

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Henrique Braga Bastos

**ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE LAJES NERVURADAS
BIDIRECIONAIS**

Santa Cruz do Sul

2016

Henrique Braga Bastos

**ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE LAJES NERVURADAS
BIDIRECIONAIS**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa Cruz do Sul para a obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Christian Donin

Santa Cruz do Sul

2016

Henrique Braga Bastos

**ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE LAJES NERVURADAS
BIDIRECIONAIS**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa Cruz do Sul para a obtenção do título de Engenheiro Civil.

Prof. M.Sc. Christian Donin
Professor Orientador – UNISC

Prof. Dr. Eduardo Rizzatti
Professor Examinador – UFSM

Prof. M.Sc. Henrique Luiz Rupp
Professor Examinador - UNISC

Santa Cruz do Sul

2016

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradecer a Deus pelo dom da vida, e por tudo o que sou.

À minha família por todo apoio e compreensão para o desenvolvimento deste trabalho, não medindo esforços para o êxito do mesmo.

À minha namorada Lauriane, que sempre está ao meu lado, me dando força para seguir em frente.

Ao meu professor e orientador Christian Donin que ao decorrer de dois semestres esteve sempre à disposição para nos auxiliar e passar conhecimento de forma que foi de suma importância para o desenvolvimento deste trabalho.

A todo o pessoal dos Laboratórios de Estruturas e Materiais da UNISC, principalmente a Rafael Henn e Lidiane Kist, que estavam sempre dispostos a cooperar com o andamento dos ensaios feitos junto ao laboratório de estruturas. Agradecer também ao estagiário Henrique Bemfica que me ajudou muito na execução do experimento.

Agradecer também as colegas e amigas, Jéssica Oliveira e Paola Barbieri, que estavam sempre presente em todos os momentos no decorrer deste trabalho, com um auxílio mútuo para que fosse possível obter os resultados esperados.

Aos grandes amigos feitos durante a faculdade, Arthur Baumhardt e João Vitor Cruz, que nunca negaram ajuda quando precisei e que foram muito importantes para a minha formação acadêmica e na elaboração deste trabalho.

E a todos outros que de uma maneira ou outra ajudaram na execução deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho trata de lajes nervuradas bidirecionais, sendo realizada uma análise teórica e experimental de lajes nervuradas bidirecionais, onde foi comparado os resultados obtidos pela realização de um experimento de corpo de prova em escala real, com os resultados obtidos por meio de modelos de cálculo. Após a realização dos ensaios concluiu-se que o processo de cálculo utilizado exagera no dimensionamento, sendo bastante conservador e à favor da segurança, o que nos indica a necessidade de métodos de cálculos mais eficientes, como o Método dos Elementos Finitos, para se obter valores mais próximos do real e estruturas mais econômicas.

Palavras-chave: Lajes Nervuradas bidirecionais; modelo de cálculo; concreto armado.

ABSTRACT

This work is to approach waffle slabs, it was developed a theoretical and experimental analysis of waffle slabs. It was compared results obtained by performing of a specimen experiment in real scale, with the results obtained by calculation models. After tests, it is concluded that the calculation process used exaggerates the dimensioning, being rather conservative in favor of security, that indicates the need for more efficient methods calculations such as Finite Element Method, in order to obtain values closer to reality and economical structures.

Keywords: Waffle slabs; calculation model; reinforced concrete.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Perspectiva de uma laje maciça.....	17
Figura 2 - Perspectiva de uma laje lisa.	18
Figura 3 - Perspectiva de uma laje cogumelo.	18
Figura 4 - Perspectiva de uma laje nervurada bidirecional.....	19
Figura 5 - Vão efetivo.	21
Figura 6 - Dimensões da laje nervurada.	22
Figura 7 - Seções T e Retangular da Laje.....	25
Figura 8 - Nomenclatura das dimensões da Seção “T”.....	27
Figura 9 - Barra da grelha no sistema global.....	32
Figura 10 - Barra da grelha no sistema local.....	32
Figura 11 - Distribuição de cargas nos pórticos.	35
Figura 12 - Modelos simplificados para carregamento vertical.....	36
Figura 13 - Barra do pórtico espacial no sistema global.....	37
Figura 14 - Barra do pórtico espacial no sistema local.....	37
Figura 15 – Vãos da laje experimental (cm).....	45
Figura 16 – Dimensões das nervuras (cm).....	45
Figura 17 – Dimensões da laje nervurada (cm).....	46
Figura 18 – Base de concreto.	46
Figura 19 – Fiadas de blocos estruturais.	47
Figura 20 – Armadura das vigas.	47
Figura 21 – Forma das vigas.....	48
Figura 22 – Vigas desformadas.....	48
Figura 23 – Ensaio à compressão do concreto.	50
Figura 24 – Ensaio à tração do aço.....	50
Figura 25 – Formas para concretagem da laje.....	51
Figura 26 – Colocação do Isopor.	51
Figura 27 – Concretagem da laje.	52
Figura 28 – Estrutura para fixação dos deflectômetros.	53
Figura 29 – Fixação deflectômetros sobre a laje.....	53
Figura 30 – Nervuras após desforma da laje.....	53
Figura 31 – Estrutura para armazenar água.....	54
Figura 32 – Fixação deflectômetros sob a laje.....	54
Figura 33 – Fixação deflectômetros sob a laje.....	55

Figura 34 - Disposição dos deflectômetros na laje.....	59
Figura 35 - Seções dos deslocamentos.	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Taxa de aço mínima.....	26
Tabela 2 – Traço de concreto utilizado.	49
Tabela 3 - Valores utilizados para momento de cálculo e de estimativa de ruptura. .	61
Tabela 4 - Momentos e carregamentos máximos obtidos.	61
ANEXO A - Tabela 5: Valores obtidos no ensaio.	74
ANEXO B - Tabela 6: Deslocamentos calculados.....	76

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Momento x deslocamento do ensaio de laje nervurada bidirecional.....	60
Gráfico 2 - Momento x deslocamentos calculados.	62
Gráfico 3 - Carga calculadas e carga aplicada (kN).	63
Gráfico 4 - Momentos calculados e Momento aplicado (kN.m).	64
Gráfico 5 - Deslocamentos x momento atuante.	64
Gráfico 6- Deslocamentos gerados por momento de cálculo da seção A.	66
Gráfico 7- Deslocamentos gerados por momento de cálculo da seção B.	66
Gráfico 8- Deslocamentos gerados por momento estimado de ruptura na seção A.	67
Gráfico 9- Deslocamentos gerados por momento estimado de ruptura na seção B.	67
Gráfico 10- Deslocamentos gerados por momento máximo aplicado na seção A.	68
Gráfico 11 - Deslocamentos gerados por momento máximo aplicado da seção B.	68

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. Objetivos Gerais	14
1.2. Objetivos Específicos	15
1.3. Justificativa.....	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	17
2.1. Lajes	17
2.1.1. Lajes maciças	17
2.1.2. Lajes lisas e cogumelo	18
2.1.3. Lajes nervuradas	19
2.1.4. Lajes moldadas no local	20
2.1.5. Lajes pré-moldadas.....	20
2.2. Lajes Nervuradas Bidirecionais	20
2.2.1. Lajes armadas em uma ou duas direções.....	21
2.2.2. Vão efetivo	21
2.2.3. Carregamentos das lajes	22
2.2.3.1. Cargas Permanentes.....	22
2.2.3.2. Cargas Acidentais	22
2.2.4. Cobrimento mínimo.....	22
2.2.5. Dimensionamento	22
2.2.6. Espessura mínima para lajes nervuradas	23
2.2.7. Espessura equivalente.....	23
2.2.7.1. Pela igualdade da rigidez média	24
2.2.7.2. Pela igualdade do momento de inércia	25
2.2.8. Armaduras longitudinais máximas e mínimas	25
2.2.9. Módulo de elasticidade do concreto.....	26
2.2.10. Momento de Inércia (Ic)	27
2.2.10.1. Estádio I	27
2.2.10.2. Estádio II	28
2.2.11. Momentos atuantes na laje.....	28
2.2.12. Momento de fissuração	29
2.2.13. Flechas	29
2.2.14. Resistência à momento	30

2.2.15. Resistência à força cortante.....	30
2.3. Modelos de cálculos para momento fletores solicitantes	31
2.3.1. Considerações Iniciais.....	31
2.3.2. Teoria de Placas	31
2.3.3. Modelo de Grelha	31
2.3.4. Método de pórtico equivalente.....	35
2.3.4.1. Modelo de Pórtico Espacial.....	36
2.3.5. Método de Elementos Finitos.....	38
2.4. Algumas pesquisas sobre o tema estudado.....	39
3. METODOLOGIA	45
3.1. Introdução.....	45
3.2. Definição do protótipo para estudo	45
3.3. Protótipo em escala real	46
3.3.1. Base para apoio da laje.....	46
3.3.2. Materiais utilizados na laje nervurada	48
3.3.2.1. Concreto.....	48
3.3.2.2. Aço.....	50
3.3.3. Preparação para concretagem da laje	51
3.3.4. Concretagem da laje	52
3.3.5. Desforma e flecha imediata	52
3.4. Ensaio de flexão da laje	54
3.5. Análises teóricas	55
3.5.1. Cálculo de momento fletor de fissuração	55
3.5.2. Cálculo de estimativa de ruptura de momento fletor	55
3.5.3. Cálculo de momento de projeto.....	56
3.5.4. Cálculo dos deslocamentos	57
4. RESULTADOS.....	59
4.1. Experimentais.....	59
4.2. Momentos calculados e estimativa de ruptura.....	60
4.3. Deslocamentos calculados	61
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS	63
5.1. Cargas verticais.....	63
5.2. Momentos	63

5.3. Deslocamentos	64
6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
ANEXOS	74

1. INTRODUÇÃO

Lajes são elementos planos, com duas dimensões horizontais muito maiores que sua altura, denominada espessura. Sua principal função é receber as cargas dos pavimentos, sejam elas permanentes ou acidentais e transferi-las para os apoios (vigas, paredes ou pilares).

Cada vez mais há uma tendência na construção civil de se fazer obras maiores, com boa eficácia e ao mesmo tempo mais econômicas, necessitando assim de uma evolução em todas as etapas da obra. Falando em estruturas, tem-se o desafio de projetar estruturas mais esbeltas e com menos pilares em um pavimento para obter um melhor aproveitamento do espaço, sendo assim necessário aumentar os vãos livres entre pilares.

O peso próprio de uma laje pode influenciar muito no cálculo de dimensionamento de uma estrutura. Sabendo que o concreto pode resistir muito bem aos esforços de compressão gerados pela flexão e que tem uma baixa resistência aos esforços de tração, as lajes nervuradas chegam para resolver o problema, onde na parte superior o concreto resiste aos esforços de compressão e na parte inferior são executadas nervuras de concreto ligadas à parte superior e espaçadas por fôrmas ou materiais de baixo peso próprio e adicionado aço para resistir aos esforços de tração fazendo assim com que a parte inferior fique mais leve.

Antigamente se substituía o concreto da parte inferior por um material inerte mais leve com menor resistência e colocado de forma que quando concretada a laje formasse as nervuras de concreto entre essas peças de material citado. Atualmente já se tem fôrmas onde após a concretagem da laje são removidas, formando as nervuras onde anteriormente dentro delas foram colocadas as barras de aço para tração.

Com isso o peso próprio e a inércia da laje diminuem consideravelmente. Sendo assim o projeto de uma laje nervurada pode ser executado com um menor gasto de volume de concreto e com uma menor espessura da mesma.

1.1. Objetivos Gerais

Este trabalho tem como objetivo contribuir com os estudos de lajes de concreto armado, mais especificamente lajes nervuradas bidirecionais.

Lajes nervuradas bidirecionais ainda não são muito utilizadas comparadas com os outros tipos de lajes, por isso o estudo e pesquisa direcionados a esse assunto pode trazer muitos benefícios para projetistas, construtores e clientes.

1.2. Objetivos Específicos

Serão revisados modelos de cálculos referentes às lajes nervuradas bidimensionais e se aprofundará no tema verificando parâmetros de cálculos normativos. Com essa pesquisa deseja-se analisar os modelos de cálculos propostos na bibliografia estudada e comparar com resultados obtidos pelos ensaios realizados.

O presente trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- Elaborar e confeccionar um protótipo de laje nervurada bidirecional em escala real;
- Realizar um ensaio de flexão da laje experimental, verificando deslocamentos com o acréscimo de carga;
- Calcular os momentos e deslocamentos do protótipo conforme a NBR 6118:2014;
- Comparar resultados teóricos com os experimentais obtidos no ensaio;
- Apresentar características e desempenhos obtidos com a análise feita neste trabalho.
- Apresentar sugestões para trabalhos futuros.

1.3. Justificativa

Lajes estão presentes na maioria das obras residenciais e comerciais executadas no Brasil. Isso mostra a importância da pesquisa e o desenvolvimento de lajes ainda pouco utilizadas, como é o caso das lajes nervuradas.

Cada vez mais projetistas e construtores lutam para se ter construções maiores e mais eficientes e encontram muitos desafios para alcançar esse objetivo. As lajes nervuradas podem ser uma boa solução para aumentar vãos e cargas sobre as lajes, o que pode diminuir o consumo de materiais, diminuir o custo e aumentar o leque de aplicação dessas lajes.

Antigamente a construção de lajes nervuradas era muito complicada pela falta de tecnologia necessária para projeto e execução. Com cada vez mais estudos direcionados a este assunto, foi possível descobrir novas soluções como a utilização de blocos leves de poliestireno e também de concretos celulares para formar as nervuras. Também foi aperfeiçoada a utilização de fôrmas onde podem ser removidas após a cura do concreto e utilizadas novamente em outras lajes. Assim como a evolução de programas de cálculos que com certeza facilitam muito ao projetista calcular a laje.

Essas lajes claramente têm muitos benefícios, porém ainda são pouco utilizadas comparadas com as outras. Então, esse trabalho também servirá para popularizar e expandir esse tipo de laje para que haja uma melhor aceitação no mercado e uma continuação nos estudos e pesquisas, o que levará o aperfeiçoamento das lajes nervuradas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Lajes

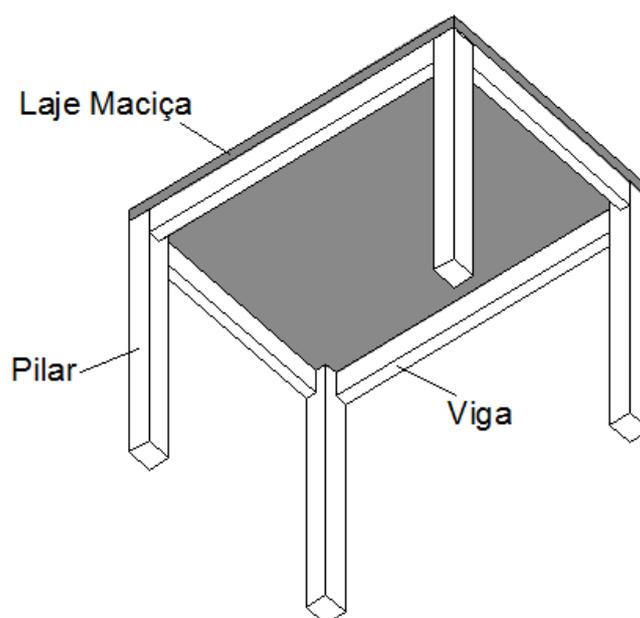
Existem vários tipos de lajes, com relação a sua forma, natureza, tipo de apoio e tipo de armação. Cada um desses tipos se destaca por alguns motivos específicos, seja pela praticidade de execução, pela economia, pela eficiência e/ou vários outros fatores. Por esse motivo, fica quase que impossível de se apontar um tipo de laje que é melhor do que os outros. Mesmo assim com o avanço da tecnologia e novos estudos, cada vez mais se tem opções de escolha para as diversas ocasiões que surgem no dia a dia da construção civil.

2.1.1. Lajes maciças

São as lajes em que toda sua altura é preenchida de concreto. Recebem a carga e levando até as vigas ou paredes em seu contorno.

As lajes maciças geralmente são moldadas em local e podem ter armadura de flexão em uma ou duas direções, dependendo das dimensões da laje. Podem obter uma maior praticidade na execução para alguns casos na engenharia civil, pois são umas das lajes mais simples de se executar. A seguir a Figura 1 ilustra uma laje maciça.

Figura 1 - Perspectiva de uma laje maciça



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

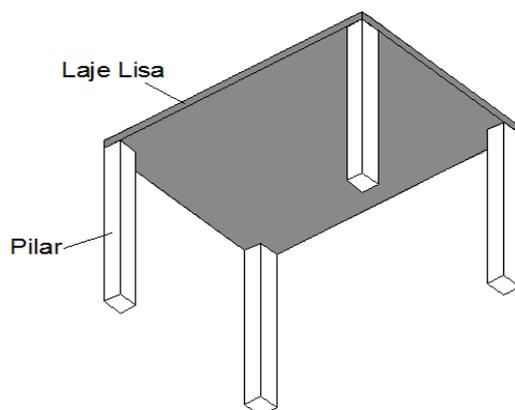
2.1.2. Lajes lisas e cogumelo

Esses tipos de lajes não deixam de ser lajes maciças, porém descarregam as cargas diretamente em pilares. A diferença entre essas duas é que a laje cogumelo possui um rebaixo na região perto do pilar, denominada por capitel.

Como esses tipos de lajes descarregam forças direto em pilares, as forças de punção sobre a laje são imensas, e por isso deve ser muito bem analisado cada caso. No caso de se ter uma força de punção bastante elevada, usa-se laje cogumelo, onde o capitel irá absorver as cargas e conseguir descarrega-las no pilar de forma que a punção seja menor.

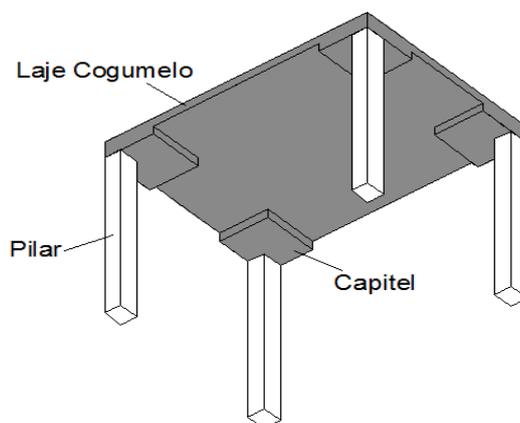
Esses tipos podem ser muito eficazes em casos onde se precisa passar tubulações por onde haveria vigas, já que esses métodos não as usam. A seguir a Figura 2 e Figura 3 ilustram uma laje lisa e cogumelo respectivamente.

Figura 2 - Perspectiva de uma laje lisa.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 3 - Perspectiva de uma laje cogumelo.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

2.1.3. Lajes nervuradas

Segundo a NBR 6118:2014 lajes nervuradas podem ser moldadas em local ou podem ser pré-moldadas, e a zona de tração de momentos positivos está localizado nas nervuras onde entre elas podem ser colocado materiais inertes.

Já Leonhardt e Mönnig (1978) dizem que lajes nervuradas são constituídas por uma sequência de vigas T, e que a máxima distância entre as nervuras deve ser igual ou menor do que 100 cm.

Lajes nervuradas são formadas basicamente por duas partes principais:

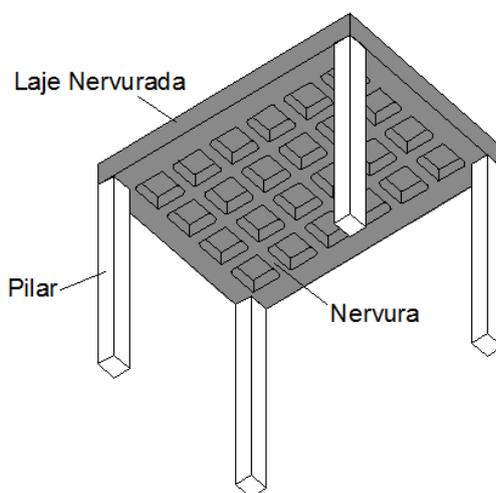
1) Mesa: Camada superior da laje, onde é preenchida de concreto para resistência a compressão.

2) Nervura: Peça localizada na parte inferior da laje, onde é feita de concreto ligado à mesa e possui barras de aço bem perto da base onde resistirá a esforços de tração.

Entre as lajes nervuradas pode-se citar: Lajes moldadas no local e lajes nervuradas pré-moldadas.

Falando sobre sua forma, podem ter vários modelos, como: lajes nervuradas com células aparentes; lajes nervuradas com faces não inclinadas; lajes nervuradas com faces inclinadas; lajes nervuradas com células não aparentes; lajes nervuradas tipo caixão perdido; lajes nervuradas com fôrma perdida em forma de tubo e lajes nervuradas bidirecionais, como é o caso deste trabalho. Segue abaixo Figura 4 ilustrando uma laje nervurada bidirecional.

Figura 4 - Perspectiva de uma laje nervurada bidirecional.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

2.1.4. Lajes moldadas no local

São lajes moldadas em toda sua totalidade no local onde será seu destino permanente. Na execução são necessário fôrmas para a montagem e concretagem.

No caso de lajes nervuradas pode ser moldadas com materiais inertes ou com fôrmas para aliviar o peso da estrutura e conseguir fazer as nervuras. As fôrmas podem ser de polipropileno ou metal, e deve ser usado desmoldantes para a desforma após a cura do concreto.

2.1.5. Lajes pré-moldadas

Lajes pré-moldadas são normatizadas pela NBR 9062:2006. Caso a laje seja alveolar, deve ser obedecido o que se tem na NBR 14861:2011.

No caso das lajes maciças, fica um pouco complicado de serem pré-moldadas, porém não impossível. Elas são mais viáveis de utilização em execuções de muitas lajes com o mesmo formato, como é o caso de loteamentos de casas populares. Neste caso são feito fôrmas padrões e concretado muitas lajes com as mesmas dimensões.

Já em lajes nervuradas, são lajes formadas por vigotas pré-moldadas em indústria, essas mesmas que formarão as nervuras na laje. Devem-se usar blocos de material inerte entre as vigotas, como blocos cerâmicos, de concretos ou EPS. E o concreto é moldado em obra por cima dessa estrutura já armada.

As vigotas tem resistência suficiente para o sustento de seu peso próprio e dos blocos de preenchimento, necessitam-se apenas cimbramentos intermediário para que as vigotas sustentem o peso do concreto até que o mesmo esteja curado.

Há três tipos de vigotas pré-fabricadas: concreto armado, vigotas treliçadas e concreto protendido.

2.2. Lajes Nervuradas Bidirecionais

Lajes nervuradas bidirecionais são submetidas a esforço de flexão nos dois sentidos, por isso ela deve ser armada nas duas direções.

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), sempre que a relação entre os dois vãos não for superior a 2, deve-se usar lajes nervuradas em duas direções. Porque com isso há uma melhor distribuição dos esforços nas reações de apoio em todo o contorno, diminuindo os esforços e deformações.

2.2.1. Lajes armadas em uma ou duas direções

As duas dimensões da lajes são denominadas como: a dimensão menor de l_x e a dimensão maior de l_y . Lajes com armaduras em uma direção devem ter a relação de l_y por l_x maior do que 2. No caso da laje ser armada em apenas uma direção, considera-se que as cargas vão diretamente para os apoios de maior vão, com isso deve ser colocado a armadura de forma que ela fique paralela ao menor vão.

Já em lajes com armadura em duas direções devem ter a relação de l_y e l_x menor ou igual a 2. Em lajes nervuradas bidirecionais deve se usar sempre armadura em duas direções.

2.2.2. Vão efetivo

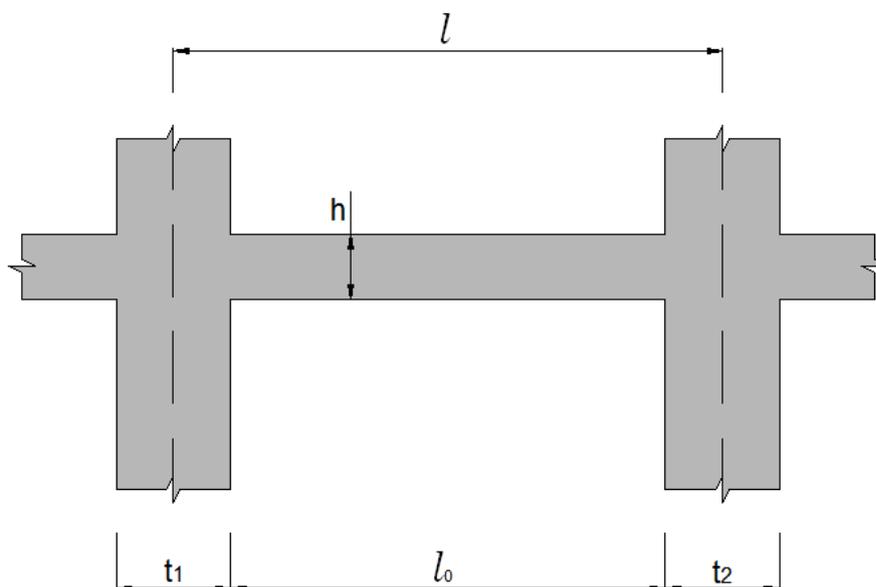
O vão efetivo das lajes não é somente o vão livre entre pilares. Segundo a NBR 6118:2014 o vão efetivo pode ser calculado por:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Com a_1 igual ao menor valor entre $(t_1/2$ e $0,3h)$ e a_2 igual ao menor valor entre $(t_2/2$ e $0,3h)$.

Conforme Figura 5 abaixo:

Figura 5 - Vão efetivo.



2.2.3. Carregamentos das lajes

2.2.3.1. Cargas Permanentes

O peso próprio de uma laje influencia muito em sua forma e dimensões, então deve ser levado em consideração nos cálculos de dimensionamento. Deve-se somar todas as cargas permanentes da estrutura como: peso da laje, peso do contrapiso, peso do revestimento do teto, peso do piso, peso das paredes (caso houver).

2.2.3.2. Cargas Acidentais

NBR 6120:1980 cita que carga acidental é toda a carga que pode atuar na laje em relação ao uso da mesma (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos etc.).

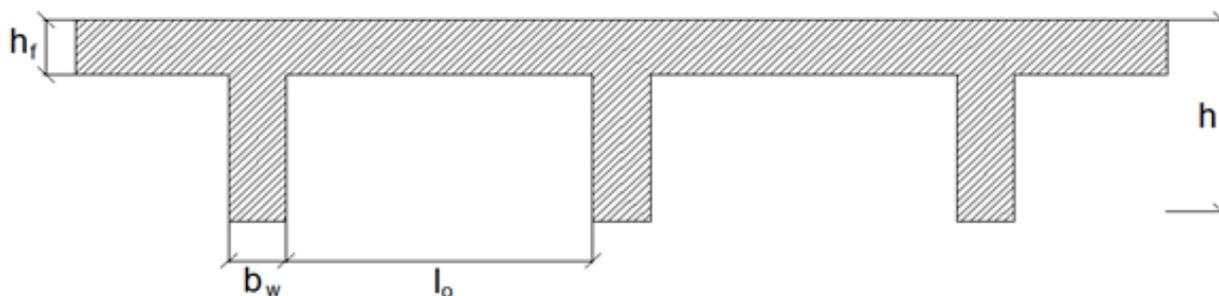
2.2.4. Cobrimento mínimo

Segundo NBR 6118:2014, a durabilidade da estrutura de concreto é altamente dependente da qualidade do concreto e do cobrimento das armaduras. Dito isso a norma disponibiliza tabelas para dimensionar o cobrimento das estruturas.

2.2.5. Dimensionamento

Em lajes nervuradas, a sua forma é como se fosse vigas T, e suas dimensões mínimas e máximas são normatizadas pela NBR 6118:2014. A sua forma geométrica está apresentada na Figura 6 a seguir, bem como as suas nomenclaturas.

Figura 6 - Dimensões da laje nervurada.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Onde:

h = espessura total

h_f = espessura da mesa

b_w = espessura das nervuras

l_o = espaçamento entre nervuras

2.2.6. Espessura mínima para lajes nervuradas

Conforme NBR 6118:2014 a espessura da mesa (h_f) deve ser maior ou igual à $1/15$ da distância l_o quando não existirem tubulações, e nunca menor que 4cm. A mesa não deve ter menos do que 5 cm quando existirem tubulações de diâmetro menor ou igual a 10mm. Para tubulações que tenham o diâmetro maior que 10mm, a mesa deve ter espessura de $4 \text{ cm} + \Phi$, ou $4 \text{ cm} + 2 \Phi$ no caso de haver tubulações se cruzando na mesa.

A nervura não pode ter menos que 5 cm de espessura, e nervuras com espessura menor que 8 cm não podem haver armadura de compressão.

Outra especificações da NBR 6118:2014 são:

- Para lajes com l_o menor que 65 cm não é obrigatório a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento na região das nervuras, pode-se usar o critério de lajes.
- Para lajes com l_o entre 65 e 110 cm, deve-se ser feito a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento na região das nervuras, pode-se usar o critério de vigas. Permite-se que se faça essa verificação caso entre eixos da nervura for no máximo 90 cm e a espessura das nervuras for maior que 12 cm.
- Para lajes nervuradas em que l_o for maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como uma laje maciça numa grelha de vigas.

2.2.7. Espessura equivalente

Conforme NBR 6118:2014, as lajes nervuradas bidirecionais em relação de efeitos de esforços solicitantes, podem ser consideradas no cálculo com lajes maciças. Para isso primeiramente deve se achar uma espessura de uma laje

maciça equivalente à laje nervurada projetada. A seguir pode-se observar métodos de cálculo para isso.

2.2.7.1. Pela igualdade da rigidez média

A rigidez das nervuras, D_1 , a rigidez da mesa, D_2 , podem ser calculadas por:

$$D_1 = \frac{E_{cs} \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2)$$

$$D_2 = \frac{E_{cs} \cdot hf^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (3)$$

Onde:

h =espessura total

hf =espessura mesa

$\nu = 0,2$. Coeficiente de Poisson do concreto.

A rigidez equivalente pode ser calculada por:

$$De = (1 - \varepsilon) \cdot D_1 + \varepsilon D_2 \quad (4)$$

Onde:

$$\varepsilon = \frac{I_{ox} \cdot I_{oy}}{S_x \cdot S_y} \quad (5)$$

Simplificando, a rigidez equivalente pode ser calculada por:

$$De = \frac{E_{cs} \cdot he^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (6)$$

Onde he é a espessura da laje maciça equivalente a laje nervurada projetada.

$$He = \left((1 - \varepsilon) \cdot h^3 + \varepsilon \cdot hf^3 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

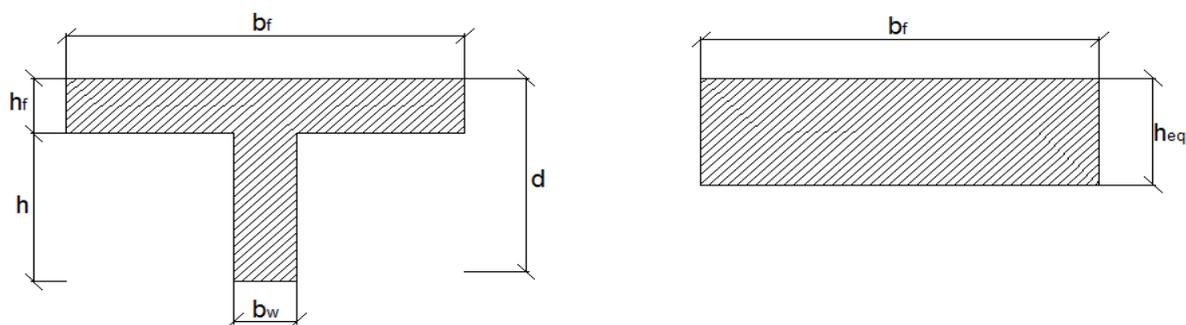
Com isso os esforços e flecha da laje podem ser calculados como se fosse de uma laje maciça de espessura he .

2.2.7.2. Pela igualdade do momento de inércia

Mesmo sendo um método bem simples e fácil de calcular, a igualdade de momento de inércia apresenta resultados com grande confiabilidade e relação aos outros métodos de cálculo.

Esse método consiste em achar uma altura equivalente de forma que as duas tenham a mesma inércia da seção adotada, passando de uma seção T para uma seção retangular, como pode-se ver na Figura 7 a seguir:

Figura 7 - Seções T e Retangular da Laje.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Onde, $I_T = I_R$.

Com os dados retirados das seções da laje calculam-se as inércias de forma que com a mudança da seção continue a mesma com o mesmo valor de inércia.

2.2.8. Armaduras longitudinais máximas e mínimas

a) Armadura máxima:

A NBR 6118:2014 fala sobre a taxa mínima de armadura de tração e compressão.

$$A_s + A_s' \leq 4\% A_c \quad (8)$$

b) Armadura mínima:

Segundo a NBR 6119:2014, a área de aço mínima pode ser dada a partir da Tabela 1:

Tabela 1 – Taxa de aço mínima.

Forma da seção	Valores de ρ_{\min}^a ($A_{s,\min}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{\min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{\min} deve ser recalculado.

Fonte: NBR 6118:2014.

2.2.9. Módulo de elasticidade do concreto

Para o cálculo do módulo de elasticidade, segundo a NBR 6118:2014, deve-se adotar as seguintes equações a seguir.

Módulo de deformação inicial tangencial para concretos de 20MPa à 50MPa pela equação 10, ou entre 55MPa e 90MPa pela equação 11:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (9)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25\right)} \quad (10)$$

Adotando:

$$\alpha_E = 1,2 \text{ para basalto e diabásio;}$$

$$\alpha_E = 1,0 \text{ para granito e gnaisse;}$$

$$\alpha_E = 0,9 \text{ para calcário;}$$

$$\alpha_E = 0,7 \text{ para arenito.}$$

Para o cálculo do módulo de elasticidade secante do concreto deve-se multiplicar o E_{ci} por um coeficiente como pode ser calculado pelas equações a seguir:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (11)$$

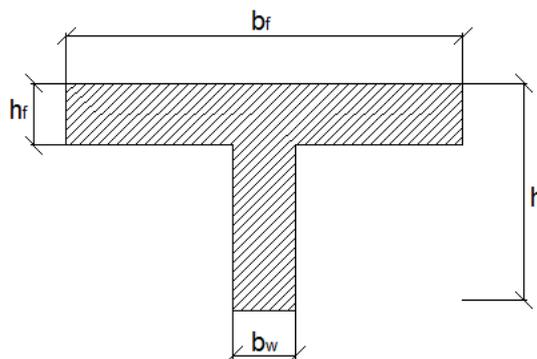
$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (12)$$

2.2.10. Momento de Inércia (Ic)

Para o desenvolvimento dos cálculos é necessário se ter a inércia da seção para posteriormente achar a rigidez da laje.

A Figura 8 abaixo mostra a nomenclatura das dimensões da seção:

Figura 8 - Nomenclatura das dimensões da Seção "T".



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

2.2.10.1. Estádio I

No estágio I a seção de concreto ainda não fissurou, e com isso o momento de inércia considera a seção inteira de concreto. Flório (2004) dá sugestões de fórmulas para o cálculo. Abaixo a equação 13 desconsiderando a presença de armadura longitudinal e a equação 14 nos considerando-a:

$$I = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left((h - y_h) - \frac{h_f}{2} \right)^2 + \left(b_w \cdot h \cdot \left((h - y_h) - \frac{h}{2} \right)^2 \right) \quad (13)$$

$$I = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left((h - y_h) - \frac{h_f}{2} \right)^2 + \left(b_w \cdot h \cdot \left((h - y_h) - \frac{h}{2} \right)^2 \right) + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot ((h - y_h) - d)^2 \quad (14)$$

Onde:

y_h = comprimento do centro de gravidade da seção até a fibra mais tracionada.

αe = relação entre módulo de elasticidade secante do concreto e o módulo de elasticidades do concreto.

2.2.10.2. Estádio II

Já no estágio II, a seção de concreto já está fissurada. Segundo Flório (2004), para cálculo de seção "T" no estágio II se dá pelas equações 15 e 19, onde a primeira é para determinar a linha neutra da seção.

$$x = \frac{-a2 \pm \sqrt{a2^2 - 4.a1.a3}}{2.a1} \quad (15)$$

Calcula-se os coeficientes pelas seguintes equações:

$$a1 = \frac{bw}{2} \quad (16)$$

$$a2 = hf.(bf - bw) + \alpha e.As \quad (17)$$

$$a3 = -d.\alpha e.As - \frac{hf^2}{2}.(bf - bw) \quad (18)$$

Com isso, pode-se substituir os coeficientes na fórmula a seguir para determinar o I_2 :

$$I_2 = \frac{bw.x^3}{3} + \alpha e.As.(x - d)^2 \quad (19)$$

2.2.11. Momentos atuantes na laje

Em lajes bidirecionais não se usa as mesmas equações de lajes unidirecionais para a determinação dos momentos atuantes sobre a mesma, pois deve-se saber o quanto de momento vai para cada direção, e por isso deve-se adotar outros métodos que levem em consideração a geometria e tipos de apoios da laje.

Pode-se determinar o quanto de momento usa-se em cada direção para lajes apoiadas em vigas com o uso das tabelas fornecidas com Bares (1972), onde se pode achar fatores μ_x e μ_y relacionados à dimensões da laje, e substituí-lo em uma equação também fornecida por ele:

$$M = \mu.p.\frac{lx^2}{100} \quad (20)$$

Também podem ser obtidos os momentos atuantes sobre a laje por método de pórticos equivalentes, pórticos espaciais, grelhas e momentos finitos, explicados mais detalhadamente no item 2.3 deste trabalho.

2.2.12. Momento de fissuração

De acordo com a NBR 6118:2014, o momento de fissuração de se dá pela seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (21)$$

Onde:

$\alpha = 1,2$ para seção “T”;

f_{ct} = resistência à tração do concreto (equação 24);

y_t = distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada.

A resistência à tração do concreto pode ser calculada pela fórmula:

$$f_{ct} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (22)$$

2.2.13. Flechas

Para lajes bidirecionais podem-se usar tabelas como a de Bares (1972) para fazer a estimativa de cálculo.

Das tabelas são retirados fatores alfas (α) de acordo com a geometria e apoios da laje para fazer a substituição na equação 25 dada nas tabelas:

$$a_i = \frac{\alpha \cdot p \cdot l_x^4}{12 \cdot EI} \quad (23)$$

Onde:

α = fator em relação a geometria e tipos de apoios;

p = carga distribuída aplicada;

l_x = vão efetivo da laje;

EI = rigidez da laje.

Conforme a NBR 6118:2014, até o momento de fissuração a rigidez (EI) permanece constante, porém após a fissuração da laje, deve-se calcular uma rigidez equivalente para cada momento atuante, dado pela equação 26 a seguir:

$$EI_{eq} = Ecs. \left\{ \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^3 \cdot Ic + \left[1 - \left(\frac{Mr}{Ma} \right)^3 \right] \cdot I_2 \right\} \leq Ecs. Ic \quad (24)$$

2.2.14. Resistência à momento

A determinação da resistência à momentos das seções da laje segundo a NBR 6118:2014 se dão pelas equações 21 e 22.

Momento em relação a parte comprimida de concreto:

$$Md = 0,68 \cdot bw \cdot x \cdot fcd \cdot (d - 0,4x) \quad (25)$$

Momento em relação a parte tracionada de aço:

$$Md = As \cdot fyd \cdot (d - 0,4x) \quad (26)$$

2.2.15. Resistência à força cortante

Segundo a NBR 6118:2014, a verificação à força cortante pode ser feito pelas seguintes fórmulas:

$$V_{sd} = V_{Rd1} \quad (27)$$

Onde V_{sd} é a força cortante de cálculo e V_{Rd1} é:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot bw \cdot d \quad (28)$$

Onde:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \quad (29)$$

N_{sd} = força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento.

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} \quad (30)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{bw \cdot d} \quad (31)$$

$k = 1$ para chegada da armadura inferior à 50% até o apoio; demais casos $k = |1,6-d|$.

2.3. Modelos de cálculos para momento fletores solicitantes

2.3.1. Considerações Iniciais

São muitos os métodos de cálculos que podem ser aplicados em lajes nervuradas. Os métodos podem ser mais simples ou mais complexos, alguns com mais exatidão nos resultados e outros com menos confiabilidade, porém usuais pelo fato de ser mais práticos de calcular.

Para lajes armadas em uma direção, deve ser calculada como se fosse uma viga, acha-se seus esforços e dimensiona a armadura para uma largura de um metro, após isso é adotado a mesmas quantidades no restante da laje.

Já nas lajes em duas direções deve-se calcular por outro método, como a Teoria de Placas. Esse método pode ser apenas usado em lajes apoiadas ou engastadas em vigas, sendo ineficiente em lajes onde são apoiadas diretamente em pilares. A seguir pode-se observar os métodos de cálculo para esses casos citados.

2.3.2. Teoria de Placas

A Teoria de Placas é um dos métodos mais simples de obtenção de esforços em lajes onde pode ser dimensionado lajes maciças sem a necessidades de utilizar softwares para o cálculo. Porém, essa teoria se restringe a lajes apoiadas sobre vigas, mas nunca sobre diretamente em pilares. Também sendo difícil de se usar em lajes mais complexas.

Para lajes em duas direções o método consiste em basicamente tirar dados de tabelas a partir das propriedades retiradas da laje a ser projetada. Quando a laje será armada em duas direções usam-se tabelas para obter quanto da carga vai para cada apoio e quanto de momento resultará nos mesmos. Após isso usa-se o mesmo modelo de cálculo de armadura de vigas. Depois deve-se ser calculado as flechas imediatas e as deferidas no tempo.

2.3.3. Modelo de Grelha

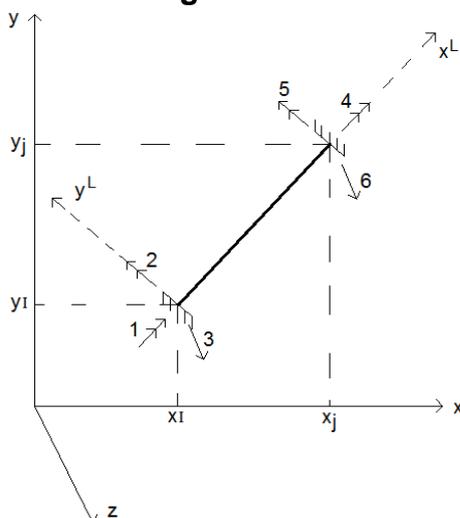
Devido ao avanço tecnológico está sendo possível cada vez mais fazer cálculos mais complexos. Com novos softwares desenvolvidos na área de estruturas

possibilitou a utilização de novos métodos, como é o caso de matriz de rigidez de grelhas.

O processo é basicamente a substituição da laje do pavimento por um conjunto de barras, onde se forma um grelha. O método pode ser usado em lajes maciças ou nervuradas, apoiadas em vigas ou até mesmo diretamente em pilares.

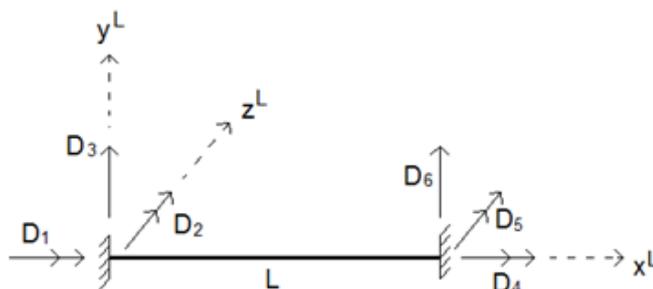
Segundo DONIN (2015), Os deslocamentos possíveis nos nós são: uma rotação no eixo da barra, uma rotação perpendicular a carga e uma translação. Com isso sabe-se que uma barra no plano x-y se tem um total de seis deslocamentos possíveis. Então a matriz da barra ficará de dimensão 6x6, ou seja, 36 elementos. Deve-se saber as seguintes propriedades: Momento de Inércia à torção (I_x^L), Momento de Inércia à Flexão (I_y^L) e Módulo de deformação ao cisalhamento (G), onde $G=E/2(1+\nu)$, sendo ν o coeficiente de Poisson. Abaixo na Figura 9 temos uma barra da grelha no sistema global e na Figura 10 temos uma barra da grelha no sistema local:

Figura 9 - Barra da grelha no sistema global.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 10 - Barra da grelha no sistema local.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Aplica-se deslocamentos unitários separadamente na barra (onde os deslocamentos ou rotações forem devidamente impedidos), as reações que forem obtidas são então os coeficientes de rigidez da matriz da barra.

Com isso chega-se à seguinte matriz de rigidez para a barra da grelha:

$$SM_{6 \times 6}^L = \begin{bmatrix} GIx/L & 0 & 0 & -GIx/L & 0 & 0 \\ 0 & 4EIy/L & 6EIy/L^2 & 0 & 2EIy/L & 6EIy/L^2 \\ 0 & -6EIy/L^2 & 12EIy/L^3 & 0 & -6EIy/L^2 & -12EIy/L^3 \\ -GIx/L & 0 & 0 & GIx/L & 0 & 0 \\ 0 & 2EIy/L & -6EIy/L^2 & 0 & 4EIy/L & -6EIy/L^2 \\ 0 & 6EIy/L^2 & -12EIy/L^3 & 0 & 6EIy/L^2 & 12EIy/L^3 \end{bmatrix}$$

Para transformar as ações de extremidade da barra de um nó do sistema local para o global, deve-se usar a seguinte matriz de rotação nodal:

$$r_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Então as ações de extremidade da barra de um nó poderão ser transformadas do sistema local para o global por:

$$AMJ^L = r \ AMJ \begin{Bmatrix} AM1L \\ AM2L \\ AM3L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} AM1 \\ AM2 \\ AM3 \end{Bmatrix}$$

Portanto, a matriz de torção será:

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix}$$

E as ações de extremidade de toda a barra será:

$$AML = R \ AM \begin{Bmatrix} AM1L \\ AM2L \\ AM3L \\ AM4L \\ AM5L \\ AM6L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} AM1 \\ AM2 \\ AM3 \\ AM4 \\ AM5 \\ AM6 \end{Bmatrix}$$

Após isso deve-se observar as convenções de sinais para poder obter os esforços de torção, momentos fletores e cortantes.

Com isso pode-se obter a seguinte matriz de rigidez no Sistema de Coordenadas Globais:

$$SM = R^T SM^L R \quad (32)$$

Após monta-se a matriz de Rigidez Global da Estrutura na Numeração Arbitrária (SJ), e a seguir reorganiza para a Numeração Prioritária.

Se uma estrutura tiver nove nós ao todo, e por ser o método de grelhas, haverá três deslocamentos por nó, sendo assim, chegando a um total de vinte e sete deslocamentos, o que implica que será uma Matriz de Rigidez Global da Estrutura de 27x27.

A matriz SJ é formada por quatro quadrantes: S, SRD, SDR e SRR, como mostra a seguir.

$$SJ = \left\{ \begin{array}{cc} S & SDR \\ SRD & SRR \end{array} \right\}$$

Por barras deve ser feito a seguir a formação dos Vetores de Cargas (AC):

$$AC = A + AE \quad (33)$$

Próximo passo é solucionar o Sistema de Equações de Deslocamentos (D).

$$\overline{AC} = S \cdot D \quad (34)$$

Após descobrir os deslocamentos da barra, será avaliado as reações de apoio:

$$AR = ARL + SRD \cdot D \quad (35)$$

Calcula-se as Ações de Extremidades das barras da estrutura (AM^L) pela fórmula:

$$AM^L = AML^L + SM^L \times R \cdot D \quad (36)$$

Podendo assim com os valores das ações de extremidades de barra, traçar o Diagrama de Esforços.

2.3.4. Método de pórtico equivalente

Quando as lajes são lisas ou cogumelos, deve-se adotar algum modelo de cálculo mais eficiente para a resolução do problema, como é o caso do método de pórticos equivalente.

Segundo a NBR 6118:2014 a análise estrutural de uma laje cogumelo ou lisa devem ser feita através de um modelo de cálculo adequado, como elementos finitos.

Em lajes de concreto armado onde se ter pilares estiverem em filas ortogonais de maneira regular e com vãos pouco diferentes, pode-se adotar em cada direção pórticos múltiplos para a obtenção dos esforços solicitantes.

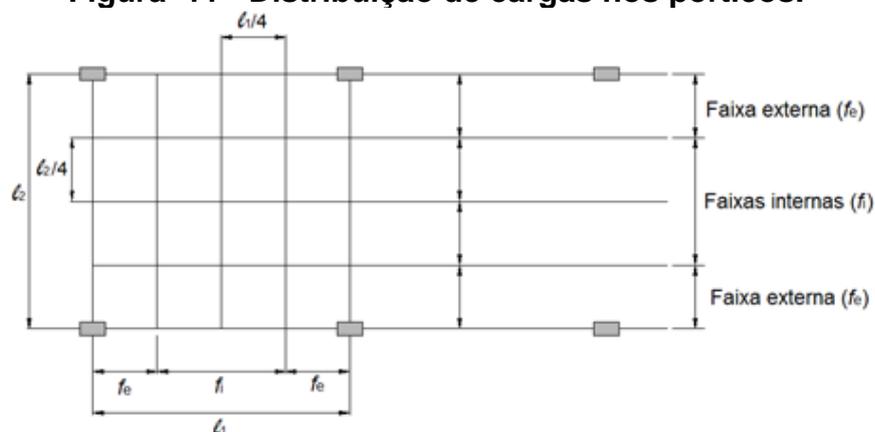
Conforme a NBR 6118:2014, a distribuição das cargas de cada pórtico deve ser feita da seguinte forma descrita a seguir:

- 45 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

A NBR 6118:2014 ainda indica que seja analisado cuidadosamente as ligações entre laje e pilares, com atenção redobrada em casos onde não haja perfeita simetria ou carregamento na laje em relação ao apoio.

Deve ser considerado ao máximo os momentos de ligação entre pilares e laje. Em casos onde lajes descarregam direto em pilares, deve-se verificar a punção que o pilar causa na laje. A NBR 6118:2014 cita no item 19.5.

Figura 11 - Distribuição de cargas nos pórticos.

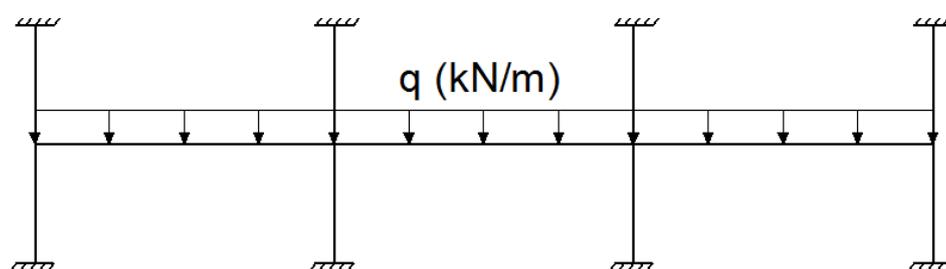


Fonte: NBR 6118:2014, adaptado pelo autor.

Segundo Araújo (2014), esse método simplificado somente é permitido quando os vãos L_x e L_y forem de dimensões semelhantes. Em geral a diferença entre os dois vãos não pode passar de 30%.

Araújo (2014), fala que se considerar apenas carregamento na vertical, pode-se fazer análise de cada andar como se engastasse os pilares nos andares vizinhos, deste modo o cálculo do pórtico se reduz a uma viga contínua equivalente com engaste elástico nos apoios, como mostra a Figura 12 a seguir.

Figura 12 - Modelos simplificados para carregamento vertical.



Pórtico de um andar

Fonte: Araújo (2014), adaptado pelo autor.

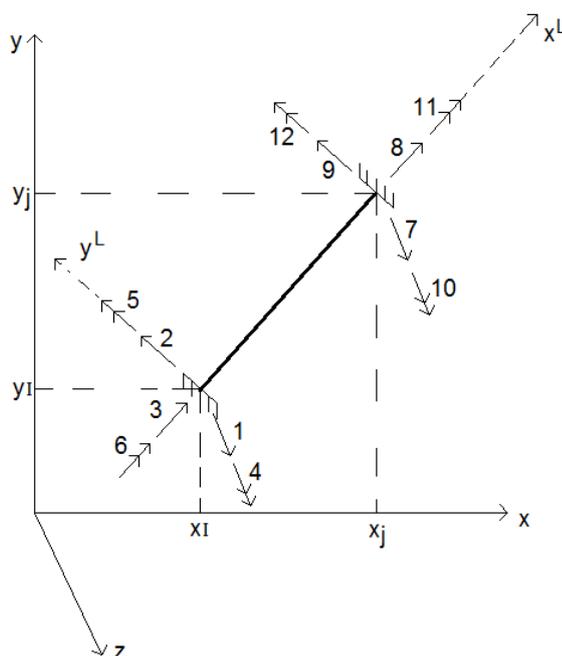
Após calcular os momentos fletores atuantes sobre a estrutura devido aos carregamentos existentes na laje, seja por qualquer tipo de cálculo empregado, deve-se fazer a distribuição dos momentos nas faixas da laje descrita no item 2.3.4. e ilustrado na Figura 11. Após isso pode-se dimensionar as armaduras nas nervuras da laje.

2.3.4.1. Modelo de Pórtico Espacial

O método de cálculo por pórtico espacial trata-se de uma estrutura reticulada tridimensional, sendo mais complexo de se calcular, porém é um dos mais eficientes métodos de cálculos de estrutura é o de matriz de rigidez de pórtico espacial.

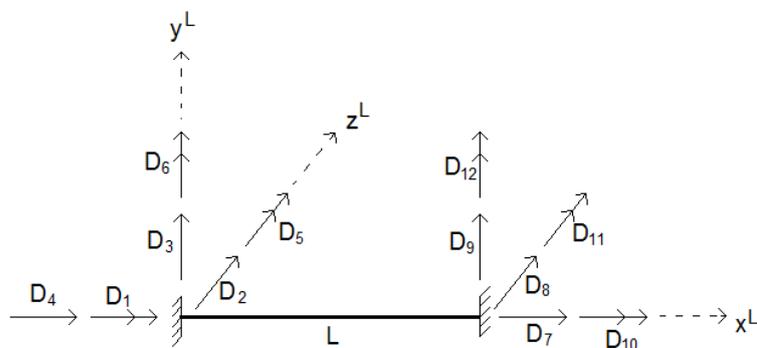
O método é bem parecido com o de grelha, porém não é mais plano, agora é considerado tridimensional, sendo assim agora é levado em conta que cada nó tem seis graus de liberdade. Três rotações e três deslocamentos, um em cada eixo. Como mostram as Figuras 13 e 14 a seguir:

Figura 13 - Barra do pórtico espacial no sistema global.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 14 - Barra do pórtico espacial no sistema local.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Se uma estrutura tiver nove nós ao todo, e por ser o método de pórtico espacial, haverá seis deslocamentos por nó, sendo assim, chegando a um total de cinquenta e quatro deslocamentos, o que implica que será uma Matriz de Rigidez Global da Estrutura de 54x54.

O procedimento é igual ao de grelhas, porém muda-se os graus de liberdade e consequentemente a matriz de rigidez global será maior.

2.3.5. Método de Elementos Finitos

A complexidade de estruturas e a maior necessidade de se obter um método mais eficiente de cálculo levaram a um método chamado de elementos finitos. Atualmente é o mais confiável em comparação aos outros, pois tenta simular exatamente a estrutura existente, e não apenas fazer um cálculo aproximado. Porém ainda não é um método de cálculo com resultados perfeitos.

O Método de Elementos Finitos é composto por dois tipos de métodos: os variacionais, baseado nos métodos de Rayleigh-Ritz e o dos resíduos ponderados, baseado em Galerkin.

No método variacional, procura-se uma função que solucione o problema, escolhendo uma dentre todas as possíveis, sendo que será a escolha exata para determinada função. Para isso no método de Rayleigh-Ritz acha-se uma função aproximada a partir de uma combinação linear de funções.

Já no método de Galerkin não se tem a existência de um funcional, e sim diretamente uma equação diferencial que descreva matematicamente a estrutura analisada. Para resolver as equações diferenciais deve-se substituir por uma função aproximadora que devem satisfazer as condições de contorno. Como as funções aproximadoras não fornecem resultados exatos, tem-se resíduos no cálculo, e que leva a serem ponderados através de funções ponderadoras.

Nem sempre nesses métodos já citados é fácil de obter as funções aproximadoras, então o surgimento dos Elementos Finitos vêm para solucionar o problema.

O método de Elementos Finitos prevê a divisão da estrutura a ser analisada em elementos de número finito com pequenas regiões. Essa divisão de domínio da estrutura pode ser chamada de rede de elementos finitos e podem ser aumentadas ou diminuídas dependendo da precisão requerida. As intersecções das linhas se chamam nós.

Diferentemente dos métodos de base para elementos finitos, esse não busca uma função admissível que vise satisfazer as condições de contorno para todo o domínio, e sim a função é definida para cada um dos elementos finitos. Para cada elemento finito é montado uma função, que se somando todas elas se tem uma funcional para todo o domínio.

2.4. Algumas pesquisas sobre o tema estudado

Silva, Figueiredo e Carvalho (2003), falam em suas pesquisas que com o avanço da tecnologia foram desenvolvidos novos métodos de cálculos, onde com o auxílio de computadores potentes e velozes podem ser resolvidos facilmente. Com essa evolução surgiram muitos métodos de bastante confiabilidade, destacando o método de analogia de grelhas. Com isso os autores tem o objetivo de avaliar a diferença entre os resultados obtidos por esse novo modelo de cálculo e com o modelo de cálculo simplificado com tabelas de lajes isoladas (teoria das placas delgadas), que eram os métodos disponíveis antigamente. Também verificam a influência de parâmetros como espaçamento da malha, a rigidez à torção e o tipo de carga utilizada pra o carregamento da laje.

Para a determinação dos esforços e deslocamentos sobre a laje com a teoria de placas delgadas, usou-se as tabelas de lajes apresentadas em Carvalho & Figueiredo Filho (2001), que foram extraída de Bares (1972) e adaptadas por estes autores. Para o cálculo das grelhas foi utilizado o programa GPLAN4 de Corrêa & Ramalho (1987), versão educativa.

Foram utilizados diversos exemplos para obter os resultados desejados na pesquisa. Foram separados em oito exemplos para obter os resultados: Para verificar a variação dos momentos em relação aos dois cálculos; Para verificar a influência do espaçamento entre as barras por analogia de grelha; Para averiguar de ocorre grande variação no momento fletor e flecha com a carga sendo concentrada diretamente nos nós da grelha e distribuída uniformemente; Para averiguar a influência do módulo de deformação transversal do concreto por analogia de grelhas; Para comparar o resultado obtido pela teoria de placas com uma laje apoiada sobre vigas de 20 x 30cm, considerando apoios indeslocáveis na direção vertical; Para mostrar a eficiência do método de analogia de grelha de calcular um pavimento de um prédio.

Donin (2007), dá ênfase na Análise Numérica de Lajes Nervuradas por meio do método dos elementos finitos.

Com a dificuldade de determinação de solicitações e deslocamentos em estruturas, e o fato de que nem sempre se obtêm valor exatos em outros métodos de cálculos, o autor propõem modelos de cálculos utilizando o Método dos Elementos

Finitos, por meio de modelação de estruturas de lajes nervuradas e cogumelo nervuradas.

O objetivo do trabalho é o aprimoramento dos métodos de cálculos de lajes nervuradas de forma que se obtenham valor de cálculo mais confiáveis e uma precisão maior do comportamento real da estrutura, sendo assim tendo uma maior segurança.

No trabalho são revisados os fundamentos das lajes, suas características e classificações. Também foi revisada a teoria de placas e sua formulação para o caso de lajes nervuradas, assim como o método de Elementos Finitos. Foram feitas algumas considerações em relação aos métodos de analogia de grelhas e de pórticos equivalentes.

Foram propostos em seguida modelos de cálculos para lajes cogumelo nervuradas, utilizando o método de Elementos Finitos, por meio de simulações bidimensionais e tridimensionais. E a seguir apresentado os resultados dos modelos de cálculos definidos.

Feito isso, com base nos objetivos propostos e pelas inúmeras análises feitas, o autor concluiu que:

Os modelos de cálculos de Elementos Finitos tridimensionais propostos apresentam pouca variação nos deslocamentos obtidos em lajes cogumelos nervuradas, porém apresentam resultados bastante significativos em relação aos momentos fletores com relação a Elementos Finitos bidimensionais e principalmente em relação ao método de pórticos equivalentes propostos pela antiga NBR 6118:2003.

O método de rigidez da laje comparado com o método de equivalência de momento de inércia a flexão, para o cálculo da altura equivalente, não apresenta mudanças significativas em relação ao cálculo de deslocamento de lajes cogumelos nervuradas.

Os deslocamentos são maiores quando usado o método de equivalência de inércia comparado com o método de rigidez média da laje.

A altura equivalente calculada pela equivalência das inercias das seções apresentam melhores resultados de momentos fletores do que o método de rigidez média da laje.

Já em análises teórico-experimentais, Dutra (2005), em sua dissertação de mestrado fala sobre a Análise teórica e experimental de Lajes Cogumelo Nervuradas em escala reduzida.

As lajes cogumelos nervuradas em relação às outras, trazem muitas qualidades e vantagens, porém é um método ainda pouco usado no Brasil. Com a dificuldade de quantificar os esforços na laje e a exatidão obtida nos cálculos, o autor sente a necessidade de melhoria do método através de um análise teórica e experimental em escala reduzida, podendo simular os carregamentos e obtendo resultados próximos do real.

Foi feito 3 exemplares na escala de 1/7,5, onde foi verificado o comportamento estrutural em cada ponto da laje cogumelo nervurada. Para análise foi usada o modelo numérico de Elementos Finitos do programa computacional ANSYS. Foram feitas 3 lajes cogumelo nervuradas de tamanho reduzidos de 10 x 10m, apoiada sobre 9 pilares.

Após o término do trabalho concluiu-se que:

O método de pórticos equivalente dado pela antiga NBR 6118:2003 não consegue representar o que realmente ocorre nas distribuições das forças, principalmente em regiões com a relação entre vão de aproximadamente 2,0.

Métodos sofisticados de cálculo como o ANSYS não proporcionam resultados exatos de como a estrutura realmente se comporta, quando não levado em conta o comportamento da estrutura em um todo.

Paulete (2011), em sua tese de doutorado sobre a Análise numérico-experimental de Lajes Nervuradas sujeitas a cargas estáticas de serviço, tinha como objetivo trazer mais conhecimento sobre lajes nervuradas de concreto armado e verificar a eficácia dos programas de cálculos atualmente usados quando as mesmas são submetidas a cargas estáticas de serviço.

Um programa experimental foi elaborado para coletar dados das lajes em escala natural e em escala reduzida, com cargas estáticas de serviço diferentes sobre elas.

No trabalho foram monitoradas 3 lajes nervuradas em seu tamanho real em duas edificações da cidade de Porto Alegre. Onde foram colocados sacos de cimento para simular o carregamento e a seguir feito as medidas dos deslocamentos.

Também foi feita uma laje nervurada não simétrica em escala reduzida de 1/7,5 para poder visualizar o comportamento real de uma estrutura.

Usou-se dois programas para a modelagem das estruturas, um de elementos finitos e outro de análise matricial de grelhas. Com o método número foi possível a comparação entre modelos e os valores obtidos nos cálculos e os reais encontrados nos experimentos.

Após a análise numérica e experimental chegou as conclusões:

No caso 1: observou que os deslocamentos obtidos na laje experimental foram praticamente os mesmos encontrados pelo método numérico. Verificou-se uma variação dos momentos fletores entre os cálculos e o experimento, podendo ser pelo fato da redistribuição de momentos em possíveis fissuras na laje. Porém pode-se apontar que as análises experimentais e numéricas coincidem.

No caso 2: mesmo com geometria diferente do caso 1, pode-se considerar as análises numéricas concordantes, levando em consideração que a laje teve fissuração isoladas. Com resultados semelhantes a laje 1.

No caso 3: com geometria igual ao caso 2, porém sendo apoiada em vigas nas extremidades. Não foi possível fazer o carregamento da laje, então optou-se por fazer medições em diversas situações. Notou-se que os deslocamentos obtidos no programa de Elementos Finitos foram menores do que os reais medidos experimentalmente, e que os de Analogia de Grelha foram praticamente iguais. A explicação pode ser feita pelo fato de não ter sido feito uma representação adequada nesta região na análise não linear. Como nos outros casos também houve variações nos momentos fletores, supondo então que ocorreram fissurações na estrutura.

No caso 4: Na laje em escala reduzida, no caso de elementos finitos os deslocamentos foram praticamente iguais ao do experimento, e em analogia de grelha foram maiores em relação aos outros. Porém os momentos dos modelos numéricos foram praticamente os mesmo dos resultados do experimento.

Já em comparação entre lajes nervuradas, Junior (2009), com seu trabalho sobre Contribuição ao Projeto e Execução de Lajes Lisas Nervuradas Pré-Fabricadas com Vigotas Treliçadas, sente a necessidade de se evoluir no projeto e execução de lajes e para isso cita como lajes lisas nervuradas como grande potencial para saciar essas necessidades de melhorias na área. Porém, neste

trabalho trata-se de como e quais os benefícios se tem em projetar lajes lisas nervuradas com nervuras pré-fabricadas de vigotas treliçadas, comparando sempre com lajes lisas nervuradas moldadas em local.

O trabalho tem como objetivo proposto:

- Buscar através de pesquisas o comportamento cultural predominante de engenheiros estruturais em projetar lajes lisas nervuradas e lajes maciças na construção civil;
- Apresentar normas relativas à lajes lisas nervuradas moldadas em local e pré-fabricadas com vigotas treliçadas;
- Comparar as vantagens e desvantagens em relação à lajes lisas moldadas no local;
- Comparar através de estudo de caso real a relação de custos entre as lajes;
- Fornecer subsídios para a execução e projeto de lajes lisas nervuradas com vigotas treliçadas.

Para alcançar os objetivos descritos o autor estabeleceu sua pesquisa em função de pesquisas bibliográficas, pesquisas de campo e estudo de caso real.

As conclusões obtidas no trabalho foram:

- Que muito projetistas não utilizam esse método, e os que utilizam ainda tem muitas dúvidas relacionadas ao sistema. Profissionais ainda reclamam da pouca bibliografia existente relativa ao assunto.
- Com relação aos custos, o estudo mostrou que há uma diminuição de 21,40% do custo da laje em relação a lajes moldadas no local.
- Concluiu-se que o uso de lajes lisas nervuradas com vigotas pré-fabricadas treliçadas podem ser empregadas com grandes vantagens em comparação aos sistemas convencionais e à lajes nervuradas moldadas no local, desde que haja projetos voltados à execução e que a obra seja provida de equipamentos e executada com planejamento.

Ainda em lajes nervuradas, Droppa (1999), propõe em sua dissertação de mestrado vários tópicos relacionados a lajes nervuradas. O objetivo do seu trabalho foi realizar estudos teóricos através de programas de computadores da época direcionado a painéis unidirecionais e bidirecionais, analisando a influência da rigidez à torção causada na laje.

Em seu trabalho ele analisa:

- Comparações teóricas-experimentais em elementos unidirecionais;
- Comparações teóricas-experimentais em uma laje bidirecional;
- Análise teóricas de lajes pré-moldadas, considerando vários arranjos estruturais.

Em relação a análise teórica-experimental em uma laje nervurada bidirecional, Droppa (1999) compara seus valores experimentais com os do método de grelha usado. Além disso, o autor utiliza tabelas de Bares (1972) para a determinação dos deslocamentos. Com isso ele chegou aos seguintes resultados:

- Analisa que a rigidez à torção causa grande influência nos deslocamentos no ensaio. Com a redução da rigidez à tração, a diferença dos deslocamentos experimentais e de serviço podem chegar a uma diferença de 170%.
- Em relação a rigidez das nervuras de extremidades, os deslocamentos foram os estimados, já que a curva esta intermediária entre para estágio I e II.
- A consideração da rigidez à torção contribui na modificação dos valores de momentos fletores da laje.
- Observou-se uma grande variação nos momentos fletores em relação a considerar um análise linear e não linear.
- Com a não consideração da rigidez à torção desperdiça-se determinada capacidade resistente da laje.

3. METODOLOGIA

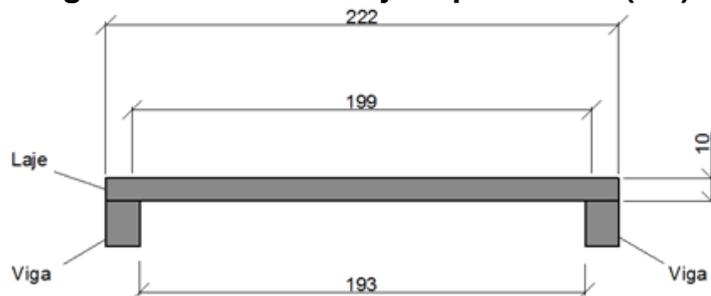
3.1. Introdução

O estudo teórico e experimental será desenvolvido através de um protótipo em escala real de laje nervurada bidirecional de concreto armado apoiada sobre vigas nas quatro extremidades. Após será calculado por método teórico utilizando as tabelas de Bares (1972) com objetivo de verificar o comportamento da estrutura.

3.2. Definição do protótipo para estudo

As dimensões da laje foi previamente estabelecida antes do começo da construção da estrutura com o objetivo de se obter um vão efetivo de 2 x 2m da laje, porém por erro de execução, se obteve um vão efetivo de 1,99 x 1,99m, que foi o utilizado para os demais cálculos. A seguir podemos ver na Figura 15 o vão da laje:

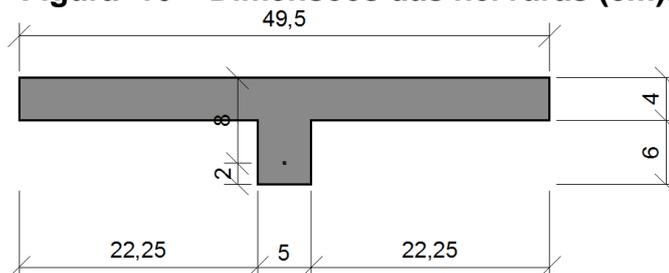
Figura 15 – Vãos da laje experimental (cm).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

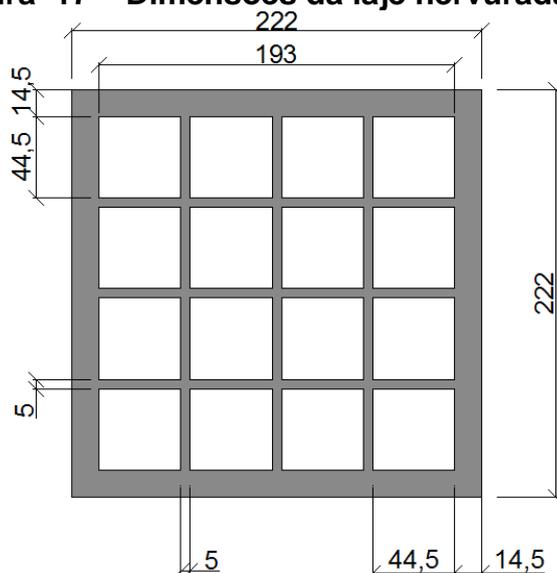
Foi escolhido a utilização de 3 nervuras em cada direção da laje, dividindo pelo vão livre foi obtido o espaçamento entre nervuras, e cada uma delas com uma altura de 6 cm e base de 5 cm. A mesa definida foi de 4 cm de espessura, sendo assim a altura total da laje se torna 10 cm. A seguir a Figura 16 mostra as dimensões de cada nervura e a Figura 17 as dimensões de toda a laje:

Figura 16 – Dimensões das nervuras (cm).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Figura 17 – Dimensões da laje nervurada (cm).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

3.3. Protótipo em escala real

3.3.1. Base para apoio da laje

Para ser possível o ensaio da laje nervurada bidirecional, foi preciso a construção de uma estrutura para o seu apoio, havendo vigas nos quatros lados. A estrutura foi executada em uma área aos fundos do laboratório de estruturas da Universidade de Santa Cruz do Sul.

Primeiramente foi feito uma base de concreto de 30 cm de largura por 15 cm de altura com concreto de traço 1:3:3, como pode ser visto na Figura 18 a baixo:

Figura 18 – Base de concreto.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Após feito 3 fiadas de blocos estruturais de aproximadamente 7 MPa de resistência junto com uma argamassa de assentamento de 4 MPa deixando um dos lados abertos para poder visualizar o interior da laje, somente executando um pilar de bloco. A seguir a Figura 19 nos mostra o desenvolver da estrutura:

Figura 19 – Fiadas de blocos estruturais.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Com isso, foi feito vigas de concreto armado nos quatro lados com concreto de traço 1:3:3 usando cimento CPV para se obter uma resistência desejada em poucos dias. Nesta mesma etapa foram concretados os furos dos blocos estruturais espaçados a cada dois furos para se ter uma maior rigidez e menor deformações. Nas vigas também foi usado armaduras positivas e negativas de 10mm, duas em cima e duas em baixo e estribos de 4,2mm com espaçamento a cada 20cm. Na viga onde há o pilar foi usado 3 barras de 10mm na parte inferior dela. Como pode-se ver nas Figuras 20 e 21, e a seguir na Figura 22 as vigas já desformadas:

Figura 20 – Armadura das vigas.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 21 – Forma das vigas.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 22 – Vigas desformadas.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

3.3.2. Materiais utilizados na laje nervurada

Este item irá definir os materiais utilizados para a concretagem da laje nervurada bidirecional, mostrando o traço de concreto usado e fazendo a caracterização dos seus materiais, bem como a caracterização do aço.

3.3.2.1. Concreto

O traço de concreto empregado foi cedido pelo laboratório de estruturas na UNISC. Para o concreto da laje pode-se observar na tabela 2 abaixo o seguinte traço utilizado:

Tabela 2 – Traço de concreto utilizado.

Traço de concreto		
	Por m ³	Unitário
Cimento CP V (kg)	290	1,00
Areia grossa (kg)	450	1,55
Areia média (kg)	450	1,55
Brita #1 (kg)	700	2,41
Brita #0 (kg)	300	1,03
Água (kg)	175	0,60
Aditivo Polifuncional (kg)	2,5	0,00862

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Toda a areia foi peneirada para a separação do material mais grosseiro e toda a brita foi lavada para a retirada de sujeiras encontradas nas mesmas.

A seguir pode-se caracterizar o material utilizado:

- a) Cimento CP V ARI (alta resistência inicial): Cimento capaz de atingir altas resistências em poucos dias, chegando à resistência pretendida em sete dias (NBR 5733:1991).
- b) Areia grossa (agregado miúdo): Agregado que passam pela peneira ABNT 4,75mm e ficam retidos na peneira ABNT 1,2mm (NBR 7211:2009).
- c) Areia média (agregado miúdo): Agregado que passam pela peneira 1,2mm e ficam retidos na peneira ABNT 0,15mm (NBR 7211:2009).
- d) Brita #1 (agregado graúdo): Agregado que passam pela peneira ABNT 9,5mm e ficam retidos na peneira ABNT 4,75mm (NBR 7211:2009).
- e) Brita #0 (agregado graúdo): Agregado que passam pela peneira ABNT 19,0mm e ficam retidos na peneira ABNT 9,5mm (NBR 7211:2009).
- f) Aditivo polifuncional: Tem a função plastificante, reagindo quimicamente com o cimento e diminuindo o consumo de água, e assim melhorando a resistência do concreto (NBR 11768:1992).

Para a obtenção da resistência do concreto utilizado na laje foram moldados 3 corpos de provas para o rompimento dos mesmo no dia do ensaio de carga da laje. Os CP's foram desmoldados com 3 dias e colocado submersos em água. No dia do ensaio, aos doze dias, foram retirados da água e retificado as bases para uma

melhor distribuição de esforços no corpo de prova. A seguir pode-se ver o ensaio à compressão na Figura 23:

Figura 23 – Ensaio à compressão do concreto.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Os valores obtidos nos ensaio realizado aos doze dias foram de 37,15 MPa, 34,84 MPa e 37,28 MPa, proporcionando uma média de 36,42MPa. O relatório gerado pelo equipamento universal utilizado no ensaio encontra-se em anexos.

3.3.2.2. Aço

O aço utilizado na laje nervurada foi CA60 de 4,2mm. Para se obter a real resistência do aço de 4,2mm utilizado nas nervuras da laje foi necessário fazer um ensaio à tração da barra, como pode ser visto a seguir na Figura 24:

Figura 24 – Ensaio à tração do aço.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Os valores obtidos nos ensaio realizado foram de 732,8MPa, 732,1MPa e 738,1MPa, proporcionando uma média de 734,33MPa. O relatório gerado pelo equipamento universal utilizado no ensaio encontra-se em anexos.

3.3.3. Preparação para concretagem da laje

Para a concretagem da laje foi necessário formas na parte inferior e nas laterais da laje, já posicionadas na altura da laje de 10cm. Foi utilizado lona para fazer a separação da laje com as vigas, para considerar somente apoiada e não engastada uma na outra. Na Figura 25 podemos ver as formas:

Figura 25 – Formas para concretagem da laje.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Após foi acrescentado o EPS com as dimensões de 44,5 x 44,5 x 6cm, espaçados de forma que as nervuras ficassem com 5cm de base. Pode-se visualizar na Figura 26 a seguir:

Figura 26 – Colocação do Isopor.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

O aço de 4,2 mm foi colocado em cada nervura de forma que a altura útil da laje fosse de 8 cm, sendo assim o cobrimento mais metade do diâmetro da barra é igual a 2 cm.

3.3.4. Concretagem da laje

Com as formas, EPS e aço já posicionado, pode-se dar início à concretagem da laje. O concreto foi cuidadosamente vibrado nas nervuras para evitar que ficasse vazios por causa da posição do aço. Os isopores foram presos com pregos na forma, mas mesmo assim, foi cuidado para que não subisse com as vibrações e entrasse concreto por de baixo dos mesmos. Na Figura 27 pode-se visualizar a concretagem:

Figura 27 – Concretagem da laje.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

3.3.5. Desforma e flecha imediata

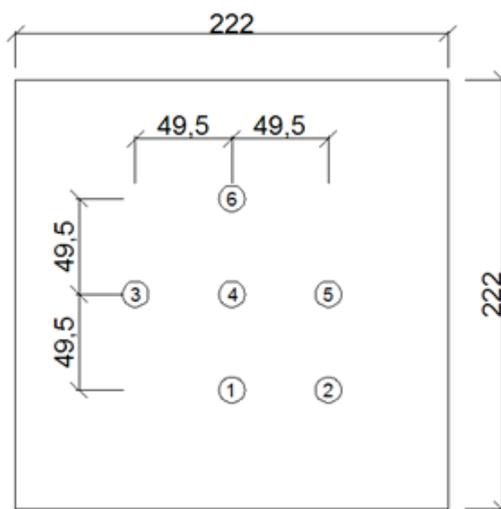
Para a desforma da laje foi necessário construir uma estrutura para fixação de seis deflectômetros de precisão de 0,01mm na parte superior para a obtenção dos deslocamentos da flecha imediata em diferentes pontos da laje, como podemos ver nas Figuras 28 e 29:

Figura 28 – Estrutura para fixação dos defletores.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 29 – Fixação defletores sobre a laje.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Na Figura 30 a seguir pode-se ver a situação das nervuras após a desforma:

Figura 30 – Nervuras após desforma da laje.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

3.4. Ensaio de flexão da laje

Para a realização do ensaio de flexão, optou-se por fazer uma estrutura para armazenar água na parte superior da laje, gerando carga distribuída uniformemente na laje. O ensaio foi realizado aos doze dias após a concretagem. A Figura 31 mostra a estrutura feita de compensado com cintas e escoras de madeiras para suportar o peso horizontal causado pela água.

Figura 31 – Estrutura para armazenar água.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

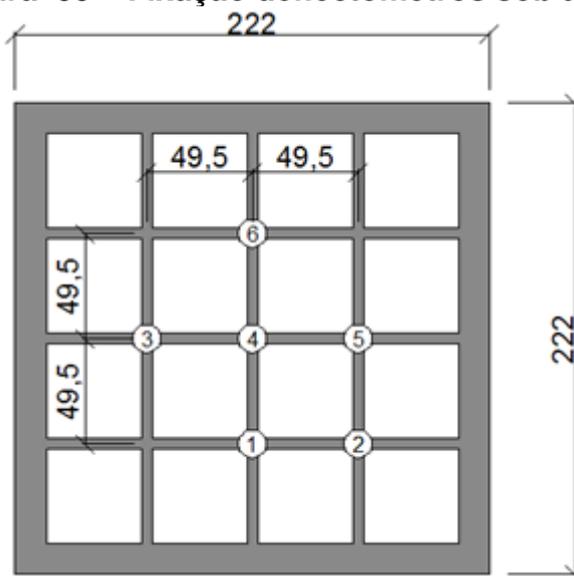
Foi adicionado 6 deflectômetros de precisão de 0,01mm na parte inferior da laje para a obtenção dos deslocamentos em relação a variação da carga sobre a laje. A Figura 32 mostra a fixação dos deflectômetros e a Figura 33 a localização dos mesmos:

Figura 32 – Fixação deflectômetros sob a laje.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Figura 33 – Fixação defletores sob a laje.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

3.5. Análises teóricas

Neste item serão desenvolvidos cálculos de acordo NBR 6118:2014 para posteriormente comparar com os resultados obtidos no ensaio. A seguir serão apresentados todos os cálculos referentes ao experimento.

3.5.1. Cálculo de momento fletor de fissuração

Para obter o momento de fissuração usou-se a equação 21.

Onde:

$\alpha = 1,2$ (para seções "T")

$f_{ct} = 0,3296 \text{ kN/cm}^2$ (calculado pela equação 22)

$I_c = 1005,318 \text{ cm}^4$ (calculado pela equação 13)

$y_t = 7,34 \text{ cm}$ (centro de gravidade até a fibra mais tracionada da seção).

Substituindo os valores na equação 21 obtemos:

$M_r = 0,5417 \text{ kN.m.}$

3.5.2. Cálculo de estimativa de ruptura de momento fletor

Para estimativa de ruptura da laje igualou-se as equações 25 e 26 para encontrar a altura da linha neutra. Desconsiderou-se os fatores de majoração de

carga e os de minoração da resistência. Após, pela fórmula 26 calculou-se o momento estimado de ruptura:

$$M = 81,3186 \text{ kN.cm/nervura}$$

$$M = 0,8132 \text{ kN.m/nervura}$$

Foi dividido o resultado pela dimensão de uma nervura para obter o momento por metro de laje.

$$M = 0,8132 \text{ kN.m/nervura} / 0,495 \text{ m/nervura.}$$

$$M = 1,64 \text{ kN.m/m}$$

Pelas tabelas de Bares (1972), buscou-se os valores de μ_x e μ_y , e aplicá-los na fórmula 20 para obter a carga necessária para gerar o momento calculado.

Onde:

$$\text{Fator } \alpha = 4,23 \text{ (retirado da tabela)}$$

$$l_x = 1,99 \text{ m}$$

$$M = 1,64 \text{ kN.m}$$

Substituindo os valores na fórmula 20 obtivemos uma carga de $9,79 \text{ kN/m}^2$.

Deve-se descontar o peso próprio da laje para descobrir qual o carregamento deve ser aplicado para se obter o momento estimado.

$$\text{Peso próprio} = 1,29 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Momento gerado pelo carregamento: } 9,79 - 1,29 = 8,50 \text{ kN/m}^2$$

3.5.3. Cálculo de momento de projeto

Para momento de projeto da laje igualou-se as equações 25 e 26 para encontrar a altura da linha neutra. Neste caso foi considerado os fator de majoração de carga e os de minoração da resistência. Após, pela fórmula 26 calculou-se o momento de projeto:

$$M_d = 70,65 \text{ kN.cm/nervura}$$

$$M_d = 0,7065 \text{ kN.m/nervura}$$

Foi dividido o resultado pela dimensão de uma nervura para obter o momento por metro de laje.

$$M_d = 0,7065 \text{ kN.m/nervura} / 0,495 \text{ m/nervura.}$$

$$M_d = 1,43 \text{ kN.m/m}$$

Dividindo M_d por fator de segurança do concreto: $\gamma_c = 1,4$, achou-se o valor do M_k :

$$M_k = 1,02 \text{ kN.m}$$

Pelas tabelas de Bares (1972), buscaram-se os valores de μ_x e μ_y , e aplicá-los na fórmula 20 para obter a carga necessária para gerar o momento calculado.

Onde:

$$\text{Fator } \alpha = 4,23 \text{ (retirado da tabela)}$$

$$l_x = 1,99 \text{ m}$$

$$M_k = 1,02 \text{ kN.m}$$

Substituindo os valores na fórmula 20 obtivemos uma carga de $6,09 \text{ kN/m}^2$.

Deve-se descontar o peso próprio da laje para descobrir qual o carregamento deve ser aplicado para se obter o momento de projeto.

$$\text{Peso próprio} = 1,29 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Momento gerado pelo carregamento: } 6,09 - 1,29 = 4,8 \text{ kN/m}^2$$

3.5.4. Cálculo dos deslocamentos

Para cálculo dos deslocamentos, usaram-se as tabelas de Bares (1972) para retirar os coeficientes e fórmula.

Onde a fórmula usada na determinação foi a equação 23. Até o momento de fissuração (M_r), usa-se a inércia da seção de concreto desconsiderando o aço e usando módulo de rigidez da seção de concreto. Após o momento de fissuração,

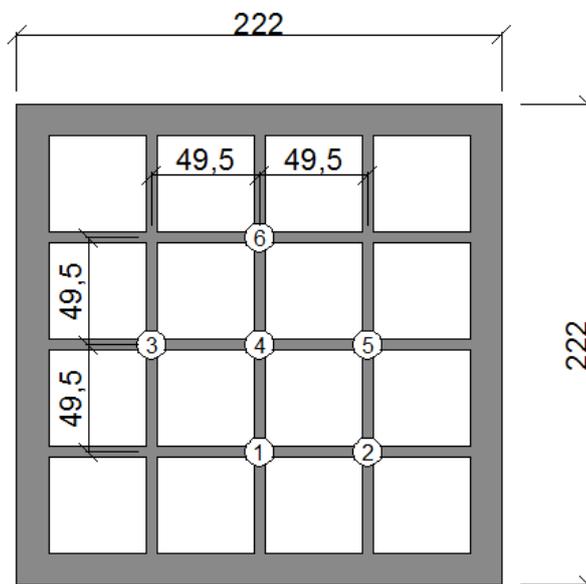
usou-se a inércia da seção fissurada (I_2), considerando o aço, e EI equivalentes para a seção fissurada pela fórmula 24. Com isso pode-se fazer um gráfico momento x deformação estimado pelos cálculos mostrado no capítulo seguinte.

4. RESULTADOS

4.1. Experimentais

Durante o decorrer do ensaio do protótipo, verificou-se os valores de deslocamentos nos seis deflectômetros instalados no interior da laje. Foram anotadas a flecha inicial devido ao seu peso próprio e a cada variação de $0,1\text{kN/m}^2$ de carga distribuída aplicada. Com isso foi calculado os momentos atuantes e foi possível fazer os gráficos de momentos x deslocamentos. A seguir tem-se a Figura 34 que nos mostra a disposição dos deflectômetros na laje:

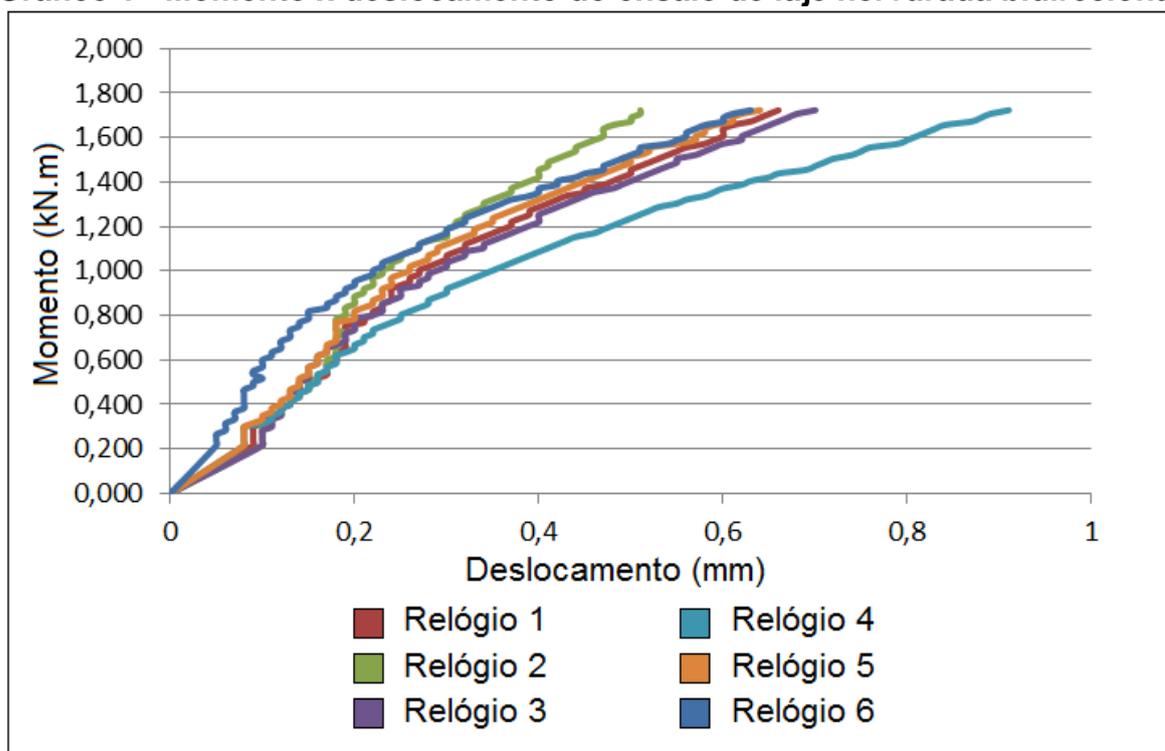
Figura 34 - Disposição dos deflectômetros na laje.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Com as anotações do ensaio, onde foi somado o peso próprio da laje com a carga aplicada para poder se calcular o momento na laje. Também foi somado os deslocamentos iniciais causados pelo peso próprio da laje com os deslocamentos causados carga aplicada, assim pode fazer o gráfico de momento x deslocamento partindo do zero nos dois eixos. Os valores obtidos no ensaio juntamente com o momentos atuantes podem ser visualizados na Tabela 5 nos Anexos.

A partir dos valores do ensaio, calcularam-se os momentos atuantes e então foi possível fazer um gráfico momento x deslocamento para os seis relógios, como se pode visualizar no Gráfico 1:

Gráfico 1 - Momento x deslocamento do ensaio de laje nervurada bidirecional.

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

No gráfico acima pode-se verificar que os deslocamentos anotados pelos deflectômetros 1, 3, 5 e 6 foram bem próximos um do outro, assim como o esperado, já que estavam a mesma distância do centro, porém em lado diferentes. Como esperado o deslocamento no ponto 4 foi superior aos outros e no ponto 2, que tinha apenas o objetivo de verificar o comportamento da laje, foi inferior.

Pode-se notar pelo gráfico que mesmo que a carga máxima aplicada na laje tivesse passado a carga do momento estimado de ruptura, ainda sim a relação de entre momento e deslocamentos continuam umas linhas praticamente retas, sem apresentar uma curva considerável com o aumento dos deslocamentos em relação à variação à carga. Isso mostra que a laje ainda suportaria bastante carga antes de vir a romper.

4.2. Momentos calculados e estimativa de ruptura

Neste item serão apresentados os valores de momento de cálculo (M_d) obtidos, considerando valores de resistência médios de concreto e aço retirados dos ensaios dos corpos de provas e utilizando fatores de ponderação de acordo com a NBR 6118:2014. Em seguida será apresentado os valores da estimativa de momento

de ruptura desconsiderando minoração de resistencia e majoração de carga. Abaixo a Tabela 3 demonstra os fatores de majoração e minoração utilizados:

Tabela 3 - Valores utilizados para momento de cálculo e de estimativa de ruptura.

Modelo	γ_c	γ_s	γ_{carga}	fc (MPa)	fy (MPa)
Cálculo	1,40	1,15	1,40	36,42	734,33
Estimativa de ruptura	1,00	1,00	1,00	36,42	734,33

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Foi feito os ensaios de compressão do concreto e de tração do aço dos 3 corpos de prova de cada, e se adotou os valores médios f_c e f_y . Os relatórios gerados pelo equipamento utilizado nos ensaios são apresentados nos anexos deste trabalho.

Após aplicar as equações de cálculos de momento se obteve os valores apresentados na Tabela 4:

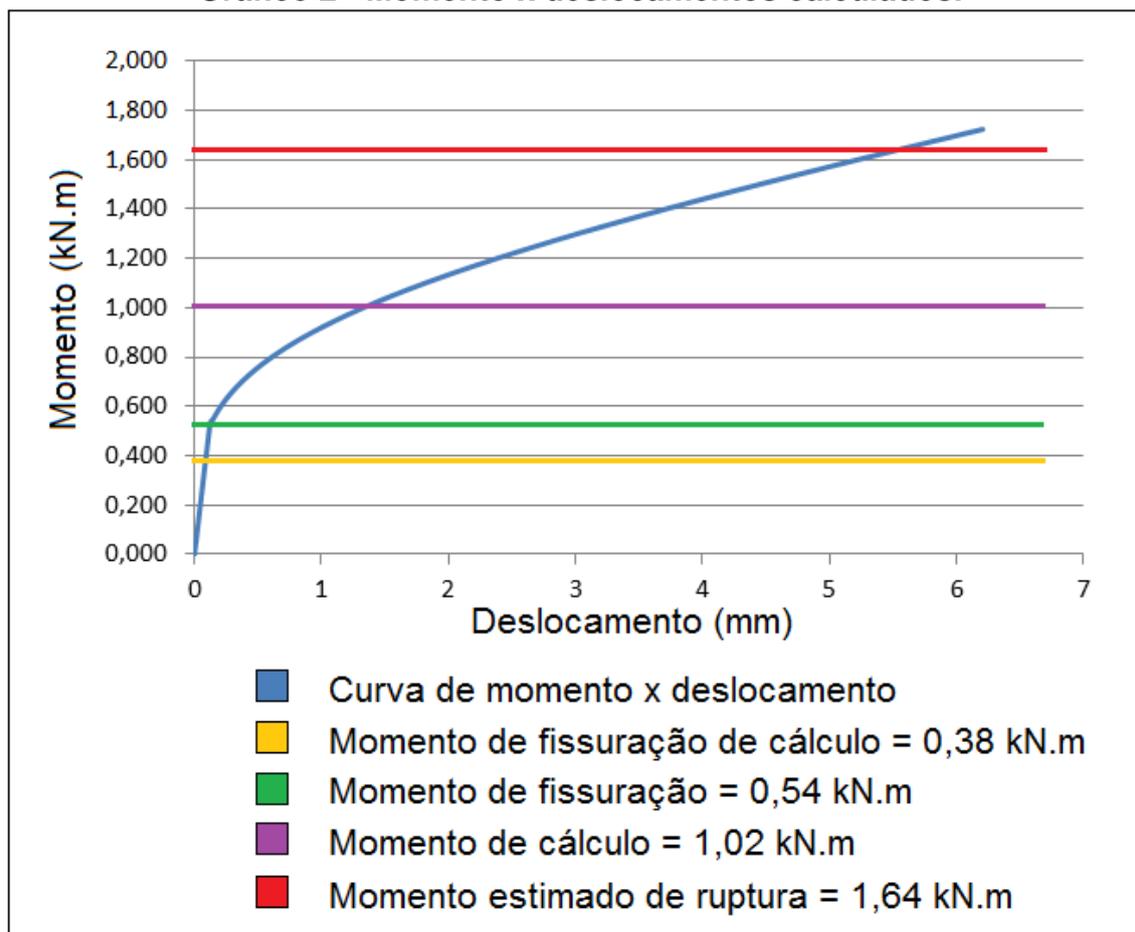
Tabela 4 - Momentos e carregamentos máximos obtidos.

Modelo	Mr (kN.m)	Carga da fissuração (kN/m)	Momento de ruptura (kN.m)	Carga de ruptura (kN/m)
Cálculo	0,3869	2,31	1,02	6,09
Estimativa de ruptura	0,5417	3,23	1,64	9,79

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

4.3. Deslocamentos calculados

A seguir serão mostrados os valores de deslocamentos obtidos no centro da laje em relação ao momento atuante devido a carga aplicada. Calculado até o momento de fissuração do concreto como rigidez constante e depois com rigidez variável, relacionado diretamente ao momento sobre a laje. Após o cálculo foi feito a Tabela 6, com os valores dos deslocamentos em função do momento aplicado, apresentada nos anexos. A seguir pode-se observar o Gráfico 2 para uma melhor visualização dos resultados e comparação com os momentos calculados:

Gráfico 2 - Momento x deslocamentos calculados.

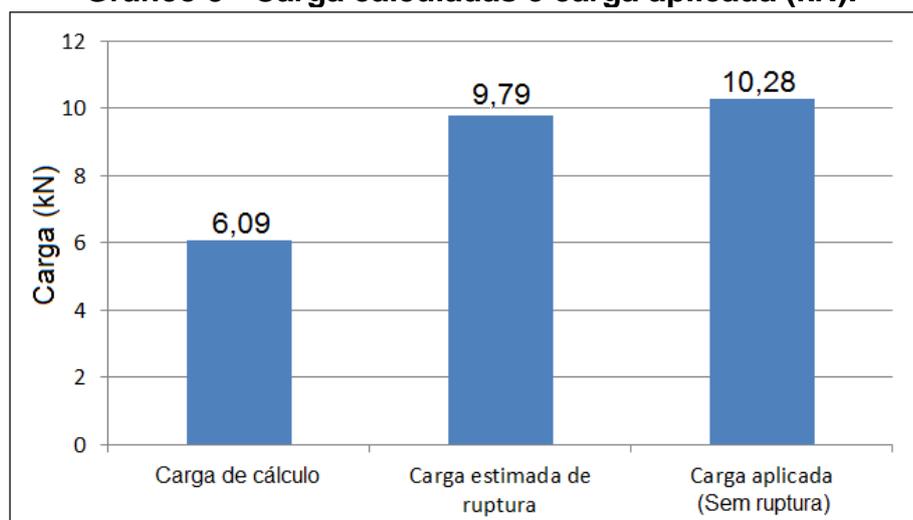
Fonte: Arquivo do autor, 2016.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1. Cargas verticais

Após calcular as cargas necessárias para momento de cálculo e de estimativa de ruptura, pode-se fazer uma análise com a carga aplicada somada com peso próprio da laje no ensaio. No Gráfico 3 observa-se essa relação:

Gráfico 3 - Carga calculadas e carga aplicada (kN).



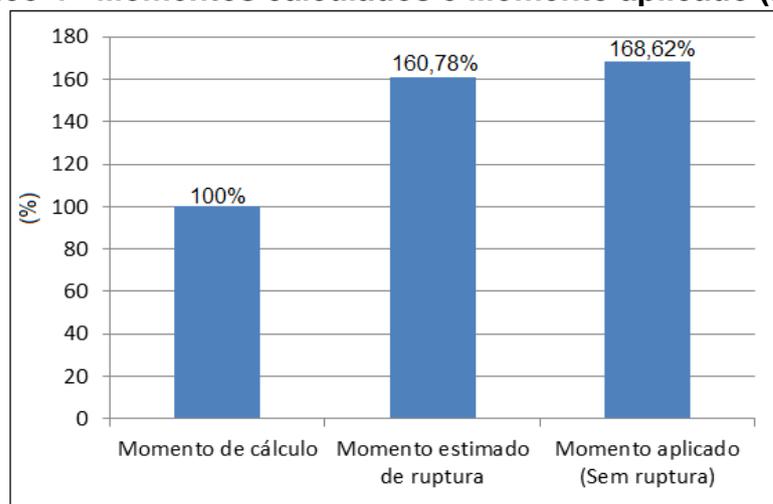
Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Mesmo que a carga aplicada na laje não foi suficiente para o rompimento da mesma, pode-se observar que a carga aplicada foi maior do que as cargas estimadas de ruptura e de cálculo.

5.2. Momentos

Com os cálculos dos momentos de cálculo e de estimativa de ruptura, pode-se fazer uma análise com o momento aplicado sobre a laje somado com o momento causado pelo peso próprio dela mesmo.

Pode-se observar no gráfico 4 a seguir que o momento aplicado na estrutura foi 68,62% maior que o momento de cálculo, verificou-se então um superdimensionamento da laje. Em relação ao próprio momento estimado de ruptura e o momento de cálculo, nota-se uma diferença de 60,78% entre eles, mostrando uma grande diferença gerada a partir dos fatores de minoração de resistência e majoração de carga estabelecido pela NBR 6118:2014. No Gráfico 4 pode-se observar melhor essa relação:

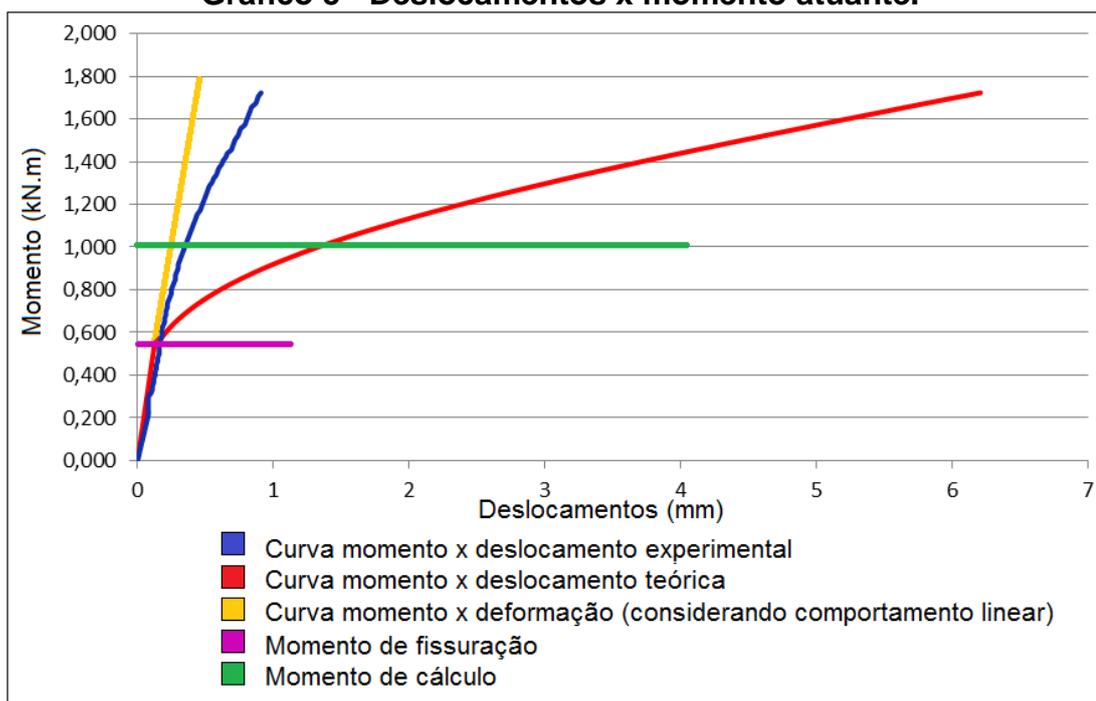
Gráfico 4 - Momentos calculados e Momento aplicado (kN.m).

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Sabe-se que o momento gerado na estrutura não foi suficiente para a ruptura da laje, entretanto durante o ensaio observou-se que a laje suportaria ainda mais carga pelo fato de não haver deslocamentos consideráveis em relação ao acréscimo de carga e poucas fissuras verificadas.

5.3. Deslocamentos

Para os deslocamentos medidos no ensaio no centro da laje e os obtidos nos cálculos, será analisado os resultados através do Gráfico 5 a seguir:

Gráfico 5 - Deslocamentos x momento atuante.

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

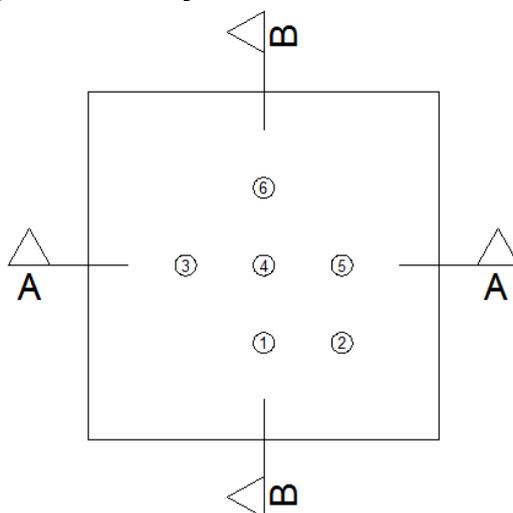
Pode-se claramente observar no gráfico 5 que há uma grande variação dos deslocamentos calculados para os obtidos no ensaio. A partir do momento de fissuração os deslocamentos de cálculos ficam cada vez maiores e com mais diferenças do que os verificados no experimento.

Nota-se no Gráfico 5 acima que a curva teórica afasta-se da experimental após o momento de fissuração, observando que no experimento o comportamento foi quase linear. Durante o experimento houve poucas fissuras na laje, onde as primeiras apareceram em aproximadamente 830 kg/m² somando o peso próprio da laje, isso equivale a um momento de 1,39 kN.m.

Desta forma, considerando um comportamento linear da seção da laje, pode-se verificar que os resultados obtidos em ensaio e nos cálculos teóricos são praticamente os mesmos.

Como para o modelo de cálculo para lajes nervuradas bidirecionais não é possível o cálculo dos deslocamentos fora do centro da laje, então foram feitas comparações dos deslocamentos obtidos no ensaio com uma curva padrão para deslocamento de uma laje na fase elástica, onde o deslocamento máximo desta curva é igual ao deslocamento calculado para o centro do vão. Foi feito isso nas duas direções e para o momento máximo atingido no ensaio, no momento estimado de ruptura e no momento de cálculo da laje. Como o deflectômetro 2 foi utilizado no ensaio apenas para comparação com os outros, não será analisado. A seguir a Figura 35 mostra onde foram feitas as seções A e B para a comparação dos deslocamentos passando pelos pontos onde foram instalados os deflectômetros:

Figura 35 - Seções dos deslocamentos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2016.

Pode-se ver nos gráficos a seguir os deslocamentos anotados do ensaio e os estimado através da curva dos deslocamentos.

Para momento de cálculo temos o seguinte gráfico para as duas seções:

Gráfico 6- Deslocamentos gerados por momento de cálculo da seção A.

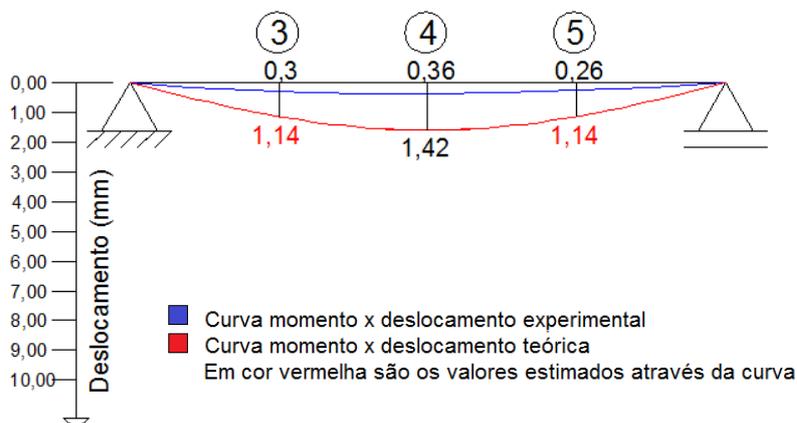
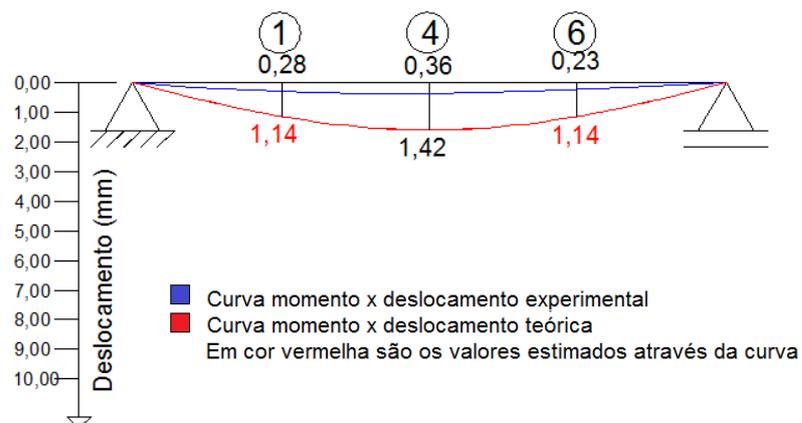


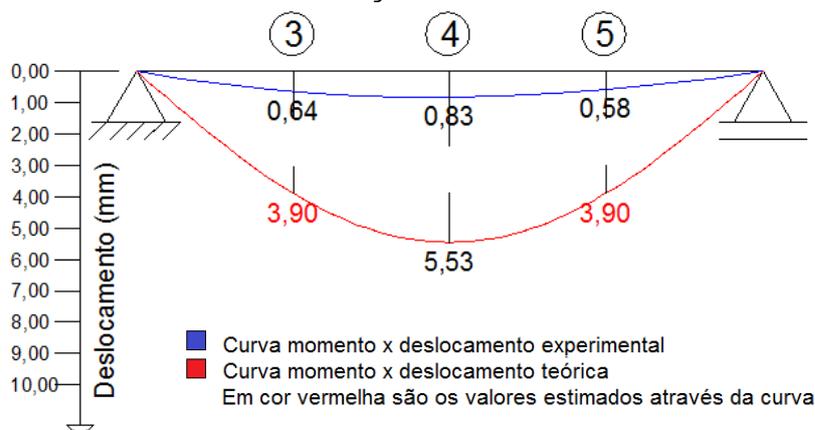
Gráfico 7- Deslocamentos gerados por momento de cálculo da seção B.



Para os valores obtidos no ensaio, representados nos gráficos 6 e 7, verificou-se que os deslocamentos obtidos no experimento são: de 22,31% do que o esperado pelo cálculo no relógio 3, 25,35% no relógio 4, 28,81% no relógio 5, 24,56% no relógio 1 e 20,17% no relógio 6. Com isso temos uma média de 25,04% do valor esperado, cerca de 4 vezes menor o deslocamento real comparado com o deslocamento teórico para o momento de fissuração da laje.

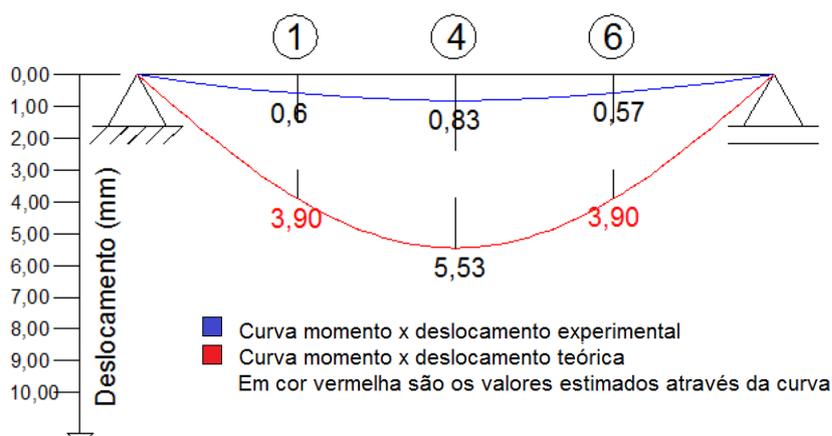
Para momento estimado de ruptura temos o seguinte gráfico para as duas seções:

Gráfico 8- Deslocamentos gerados por momento estimado de ruptura na seção A.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Gráfico 9- Deslocamentos gerados por momento estimado de ruptura na seção B.

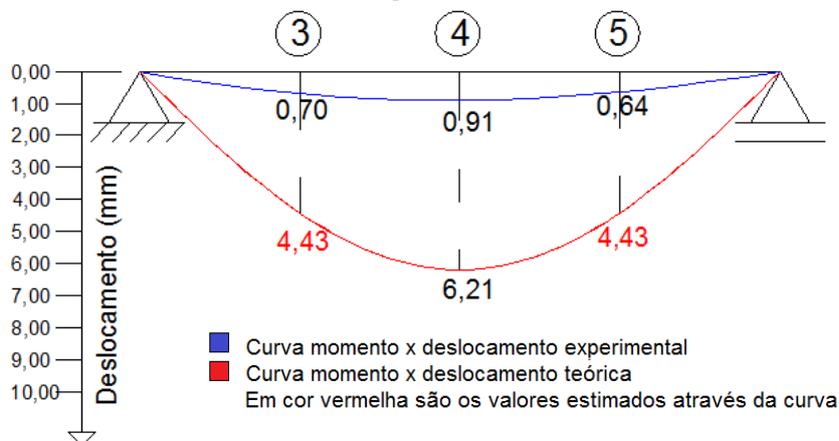


Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Já nos gráficos 8 e 9, verificou-se que os deslocamentos obtidos no experimento são: de 16,41% do que o esperado pelo cálculo no relógio 3, 15,01% no relógio 4, 14,87% no relógio 5, 15,38% no relógio 1 e 14,62% no relógio 6. Com isso temos uma média de 15,26% do valor esperado, cerca de 6,55 vezes menor o deslocamento real comparado com o deslocamento teórico para o momento estimado de ruptura.

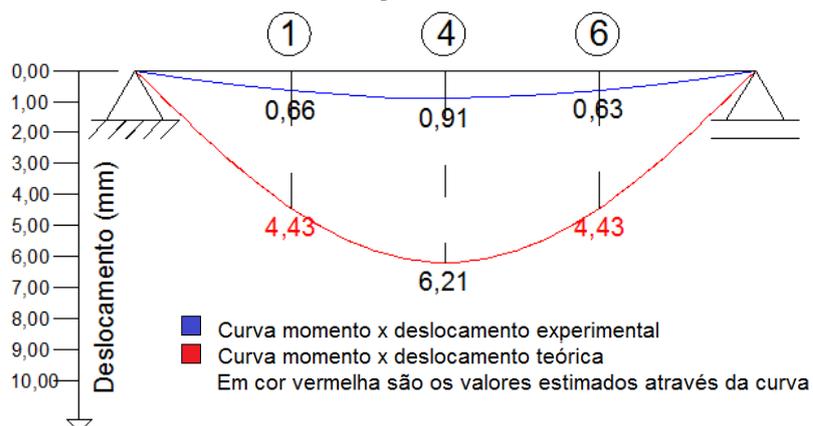
Para momento máximo gerado pela aplicação de carga temos o seguinte gráfico para as duas seções:

Gráfico 10- Deslocamentos gerados por momento máximo aplicado na seção A.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

Gráfico 11 - Deslocamentos gerados por momento máximo aplicado da seção B.



Fonte: Arquivo do autor, 2016.

E por fim, nos gráficos 10 e 11 verificou-se que os deslocamentos obtidos no experimento são: de 15,8% do que o esperado pelo cálculo no relógio 3, 14,65% no relógio 4, 14,45% no relógio 5, 14,90% no relógio 1 e 14,22% no relógio 6. Com isso temos uma média de 14,80% a menos do que o esperado, cerca de 6,75 vezes menor o deslocamento real comparado com o deslocamento teórico para o momento máximo aplicado sobre a laje.

Pode-se observar que o modelo de cálculo empregado apresenta uma aproximação satisfatória do ensaio até o momento de fissuração, porém, após os deslocamentos são bem superiores do que o retirados do ensaio da laje. Ainda assim, para o momento de cálculo a variação não é muito superior, pois o momento

de cálculo esta mais perto do momento de fissuração do que os outros momentos calculados.

Um fator que pode ter contribuído para a redução nos deslocamentos no experimento é que a vinculação da placa não se trata de um apoio simples, pois a vinculação real não permite rotação livre, como supõe o modelo teórico. Embora procurou-se reproduzir uma vinculação que permitisse o giro, o sistema de vinculação empregada não é perfeito.

Outra hipótese pode ser que as nervuras transversais à nervura calculada confinem a mesma, o que sem dúvida reduz a possibilidade de aberturas de fissuração, e com isso diminuindo os deslocamentos devido ao fato de que a peça continua trabalhando como seção íntegra.

6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho tratou de uma análise teórico experimental sobre lajes nervuradas bidirecionais, realizando o experimento de uma laje de dimensões 2 x 2m, em escala real, e comparados os resultados experimentais com os resultados obtidos por meio de cálculo empregando as tabelas de Bares (1972).

A experiência obtida com a análise numérica e experimental foi de extrema importância para o desenvolver deste trabalho, em que se permitiu a vivência com a confecção e realização de ensaio com corpo de prova real, podendo assim obter e comparar com o método de cálculo teórico.

Com base nos resultados obtidos, principalmente pela relação *momentos x deslocamentos*, verificou-se um comportamento linear da laje, o que indica que a laje suportaria uma carga bastante superior à aplicada no experimento, o que foi impossibilitado pelo fato de que o método de aplicação de carga com água restringiu o carregamento ao limite da altura da caixa construída para depositar a água.

Em relação ao processo de dimensionamento, no que se refere ao estado de limite último, mesmo sabendo que o carregamento aplicado foi inferior ao de ruptura, visto o comportamento da laje, verificou-se que mesmo assim a carga aplicada superava em 68,62% a carga obtida pelo método de cálculo recomendado pela NBR 6118:2014. Isso demonstra que o processo de cálculo nos conduz a um superdimensionamento da laje, sendo o método de cálculo bastante conservador e a favor da segurança.

Também foi possível verificar um comportamento dos deslocamentos bem semelhantes do experimento e dos cálculos até o momento de fissuração do concreto, e após houve uma grande diferença, onde os deslocamentos de cálculos foram muito superiores aos do ensaio, o que sugere que há uma certa restrição pelo método de cálculo dos deslocamentos. Isso demonstra um exagero em relação aos estados de limites de serviços, porém permite um cálculo bastante seguro.

Com isso, pode-se concluir ainda, com base no experimento realizado, que a laje nervurada bidirecional apresenta um comportamento linear antes e após o momento de fissuração em relação ao momento x deslocamento. Uma hipótese verificada neste estudo é o fato de que a nervura transversal à nervura calculada confina a mesma, o que reduz a possibilidade de abertura de fissuras. Deste modo,

sugere-se que este caso seja verificado em outros estudos, com emprego de métodos com mais potencial de análise, como Elementos Finitos.

De acordo com o trabalho realizado, torna-se possível apresentar sugestões para futuros trabalho:

- Indica-se a realização de mais protótipos para se ter uma maior confiabilidade nos resultados;
- Sugere-se a variação dos tamanhos dos corpos de prova para ser possível fazer comparações em relação às geometrias das lajes;
- Utilizar método de aplicação de carga suficiente para levar a laje ao colapso para obtenção do momento real de ruptura para comparação com o momento estimado de ruptura.
- Rever modelos de cálculo para seção fissurada no estágio II em lajes nervuradas bidirecionais.
- Realizar a verificação do comportamento da laje nervurada bidirecional com o método de análise numéricas de Elementos Finitos para se obter uma maior confiabilidade dos resultados.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, J. M. *Curso de Concreto Armado*. Volume 4. 4ª edição, Ed. Dunas, Rio Grande, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5733: *Cimento Portland de alta resistência inicial*. Rio de Janeiro 1991.

_____. NBR 6118: *Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro 2014.

_____. NBR 6120: *Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro 1980.

_____. NBR 7211: *Agregados para concreto - Especificação*. Rio de Janeiro 2009.

_____. NBR 11768: *Aditivos químicos para concreto de cimento Portland – Requisitos*. Rio de Janeiro 1992.

BARES, R. *Tablas para el calculo de placas y vigas pared*. Barcelona, Ed. Gustavo Gili, 1972.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. Filho. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado – segundo a NBR 6118:2014*. São Paulo: UFSCar, 2014.

CARVALHO, R.C.; PINHEIRO, L. M. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*. Volume 2, Ed. Pini, São Paulo, 2009.

DONIN, Christian. *Análise Numérica de Lajes Nervuradas por meio do Método dos Elementos Finitos*. Santa Maria: UFSM, 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Maria, 2007.

_____. *Análise de Estruturas – Análise Matricial de Estruturas*. Notas de aula – Universidade de Santa Cruz do Sul. 2015.

DROPPA, A. J.; *Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada*. São Carlos: USP, 1999. Escola de Engenharia de São Carlos, 1999.

DUTRA, Clairson. *Análise Teórica e Experimental de Lajes Cogumelo Nervuradas em Escala Reduzida*. Santa Maria: UFSM, 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Santa Maria, 2005.

FLÓRIO, M. C.; *Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas em concreto armado*. São Carlos: UFSCar, 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de São Carlos, 2004.

JUNIOR, J. A.; *Contribuição ao Projeto e Execução de Lajes Lisas Nervuradas Pré-fabricadas com Vigotas Treliçadas*. São Carlos: UFSCar, 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de São Carlos, 2009.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. Volumes 1 a 4. 4ª edição, Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 2014.

PAULETE, F. S.; *Análise Numérico-Experimental de Lajes Nervuradas Sujeitas a Cargas Estáticas de Serviço*. Porto Alegre: UFRGS, 2011. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

PINHEIRO, L.M.; *Concreto armado: tabelas e ábacos*. São Carlos: USP, 1993. Escola de Engenharia de São Carlos, 1993.

SILVA, M. A. F.; FIGUEIREDO FILHO, J.R.; CARVALHO, R. C. *A Utilização da Analogia de Grelha para Análise de Pavimentos de Edifícios em Concreto Armado*. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2003.

ANEXOS
ANEXO A - Tabela 5: Valores obtidos no ensaio.

Carga aplicada (kg/m ²)	Carga aplicada + PP da laje (kg/m ²)	Momento (kN.m)	Deslocamento medidos (mm)					
			Relógio 1	Relógio 2	Relógio 3	Relógio 4	Relógio 5	Relógio 6
0	0	0,000	0	0	0	0	0	0
0	128,77	0,216	0,09	0,1	0,1	0,08	0,08	0,05
10	138,77	0,232	0,09	0,1	0,1	0,08	0,08	0,05
20	148,77	0,249	0,09	0,1	0,1	0,08	0,08	0,05
30	158,77	0,266	0,09	0,1	0,1	0,08	0,08	0,05
40	168,77	0,283	0,09	0,1	0,1	0,08	0,08	0,06
50	178,77	0,299	0,09	0,1	0,11	0,08	0,08	0,06
60	188,77	0,316	0,1	0,11	0,11	0,1	0,09	0,06
70	198,77	0,333	0,1	0,11	0,11	0,11	0,1	0,07
80	208,77	0,350	0,11	0,12	0,12	0,11	0,1	0,07
90	218,77	0,366	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,07
100	228,77	0,383	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,08
110	238,77	0,400	0,13	0,13	0,13	0,13	0,12	0,08
120	248,77	0,417	0,13	0,13	0,13	0,13	0,12	0,08
130	258,77	0,433	0,14	0,14	0,13	0,14	0,13	0,08
140	268,77	0,450	0,14	0,14	0,13	0,14	0,13	0,08
150	278,77	0,467	0,15	0,15	0,14	0,15	0,13	0,08
160	288,77	0,484	0,15	0,15	0,14	0,15	0,14	0,09
170	298,77	0,500	0,16	0,15	0,14	0,16	0,14	0,09
180	308,77	0,517	0,16	0,16	0,15	0,16	0,14	0,1
190	318,77	0,534	0,17	0,16	0,15	0,16	0,15	0,09
200	328,77	0,551	0,17	0,17	0,15	0,17	0,15	0,09
210	338,77	0,567	0,17	0,17	0,15	0,17	0,15	0,1
220	348,77	0,584	0,17	0,17	0,16	0,18	0,16	0,1
230	358,77	0,601	0,18	0,17	0,16	0,18	0,16	0,1
240	368,77	0,618	0,18	0,18	0,16	0,18	0,16	0,11
250	378,77	0,634	0,18	0,18	0,17	0,19	0,17	0,11
260	388,77	0,651	0,19	0,18	0,17	0,2	0,17	0,12
270	398,77	0,668	0,19	0,18	0,18	0,2	0,17	0,12
280	408,77	0,685	0,19	0,18	0,19	0,21	0,18	0,12
290	418,77	0,701	0,19	0,18	0,19	0,21	0,18	0,13
300	428,77	0,718	0,19	0,19	0,19	0,22	0,18	0,13
310	438,77	0,735	0,19	0,18	0,2	0,22	0,18	0,13
320	448,77	0,752	0,19	0,18	0,2	0,23	0,18	0,14
330	458,77	0,768	0,21	0,18	0,2	0,24	0,18	0,14
340	468,77	0,785	0,21	0,18	0,2	0,25	0,2	0,15
350	478,77	0,802	0,22	0,19	0,22	0,25	0,2	0,15
360	488,77	0,819	0,22	0,19	0,23	0,26	0,2	0,15
370	498,77	0,836	0,23	0,19	0,23	0,27	0,21	0,17
380	508,77	0,852	0,23	0,2	0,23	0,28	0,22	0,17
390	518,77	0,869	0,24	0,2	0,24	0,28	0,22	0,18
400	528,77	0,886	0,24	0,2	0,25	0,29	0,23	0,18
410	538,77	0,903	0,24	0,21	0,25	0,3	0,23	0,19
420	548,77	0,919	0,24	0,21	0,25	0,3	0,23	0,19
430	558,77	0,936	0,25	0,22	0,27	0,31	0,24	0,2
440	568,77	0,953	0,26	0,22	0,27	0,32	0,24	0,2
450	578,77	0,970	0,26	0,22	0,28	0,33	0,24	0,21
460	588,77	0,986	0,27	0,23	0,28	0,34	0,25	0,22
470	598,77	1,003	0,27	0,23	0,29	0,35	0,26	0,22
480	608,77	1,020	0,28	0,24	0,3	0,36	0,26	0,23
490	618,77	1,037	0,29	0,24	0,3	0,37	0,27	0,23
500	628,77	1,053	0,3	0,25	0,31	0,38	0,28	0,24

510	638,77	1,070	0,3	0,25	0,32	0,39	0,28	0,25
520	648,77	1,087	0,31	0,26	0,32	0,4	0,29	0,26
530	658,77	1,104	0,32	0,27	0,34	0,41	0,29	0,27
540	668,77	1,120	0,32	0,27	0,34	0,42	0,3	0,27
550	678,77	1,137	0,33	0,28	0,35	0,43	0,31	0,28
560	688,77	1,154	0,34	0,3	0,36	0,44	0,32	0,29
570	698,77	1,171	0,35	0,3	0,37	0,46	0,33	0,3
580	708,77	1,187	0,36	0,3	0,38	0,47	0,33	0,3
590	718,77	1,204	0,37	0,31	0,39	0,48	0,34	0,31
600	728,77	1,221	0,37	0,31	0,4	0,49	0,35	0,32
610	738,77	1,238	0,38	0,32	0,4	0,5	0,35	0,32
620	748,77	1,254	0,39	0,32	0,4	0,51	0,36	0,33
630	758,77	1,271	0,39	0,33	0,41	0,52	0,37	0,34
640	768,77	1,288	0,4	0,34	0,42	0,53	0,38	0,35
650	778,77	1,305	0,41	0,34	0,43	0,55	0,39	0,36
660	788,77	1,321	0,42	0,35	0,44	0,56	0,4	0,37
670	798,77	1,338	0,43	0,36	0,45	0,58	0,41	0,39
680	808,77	1,355	0,45	0,37	0,46	0,59	0,42	0,4
690	818,77	1,372	0,45	0,37	0,48	0,6	0,43	0,4
700	828,77	1,388	0,47	0,38	0,49	0,62	0,44	0,42
710	838,77	1,405	0,48	0,39	0,5	0,63	0,45	0,42
720	848,77	1,422	0,49	0,4	0,51	0,65	0,46	0,44
730	858,77	1,439	0,5	0,4	0,52	0,66	0,47	0,45
740	868,77	1,455	0,5	0,4	0,53	0,69	0,48	0,47
750	878,77	1,472	0,51	0,41	0,54	0,7	0,49	0,47
760	888,77	1,489	0,52	0,41	0,55	0,71	0,5	0,48
770	898,77	1,506	0,53	0,42	0,55	0,72	0,49	0,49
780	908,77	1,522	0,54	0,43	0,57	0,74	0,51	0,5
790	918,77	1,539	0,55	0,44	0,58	0,75	0,52	0,51
800	928,77	1,556	0,56	0,44	0,59	0,76	0,52	0,51
810	938,77	1,573	0,58	0,45	0,6	0,79	0,55	0,54
820	948,77	1,589	0,59	0,46	0,62	0,8	0,57	0,55
830	958,77	1,606	0,6	0,47	0,62	0,81	0,57	0,56
840	968,77	1,623	0,6	0,47	0,63	0,82	0,58	0,56
850	978,77	1,640	0,6	0,47	0,64	0,83	0,58	0,57
860	988,77	1,656	0,61	0,48	0,65	0,84	0,59	0,58
870	998,77	1,673	0,63	0,5	0,66	0,87	0,61	0,6
880	1008,77	1,690	0,64	0,5	0,67	0,88	0,61	0,6
890	1018,77	1,707	0,65	0,51	0,68	0,89	0,62	0,61
900	1028,77	1,723	0,66	0,51	0,7	0,91	0,64	0,63

Fonte: Arquivo do autor, 2016.

ANEXO B - Tabela 6: Deslocamentos calculados.

Momento (kN.m)	ai (mm)				
0,000	0	0,701	0,37	1,238	2,61
0,216	0,05	0,718	0,41	1,254	2,72
0,232	0,05	0,735	0,45	1,271	2,83
0,249	0,06	0,752	0,48	1,288	2,94
0,266	0,06	0,768	0,53	1,305	3,05
0,283	0,07	0,785	0,57	1,321	3,16
0,299	0,07	0,802	0,61	1,338	3,27
0,316	0,07	0,819	0,66	1,355	3,39
0,333	0,08	0,836	0,71	1,372	3,51
0,350	0,08	0,852	0,76	1,388	3,63
0,366	0,08	0,869	0,82	1,405	3,75
0,383	0,09	0,886	0,88	1,422	3,87
0,400	0,09	0,903	0,94	1,439	3,99
0,417	0,10	0,919	1,00	1,455	4,11
0,433	0,10	0,936	1,06	1,472	4,24
0,450	0,10	0,953	1,13	1,489	4,36
0,467	0,11	0,970	1,20	1,506	4,49
0,484	0,11	0,986	1,27	1,522	4,62
0,500	0,12	1,003	1,34	1,539	4,75
0,517	0,12	1,020	1,42	1,556	4,88
0,534	0,12	1,037	1,50	1,573	5,01
0,551	0,15	1,053	1,58	1,589	5,14
0,567	0,17	1,070	1,66	1,606	5,27
0,584	0,19	1,087	1,75	1,623	5,40
0,601	0,21	1,104	1,83	1,640	5,53
0,618	0,23	1,120	1,92	1,656	5,67
0,634	0,26	1,137	2,02	1,673	5,80
0,651	0,28	1,154	2,11	1,690	5,94
0,668	0,31	1,171	2,21	1,707	6,07
0,685	0,34	1,187	2,31	1,723	6,21
		1,204	2,41		
		1,221	2,51		

Fonte: Arquivo do autor, 2016.