas condições que devem ser atendidas.

Quando a força cortante de cálculo é menor ou igual a força cortante última nas nervuras, a EF-96 (1997) permite a execução de lajes nervuradas pré-moldadas sem a necessidade de armadura transversal. Se essa condição não for atendida, é possível aumentar as dimensões das nervuras, ou ainda, apesar de incomum, acrescentar uma armadura transversal nessa laje.

Assim, a EF-96 (1997), apresenta suas verificações para esforços de cisalhamento:

a) Ruptura por compressão oblíqua da nervura, conforme Equação 77:

$$V_{sd} \leq V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (77)$$

b) Ruptura por tração oblíqua da nervura, segundo Equações 78 e 79:

- Sem armadura transversal

$$V_{sd} \leq V_{u2} = \xi \cdot \zeta \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d \quad (78)$$

- Com armadura transversal

$$V_{sd} \leq V_{u3} = \{[f_{cv} \cdot b_w \cdot d] + [0,9 \cdot f_{td} \cdot A_t \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot d]\} \quad (79)$$

Onde:

$b_w$  – largura da nervura;

$d$  – altura útil da laje;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{cv}$  – resistência nominal de cálculo do concreto ao esforço cortante, sendo  $0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}}$ ;

$\xi$  – fator adimensional, calculado por  $\xi = (1,6 - d) \leq 1$ ;

$\zeta$  – fator adimensional, calculado por  $\zeta = (1 + 50 \cdot \rho) \geq 2$ ;

$$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \cdot \frac{f_{yk}}{410};$$

$A_s$  – área da armadura de tração;

$f_{td}$  – resistência de cálculo à tração da armadura transversal;

$A_t$  – área da armadura transversal.

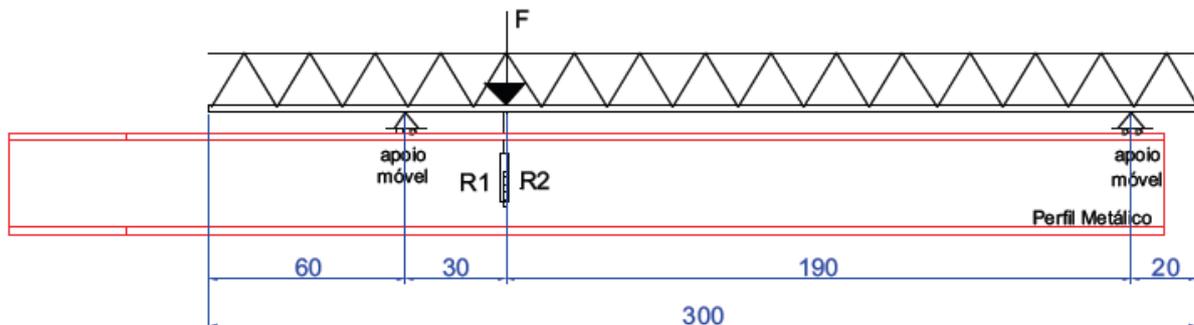
### 2.13 Pesquisas na área

A seguir serão descritos alguns estudos sobre cisalhamento para o sistema de lajes nervuradas pré-moldadas, sendo as vigotas de concreto armado ou treliçadas.

Pinheiro et al (2013), realizaram ensaios em vigotas treliçadas a fim de definirem capacidades de carga e modos de ruína. Para estes, foi utilizado uma máquina universal de ensaios servo-hidráulica com capacidade de 1000 kN.

Para o ensaio de cisalhamento, Pinheiro et al (2013), utilizaram um perfil “I” que serviu de base para dois apoios móveis da vigota treliçada, conforme esquematizado na Figura 31. O apoio móvel da esquerda foi posicionado a 60 cm da extremidade e o apoio móvel da direita, a 20 cm da sua extremidade. Foi aplicada uma carga a 30 cm do apoio esquerdo com um cilindro hidráulico.

**Figura 31 - Esquema do ensaio de cisalhamento**



Fonte: Pinheiro et al (2013)

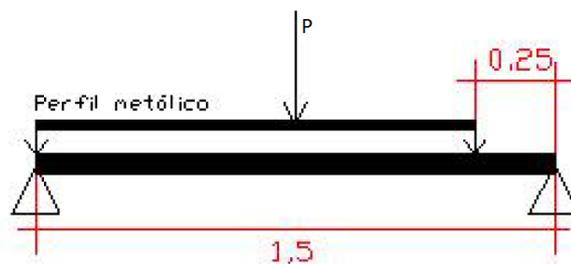
Após, os apoios móveis foram colocados a 20 cm de suas respectivas extremidades, gerando um vão teórico de 260 cm. Com este vão, foi possível fazer a leitura dos deslocamentos verticais causados pela aplicação da carga, por meio de dois relógios comparadores. Foram ensaiadas vigotas com diferentes alturas.

Com os ensaios de cisalhamento, chegou-se à conclusão de que em vigotas mais baixas (6 a 12 cm) ocorreu flambagem no banzo superior, e em vigotas mais altas (16 a 30 cm) ocorreu flambagem das diagonais.

Flório (2004), realizou experimentos com protótipos de vigotas de concreto armado ao esforço cortante próximo ao apoio. Seu estudo teve como propósito analisar a aderência entre o concreto da vigota do tipo trilho e da capa de concreto moldado no local. Com base nisso, saberia como se dá a ruptura, e se as fórmulas da norma brasileira e espanhola são condizentes com a realidade.

Para os ensaios de cisalhamento, foi aplicada uma carga concentrada a 25 cm do apoio, em uma vigota com 1,50 m de vão total, conforme esquema da Figura 32.

**Figura 32 - Esquema do ensaio**



Fonte: Adaptado de Flório (2004)

Com estes, foi possível averiguar que não houve a separação entre os concretos da capa e a superfície da vigota. Porém, após aplicada uma carga superior ao que foi dimensionada, percebeu-se que o colapso da nervura no apoio se deu pela tração diagonal. Esta, segundo Flório (2004), ocorreu pela falta de armadura transversal. Após, este mesmo autor admitiu que tanto a norma brasileira quanto a espanhola apresentam resultados condizentes com a prática.

Caixeta (1998), realizou alguns ensaios em lajes nervuradas pré-moldadas com vigotas treliçadas, onde estudou o comportamento destas à flexão e cisalhamento, distribuição de fissuras, flechas, deformação das diagonais e formas de ruptura. O ensaio teve como objetivo determinar o estado limite de deformação excessiva das peças.

Para esses ensaios, adotou uma seção “T” formada pela vigota e pela mesa de concreto. Os apoios foram dispostos a uma distância eixo a eixo de 3 metros, com duas forças concentradas distantes 1 metro dos apoios respectivos. Para a aplicação das forças, foi usada uma estrutura apertada de ensaios com capacidade de prova de 500 kN.

A partir dos resultados que obteve, Caixeta (1998) concluiu que as barras das diagonais da armação de vigotas treliçadas não são solicitadas ao esforço cortante, quando o banzo superior da treliça está ancorado abaixo da linha neutra. Com isso, afirma que as barras das diagonais não têm função estrutural, apenas construtiva.

## **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

### **3.1 Análise experimental**

Após definido um protótipo, foram realizados ensaios em quatro lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado, a fim de determinar a resistência ao esforço cortante das mesmas pelo método experimental. Com isso, é possível comparar os resultados obtidos com os modelos de cálculo da NBR 6118:2014 e da norma espanhola EF-96, considerando valores de cálculo de projeto e valores estimados para a ruptura.

#### **3.1.1 Materiais**

Apresenta-se na continuidade deste capítulo, os procedimentos utilizados na análise experimental realizada. Para isso, serão especificados os materiais empregados, a sequência de execução das lajes nervuradas e seus ensaios.

##### **3.1.1.1 Aço da nervura**

Para cada nervura, foram adotadas duas barras de aço CA-50 de diâmetro 12.5 mm, com 50 cm de comprimento cada.

##### **3.1.1.2 Concreto da nervura e da capa**

A nervura e a capa de concreto foram concretadas juntas, como uma seção “T”, possuindo o traço 1,0 : 2,500 : 3,333 : 0,639, utilizando, respectivamente, os seguintes materiais: cimento CP V ARI, areia fina, brita 1 e água potável.

A utilização do cimento Portland de alta resistência inicial (CP V ARI) em substituição ao CP II, comumente utilizado em estudos, se deu em virtude do curto período disponível para a elaboração dos protótipos, ensaios e análise dos mesmos, visto que a disciplina de Trabalho de Curso II possui a duração de somente um semestre.

A fim de obter uma padronização maior com os materiais utilizados, procedeu-se o peneiramento da areia fina utilizada para o ensaio, após secagem desta ao ar

livre. Com o intuito de remover os agregados graúdos e eventuais sujeiras que possam descaracterizar suas propriedades iniciais, utilizou-se uma peneira ABNT 4,75 mm.

Já com o objetivo de retirar uma camada de pó avermelhado que envolvia a brita 1 utilizada no ensaio, foi procedida a lavagem da mesma. Com isso, buscou-se uma uniformidade para todos os materiais utilizados no estudo.

### 3.1.2 Caracterização dos materiais

- a) Cimento CP V ARI: possui a capacidade de atingir elevadas resistências nos primeiros dias de cura. Esta característica é alcançada com uma moagem mais fina do cimento, aliada a uma dosagem específica de calcário e argila durante a produção do clínquer. Ao reagir com a água, o CP V ARI atinge altas resistências iniciais com maior velocidade em comparação com os cimentos tradicionais;
- b) Areia fina: agregado miúdo onde seus grãos passam na peneira ABNT 4,75 mm e ficam retidos na peneira ABNT 0,15 mm;
- c) Brita 1: agregado graúdo onde seus grãos passam na peneira ABNT 19,0 mm e ficam retidos na peneira ABNT 9,50 mm;
- d) Aço CA-50: aço que possui resistência característica ao escoamento ( $f_{yk}$ ) maior ou igual a 500 MPa.

#### 3.1.2.1 Ensaio de compressão em corpos de prova de concreto

Com o objetivo de verificar o  $f_{ck}$  do concreto utilizado na confecção da nervura e da capa, foram realizados ensaios de rompimento à compressão em corpos de prova (CP's) de concreto. Como a nervura e a capa foram concretadas juntas, e por este ser um trabalho acadêmico de pesquisa, foram executados somente três corpos de prova. A sequência de execução deste ensaio é a seguinte:

- a) Preparação dos moldes: antes de receber o concreto, os moldes e suas bases foram revestidos com um óleo mineral que não reagisse com o cimento;
- b) Moldagem dos CP's: com o concreto pronto, colocou-se o mesmo no CP em duas camadas, aplicando 12 golpes em cada. Os golpes são aplicados com

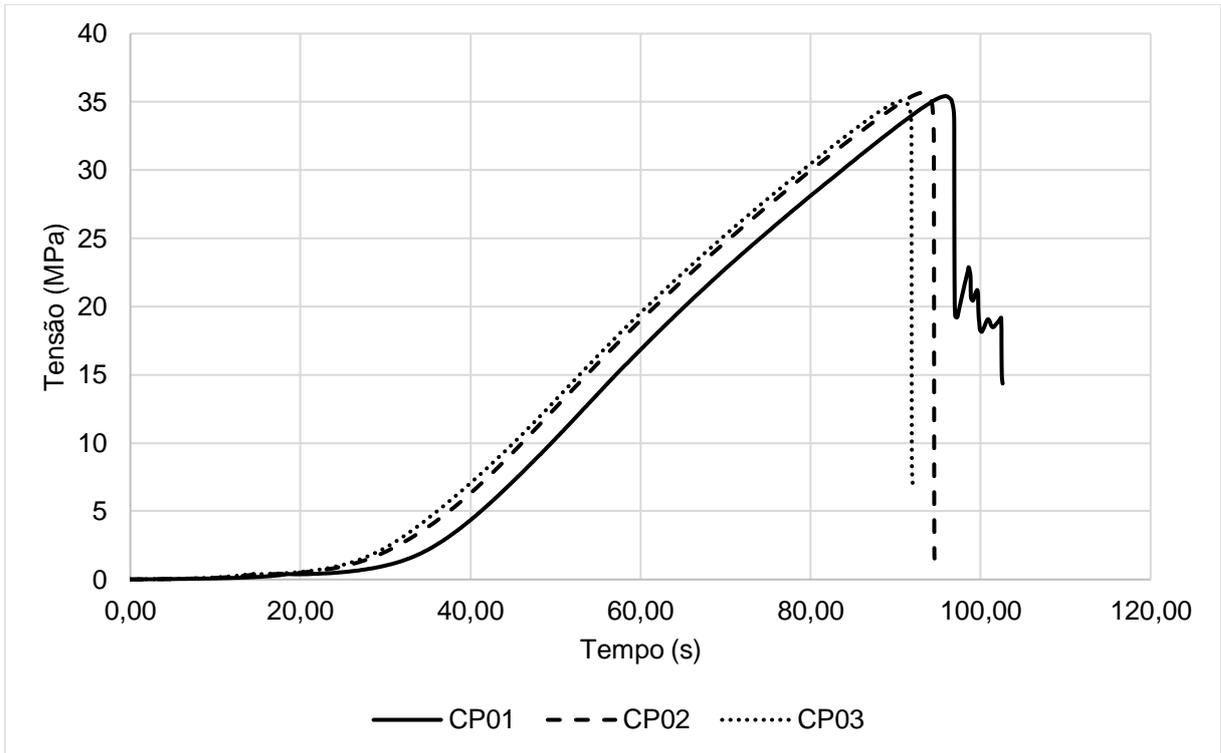
- uma haste e distribuídos em toda a seção do molde. Após, procedeu-se o rasamento, eliminando o concreto em excesso;
- c) Desmoldagem dos CP's: após cura inicial, os CP's foram retirados dos moldes;
  - d) Preparação das bases dos CP's: antes de ensaiar os CP's é necessária a regularização de suas faces, a fim de deixar as bases planas, para que a força de compressão a ser aplicada seja distribuída igualmente sobre os mesmos. Essa etapa foi feita por meio de retificação, que consiste na remoção de uma fina camada de concreto por meios mecânicos;
  - e) Ensaio dos CP's: após sua preparação, os CP's foram posicionados no equipamento de ensaio, onde foi aplicada uma força de compressão até o seu rompimento, como mostra a Figura 33.

**Figura 33 - CP rompido por compressão**



Fonte: Autor (2016)

Então, a fim de determinar a resistência à compressão do concreto utilizado na seção "T" constituída pela nervura e capa, os três corpos de prova foram rompidos, e o resultado pode ser visto no Gráfico 1.

**Gráfico 1 - Ensaio de resistência à compressão em CP's de concreto**

Fonte: Autor (2016)

A partir destes resultados, pode-se determinar a resistência real do concreto à compressão utilizado nas lajes. Como é uma pesquisa e o número de CP's é baixo, a resistência do concreto à compressão foi adotada como a média dos resultados. O Quadro 5 apresenta este valor.

**Quadro 5 - Resultados dos ensaios de compressão em CP's de concreto**

Corpo de prova	Resistência à compressão (MPa)	Média ( $f_{ck}$ )	Desvio padrão (MPa)	Coef. de variação (%)
CP01	35,41	35,39	0,31	0,86%
CP02	35,68			
CP03	35,07			

Fonte: Autor (2016)

### 3.1.2.2 Ensaio de tração em barras de aço

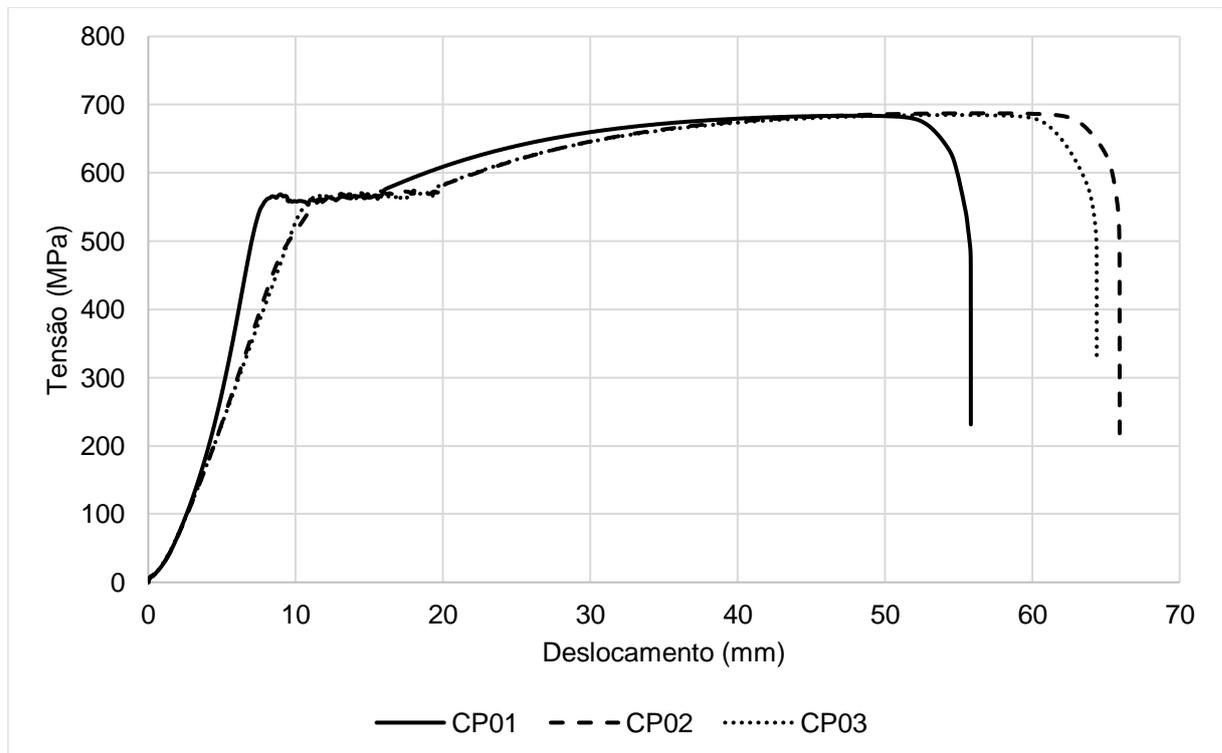
Assim como no controle do concreto, o ensaio de tração em barras de aço é de importância fundamental neste estudo, a fim de verificar se o mesmo atende as exigências mínimas para o uso em sua finalidade.

O ensaio de tração é simples, e consiste em submeter um corpo de prova a um esforço que tenda a alongá-lo até a sua ruptura. Para isso, a barra de aço é posicionada no equipamento de ensaio, e é aplicada a força até o seu rompimento.

Os protótipos de lajes foram elaborados com aço CA-50 possuindo um diâmetro de 12.5 mm.

Então, a fim de determinar a resistência característica ao escoamento do aço ( $f_{yk}$ ) utilizado no ensaio, foram rompidas três barras à tração, e o resultado é demonstrado no Gráfico 2.

**Gráfico 2 - Ensaio de tração em barras de aço com diâmetro 12.5 mm**



Fonte: Autor (2016)

Do mesmo modo dos CP's de concreto, a resistência ao escoamento foi adotada como a média dos resultados. O Quadro 6 apresenta este valor.

**Quadro 6 - Resultados do ensaio de tração em barras com diâmetro 12.5 mm**

Corpo de prova	Tensão de Escoamento (MPa)	Média ( $f_{yk}$ )	Desvio padrão (MPa)	Coef. de variação (%)
CP01	558,61	561,25	2,44	0,44%
CP02	561,72			
CP03	563,43			

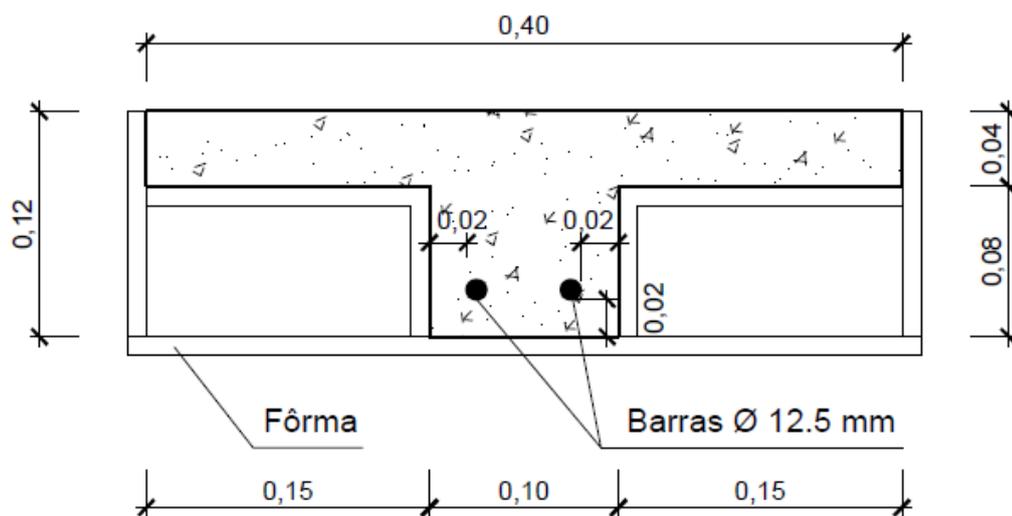
Fonte: Autor (2016)

### 3.1.3 Confeccção dos protótipos

Os protótipos para as lajes foram definidos com o tamanho de 40 x 50 cm. A largura de 40 cm foi definida pela nervura, com espessura de 10 cm, e considerando 30 cm para a alocação de algum material inerte (15 cm de cada lado da nervura). Já o comprimento de 50 cm se deu pela fácil alocação no equipamento de ensaio.

Foram definidas as alturas de 8 cm e 4 cm, respectivamente, para a nervura e para a capa de concreto, totalizando 12 cm de altura para a laje. A Figura 34 mostra um esquema com a seção transversal da fôrma e laje nervurada de concreto armado.

**Figura 34 - Esquema com a seção transversal do protótipo**



Fonte: Autor (2016)

Através de um ensaio teste de uma laje nervurada pré-moldada com vigota treliçada e armadura principal de flexão com diâmetro 4.2 mm, percebeu-se que a mesma rompeu por flexão, o que não era o objetivo desta pesquisa. Então, pela

característica do ensaio, descrita posteriormente, foi necessária a fabricação das nervuras das lajes utilizando uma bitola maior, pouco convencional em comparação as geralmente utilizadas. Por esse motivo, foram adotadas duas barras de aço CA-50 de diâmetro 12.5 mm, com 50 cm de comprimento cada, possuindo um cobrimento de 2 cm.

A execução dos protótipos compostos pelas lajes nervuradas se deu através dos seguintes processos executivos:

- a) Confeção das fôrmas: conforme medidas já especificadas anteriormente, as fôrmas foram confeccionadas com chapas de compensado plastificado com 14 mm de espessura. Os locais de colocação de materiais inertes foram deixados vazios. Com isso, a presença de chapas nessas posições facilita a concretagem da nervura, deixando as suas faces planas;
- b) Posicionamento da armadura da nervura: a armadura foi posicionada de modo que ficasse com 2 cm de cobrimento;
- c) Preparação do concreto da nervura e da capa: conforme o traço citado anteriormente, procedeu-se a mistura dos materiais, conforme Figura 35. Quando foi verificado que a mistura estava homogênea, foi feito o *slump test*, a fim de medir a sua consistência e verificar se estava adequado para seu uso. De acordo com o dimensionamento do traço, ficou definido um abatimento de  $140 \text{ mm} \pm 20 \text{ mm}$ ;

**Figura 35 - Mistura do concreto da nervura e da capa**



Fonte: Autor (2016)

d) Lançamento do concreto: após a mistura do concreto, procedeu-se o lançamento do mesmo na fôrma. Para o correto adensamento do concreto, foi utilizado um vibrador de concreto, a fim de evitar vazios que poderiam prejudicar o ensaio. Por último, foi feito o nivelamento da laje com uma régua. Na Figura 36 é possível ver as quatro lajes confeccionadas para o ensaio.

**Figura 36 - Lajes nervuradas concretadas**



Fonte: Autor (2016)

### **3.1.4 Ensaio de cisalhamento**

#### **3.1.4.1 Equipamento e modelo de ensaio**

Para os ensaios de cisalhamento em lajes nervuradas de concreto armado, foi utilizado o equipamento EMIC GR048, que permite ensaios de tração e compressão. Este equipamento, visto na Figura 37, possui capacidade de 30.000 kgf (300 kN) com sistema autotravante e pré-aperto por sistema pneumático.

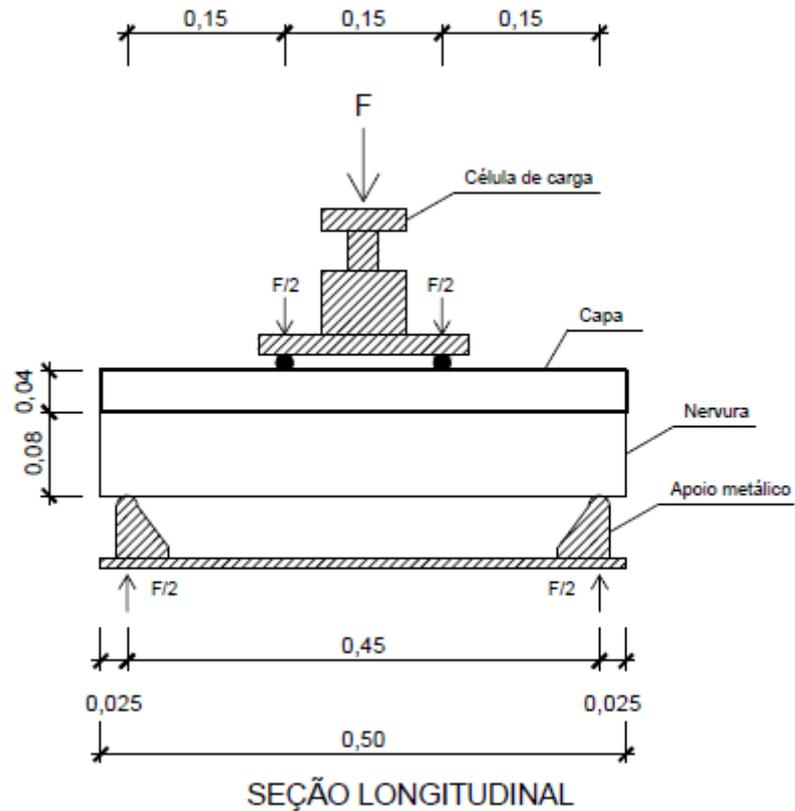
**Figura 37 - Equipamento de ensaio**



Fonte: Autor (2016)

As lajes de 40 x 50 cm foram alocadas sobre dois apoios metálicos, e estes posicionados a 2,5 cm de cada extremidade da nervura, gerando um vão de 45 cm. A carga foi aplicada em dois pontos, à um terço de cada extremidade do vão de ensaio, conforme esquema da Figura 38.

**Figura 38 - Esquema do ensaio para análise do esforço cortante**



Fonte: Autor (2016)

### 3.1.4.2 Procedimento dos ensaios

Primeiramente posicionou-se os apoios metálicos no equipamento de ensaio EMIC GR048, a fim de obter o vão determinado para o ensaio. Após, alocou-se a laje sobre os mesmos, como mostra a Figura 39.

**Figura 39 - Alocação da laje no equipamento de ensaio**



Fonte: Autor (2016)

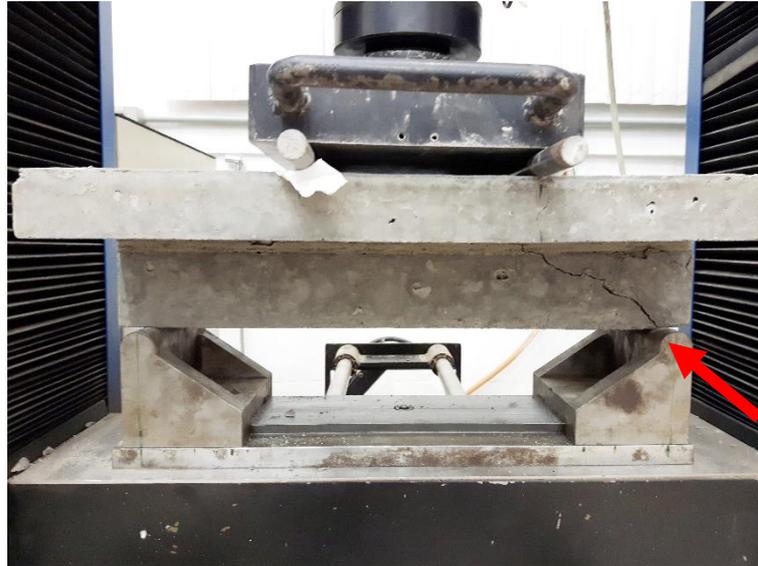
Após, posicionou-se duas barras cilíndricas que transmitirão o carregamento da célula de carga, à um terço de cada extremidade do vão de ensaio. Com a laje devidamente alocada, a mesma recebeu a aplicação de uma carga até o seu rompimento, conforme Figura 40.

**Figura 40 - Preparação do ensaio**



Fonte: Autor (2016)

A Figura 41 mostra a laje rompida, com as fissuras à aproximadamente 45°, características da ruptura por cisalhamento.

**Figura 41 - Laje nervurada rompida**

Fonte: Autor (2016)

### 3.2 Análise teórica

Para a análise do esforço cortante de cálculo nas lajes nervuradas, utilizou-se os modelos citados pela NBR 6118:2014 e pela norma espanhola EF-96. As dimensões e parâmetros de cálculo utilizados foram as mesmas das lajes ensaiadas.

Primeiramente, analisou-se a força de corte conforme determina o item 19.4.1 da NBR 6118:2014, para lajes sem armadura para força cortante ( $V_{Rd1}$ ), definido pela Equação 71. A fim de comparação, incluiu-se nessa análise o cálculo do  $V_{Rd1}$  considerando as dimensões da capa de concreto, e o mesmo cálculo considerando as dimensões da nervura.

Ainda com base na NBR 6118:2014, foi verificado o modelo de cálculo I, expresso na Equação 50, relativa à ruína das diagonais de compressão do concreto ( $V_{Rd2}$ ). Este modelo é baseado na treliça clássica de Ritter-Mörsch, onde o ângulo entre as diagonais comprimidas do concreto é adotado como 45°.

Também foi utilizado o modelo da norma espanhola EF-96, para verificação por compressão oblíqua da nervura ( $V_{u1}$ ). Este modelo segue a Equação 77.

A seguir, serão demonstradas as etapas de cálculo, a fim de compará-las com os resultados obtidos na análise experimental nos capítulos subsequentes.

### 3.2.1 Esforço cortante para a capa de concreto

Com o intuito de verificar a força cortante resistente de cálculo para a capa de concreto, primeiramente definiu-se os parâmetros necessários, conforme Equações 72 e 73:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \left( \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \right)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \left( \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{35,39^2}}{1,4} \right)$$

$$\tau_{Rd} = 0,4042 \text{ MPa} = 0,04042 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{2 \cdot 1,227}{40 \cdot 4}$$

$$\rho_1 = 0,0153375 < 0,02 \rightarrow OK!$$

Após, utilizou-se a Equação 71, para elementos sem armadura de cisalhamento:

$$V_{Rd1} = [0,04042 \cdot (1,6 - 0,04) \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0153375)] \cdot 40 \cdot 4$$

$$V_{Rd1} = 18,30 \text{ kN}$$

### 3.2.2 Esforço cortante para a nervura

#### 3.2.2.1 Elementos sem armadura para força cortante

Do mesmo modo anterior, calculou-se os parâmetros necessários, porém considerando as dimensões da nervura, conforme Equações 72 e 73:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \left( \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} \right)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \left( \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{35,39^2}}{1,4} \right)$$

$$\tau_{Rd} = 0,4042 \text{ MPa} = 0,04042 \text{ kN/cm}^2$$

$$\rho_1 = \frac{2 \cdot 1,227}{10 \cdot 9,375}$$

$$\rho_1 = 0,026176 > 0,02 \rightarrow \text{Adotado } \rho_1 = 0,02$$

A força cortante resistente de cálculo para elementos sem armadura transversal, considerando as dimensões da nervura, é definida através da Equação 71:

$$V_{Rd1} = [0,04042 \cdot (1,6 - 0,09375) \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,02)] \cdot 10 \cdot 9,375$$

$$V_{Rd1} = 11,42 \text{ kN}$$

### 3.2.2.2 Ruína das diagonais de compressão do concreto

Esta foi calculada por dois métodos, observando o que define a NBR 6118:2014 e a norma espanhola EF-96.

De acordo com a NBR 6118:2014, foi calculada a ruína das diagonais de compressão de concreto para a nervura, definida pelo modelo de cálculo I, baseado na treliça de Ritter-Mörsch. Esta se dá através da Equação 50:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{35,39 \text{ MPa}}{250}\right) \cdot \frac{3,539 \text{ kN/cm}^2}{1,4} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 9,375 \text{ cm}$$

$$V_{Rd2} = 54,93 \text{ kN}$$

A norma espanhola EF-96, utilizada em seus estudos por Flório (2004) e Silva (2005), é uma norma bem completa no que se refere a lajes nervuradas unidirecionais. Em relação a força cortante, é possível calcular a ruptura por compressão oblíqua da nervura, conforme Equação 77:

$$V_{u1} = 0,3 \cdot \frac{3,539 \text{ kN/cm}^2}{1,4} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 9,375 \text{ cm}$$

$$V_{u1} = 71,10 \text{ kN}$$

### **3.2.3 Valores estimados de ruptura**

Foram calculados valores estimados de ruptura para cada um dos métodos analisados, com o objetivo de verificar a real situação quando são desconsiderados os coeficientes de minoração para resistências de materiais. Assim, os métodos anteriores foram recalculados, sendo os resultados e suas devidas análises descritas nos capítulos posteriores.

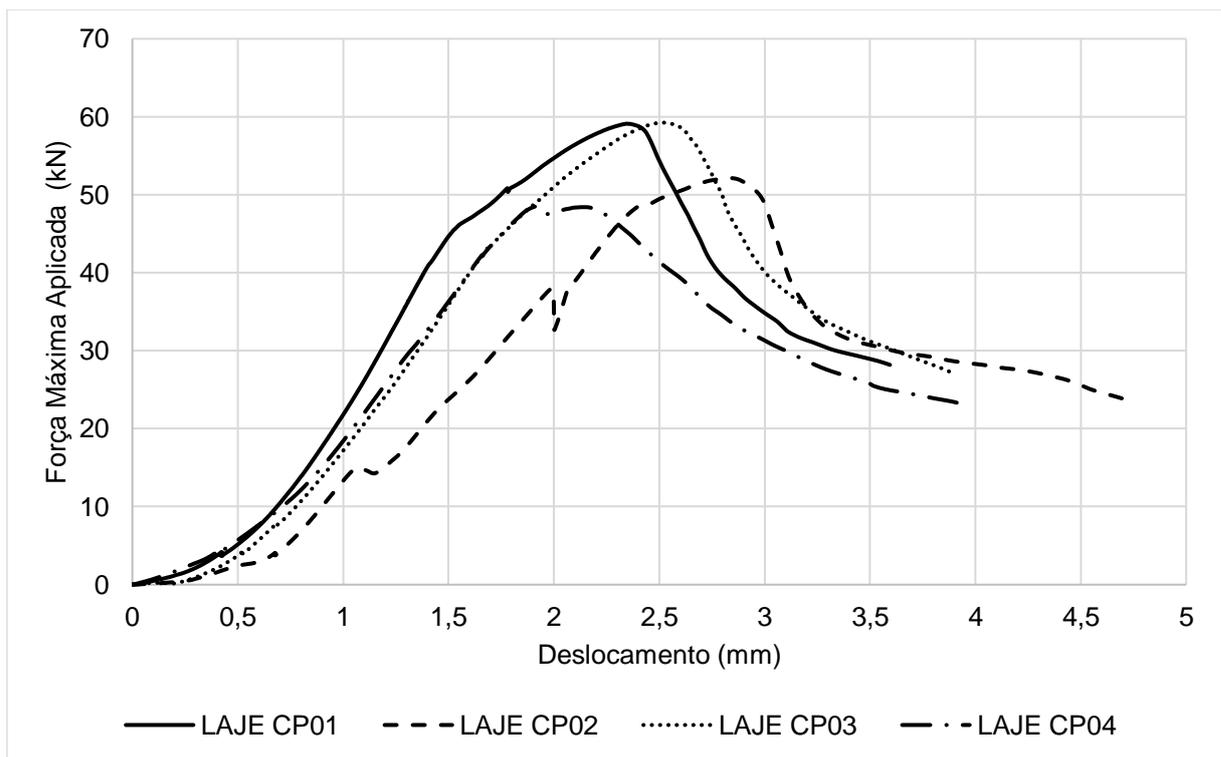
## 4 RESULTADOS

### 4.1 Experimentais

#### 4.1.1 Ensaio de cisalhamento em lajes nervuradas

Com a realização dos ensaios de cisalhamento em lajes nervuradas, foram coletados dados de carregamentos aplicados e deformação das mesmas até a sua ruptura. Assim, obteve-se os resultados dispostos no Gráfico 3 para as quatro lajes ensaiadas. Estas, foram ensaiadas dez dias após a concretagem, por motivos de disponibilidade do laboratório da universidade.

**Gráfico 3 - Ensaio de cisalhamento em lajes nervuradas**



Fonte: Autor (2016)

Os valores de força aplicada resistidas pelas lajes e a força cortante de ensaio ( $V_{Exp}$ ) estão dispostos no Quadro 7.

**Quadro 7 - Resultados do ensaio das lajes**

Laje	Força máxima (kN)	V <sub>Exp</sub> (kN)	Média (kN)	Desvio padrão (kN)	Coef. de variação (%)
CP01	59,11	29,56	27,38	2,65	9,68%
CP02	52,16	26,08			
CP03	59,23	29,62			
CP04	48,55	24,28			

Fonte: Autor (2016)

## 4.2 Teóricos

Foi feita uma verificação para a capa de concreto, onde calculou-se a força de corte segundo a NBR 6118:2014 para lajes sem armadura de força cortante ( $V_{Rd1}$ ). Também foi calculado uma estimativa de ruptura, considerando como  $\gamma_c = 1,0$  o coeficiente de minoração da resistência do concreto. Tais resultados são expressos no Quadro 8.

**Quadro 8 - Força cortante obtida para a capa de concreto pelo modelo de cálculo para laje sem armadura de cisalhamento**

Modelo	Força cortante para lajes sem armadura transversal ( $V_{Rd1}$ ) segundo NBR 6118:2014
Valor de cálculo (projeto) (kN)	18,30
Estimativa de ruína (kN)	25,62

Fonte: Autor (2016)

Para a nervura, também foi calculada como define a NBR 6118:2014 para elementos sem armadura de força cortante ( $V_{Rd1}$ ). Tais resultados são demonstrados no Quadro 9.

**Quadro 9 - Força cortante obtida para a nervura pelo modelo de cálculo para lajes sem armadura de cisalhamento**

<b>Modelo</b>	<b>Força cortante para lajes sem armadura transversal (<math>V_{Rd1}</math>) segundo NBR 6118:2014</b>
Valor de cálculo (projeto) (kN)	11,42
Estimativa de ruína (kN)	15,98

Fonte: Autor (2016)

Já no Quadro 10, são apresentados os resultados relativos à força cortante resistente de cálculo para a nervura, conforme os modelos analisados da NBR 6118:2014 ( $V_{Rd2}$ ) e da norma espanhola EF-96 ( $V_{u1}$ ) relativos à ruptura das diagonais comprimidas do concreto. Calculou-se a força cortante de dois modos, um de acordo com o que especifica a sua norma, e outro estimando o seu valor real, sem nenhum coeficiente de minoração de carga.

**Quadro 10 - Forças cortantes obtidas pelos modelos de cálculo para a nervura**

<b>Modelo</b>	<b>Modelo de Cálculo I (<math>V_{Rd2}</math>) segundo NBR 6118:2014</b>	<b>Ruína por compressão oblíqua da nervura (<math>V_{u1}</math>) segundo norma espanhola EF-96</b>
Valor de cálculo (projeto) (kN)	54,93	71,10
Estimativa de ruína (kN)	76,90	99,53

Fonte: Autor (2016)

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 5.1 Modos de ruptura dos protótipos de lajes

A ruptura das quatro lajes ensaiadas se deu por fissuras à aproximadamente 45°. Percebeu-se que o concreto próximo ao apoio se soltou, fazendo com que a laje tenha a tendência de se dividir em duas partes. Com isso, concluiu-se que as lajes romperam por cisalhamento, possuindo fissuras características desse tipo de ruína, e visualmente não apresentando características de esmagamento do concreto.

Além disso, as lajes CP02 e CP03 também romperam a capa no sentido longitudinal, no encontro com a nervura. Os protótipos de lajes rompidos são mostrados nas Figuras 42 a 45.

**Figura 42 - Ruptura da laje CP01**



Fonte: Autor (2016)

**Figura 43 - Ruptura da laje CP02**



Fonte: Autor (2016)

**Figura 44 - Ruptura da laje CP03**



Fonte: Autor (2016)

**Figura 45 - Ruptura da laje CP04**

Fonte: Autor (2016)

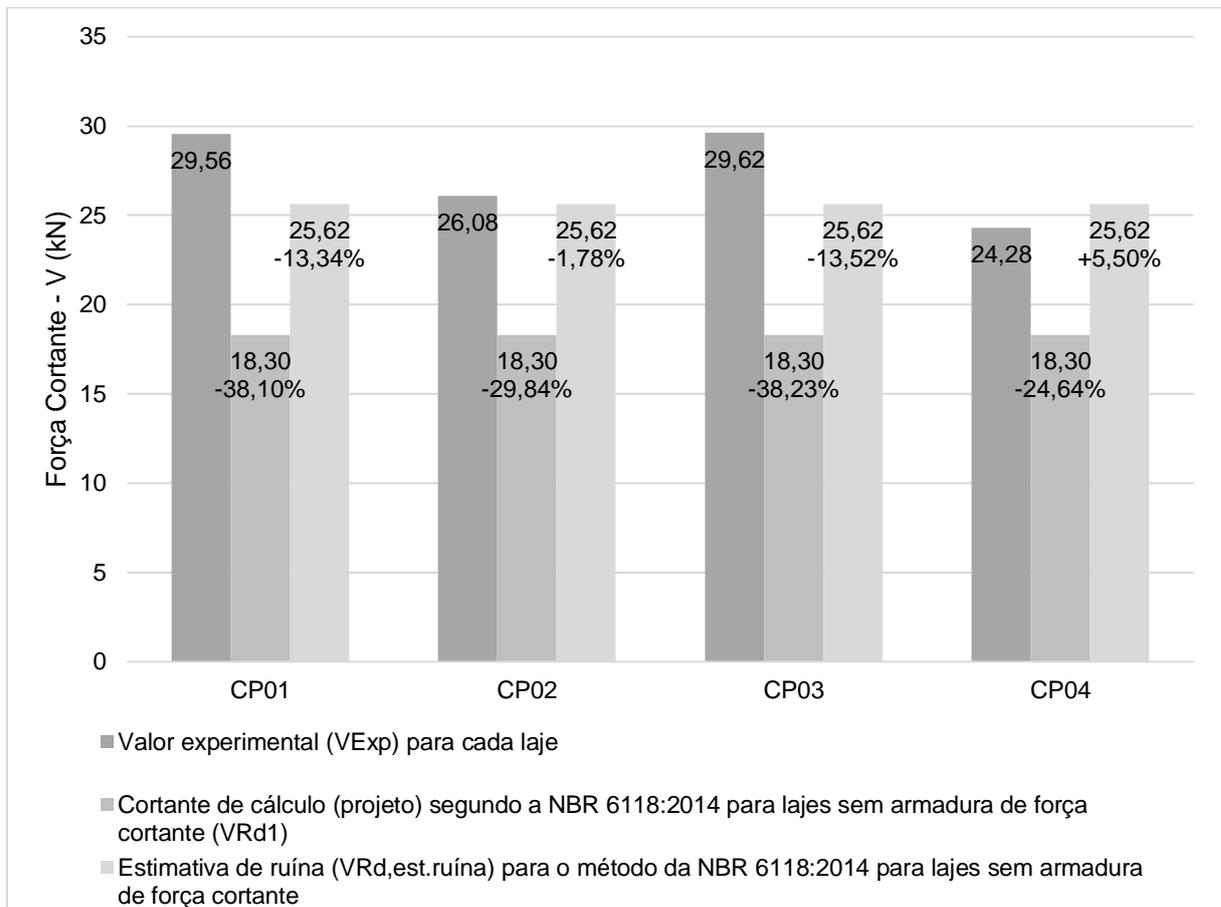
Analisando os valores experimentais obtidos através do ensaio, observou-se uma variação baixa dos mesmos, gerando confiabilidade nos testes realizados. A média experimental para a força cortante foi de 27,38 kN, e o desvio padrão entre os ensaios foi de 2,65 kN.

## 5.2 Análise da força de corte para a capa de concreto

Em seu item 13.2.4.2 a NBR 6118:2014 permite a utilização dos critérios de lajes para a verificação do cortante quando a distância entre nervuras é menor do que 65 cm. Com base nisso, calculou-se a força cortante para elementos sem armadura transversal, como uma laje maciça, considerando as dimensões da capa de concreto.

Tais valores estão dispostos no Gráfico 4, que mostra a comparação entre o valor experimental ( $V_{Exp}$ ), o valor de cálculo de acordo com a norma ( $V_{Rd1}$ ) e o valor estimado de ruína ( $V_{Rd,est.ruína}$ ). Também é apresentada a variação percentual dos modelos calculados com relação à força cortante experimental.

**Gráfico 4 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para a capa - lajes sem armadura transversal ( $V_{rd1}$ )**



Fonte: Autor (2016)

A partir do Gráfico 4, é possível perceber que para as capas de concreto, o valor de cálculo da NBR 6118:2014 para elementos sem armadura de força cortante ( $V_{Rd1}$ ) é em torno de 24,64% a 38,23% inferior aos valores experimentais, o que mostra que o modelo de cálculo adota coeficientes em prol da segurança.

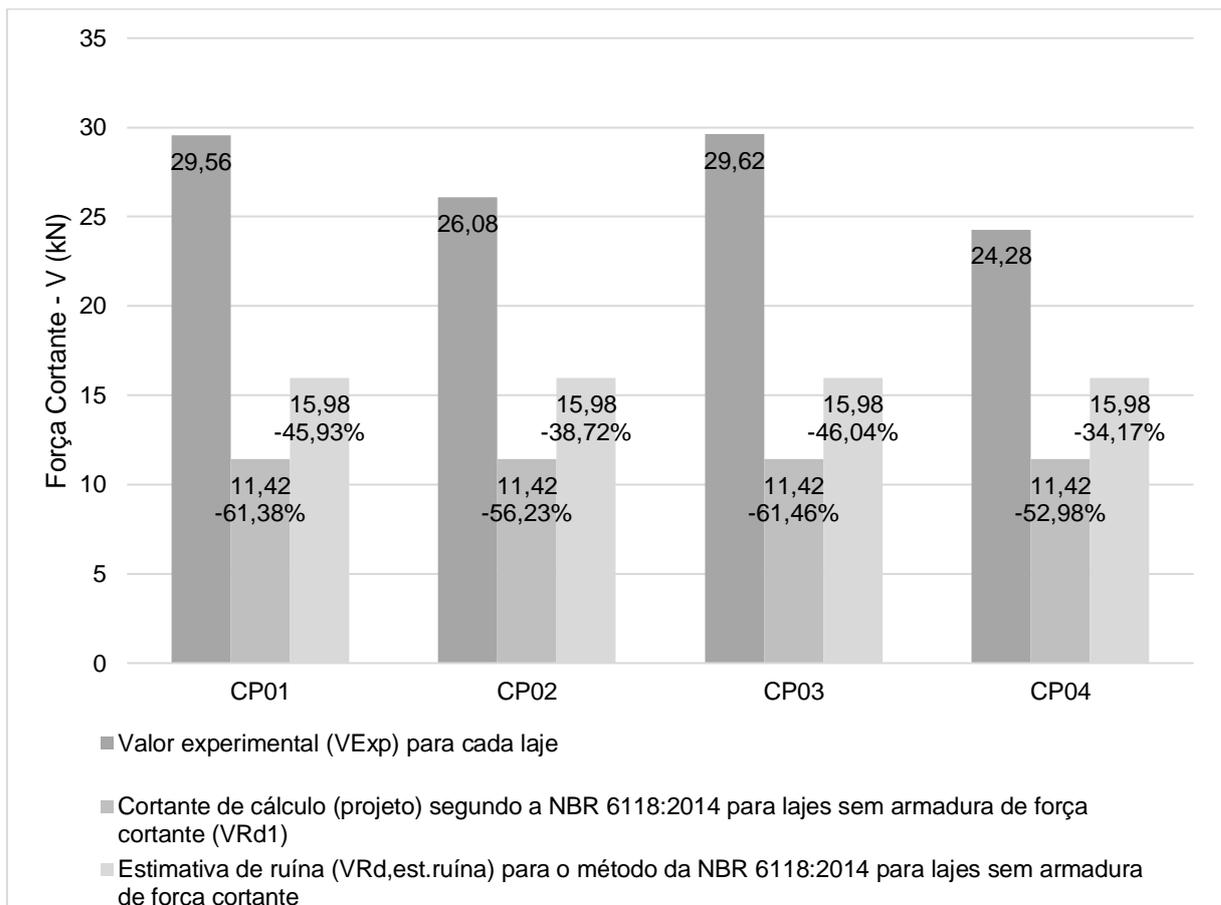
Já os valores experimentais foram muito próximos ao valor estimado de ruptura, sendo que para este, não são considerados coeficientes de minoração para a resistência dos materiais. Assim, percebe-se que os resultados são mais próximos de uma situação real, possuindo uma variação de carga -13,52% a +5,50% com relação ao valor de cortante obtido em laboratório.

### 5.3 Análise da força de corte para a nervura

#### 5.3.1 Para elementos sem armadura de força cortante

Também calculou-se a força cortante para elementos sem armadura transversal, considerando as dimensões da nervura. O Gráfico 5 mostra a comparação entre o valor experimental ( $V_{Exp}$ ), o valor de cálculo de acordo com a NBR 6118:2014 ( $V_{Rd1}$ ) e o valor estimado de ruína ( $V_{Rd,est.ruína}$ ). Além disso, é apresentada a variação percentual dos modelos calculados com relação à força cortante experimental.

**Gráfico 5 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para as nervuras - lajes sem armadura transversal ( $V_{rd1}$ )**



Fonte: Autor (2016)

Visto o Gráfico 5, nota-se que o valor de cálculo da NBR 6118:2014 para elementos sem armadura de força cortante ( $V_{Rd1}$ ), considerando as dimensões da

nervura, é em torno de 52,98% a 61,46% inferior aos valores experimentais. Essa grande diferença pode estar associada com a interação da nervura com a capa de concreto, que aumenta a rigidez do conjunto. Com isso, tem-se uma resistência maior, que não é considerada no cálculo. Além disso, apesar de haver uma pequena contribuição, também não é levada em consideração no cálculo a resistência à tração do concreto.

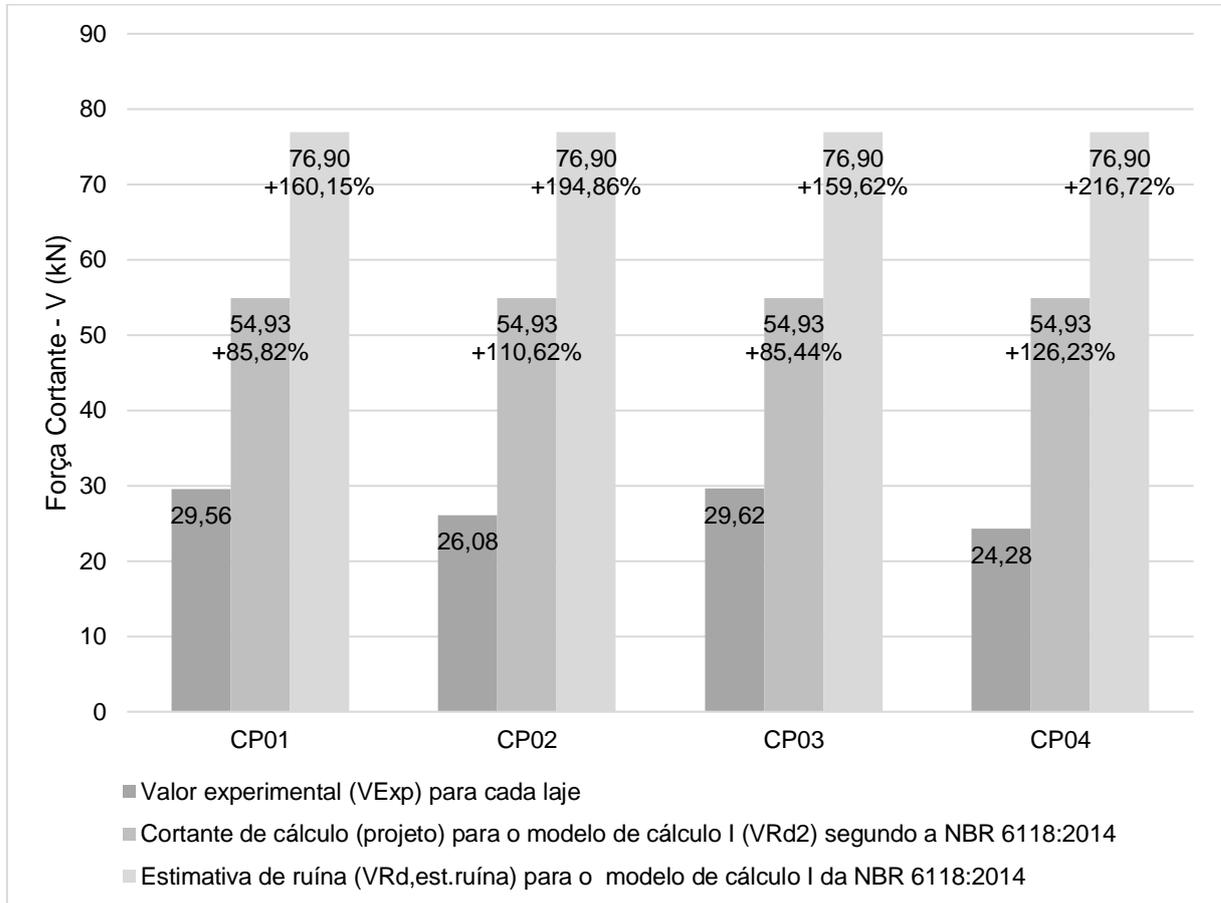
Os valores estimados de ruína, sem a consideração dos coeficientes de minoração da resistência dos materiais, também são muito menores do que os valores obtidos experimentalmente, entre 34,17% a 46,04% inferiores.

### **5.3.2 Para a ruptura das diagonais comprimidas do concreto**

Ainda para as nervuras, calculou-se a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas do concreto, com base na NBR 6118:2014 ( $V_{Rd2}$ ) e na norma espanhola EF-96 ( $V_{u1}$ ). O intuito foi o de verificar se as duas normas são coerentes com a realidade, mesmo que a NBR 6118:2014 exija a verificação de lajes ao cisalhamento como vigas somente quando o espaçamento entre as nervuras for de 65 a 110 cm.

Apresenta-se a seguir o Gráfico 6, o qual mostra uma comparação do valor calculado de acordo com o modelo de cálculo I da NBR 6118:2014 ( $V_{Rd2}$ ) e do valor estimado de ruína ( $V_{Rd,est.ruína}$ ) com os obtidos experimentalmente ( $V_{Exp}$ ). Mostra-se também a variação percentual dos modelos calculados com relação à força cortante experimental.

**Gráfico 6 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para as nervuras (com valores calculados pela NBR 6118:2014 para  $V_{Rd2}$ )**

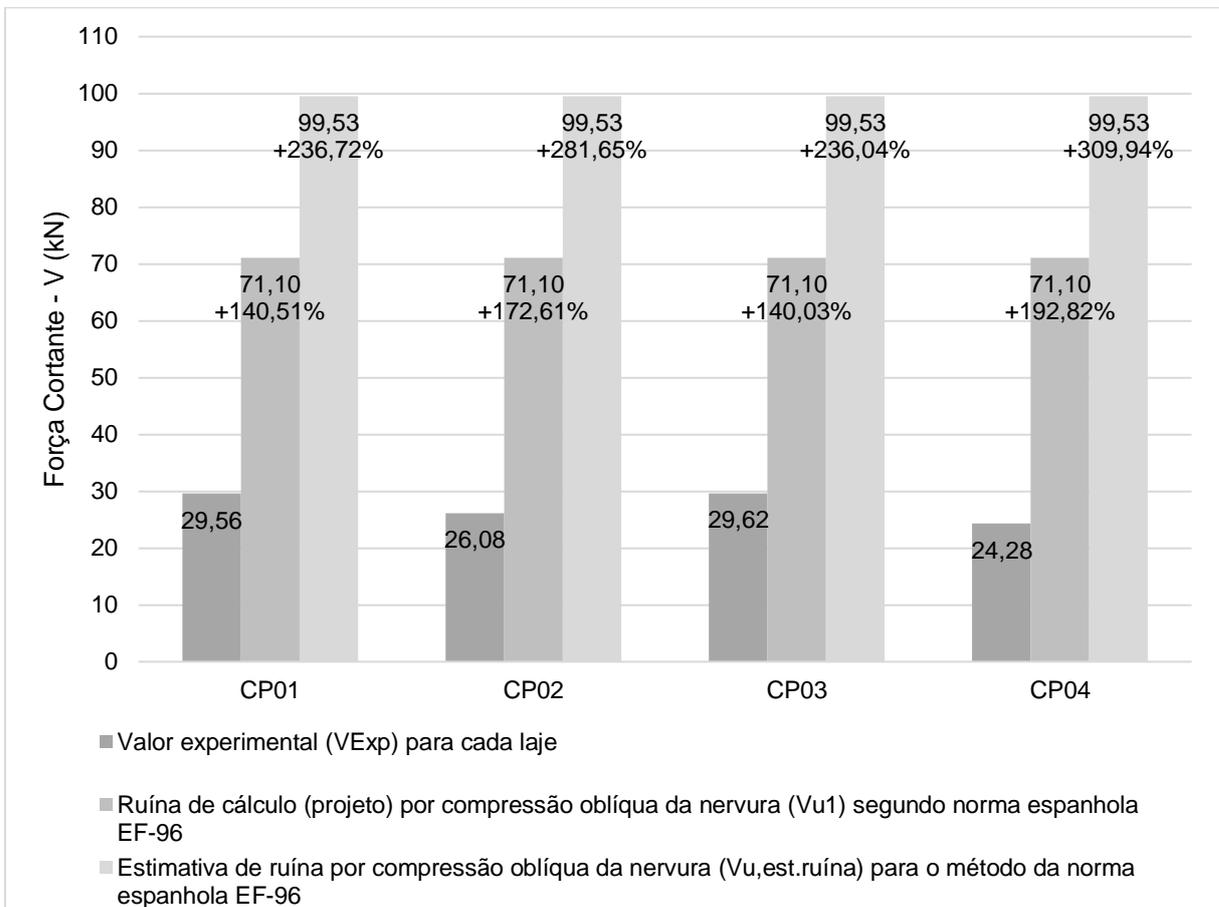


Fonte: Autor (2016)

Em análise do Gráfico 6, se verifica que a laje rompeu abaixo do esperado, sendo o valor calculado (projeto) de 85,44% a 126,23% superior aos valores experimentais; e o valor estimado de ruína, de 159,62% a 216,72% superior aos mesmos. Porém, os ensaios em laboratório não apresentaram sinais de esmagamento da biela de compressão, deixando evidente que o comportamento do ensaio foi o esperado, havendo o cisalhamento da laje.

A seguir apresenta-se o Gráfico 7, com o mesmo objetivo do anterior, porém apresentando os cálculos conforme determina a norma espanhola EF-96.

**Gráfico 7 - Comparação entre resistências ao corte e ao esmagamento da biela de compressão para as nervuras (com valores calculados pela EF-96 para  $V_{u1}$ )**



Fonte: Autor (2016)

Já para a norma espanhola EF-96, visto o Gráfico 7, é possível observar que a laje também rompeu abaixo do esperado, sendo o valor de cálculo ( $V_{u1}$ ) de 140,03% a 192,82% superior aos valores experimentais; e o valor estimado de ruína, de 236,04% a 309,94% superior aos mesmos. Como já explicitado anteriormente, não se visualizou sinais de esmagamento da biela de compressão no ensaio, indicando que o rompimento dos protótipos ocorreu por cisalhamento.

Analisando a variação percentual entre os dois métodos de cálculo analisados, verifica-se que a norma espanhola EF-96 é mais conservadora com relação à NBR 6118:2014, sendo o seu valor 29,43% superior do que determina a norma brasileira.

## 6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho abordou o estudo do esforço cortante em lajes nervuradas, através da comparação de modelos de cálculo de acordo com a NBR 6118:2014 e a norma espanhola EF-96, com uma análise experimental, composta por quatro lajes nervuradas sem armadura transversal, concretadas como uma seção “T”. Com base nos objetivos propostos, este capítulo tem a finalidade de apresentar as principais conclusões obtidas com a realização deste estudo, bem como sugestões para trabalhos futuros.

Considerando o modelo de cálculo de força cortante da NBR 6118:2014, para lajes sem armadura de força cortante ( $V_{Rd1}$ ), tem-se que este é de 24,64% a 38,23% inferior ao valor de cortante experimental ( $V_{Exp}$ ) quando se considera as dimensões da capa de concreto; e de 52,98% a 61,46% inferior ao cortante de ensaio ( $V_{Exp}$ ) quando se considera as dimensões da nervura. Essa diferença pode ser justificada pelo fato de que o modelo de cálculo não considera a contribuição do concreto à tração, apesar desta ser pequena, nem o aumento da rigidez da estrutura causada pela interação da capa com a nervura, tornando o modelo conservador em prol da segurança. Levando-se em consideração os valores estimados de ruptura, calculados sem a consideração de coeficientes de minoração da resistência dos materiais, percebe-se que o dimensionamento é mais próximo de uma situação real quando se considera as dimensões da capa de concreto; e existe uma folga quando se considera as dimensões da nervura.

Os protótipos de laje cisalharam com um valor de cortante muito abaixo do que determinam os métodos de cálculo relativos à ruína das diagonais comprimidas do concreto tanto da norma espanhola EF-96 ( $V_{u1}$ ) quanto do modelo de cálculo I da NBR 6118:2014 ( $V_{Rd2}$ ). Isso deixa evidente que o comportamento da laje foi o esperado, rompendo por cisalhamento muito antes de esmagar o concreto. Com base nos experimentos feitos e nos estudos analisados, pode-se concluir que numa laje usual, está longe de haver esmagamento da biela de compressão, sendo que antes ocorre o cisalhamento da estrutura.

Levando em consideração os ensaios realizados, pode-se concluir que somente o uso de grandes taxas de armadura não tornam a laje mais resistente ao

esforço cortante, pois caso o concreto atinja o limite de sua resistência, a laje rompe por cisalhamento.

A realização deste trabalho propiciou um amplo conhecimento teórico e prático sobre o sistema construtivo abordado, obtidos por meio da pesquisa e da confecção, ensaio e análise dos protótipos, onde pôde-se ver na prática o efeito da força cortante atuando nas lajes nervuradas.

É possível sugerir, para trabalhos futuros, a confecção de mais modelos a fim de aumentar a confiabilidade dos resultados, bem como analisar o efeito de esmagamento do concreto nas lajes. Para isso, propõe-se a variação do concreto e do aço empregados, além da utilização de diferentes seções tanto para a laje quanto para a nervura. Sugere-se ainda, a análise do esforço cortante empregando-se armadura transversal nas lajes nervuradas.

## REFERÊNCIAS

ARAÚJO, José Milton de. *Curso de concreto armado*. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014. v. 1-4.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. *NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, 1980.

\_\_\_\_\_. *NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*. Rio de Janeiro, 2006.

\_\_\_\_\_. *NBR 14859-1: Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis – Requisitos*. Rio de Janeiro, 2016.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. *Histórico e principais elementos de concreto armado*. Notas de aula do curso de Engenharia Civil. Bauru: UNESP, 2006.

\_\_\_\_\_. *Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante*. Notas de aula do curso de Engenharia Civil. Bauru: UNESP, 2015.

\_\_\_\_\_. *Lajes de concreto*. Notas de aula do curso de Engenharia Civil. Bauru: UNESP, 2015.

BOROWSKI, Gustavo da Costa. *Cálculo de deslocamentos em lajes nervuradas*. 2005. 29 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

CAIXETA, Delma Pereira. *Contribuição ao estudo de lajes pré-fabricadas com vigas treliçadas*. 1998. 168 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

CARVALHO, R. C. et al. *Estado da Arte do Cálculo de Lajes Pré-fabricadas com Vigotas de Concreto*. 2005. 13 f. 1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado, São Carlos, 2005.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. Filho. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado – Segundo a NBR 6118:2014*. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014. 415 p.

DONIN, Christian. *Análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos*. 2007. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2007.

\_\_\_\_\_. *Estruturas de Concreto Armado II – Lajes de Concreto*. Notas de aula do curso de Engenharia Civil. Santa Cruz do Sul: UNISC, 2015.

ESPAÑA, Ministerio de Fomento. *EF-96 – Instrucción para el proyecto y la ejecución de forjados unidireccionales de hormigón armado o pretensado*. Madrid, 1997.

FLÓRIO, Márcio Cardozo. *Projeto e Execução de lajes Unidireccionais com Vigotas em Concreto Armado*. 2004. 240 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2004.

FUSCO, Péricles Brasiliense. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. São Paulo: Pini, 1995. 382 p.

GASPAR, Ricardo. *Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção*. 1997. 103 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

GUERRIN, A.; LAVAUUR, R. C. *Tratado de concreto armado*. Hemus S.A., 2002. 398 p.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. 273 p., v. 1.

PINHEIRO, L. M. et al. Análise da fase de montagem de lajes treliçadas. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, São Paulo, n. 4, p. 642-660, ago. 2013.

SILVA, Marcos Alberto Ferreira da. *Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado*. 2005. 239 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.