

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Hedelvan Emerson Fardin

**ANÁLISE DE MODELOS DE CÁLCULO DE FLECHA
EM LAJES DE CONCRETO ARMADO**

Santa Cruz do Sul

2017

Hedelvan Emerson Fardin

ANÁLISE DE MODELOS DE CÁLCULO DE FLECHA EM LAJES DE CONCRETO ARMADO

Trabalho de conclusão apresentado
ao Curso de Engenharia Civil da
Universidade de Santa Cruz do Sul
para a obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. M.Sc. Christian
Donin

Santa Cruz do Sul
2017

Hedelvan Emerson Fardin

**ANÁLISE DE MODELO DE CÁLCULO DE FLECHA EM LAJES DE CONCRETO
ARMADO**

Este trabalho de conclusão foi apresentado
ao Curso de Engenharia Civil da
Universidade de Santa Cruz do Sul, como
requisito parcial para a obtenção do título de
Engenheiro Civil.



Prof. M.Sc. Christian Donin

Professor orientador - UNISC



Prof. Dr. Eduardo Rizzatti

Professor examinador - UFSM



Prof. M.Sc. Henrique Luiz Rupp

Professor examinador - UNISC

Santa Cruz do Sul

2017

*Ao meu inexorável refúgio,
Pai e Mãe.*

AGRADECIMENTOS

Sou imensamente agradecido àqueles que me incentivaram, instigaram ou acreditaram no meu potencial para me formar em Engenharia Civil.

Muitíssimo obrigado aos meus pais José Nerei Fardin e Helenita Maria Homrich Fardin pelo apoio nos momentos de desânimo, dúvida e dúvida. Certamente não teria buscado nada sem o reconhecimento e incentivo de vocês. Sei que muito me suportaram e que inúmeras vezes abdicaram de algo para meu favorecimento.

Sou grato à minha irmã, Jociane, a meu cunhado, Adelar e meus sobrinhos Eduan e Arthur por me incentivarem mesmo de longe, a continuar.

Agradeço ao meu orientador, Professor Mestre Christian Donin, por guiar-me por um ano em uma trilha que eu mal sabia que poderia ter um percurso definido.

Sou grato também à Professora Mestra Camila Crauss por disponibilizar uma vaga como bolsista voluntário em seu projeto de pesquisa e por ter sido sempre compreensiva e cooperativa quando necessitei.

Muito obrigado aos colegas, já engenheiros civis, que me disponibilizaram suas pesquisas para que eu pudesse tecer a minha, Maurício Alan de Oliveira, Augusto Cristiano Kist e Paola Barbieri.

Agradeço aos meus amigos de outrora e de ora por terem me acompanhado, especialmente nos momentos de descontração. É certo que sem o apoio fraternal de vocês, dificilmente aguentaria a rotina. Em especial às irmãs Laura Burin e Heloísa Burin porque além de terem sido grandes amigas, me acolheram em sua casa quando careci.

Sou muito grato à família da Escola Copetti, em especial à equipe diretiva, por me apoiar no decorrer da graduação, principalmente em dias que havia atividades do curso e tinha que deixar minhas turmas para atender a outros compromissos.

Agradeço por fim, a todos os colaboradores da UNISC e a meus professores que de forma ou outra contribuíram para o meu aprendizado, em especial à Coordenação do Curso que sempre esteve disponível para resolução de problemas.

Mas é isso o maravilhoso no homem, ele nunca fica desanimado ou desgostoso a ponto de desistir de fazer tudo novamente, porque ele sabe muito bem que isso é importante e *vale a pena*.

(BRADBURY, R., 2017)

RESUMO

O presente trabalho visa comparar os resultados de flechas para lajes de concreto armado obtidos através de três métodos de cálculo simplificados com os resultados experimentais para três estudos já realizados na UNISC. Para tanto, optou-se por analisar o comportamento de três lajes nervuradas unidirecionais: uma constituída de quatro nervuras com vigotas; outra composta de quatro nervuras com vigotas treliçadas; e outra laje em escala real construída com vigotas normais também, sendo que todos os modelos empregaram tabelas de EPS e vigotas pré-fabricadas. Tomou-se os resultados de flechas obtidos através dos ensaios para cada caso e comparou-se com os resultados teóricos de flechas obtidos através de três metodologias simplificadas para cálculo de flechas em laje: a fórmula de Branson, recomendada pela NBR 6118:2014, o Método bilinear do CEB e a Fórmula prática do CEB, com intuito de identificar qual desses métodos simplificados melhor se assemelha ao comportamento real de deflexões em lajes de concreto armado. Após a composição dos diagramas de momento X deformação para cada caso, pode-se delimitar qual dos três métodos simplificados sob análise melhor se assemelha às deformações de lajes de concreto armado.

Palavras-chave: Concreto armado; laje nervurada; flecha; métodos simplificados.

ABSTRACT

This work aims to compare the results of deflections of reinforced concrete slabs obtained through three simplified calculation methods with experimental results for three studies already performed at the UNISC. Therefore, it was decided to analyze the behavior of three unidirectional ribbed slabs: one was built with four ribs of normal joists; another was composed with four ribs of latticework joists; and another slab was built in real-scale with normal joists too. All models employed EPS as filling elements and prefabricated beams. The results of deflections obtained from the tests for each case were taken and compared with theoretical results of deflections obtained through three simplified methodologies for slab's deflections predictions: Branson's formula, recommended by NBR 6118:2014; Bilinear method of the CEB; and practical formula of the CEB, in order to identify which of these simplified methods best resembles the actual behavior of deflections in reinforced concrete slabs. After the composition of the diagrams of moment versus deformation for each case, one can delimit which of the three simplified methods under analysis best resembles the deformations of reinforced concrete slabs.

Keywords: Reinforced concrete; ribbed slabs; deflection; simplified methods.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Esquema do ensaio de tração axial | 27 |
| Figura 2 - Esquema do ensaio de tração na flexão | 27 |
| Figura 3 - Esquema do ensaio de compressão diametral | 28 |
| Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do concreto sob compressão simples | 31 |
| Figura 5 - Diagrama simplificado tensão-deformação do concreto à compressão | 35 |
| Figura 6 - Diagrama de tensão-deformação simplificado do concreto à tração | 36 |
| Figura 7 - Esquema de fluência e deformação imediata do concreto..... | 41 |
| Figura 8 - Parcelas de fluência do concreto | 42 |
| Figura 9 - Diagrama tensão-deformação de aços laminados a quente | 44 |
| Figura 10 - Diagrama tensão-deformação de aços trefilados a frio | 44 |
| Figura 11 - Diagrama de tensão-deformação simplificado | 46 |
| Figura 12 - Definições de l_0 , l_a e l_b pelo diagrama de momento fletor..... | 63 |
| Figura 13 - Seção transversal das nervuras do caso 01 | 71 |
| Figura 14 - Diagrama momento X descolamento do caso 01 | 73 |
| Figura 15 - Diagrama momento X deslocamento do caso 02 | 75 |
| Figura 16 - Seção transversal das nervuras do caso 03 | 76 |
| Figura 17 - Diagrama de momento x deslocamento do caso 03 | 77 |
| Figura 18 - Diagrama de momento X deslocamento do caso 01..... | 80 |
| Figura 19 - Diagrama de momento X deslocamento do caso 02..... | 81 |
| Figura 20 - Diagrama de momento X deslocamento do caso 03..... | 81 |
| Figura 21 - Diagrama momento X deslocamento caso 01 | 87 |
| Figura 22 - Diagrama momento X deslocamento para o caso 02 | 88 |
| Figura 23 - Diagrama momento X deslocamento caso 03 | 88 |
| Figura 24 - Esquema comparativo de flechas teóricas do caso 01 (ELU)..... | 90 |
| Figura 25 - Esquema comparativo de flechas teóricas do caso 02 (ELU)..... | 91 |
| Figura 26 - Esquema comparativo teóricos de flechas do caso 03 (ELU)..... | 92 |
| Figura 27 – Esquema comparativo teórico de flechas para o caso 01 (ELS)... | 93 |
| Figura 28 - Esquema comparativo teórico de flechas para o caso 02 (ELS).... | 94 |
| Figura 29 - Esquema comparativo teórico de flechas para o caso 03 (ELS).... | 95 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 - Propriedades mecânicas dos aços na tração..... | 45 |
| Tabela 2 - Coeficientes de ponderação das resistências para ELU | 50 |
| Tabela 3 – Coeficientes $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ | 52 |
| Tabela 4 - Valores do coeficiente γ_{f2} | 53 |
| Tabela 5 - Coeficiente γ_{f2} das ações no ELS..... | 53 |
| Tabela 6 - Combinações Últimas | 54 |
| Tabela 7 - Combinações de serviço | 56 |
| Tabela 8 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo..... | 60 |
| Tabela 9 - Fator de correção segundo CEB-FIP 90 | 63 |
| Tabela 10 - Carregamentos e momentos de ruína do protótipo 01 | 72 |
| Tabela 11 - Resultados experimentais do caso 03..... | 76 |
| Tabela 12 - Amostra de dados referentes ao caso 01..... | 79 |
| Tabela 13 - Amostra de dados referentes ao caso 02..... | 79 |
| Tabela 14 - Amostra de dados referentes ao caso 03..... | 80 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---------|--|
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| ACI | <i>American Concrete Institute</i> |
| CA | Concreto armado |
| CEB | <i>Comité Euro-Internacional du Béton</i> |
| CPI | Cimento Portland comum |
| CPII | Cimento Portland composto |
| CPIII | Cimento Portland de alto forno |
| CPIV | Cimento Portland pozolânico |
| CPV-ARI | Cimento Portland de alta resistência inicial |
| ELS | Estados Limites de Serviço |
| ELU | Estados Limites Últimos |
| EPS | “Poliestireno Expandido” |
| IBRACON | Instituto Brasileiro do Concreto |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| NB | Norma Brasileira |
| NBR | Norma Brasileira |
| UNISC | Universidade de Santa Cruz do Sul |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-----------------|---|
| Kg/m^3 | Quilograma por metro cúbico |
| f_c | Resistência do concreto |
| f_{ck} | Resistência característica do concreto |
| f_{cmj} | Estimativa da resistência do concreto à compressão média |
| f_{ckj} | Resistência característica do concreto, especificada |
| $f_{ck,est}$ | Resistência característica do concreto, estimada |
| MPa | Megapascal |
| cm | Centímetro |
| π | Pi |
| F | Força |
| D | Diâmetro |
| C | Classe do concreto |
| f_{ct} | Resistência à tração do concreto |
| P_u | Força aplicada no ensaio |
| A | Área |
| $f_{ct,fl}$ | Resistência à tração do concreto na flexão |
| a | Braço de alavanca |
| b | Base da seção retangular da viga |
| h | Altura da seção retangular da viga |
| f_{ctm} | Resistência média à tração axial do concreto |
| $f_{ct,sp}$ | Resistência à tração diametral do concreto |
| d | Diâmetro do corpo de prova |
| f_{ctk} | Resistência característica à tração do concreto |
| $f_{ctk,inf}$ | Resistência característica à tração do concreto, inferior |
| $f_{ctk,sup}$ | Resistência característica à tração do concreto, superior |
| E_c | Módulo de deformação longitudinal tangencial do concreto |
| E_{cs} | Módulo de deformação secante do concreto |
| σ_c | Tensão à compressão do concreto |
| ϵ_c | Deformação específica do concreto |
| E_{ci} | Módulo de deformação inicial do concreto |

| | |
|------------------------|---|
| \pm | Mais ou menos |
| MPa/s | Megapascals por segundo |
| α_E | Constante de variação em relação ao agregado empregado no concreto |
| α_i | Parâmetro calculado de variação em relação ao agregado empregado no concreto |
| $E_{ci}(t)$ | estimativa do módulo de elasticidade do concreto para uma idade entre 7 e 28 dias |
| ν | Coefficiente de Poisson |
| G_c | Módulo de elasticidade transversal do concreto |
| E | Módulo de elasticidade ou módulo de Young |
| ϵ_{c2} | Deformação específica do concreto de encurtamento do concreto no início do patamar plástico |
| f_{cd} | Resistência de cálculo à compressão do concreto |
| ϵ_{cu} | Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura |
| μ | Coefficiente de Poisson segundo Leonardt e Mönning (2008) |
| ‰ | Por mil |
| σ_{ct} | Tensão à tração do concreto |
| ϵ_{ct} | Deformação à tração do concreto |
| tg | Tangente |
| α | Ângulo |
| α_{te} | Coefficiente de dilatação térmica |
| $^{\circ}C$ | Grau Celsius |
| $1/^{\circ}C$ | Deformação relativa a uma variação de $1^{\circ}C$ |
| ϵ_{ci} | Deformação inicial do concreto |
| t_0 | Instante zero, quando ocorre o carregamento do elemento estrutural |
| $\epsilon_{cc,\infty}$ | Deformação específica devido à fluência do concreto ao infinito |
| ϵ_{cc} | Deformação específica devido à fluência do concreto |
| t_1 | Instante em que ocorre descarregamento do elemento estrutural |
| ϵ_{ed} | Deformação elástica diferida |
| ϵ_{pd} | Deformação plástica diferida |
| φ | Coefficiente de fluência |
| mm | Milímetro |

| | |
|---------------------|--|
| f_{yk} | Resistência característica ao escoamento do aço |
| m | Metro |
| kgf/mm ² | Quilograma-força por milímetro quadrado |
| kN/cm ² | Quilo-Newton por centímetro quadrado |
| GPa | Gigapascal |
| Kg/m | Quilograma por metro |
| mm ² | Milímetro quadrado |
| η_1 | Coeficiente de variação em relação à superfície do aço |
| σ_s | Tensão à tração do aço |
| ϵ_s | Deformação específica do aço |
| f_y | Resistência ao escoamento do aço |
| f_{st} | Resistência à tração do aço |
| ϵ_y | Deformação específica de escoamento do aço |
| ϵ_u | Deformação específica do aço na ruptura |
| σ | Tensão |
| ϵ | Deformação |
| Pa | Pascal |
| f_{yk} | Resistência característica de escoamento do aço |
| f_{stk} | Resistência característica à tração do aço |
| ϵ_{uk} | Deformação característica do aço na ruptura |
| Φ | Diâmetro nominal da barra ou fio de aço |
| f_{yd} | Resistência de cálculo de escoamento do aço |
| ϵ_{yd} | Deformação de cálculo de escoamento do aço |
| mm/m | Milímetro por metro |
| E_s | Módulo de elasticidade do aço |
| γ_s | Coeficiente de minoração da resistência do aço |
| g | Cargas permanentes |
| q | Cargas acidentais |
| F_k | Força característica |
| γ_c | Coeficiente de minoração da resistência do concreto |
| β_1 | Coeficiente |
| s | Coeficiente que varia para o concreto de diferentes cimentos |
| t | Idade efetiva do concreto |

| | |
|--------------------------|---|
| γ_m | Coeficiente de ponderação das resistências |
| γ_{m1} | Variabilidade da resistência dos materiais envolvidos |
| γ_{m2} | Diferença entre a resistência do material no corpo de prova e na estrutura |
| γ_{m3} | Desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências |
| F_d | Força de cálculo |
| γ_f | Coeficiente de majoração |
| γ_{f1} | Parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera a variabilidade das ações |
| γ_{f2} | Parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera a simultaneidade de atuação das ações |
| γ_{f3} | Parte do coeficiente de ponderação das ações γ_f , que considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações |
| γ_n | Coeficiente de ajustamento |
| Ψ_0 | Fator de redução de combinação para ELU |
| Ψ_2 | Fator de redução de combinação quase permanente para ELS |
| γ_g | Coeficiente de ponderação para ações permanentes |
| F_{gk} | Ações permanentes diretas |
| $\gamma_{\varepsilon g}$ | Coeficiente de ponderação para ações indiretas permanentes (retração e fluência) |
| $F_{\varepsilon gk}$ | Ação permanente indireta de retração |
| γ_q | Coeficiente de ponderação para ações variáveis diretas |
| F_{q1k} | Ação variável direta principal |
| Σ | Somatório |
| Ψ_{0j} | Demais ações variáveis instabilizantes |
| F_{qjk} | Ações variáveis diretas |
| $\gamma_{\varepsilon q}$ | Coeficiente de ponderação para ações indiretas variáveis (temperatura) |
| $\Psi_{0\varepsilon}$ | Fator de redução de combinação para as ações variáveis indiretas |
| $F_{\varepsilon qk}$ | Ação variável indireta devido à temperatura |
| S | Solicitações |

| | |
|---------------|--|
| F_{sd} | Ações estabilizantes |
| F_{nd} | Ações não estabilizantes |
| γ_{gs} | Coeficiente de ponderação para ação permanente estabilizante |
| G_{sk} | Valor característico da ação permanente estabilizante |
| R_d | Esforço resistente considerado estabilizante |
| γ_{gn} | Coeficiente de ponderação para as ações permanentes não estabilizantes |
| G_{nk} | Valor característico da ação permanente instabilizante |
| Q_{nk} | Valor característico das ações variáveis instabilizantes |
| γ_{qs} | Coeficiente de ponderação para ação variável estabilizante |
| $Q_{s,min}$ | Valor característico mínimo da ação variável estabilizantes |
| F_{q1exc} | Valor característico das ações variáveis principais diretas |
| Q_{1k} | Valor característico da ação variável instabilizante considerada principal |
| $F_{d,ser}$ | Valor de cálculo das ações permanentes para combinações de serviço |
| p_o | Valor de cálculo das ações permanentes para combinações de serviço |
| $(EI)_{eq}$ | Inércia equivalente |
| M_r | Momento de fissuração do elemento estrutural |
| M_a | Momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo |
| I_c | Momento de inércia da seção bruta de concreto |
| I_{II} | Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II |
| Y_t | Distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada da seção distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada da seção |
| α_f | Efeito da flecha diferida no tempo |
| ξ | Coeficiente em função do tempo |
| ρ' | Taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão |
| A_s' | Área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão |
| d | A altura útil da seção |

| | |
|-------------|---|
| ζ | Coeficiente de distribuição para fazer a interpolação entre os estádios I e II do concreto |
| W | Flecha |
| W_1 | Flecha calculada no estádio I do concreto |
| W_2 | Flecha calculada no estádio II do concreto |
| I | Comprimento |
| I_1 | Momento de inércia para a seção no estádio I |
| k_1 | Coeficiente em relação à aderência das barras de aço |
| β_2 | Coeficiente que representa a influência da duração da aplicação ou da repetição de carregamento solicitante |
| W_0 | Flecha inicial |
| ρ_{cm} | Taxa média de armadura comprimida |
| ρ_m | Taxa de armadura média |
| ρ_a | Taxas de armadura tracionada/comprimida nos apoios direito e esquerdo da viga |
| ρ_b | Taxas de armadura tracionada/comprimida nos apoios direito e esquerdo da viga |
| l_a | Comprimento estimado no diagrama de momento fletor |
| l_b | Comprimento estimado no diagrama de momento fletor |
| ρ_{tm} | Taxa média de armadura tracionada |
| l_o | Comprimento estimado no diagrama de momento fletor correspondente à parcela positiva |

SUMÁRIO

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 19 |
| 1.1 | Justificativa | 19 |
| 1.2 | Objetivos | 20 |
| 1.2.1 | Objetivo Geral | 20 |
| 1.2.2 | Objetivos Específicos | 20 |
| 2 | CONTEXTUALIZAÇÃO DE MODELOS DE CÁLCULO DE FLECHA EM LAJES DE CONCRETO ARMADO..... | 22 |
| 2.1 | Conceituação de flecha em lajes de concreto armado | 22 |
| 2.2 | Propriedades dos materiais..... | 23 |
| 2.2.1 | Massa específica do concreto | 23 |
| 2.2.2 | Resistência à compressão..... | 24 |
| 2.2.3 | Resistência à tração | 26 |
| 2.2.4 | Módulo de elasticidade do concreto..... | 30 |
| 2.2.5 | Coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal..... | 33 |
| 2.2.6 | Diagrama tensão-deformação do concreto..... | 34 |
| 2.2.7 | Deformações do concreto | 37 |
| 2.2.8 | O aço para concreto armado | 42 |
| 2.3 | Princípios teóricos | 47 |
| 2.3.1 | Cargas..... | 47 |
| 2.3.2 | Ações..... | 47 |
| 2.3.3 | Resistências..... | 49 |
| 2.3.4 | Estados-limites | 51 |
| 2.3.5 | Ponderações | 52 |
| 2.3.6 | Combinações | 54 |
| 2.3.7 | Estádios de cálculo | 57 |
| 2.4 | Modelos de cálculo simplificados..... | 58 |

| | | |
|-------|---|----|
| 2.4.1 | Fórmula de Branson..... | 59 |
| 2.4.2 | Método bilinear do CEB | 60 |
| 2.5 | Algumas pesquisas | 63 |
| 3 | MÉTODOS E TÉCNICAS..... | 69 |
| 3.1 | Definição dos casos | 70 |
| 3.1.1 | Caso 01..... | 70 |
| 3.1.2 | Caso 02..... | 73 |
| 3.1.3 | Caso 03..... | 75 |
| 3.2 | Traçados dos diagramas de momento X deslocamento dos casos.... | 78 |
| 3.3 | Definição dos modelos simplificados..... | 81 |
| 3.4 | Aplicação dos modelos simplificados nos casos | 82 |
| 3.4.1 | Aplicação da fórmula de Branson..... | 82 |
| 3.4.2 | Aplicação do método bilinear do CEB..... | 83 |
| 3.4.3 | Aplicação da fórmula prática do CEB 90..... | 84 |
| 3.5 | Cálculo de momentos para análise comparativa..... | 84 |
| 3.6 | Diagramas de momento X deslocamento..... | 87 |
| 4 | ANÁLISE DOS RESULTADOS..... | 89 |
| 4.1 | Quanto ao momento dos estados limites últimos | 89 |
| 4.2 | Quanto ao momento dos estados limites de serviço | 92 |
| 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 96 |
| | REFERÊNCIAS..... | 98 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 Justificativa

A análise de modelos de cálculo de flecha em lajes de concreto armado justifica-se pela necessidade de compreensão e desenvolvimento do tema no âmbito de estudo de estruturas da Engenharia Civil. Tendo em vista que definir modelos que melhor se adaptem às necessidades dos projetistas é de notória importância porque nem sempre se lança mão de um modelo numérico e, portanto, torna-se necessário o emprego de um modelo simplificado que possa suprir as necessidades do projeto sem que o mesmo seja subestimado ou superestimado.

Todavia ainda há de se pesquisar qual modelo simplificado de cálculo para flecha em lajes de concreto armado melhor corresponde aos resultados reais de deformação, afinal, o método proposto pela NBR 6118:2014 que considera a rigidez equivalente da seção, e também adotado pelo *American Concrete Institute* (ACI), carece de melhoramento, como propôs Araújo (2005).

Em outro viés, o modelo simplificado deve assemelhar-se aos resultados experimentais, mas nem sempre o modelo proposto pela NBR 6118:2014 tem apresentado tal característica, como se evidencia em três estudos realizados na UNISC, onde Oliveira (2015), Kist (2016) e Barbieri (2016) comprovaram que os resultados do cálculo das flechas em lajes pelo modelo de Branson ficavam aquém dos experimentais.

Considerando que há vários modelos de cálculo para flecha em lajes de concreto armado com divergentes metodologias entre si, torna-se de grande valia a pesquisa que vise eleger um modelo que melhor atenda às necessidades dos projetistas, pois sanaria assim, a dúvida na hora de se optar por um modelo em detrimento a outro. Todavia há de se ressaltar que a aplicabilidade de modelos simplificados há de depender da situação de projeto e por via de dúvidas, dever-se-á evidenciar a possibilidade de os mesmos serem ou não eficazes.

Outrossim, há de se estabelecer se os modelos de cálculo são condizentes com a norma que delimita os limites de deslocamentos no Brasil, a

ABNT NBR 6118:2014, afinal de nada valeria um modelo que se torne dissonante à norma em vigor. E por isso, a importância de se realizar uma comparação entre modelos simplificados de cálculo de flecha em lajes de concreto armado, para definir quais dos métodos melhor atende à norma e às necessidades de projeto.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Analisar modelos simplificados de cálculos para flecha em lajes de concreto armado com intuito de especificar qual melhor atende às necessidades de projetos em relação à similaridade com os deslocamentos reais ou experimentais das estruturas.

1.2.2 Objetivos Específicos

Pormenorizando o objetivo geral, elegem-se como ações necessárias para a sua efetiva contemplação na pesquisa, os objetivos específicos abaixo elencados:

- Delimitar a importância das propriedades dos materiais na execução do concreto armado quanto à ocorrência de flechas em lajes;
- Explicitar a composição e/ou combinações de ações nas estruturas para fins de cálculo de flecha em lajes de concreto armado;
- Identificar modelos de cálculo simplificados para flecha em lajes de concreto armado;
- Diferenciar os modelos de cálculo simplificados para flechas em laje de concreto armado;
- Analisar resultados obtidos em diferentes modelos de cálculo simplificados para flecha em lajes de concreto armado com resultados experimentais;
- Comparar os modelos de cálculo simplificados para flecha em lajes de concreto armado com as normas brasileira e europeia;

- Elencar o(s) modelo(s) de cálculo simplificados que melhor atende(m) às necessidades de projeto e/ou que mais se aproximem das flechas reais das peças estruturais.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO DE MODELOS DE CÁLCULO DE FLECHA EM LAJES DE CONCRETO ARMADO

2.1 Conceituação de flecha em lajes de concreto armado

Entende-se por flecha, o deslocamento perpendicular de uma estrutura de concreto, ou seja, a distância entre o ponto no qual a laje não sofre deformação e o ponto em que ela sofre a deformação perpendicularmente devido a uma série de fatores, dentre os quais citam-se o carregamento, módulo de elasticidade do material e comprimento do vão. O seu valor é limitado no Brasil pela ABNT NBR 6118:2014 que visa a partir da limitação dos deslocamentos: dar estabilidade sensorial ao usuário; permitir a utilização adequada da construção; permitir o bom funcionamento dos elementos não-estruturais; e permitir o bom funcionamento dos elementos estruturais. Haja vista que se em algum momento, o deslocamento ultrapassar os limites estabelecidos em norma, a edificação estará comprometida.

Montoya, Meseguer e Cabré (2000, p.433) afirmam que valores limites de deslocamentos quanto à flecha são discrepantes na literatura, isso porque os mesmos valores são subjetivos ao tipo de estrutura e a função que deve cumprir, além de que outros elementos estruturais ligados à laje possuem grau de deformabilidade diferente e tal variação afeta o desempenho do elemento laje.

É conveniente discernir os três diferentes tipos de flecha: Flecha instantânea é decorrente da ação da carga total sem considerar os efeitos diferidos; Flecha total a prazo infinito é resultante da flecha instantânea mais a flecha diferida causada pelo efeito das cargas permanentes ou semipermanentes, a partir do carregamento em si; Flecha ativa é referente à flecha total a prazo infinito menos a flecha existente a partir do momento em que se concebe o elemento estrutural danificado (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ. 2000, p.433).

Leonhardt (2012, p.1) infere que o conceito que nivela o aproveitamento de uma laje quanto ao seu estado de utilização em relação à flecha não é a carga máxima, mas a carga permanente acrescida da carga acidental que ocorre

frequentemente ou por um longo período de tempo, em que a resultante do somatório pode vir a ser muito inferior a setenta por cento da carga variável.

2.2 Propriedades dos materiais

Ambrozewicz (2012, p.120) conceitua concreto como um material construtivo resultante da mistura de quantidades racionais de cimento, agregados e água. Bauer (2013, p.284) ainda define que o concreto deve ser visto como um sólido a partir da pega¹ e que, além disso, é um material em perpétua evolução que se qualifica a partir de suas propriedades. Todavia, há de se inferir que

A **pega (setting)** e o **endurecimento (hardening)** do concreto são muito influenciados pelo tipo de cimento, pela temperatura e pela umidade. O aumento da resistência não está limitado ao período de 28 dias; o aumento subsequente da resistência com a idade é designado por **endurecimento posterior**. (LEONHARDT; MÖNNIG. 2008. p.9)

Montoya, Meseguer e Cabré (2000, p.77) inferem que a densidade, a compacidade, a permeabilidade e resistência ao desgaste como as propriedades do concreto endurecido. Cabe ainda diferir que dentre as propriedades citadas acima como pertinentes ao concreto endurecido, apenas as que condizem diretamente à concepção projetual ou ao cálculo de flechas em lajes de concreto armado serão discernidos a seguir.

Logo, torna-se válido ressaltar que a caracterização das resistências do concreto endurecido é realizada através de corpos de prova moldados concomitantemente à concretagem de determinada peça estrutural, com intuito de se realizar, o mais próximo possível, o endurecimento nas mesmas condições (LEONHARDT; MÖNNIG. 2008, p.12).

2.2.1 Massa específica do concreto

Montoya, Meseguer e Cabré (2000, p.77) afirmam que a massa específica ou densidade do concreto endurecido está condicionada a diversos fatores,

¹ Pega é o início da reação de endurecimento do concreto, quando a massa passa a perder plasticidade.

citando-se como principais a natureza das areias, sua granulometria e método de compactação empregado. Entretanto, as variações de massa específica do concreto são pequenas e para fins de cálculo os valores a serem adotados são de 2300 kg/m^3 e 2500 kg/m^3 para concretos simples e armados respectivamente.

A NBR 6118:2014 determina como concretos de massa específica normal, aqueles que após a secagem em estufa apresentam sua massa específica entre 2000 kg/m^3 e 2800 kg/m^3 . Contudo, se a determinação da massa específica do concreto não for possível, para fins de cálculo pode-se adotar o valor de 2400 kg/m^3 para concretos simples e 2500 kg/m^3 para concretos armados. Ainda assim, se for de conhecimento a massa específica do concreto utilizado, pode-se adotar como massa específica do concreto armado, a resultante do valor da massa específica do concreto simples mais um valor adotado entre 100 kg/m^3 e 150 kg/m^3 .

2.2.2 Resistência à compressão

“A resistência à compressão simples é a mais importante característica do concreto” (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ. 2000, p.85). Neville e Brooks (2010, p.94) também afirmam que “a resistência do concreto é comumente considerada sua mais valiosa propriedade”. Concomitantemente, Ambrozewicz (2012, p.143) infere que essa propriedade mecânica não é simplesmente porque o concreto trabalha sob compressão, predominantemente, mas porque a partir dessa caracterização, fornecer-se-á outros parâmetros físicos que podem vir a ser relacionados empiricamente à resistência à compressão do concreto.

Leonhardt e Mönning (2008, p.12) definem que “a resistência à compressão é determinada por meio de solicitação axial em um ensaio de curta duração, isto é, com alta taxa de carregamento”. Essa determinação da resistência característica do concreto é necessária porque devido à diversidade de fatores que influenciam na homogeneidade da mistura, a resistência do concreto (f_c) torna-se uma variável aleatória. Necessitando-se assim que se recorra à Teoria das Probabilidades para uma adequada análise dos resultados. (ARAÚJO. 2014a, p.3), logo o que acabará sendo adotado como resistência característica do concreto (f_{ck}) é resultante de um teste estatístico com grau de confiança igual a 95% (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ. 2000, p.85), o que significa que 5%

das amostras do concreto podem apresentar uma discrepância inferior de resistência.

Araújo (2014a, p.5) afirma que a resistência à compressão do concreto é dependente dos seguintes fatores: composição; condições de cura; velocidade de aplicação da carga; duração do carregamento; idade do concreto; estado de tensões; forma e dimensões dos corpos de prova. Nesta perspectiva com intuito de reduzir as divergências de ensaio, a NBR 5738:2008 normatiza o procedimento de preparo e cura de corpos de prova de concreto para execução de ensaios. Por isso, os corpos de prova cilíndricos de concreto apresentam dimensões de 15 cm por 30 cm, geralmente.

Por conseguinte, a metodologia de ensaio é definida pela NBR 5739:2007 que consiste em submeter o corpo de prova a uma força axial até seu rompimento, considerando a idade específica do corpo de prova, dando-se preferência à idade de 28 dias. A norma em questão define a seguinte equação a ser resolvida para o cálculo da resistência do concreto:

$$f_c = \frac{4F}{\pi \cdot D^2} \quad (1)$$

Onde:

f_c é a resistência à compressão, em megapascais;

F é a força máxima alcançada, em newtons.

D é o diâmetro do corpo de prova, em milímetros.

A NBR 6118:2014 ainda considera que a estimativa da resistência à compressão média, f_{cmj} , corresponde a uma resistência f_{ckj} , que deve ser calculada como recomenda a NBR 12655:2015, a qual considera dois tipos de amostragem, a parcial e a total, em que ambas apresentam metodologias de cálculo diferentes, ou seja, a primeira considera uma forma de cálculo com valor estimado de resistência característica ($f_{ck,est}$) e a segunda realiza a análise em conformidade à totalidade de betonadas empregadas na concretagem.

A partir da determinação da resistência à compressão do concreto, pode-se designá-lo a qual classe o material é pertinente, assim se tem dois grupos, em consonância com a NBR 8953:2015, I e II, sendo que o primeiro contempla os concretos de C20² a C50 e o segundo de C55 a C100. Cabe ressaltar ainda

² A letra C é utilizada para nomear concretos normais e o valor expresso juntamente com a letra representa a resistência característica em MPa.

que de acordo com o item 4.2 da NBR 8953:2015, os concretos com resistência característica abaixo de C20 não são empregados com finalidade estrutural.

2.2.3 Resistência à tração

A determinação da resistência à tração do concreto é importante na determinação da fissuração no dimensionamento das vigas à força cortante e na resistência de aderência entre o concreto e a barra de aço (DONIN. 2015, p.16). Não obstante, a resistência à tração do concreto é geralmente subjetivada à resistência à compressão do material, contudo há três ensaios que podem ser empregados para determinação de seu valor: o ensaio de tração axial, ensaio de compressão diametral ou o ensaio de flexão (ARAÚJO. 2014a, p.9). Logo, também se percebe que:

A resistência à tração depende de muitos fatores, especialmente da aderência dos grãos dos agregados com argamassa de cimento. Os valores de ensaio são muito dispersos, porque as tensões devidas à temperatura e retração, por exemplo, não são totalmente evitáveis. De acordo com o método de ensaio, distinguem-se: resistência à tração axial, resistência à tração por fendilhamento e resistência à tração na flexão. (LEONHARDT; MÖNNIG. 2008, p.15).

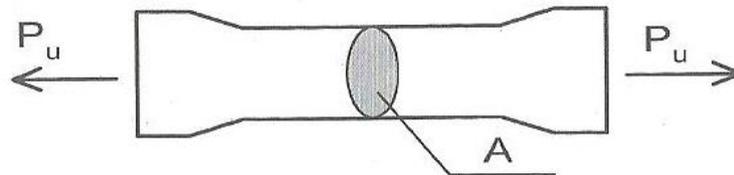
Havendo então, três metodologias diferentes para determinar a resistência à tração do concreto, há de se diferenciar os tipos de ensaios pertinentes a cada metodologia.

A resistência à tração axial é definida a partir do ensaio de um corpo de prova prismático (Figura 1) e por isso, é o mais difícil dentre os três para ser executado. Montoya, Messeguer e Cabré afirmam que este “método não é prático, dadas as dificuldades que entranham sua realização” (MONTROYA; MESSEGUER; CABRÉ. 2000. p.87), isso, segundo Donin (2015, p.16), é devido à necessidade de se ter dispositivos diferenciados, como garras especiais e prensa universal, capaz de aplicar força de tração.

Por conseguinte, Donin (2015, p.16) afirma que os ensaios de tração na flexão surgiram com intuito de superar os entraves do ensaio de tração axial do concreto. Leonhardt e Mönnig (2008, p. 17) explicitam que o ensaio de resistência à tração na flexão consiste em submeter uma viga de concreto simples à flexão (Figura 2). Devido a isso, o resultado do ensaio, ou seja, o valor

da resistência acaba sendo bastante dependente das dimensões do corpo de prova e da posição em que a carga é alocada.

Figura 1 - Esquema do ensaio de tração axial



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.10

$$f_{ct} = \frac{P_u}{A} \quad (2)$$

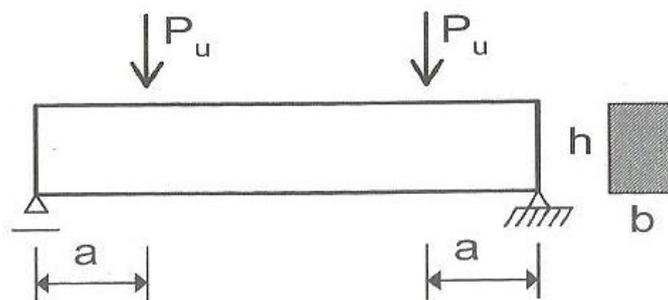
Onde:

f_{ct} é a resistência característica à tração do concreto.

P_u é a força aplicada.

A é a área central do corpo de prova.

Figura 2 - Esquema do ensaio de tração na flexão



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.10

$$f_{ct,fl} = \frac{6 \cdot a \cdot P_u}{(b \cdot h^2)} \quad (3)$$

Onde:

$f_{ct,fl}$ é a resistência à tração na flexão do concreto.

a é o braço de alavanca do apoio até a carga pontual aplicada.

P_u é a força aplicada.

b é a base da seção retangular da viga.

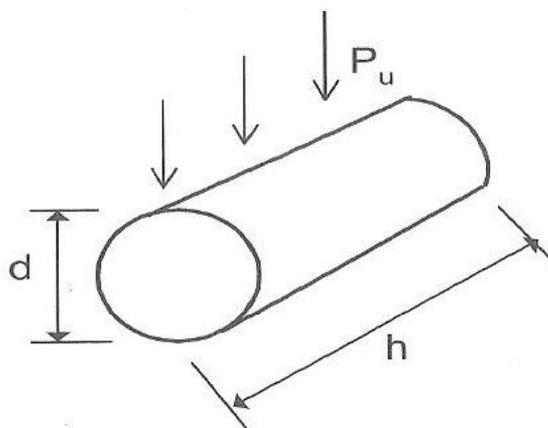
h é a altura da seção retangular da viga.

Logo, o CEB (1985) *apud* Araújo (2014a, p.11) define que a resistência média à tração axial do concreto pode ser obtida a partir dos resultados do teste de tração na flexão, empregando a seguinte equação:

$$f_{ctm} = f_{ct,fl} \cdot \frac{1,5 \cdot \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}}{1 + 1,5 \cdot \left(\frac{h}{100}\right)^{0,7}} \quad (4)$$

O ensaio de tração diametral, proposto pelo brasileiro Lobo Carneiro é conhecido mundialmente como *Brazilian test* ou *splitting test*, o qual consiste em comprimir um corpo de prova cilíndrico de 15x30 cm longitudinalmente (Figura 3).

Figura 3 - Esquema do ensaio de compressão diametral



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.10.

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot P_u}{\pi \cdot d \cdot h} \quad (5)$$

Onde:

$f_{ct,sp}$ é a resistência à tração diametral do concreto.

P_u é a carga aplicada.

d é o diâmetro do corpo de prova.

h é a altura do corpo de prova.

Independente do ensaio utilizado para definição da resistência à tração do concreto, nota-se que, de acordo com Araújo (2014a, p.9), a resistência à tração apresentará um valor médio (f_{ctm}) e uma resistência característica (f_{ctk}). Logo, para se calcular valor médio de resistência à tração do concreto, emprega-se:

$$f_{ctm} = 1,40 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (6)$$

Onde:

f_{ctm} é a resistência média à tração do concreto, em MPa.

f_{ck} é a resistência característica do concreto, em MPa.

Araújo (2014a, p.10) citando o CEB/90, afirma que há duas resistências à tração do concreto, uma inferior ($f_{ctk,inf}$) e outra superior ($f_{ctk,sup}$), valores que respectivamente correspondem a 5% e 95% dos dados e são calculados pelas equações 6 e 7, respectivamente também.

$$f_{ctk,inf} \cong 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (7)$$

Onde:

$f_{ctk,inf}$ é a resistência inferior característica à tração do concreto.

f_{ctm} é a resistência média à tração do concreto.

$$f_{ctk,sup} \cong 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (8)$$

Onde:

$f_{ctk,sup}$ é a resistência superior característica à tração do concreto.

f_{ctm} é a resistência média à tração do concreto.

Todavia, nota-se que “os valores característicos da resistência à tração são empregados no projeto no sentido desfavorável” (ARAÚJO. 2014a, p.10) e além disso, devido às dificuldades supracitadas para realização do ensaio de tração direta, é comum, já que permitido pela NBR 6118:2014, estimar-se a resistência à tração direta (f_{ct}) correspondente a 90% da resistência à tração por compressão diametral:

$$f_{ct} = 0,9 \cdot f_{ct,sp} \quad (9)$$

A NBR 6118:2014 também permite, na ausência de ensaio de tração direta, considerar-se a tração direta correspondente a 70% da resistência à tração na flexão:

$$f_{ct} = 0,7 \cdot f_{ct,fl} \quad (10)$$

Entretanto, na dificuldade de realização de quaisquer ensaios de resistência à tração do concreto, a NBR 6118:2014 ainda permite que os valores de resistência à tração sejam estimados através das seguintes equações:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad (12)$$

Sendo que a equação 11 diz respeito a concretos de classe não superior a C50 e a equação 12 para concretos de classe entre C55 e C90.

2.2.4 Módulo de elasticidade do concreto

Quando o concreto é carregado e descarregado, percebe-se um comportamento típico de materiais não elásticos, ou seja, as deformações elásticas características do concreto são condizentes a um material não elástico (NEVILLE; BROOKS. 2010, p.206). “Esse comportamento é decorrente da microfissuração progressiva que ocorre na interface entre o agregado graúdo e a pasta de cimento” (ARAÚJO. 2014a, p.12). Sustentando a importância da determinação dos módulos de elasticidade do concreto, Donin (2015, p.19) afirma que tal determinação corresponde à determinação das deformações nas estruturas de concreto.

Montoya, Messeguer e Cabré (2000, p.93) distinguem três diferentes módulos de deformação a serem aferidos referente à deformação do concreto: o módulo tangente, cujo valor é variável a cada ponto e é aferido através da inclinação tangencial do referido ponto na curvatura do diagrama; o módulo secante, cujo valor também é variável em cada ponto e é aferido pela inclinação da reta que une a origem do diagrama com o ponto a ser verificado; e o módulo inicial, também denominado como módulo de elasticidade na origem, corresponde à tensão nula e nele, coincidem os valores iniciais do módulo secante e módulo tangente. O módulo inicial é aferido em relação a reta tangencial da curva de origem.

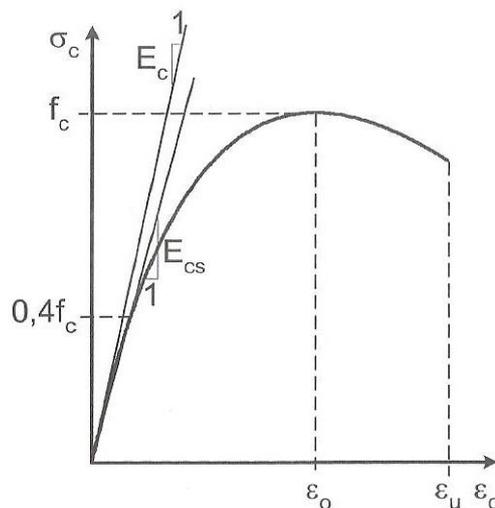
Ambrozewicz (2012, p.147) exemplifica que independente da resistência do concreto, os diagramas de tensão-deformação possuem características similares, onde:

Consistem de um trecho inicial relativamente reto, correspondendo a um comportamento elástico do concreto para tensões baixas, onde a deformação é linearmente proporcional à tensão.

Depois o diagrama começa a curvar, passando por um ponto de máxima tensão, que corresponde à tensão do concreto à compressão na sua idade, apresentando no final um ramo decrescente. (AMBROZEWICZ. 2012, p.147).

Araújo (2014a, p.12) ainda ressalta que o concreto não obedece à Lei de Hooke³, ou seja, o concreto não apresenta linearidade entre tensão e deformação. Assim, a Figura 4 apresenta um diagrama genérico de tensão-deformação de um concreto sob compressão simples. E, de acordo com a Figura 4, E_c corresponde ao módulo de deformação longitudinal tangencial; E_{cs} representa o módulo de deformação secante que se inicia na origem e corta o diagrama no ponto correspondente a 40% da resistência à compressão simples (f_c).

Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do concreto sob compressão simples



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.13

A NBR 6118:2014 define que o módulo de elasticidade deve ser obtido a partir do que recomenda a ABNT NBR 8522:2008. Logo, a NBR 8522:2008

³ Consiste na descrição de uma força restauradora que existe em diversos sistemas quando comprimidos ou distendidos. Tal força consiste na necessidade de o material recuperar seu formato ou estado inicial.

determina que para fins da determinação do módulo de elasticidade (E_{ci}) devem ser ensaiados três corpos de prova. Ademais, os carregamentos e os descarregamentos devem obedecer a velocidade $(0,45 \pm 0,15)$ MPa/s, conduzidos por metodologias condizentes com os itens 6.2.2.1 e 6.2.2.2, em que o primeiro item corresponde a um carregamento com tensão fixa e o segundo com uma deformação específica.

Contudo, na ausência de ensaios para determinação do módulo de deformação do concreto, a NBR 6118:2014 permite que o valor do módulo de elasticidade inicial seja estimado pelas seguintes equações:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (13)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (14)$$

Onde:

E_{ci} é o módulo de elasticidade inicial do concreto em MPa.

α_E é uma constante que varia de acordo com o agregado utilizado.

f_{ck} é a resistência característica do concreto em MPa.

Nota-se que a equação 13 deve ser empregada para concretos de f_{ck} entre 20 MPa e 50 MPa, enquanto que a equação 14 deve ser empregada para concretos de f_{ck} entre 55 MPa e 90 MPa. Enquanto que os valores sugeridos pela NBR 6118:2014 para α_E são correspondentes a 1,2 para basalto e diabásio; 1,0 para granito e gnaisse; 0,9 para calcário; e 0,8 para arenito.

Quanto ao módulo de deformação secante, a NBR 8522:2008 define sua determinação através de um carregamento correspondente a 20% da carga de ruptura. Outrossim, a NBR 6118:2014 permite que o módulo secante seja estimado através da equação:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (15)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (16)$$

E, se houver a necessidade de definir o módulo de elasticidade do concreto em uma idade inferior a 28 dias, a NBR 6118:2014 indica a resolução através das seguintes equações:

$$E_{ci}(t) = \left[\frac{f_{ckj}}{f_c} \right]^{0,5} \cdot E_{ci} \quad (17)$$

$$E_{ci}(t) = \left[\frac{f_{ckj}}{f_{ck}} \right]^{0,3} \cdot E_{ci} \quad (18)$$

Onde:

$E_{ci}(t)$ é uma estimativa do módulo de elasticidade do concreto para uma idade entre 7 e 28 dias.

f_{ckj} é a resistência característica à compressão do concreto na idade em que se pretende estimar o módulo de elasticidade, em MPa.

Nota-se que a equação 17 corresponde a concretos com classe entre 20 MPa e 45 MPa, enquanto que a equação 18 corresponde a concretos com classe entre 50 MPa e 90 MPa.

2.2.5 Coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal

“Coeficiente de Poisson, ν , é a relação, inversa, entre as deformações transversais e longitudinais correspondentes, em peças que trabalham à compressão simples” (MONTROYA; MESSEGUER; CABRÉ. 2000, p.94). Donin (2015, p.21) minucia que “a relação entre a deformação transversal e a deformação longitudinal é chamada coeficiente de Poisson”.

A NBR 6118:2014 determina que para tensões abaixo de $0.5 f_c$, bem como para tensões de tração menores que f_{ct} , deve-se adotar o coeficiente de Poisson igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal (G_c) seja equivalente ao quociente do módulo de elasticidade secante pela constante 2,4.

Leonhardt e Mönning (2008, p.21) afirmam que o módulo de elasticidade transversal é determinado através do coeficiente de Poisson, de acordo com a Teoria da Elasticidade, empregando-se a seguinte equação:

$$G_c = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (19)$$

Onde:

G_c é o módulo de elasticidade transversal

E é o módulo de elasticidade do concreto

ν é o coeficiente de Poisson⁴

Todavia, deve-se evidenciar que a NBR 6118:2014, supracitada, permite estimar o módulo de elasticidade transversal em função do módulo de elasticidade secante, empregando a seguinte equação:

$$G_c = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (20)$$

Onde:

G_c é o módulo de elasticidade transversal.

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante.

2.2.6 Diagrama tensão-deformação do concreto

A Figura 5 apresenta um diagrama, proposto por Araújo (2014a), de tensão-deformação do concreto enquanto esse encontra-se sob ações simples de compressão. Entretanto, a NBR 6118:2014 estabelece que se adota o valor do módulo de elasticidade secante para o módulo de elasticidade quando as tensões de compressão forem menores que $0,5.f_c$, empregando a equação 15, deste modo admitir-se-á uma relação linear entre tensões e deformações.

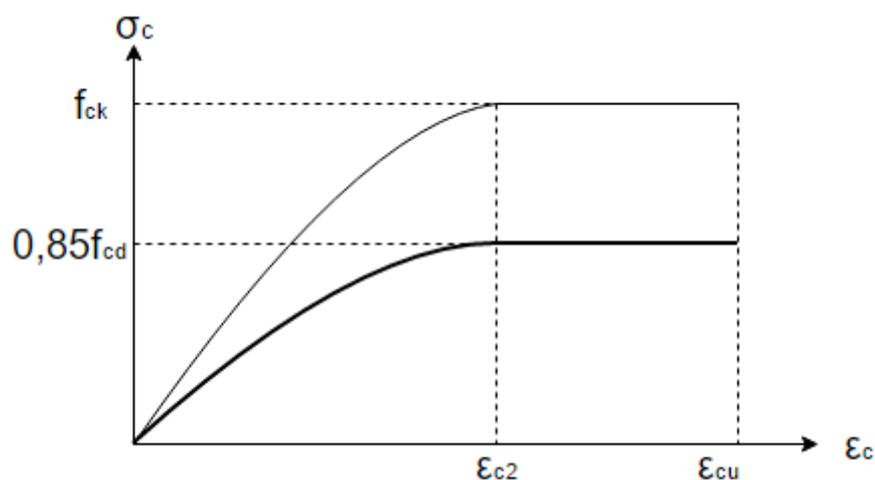
Donin (2015, p.22) explicita que o diagrama simplificado de tensão-deformação do concreto, evidenciado na Figura 5, é composto por uma parábola de 2º grau que passa pela origem e possui vértice no ponto de abscissa ϵ_{c2} e ordenada $0,85f_{cd}$ e uma reta contida entre as deformações ϵ_{c2} e ϵ_{cu} , tangente à parábola e paralela ao eixo das abscissas.

Percebe-se que concreto, similar a outros materiais de construção, possui duas fases de carregamento, uma elástica e outra plástica. Logo, o trecho curvilíneo do diagrama da Figura 5 corresponde à fase de carregamento elástica do concreto, enquanto que o trecho reto corresponde à fase de carregamento plástica. Não obstante, deve-se perceber que “há materiais inelásticos, como é o caso do concreto, com relações tensão-deformações distintas nos ciclos de carregamento e descarregamento” (ARAÚJO. 2014a, p.23), assim sendo, em

⁴ Em referência a Leonhardt e Mönning (2008), μ seria o símbolo adotado para representar o coeficiente de Poisson (**Poisson's ratio**), entretanto optou-se por seguir a simbologia adotada pela NBR 6118:2014 em que o coeficiente de Poisson é representado por ν .

materiais inelásticos, os ciclos de carregamento e descarregamento, como afirma Araújo (2014a, p.23), deixam deformações residuais permanentes.

Figura 5 - Diagrama simplificado tensão-deformação do concreto à compressão



Fonte: ABNT NBR 6118:2014, modificado pelo autor

Em concordância com a Figura 5, o diagrama simplificado pode ser observado para quaisquer classes de concreto, contudo para concretos, de classe inferior a C50, a abscissa ϵ_{c2} e ϵ_{cu} devem ser trocadas por 2‰ e 3,5‰, respectivamente. Tendo em vista esses arranjos, obter-se-á em consonância à NBR 6118:2014 as seguintes equações das parábolas:

$$\sigma_c = 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad (21)$$

Onde:

σ_c é a tensão de compressão que se aplica ao concreto.

f_{cd} é a resistência à compressão de cálculo do concreto.

ϵ_c é a deformação à compressão do concreto.

$$\sigma_c = 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (22)$$

Onde:

ϵ_{c2} é a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico.

n é obtido através de equação 23.

$$n = 1,4 + 23,4 \cdot \left[\frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4 \quad (23)$$

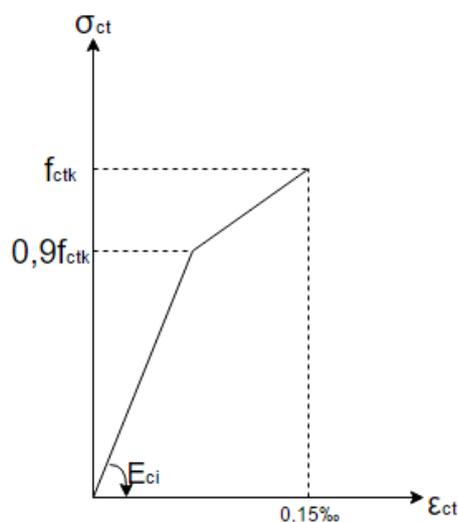
Há de se reiterar que a equação 21 é condizente para utilização em concretos com classe inferior a C50 e que a equação 22 é empregada para concretos com classe entre C55 e C90. A NBR 6118:2014 deixa bastante clara essa evidenciação na definição de valores diferentes de ε_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ε_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura) que devem ser assim estabelecidos: $\varepsilon_{c2}=2,0\text{‰}$ e $\varepsilon_{cu}=3,5\text{‰}$ para concretos com classe até C50 (já mencionado anteriormente); e para os concretos com classe entre C55 e C90, as seguintes equações:

$$\varepsilon_c = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (24)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (25)$$

A NBR 6118:2014 permite a adoção também de um diagrama simplificado de tensão-deformação do concreto à tração. Deste modo, a Figura 6 apresenta o diagrama simplificado do concreto não fissurado onde “a deformação máxima de alongamento é de $0,15\text{‰}$, e o módulo tangente inicial (E_{ci}) pode ser adotado como $\text{tg } \alpha$ ” (DONIN. 2015, p.21).

Figura 6 - Diagrama de tensão-deformação simplificado do concreto à tração



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

2.2.7 Deformações do concreto

Neville e Brooks (2010, p.233) inferem que além da deformação decorrente do carregamento, mudanças de volume devido à retração e variação térmica são de considerável importância. Donin (2015, p.24) suscita que o concreto, sob carregamento ou ações de forças da natureza, apresenta deformações que aumentam ou diminuem seu volume, podendo ou não fissurar as peças de concreto. Isso porque, segundo Neville e Brooks (2010, p.233), “na prática, esses movimentos são parciais ou totalmente restringidos e, portanto, induzem à tensão”.

Por conseguinte, destaca-se o principal perigo como sendo a presença de tensões decorrentes de alguma forma de restrição das ações supracitadas, porque comumente se sabe que o concreto não é um bom material para trabalhar sob tensão e facilmente fica sujeito a fissuras, assim define Neville e Brooks (2010, p.233), além de salientar que fissuras devem ser evitadas, controladas ou minimizadas porque elas afetam a durabilidade da estrutura como também prejudicam a estética da mesma.

Neste segmento, as deformações no concreto endurecido são discernidas por Leonhardt e Mönning (2008, p.19) da seguinte forma:

1. Deformações elásticas (**elastic deformations**), devidas ao carregamento ou à temperatura; desaparecem completamente com a retirada do carregamento;
2. Deformações plásticas (**plastic deformations**), devidas às cargas elevadas de curta duração; não desaparecem totalmente com a retirada da carga;
3. Deformações que são função do tempo e das condições climáticas, em consequência da alteração do gel do cimento no concreto; dentre elas distinguem-se:
 - Retração (**shrinkage**) e expansão (**swelling**) – deformações independentes do carregamento, e devidas à variação da umidade no gel do cimento;
 - Deformação lenta (**creep**) e deformação lenta recuperável (**creep recovery**) – deformações que dependem do carregamento e que são devidas à variação de volume do gel de cimento ocasionada pelo carregamento e descarregamento.

Quanto às deformações elásticas, o módulo de elasticidade do concreto, a deformação transversal e o módulo de deformação transversal já receberam um tratamento nas seções 2.2.4 e 2.2.5 respectivamente. Falta ainda tratar da deformação devida à temperatura. De qualquer modo, Donin (2015, p.24)

ressalta que “as principais deformações que ocorrem no concreto são devidas à retração, à deformação lenta e à variação de temperatura”.

2.2.7.1 Deformação por variação de temperatura

É notório que “a variação da temperatura ambiente não se transmite instantaneamente ao concreto, mas tem uma ação retardada sobre a variação de temperatura deste” (AMBROZEWICZ. 2012, p.146), essa ação de retardo se deve a uma particularidade que todo material possui, denominada coeficiente de dilatação térmica (α_{te}), com o qual se calcula as variações de volume e comprimentos das peças de dado material (DONIN. 2015, p.24).

Leonhardt e Mönnig (2008, p.21) conceituam o coeficiente de dilatação térmica como sendo a deformação relativa a uma variação de 1°C de temperatura, podendo adotar-se para o concreto α_{te} entre $9 \cdot 10^{-6}$ e $12 \cdot 10^{-6}$ [1/°C], se considerar a diferença de temperatura, o coeficiente de dilatação térmica do concreto pode girar em torno de $5 \cdot 10^{-6}$ [1/°C] para temperaturas muito baixas e $22 \cdot 10^{-6}$ [1/°C] para elevadas temperaturas. Em contraponto, Montoya, Messeguer e Cabré (2000, p.83) fazem a ressalva de que o coeficiente de variação térmica do concreto pode variar em decorrência do tipo de cimento e agregados, da dosagem e com a variação de temperatura, oscilando α_{te} de $9,2 \cdot 10^{-6}$ a $11 \cdot 10^{-6}$ [1/°C] para temperaturas entre -15°C e 50°C.

Mesmo assim, tanto Leonhardt e Mönnig (2008) quanto Montoya, Messeguer e Cabré (2000) concordam que pode adotar-se um valor médio como coeficiente de dilatação do concreto, sendo $\alpha_{te}=10 \cdot 10^{-6}$ [1/°C]. A NBR 6118:2014 também admite a adoção deste valor médio de α_{te} com a ressalva de que se considere o intervalo de temperatura entre -20°C e 150°C.

2.2.7.2 Retração

“Retração é causada pela perda de água por evaporação ou pela hidratação do cimento, e também por carbonatação” (NEVILLE; BROOKS. 2010, p.233), a partir disso, se percebe que a retração é “a diminuição do volume de concreto ao longo do tempo” (DONIN. 2015, p.25) e que “a retração do concreto é uma deformação independente do carregamento” (AMBROZEWICZ. 2012,

p.146). Leonhardt e Mönnig (2008, p.22) ainda corroboram a ideia de retração da seguinte maneira:

A retração ocorre durante a contração da massa do gel, por ocasião da evaporação da água não fixada quimicamente do gel do cimento. Isso ocorre nas peças de concreto, independentemente do estado de tensões existente, dependendo somente das tensões capilares, do tempo ou da idade do concreto e especialmente do clima, isto é, temperatura e umidade relativa do meio ambiente.

Montoya, Messeguer e Cabré (2000, p.79) definem os seguintes fatores como influenciadores da retração, independente do grau de umidade do ambiente: o tipo, a classe e a categoria influenciam no sentido de que quanto mais resistente, mais retração dar-se-á; tamanho do móido de cimento, pois quando menor, mais retração ter-se-á; a presença de finos no concreto aumenta consideravelmente a retração; a quantidade de água de amassamento está diretamente relacionada à retração, porque quanto maior a relação água/cimento, maior será a retração; haverá aumento da retração com a diminuição do elemento, por ser maior a área de contato do elemento com o meio ambiente em relação ao volume do elemento, permitir-se-á maior evaporação de água e por consequência, maior retração; concreto armado retrai menos que concreto simples devido à ação das barras de aço que resistem ao encurtamento do elemento e diminuem sequencialmente o efeito de retração.

Donin (2015, p.25) afirma que os efeitos de retração podem ser reduzidos quando se tomam precauções em relação aos fatores citados no parágrafo anterior, em especial, executar uma cura minuciosa, minimamente, nos primeiros sete dias após a concretagem do elemento. Essa preocupação com a cura do concreto pode ser reafirmada, ao considerar as seguintes palavras de Ambrozewicz, que evidencia a retração não como um processo rápido.

A retração se processa mais rapidamente até aproximadamente três a quatro meses e depois mais lentamente. Pode-se admitir que, para as dimensões usuais, um quarto da retração se dá aos sete dias, um terço aos 14 dias e metade em um mês, três quartos em seis meses. (AMBROZEWICZ. 2012, p.146).

Não obstante, Araújo (2014a, p.49) denota que uma cura mais longa para o concreto pode ser benéfica quando se almeja alcançar uma satisfatória resistência à tração. Afinal de contas, isso evitará uma fissuração prematura da

peça. Outrossim, não se pode desprezar o emprego adequado das armaduras com intuito de limitar a abertura de fissuras decorrentes da retração.

Fenômeno contrário à retração, denomina-se expansão, o qual ocorre, segundo Leonhardt e Mönning (2008, p.24) quando a peça de concreto encontra-se submersa ou onde a umidade relativa do ar é elevada e que devido a esses fatores, Donin (2015, p.25) afirma que a água do exterior adentra na peça através dos poros formados pela retração química, fazendo com que a peça de concreto expanda-se em vez de retrair-se.

A NBR 6118:2014 permite que em casos onde não haja necessidade de grande precisão, os valores finais de deformação específica de retração do concreto, quando submetidos a tensões inferiores a $0,5.f_c$ do primeiro carregamento, podem ser obtidos por interpolação a partir da tabela 8.2 da mesma norma.

2.2.7.3 Fluência

A fluência, em consonância a Ambrozewicz (2012, p.147) é o aumento, ao longo do tempo, da deformação de uma peça de concreto sob ação de um carregamento constante. Ela é diretamente proporcional às tensões aplicadas e inversamente à resistência do concreto. De qualquer modo, tal deformação é afetada pelos materiais que constituem o concreto, pela dosagem utilizada e as condições de cura. Montoya, Messeguer e Cabré (2000, p.95) acrescentam que a fluência depende do grau de umidade ambiente em que se encontra a peça, sua espessura e composição do concreto. Além disso, os autores ressaltam a importância da idade do concreto no momento do carregamento e o tempo transcorrido desde quando se evidencia a fluência.

Araújo (2014, p.40-41) diferencia a fluência básica da fluência por secagem, onde a primeira se desenvolve sem a transferência de água entre o concreto e o meio ambiente e a segunda não. Outra diferenciação entre ambas é dada a partir de suas ocorrências, onde em barragens de massa se mostra prevalência da fluência básica e em estruturas esbeltas, usuais em edifícios, percebe-se a importância da fluência por secagem.

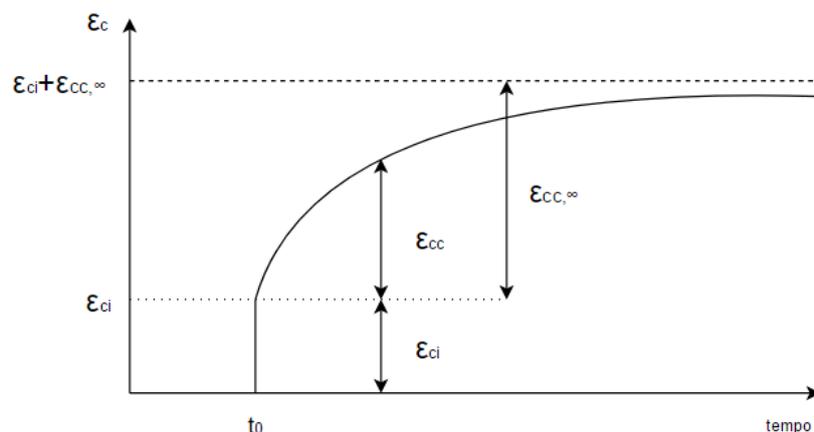
Montoya, Messeguer e Cabré (2000, p.95) afirmam que todos os procedimentos para estimar o encurtamento de uma peça por fluência são de

caráter empírico e derivados da realização de ensaios de laboratórios sobre corpos de prova submetidos à compressão. Logo, não é de se estranhar que os métodos de cálculo de diferentes normas variem a cada edição.

Outra peculiaridade da fluência é que, segundo Donin (2015, p.26), ela ocorre no concreto mesmo quando não há carregamentos externos, diferentemente da retração e da expansão.

A Figura 7 evidencia a fluência imediata do concreto (ϵ_{ci}) após a retirada das escoras da peça (t_0), a partir disso, percebe-se que as deformações do concreto tenderão ao infinito ($\epsilon_{cc,\infty}$) devido ao acréscimo de cargas provenientes de ações variáveis ou simplesmente devidas aos processos executivos da obra, os quais correspondem à parcela de fluência provocada pelos fatores externos (ϵ_{cc}).

Figura 7 - Esquema de fluência e deformação imediata do concreto



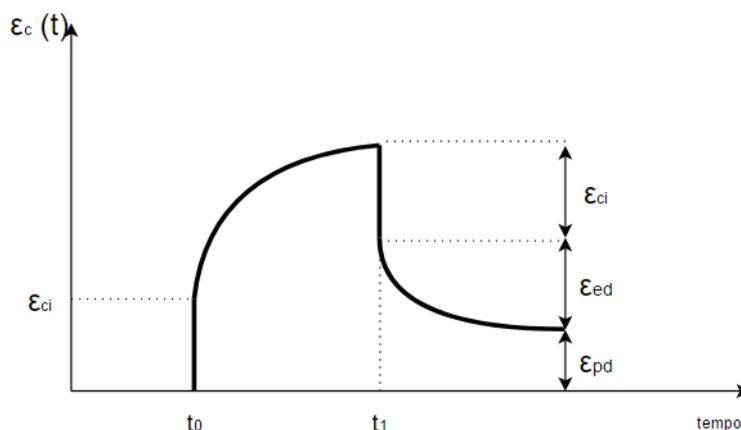
Fonte: DONIN. 2015, p.26

Não obstante, Araújo (2014a, p.41) elucida que uma parcela da deformação do concreto devido à fluência é reversível, determinando assim, uma deformação elástica diferida, a qual é recuperável após o descarregamento da peça, e outra deformação plástica diferida, a qual torna-se irreversível. A Figura 9 apresenta essas parcelas da fluência no concreto, ressaltando que ao se executar o desescoramento da peça (t_0) tem-se uma deformação inicial (ϵ_{ci}), a qual se acresce outros carregamentos além do peso próprio da estrutura e

então ocorre um descarregamento da mesma (t_1) que será próxima à deformação inicial (ϵ_{ci}) e atingir-se-á a deformação elástica diferida (ϵ_{ed}). Se houver continuidade de descarregamento, alcançar-se-á a deformação plástica diferida do concreto (ϵ_{pd}), a qual será residual em concordância a Araújo (2014a, p.42).

Objetivando reduzir as deformações decorrentes da fluência no concreto, a NBR 6118:2014 instiga a execução de peças com armadura complementar. Dessa forma, concomitantemente ao cálculo da retração, o coeficiente de fluência (ϕ) também pode ser obtido a partir da tabela 8.2 da referida norma.

Figura 8 - Parcelas de fluência do concreto



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.41

2.2.8 O aço para concreto armado

Pfeil e Pfeil (2009, p.1) definem que o aço é uma liga de ferro e carbono, com outros elementos de dois tipos: os residuais quando advindos do processo de fabricação; e os adicionados que objetivam aprimorar as características físicas e mecânicas da liga.

Ambrozewicz (2012, p.231) infere que a liga ferro-carbono recebe uma porcentagem de carbono variando entre 0,008% e 2,11% além de outros elementos como silício, manganês, fósforo e enxofre, os quais são acrescidos devido ao processo de fabricação. Contudo, Moraes e Rego (2005) citados por Donin (2015, p.27) afirmam que “os aços para concreto armado são fabricados

com teores de carbono entre 0,4 e 0,6%”, o que se justifica pelo motivo de que “o carbono aumenta a resistência do aço, porém o torna mais frágil” (PFEIL; PFEIL. 2009, p.1).

No Brasil, a NBR 7480:2007 classifica como barra de aço, os produtos de diâmetro nominal igual ou superior a 6,3 mm, obtidos exclusivamente pelo processo de laminação a quente⁵. Concomitantemente, os fios de aço são aqueles de diâmetro nominal igual ou inferior a 10 mm, obtidos a partir de fio-máquina, trefilação⁶ ou laminação a frio. A depender do valor característico de resistência ao escoamento do aço (f_{yk}), a NBR 7480:2007 classifica os fios de aço em CA-60⁷, fabricados por trefilação, e as barras em CA-25 ou CA-50, fabricados por laminação a quente.

Quanto à configuração geométrica das barras de aço CA-50, a NBR 7480:2007 determina que as barras sejam providas de nervuras transversais oblíquas para aumentar a aderência da barra ao concreto; há de ter ao menos duas nervuras longitudinais e opostas que impeçam o giro da barra. Em relação à geometria dos fios de CA-60, a NBR 7480:2007 define que os fios podem ser lisos, entalhados ou nervurados desde que atendem ao coeficiente de conformação superficial mínimo; todavia, os diâmetros nominais iguais a 10 mm necessitam de entalhes ou nervuras. Quanto às barras lisas da categoria CA-25, a NBR 7480:2007 normatiza que a superfície deve ser obrigatoriamente lisa e para quaisquer diâmetros adotar-se-á o mesmo valor de coeficiente de conformação superficial.

“No mercado, as barras são geralmente vendidas em segmentos retos de 12 m, com tolerância de até 9%. Permite-se a existência de até 2% de barras curtas, porém de comprimento não inferior a 6 m” (DONIN. 2015, p.28). Para efeitos de cálculos, a NBR 6118:2014 recomenda adotar-se os seguintes valores em relação ao aço: massa específica igual a 7850 kg/m³; coeficiente de dilatação térmica equivalente a 10⁻⁵/°C para variações de temperatura entre -20°C e

⁵ Segundo Pfeil e Pfeil (2009, p.8) é o processo em que após aquecido, o aço em placa ou tarugo é introduzido em laminadores desbastadores onde rolos giratórios comprimem a peça, reduzindo a seção da mesma e aumentando seu comprimento.

⁶ Moraes e Rego (2005) *apud*. Donin (2015, p.27) definem como o processo de conformação mecânica que reduz o fio-máquina através da passagem por matrizes ou feiras.

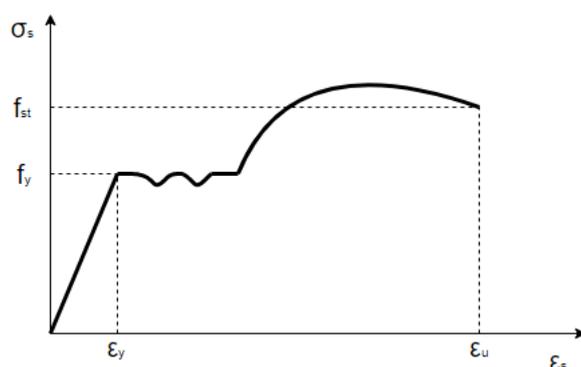
⁷ CA significa que o aço é destinado para uso em concreto armado e o número corresponde à resistência característica de escoamento do aço (f_{yk}) expressa em kgf/mm² ou kN/cm².

150°C; módulo de elasticidade igual a 210 GPa, quando o fabricante não apresenta ensaios para tal caracterização.

A NBR 6118:2014 que a capacidade de aderência do aço ao concreto está relacionada ao coeficiente η_1 , o qual varia em decorrência do tipo de superfície. Portanto, se a superfície for lisa, adota-se $\eta_1=1,0$; se for entalhada, $\eta_1=1,4$; e se for nervurada, $\eta_1=2,25$.

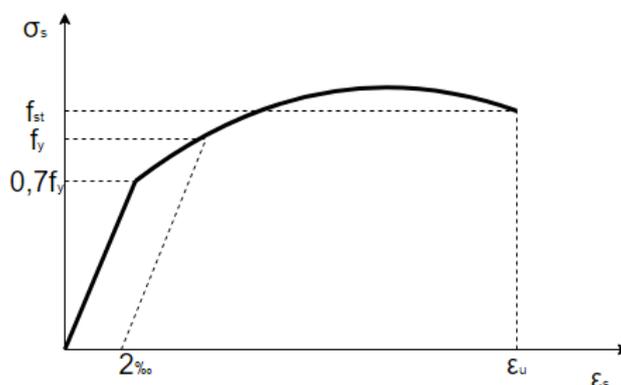
Os diagramas de tensão-deformação do aço diferenciam em relação aos aços laminados a quente e aos trefilados a frio. Isso se deve pelo fato de que os aços laminados a quente, CA-25 e CA-50 apresentam um patamar de escoamento, como mostra a Figura 9. Em contrapartida, os fios de aço, trefilados a frio, CA-60 não apresentam tal característica (Figura 10).

Figura 9 - Diagrama tensão-deformação de aços laminados a quente



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.53. (Modificado pelo autor)

Figura 10 - Diagrama tensão-deformação de aços trefilados a frio



Fonte: ARAÚJO. 2014a, p.53. (Modificado pelo autor)

Há de se constatar que “o escoamento produz em geral uma deformação visível da peça metálica” (PFEIL; PFEIL. 2009, p.13), o que permite uma exatidão na definição da resistência no início do escoamento (f_y). Como o mesmo não ocorre nos aços CA-60, convencionou-se uma resistência de escoamento correspondente a 2‰, significando que se o aço for tensionado até o valor de f_y , e tal tensão não for completamente retirada, o aço não voltará ao seu estado natural pré-tensão, pois restará nele uma deformação residual ou permanente equivalente a 2‰.

A NBR 6118:2014 define que para aços sem patamar de escoamento, emprega-se o valor de tensão correspondente à deformação permanente igual a 0,2% de f_{yk} .

Nota-se ainda que, de acordo com Pfeil e Pfeil (2009, p.13), a Lei de Hooke (Equação 26) somente se aplica até certo valor de tensão, o qual corresponde ao regime elástico do aço (inclinação da reta), e essa inclinação no trecho retilíneo é equivalente ao módulo de elasticidade (E).

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (26)$$

Onde:

σ é a tensão, em Pa;

ε é a deformação, adimensional;

E é o módulo de elasticidade ou módulo de Young.

Ademais, os aços devem atender ao que dispõe a NBR 7480:2007 quanto às propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado (Tabela 1), em relação à resistência de escoamento (f_{yk}), resistência à tração (f_{stk}), deformação na ruptura (ε_{uk}), e o diâmetro nominal da barra ou fio (Φ).

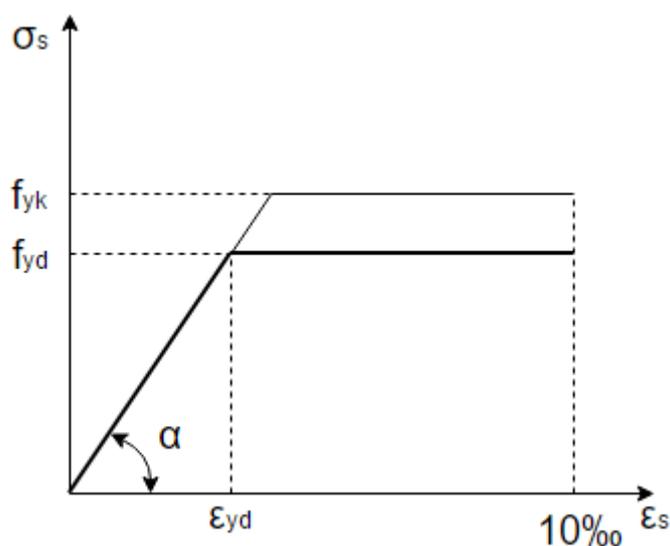
Tabela 1 - Propriedades mecânicas dos aços na tração

| Categoria | f_{yk} (MPa) | f_{stk} (MPa) | ε_{uk} em 10 Φ (%) |
|------------------|----------------------------------|-----------------------------------|--|
| CA-25 | 250 | 1,20 f_y | 18 |
| CA-50 | 500 | 1,10 f_y | 8 |
| CA-60 | 600 | 1,05 f_y | 5 |

Fonte: NBR 7480:2007 *apud*. Donin (2015, p.30)

Donin (2015, p.30) explicita que os valores decorrentes do diagrama de tensão-deformação e os valores supracitados na Tabela 1 devem ser obtidos através de ensaios de tração. Contudo, a NBR 6118:2014 permite que para efeitos de cálculo de ELS (Estados Limites de Serviço) e ELU (Estados Limites Últimos) pode-se adotar o diagrama tensão-deformação simplificado, de acordo com a Figura 11, para aços que apresentem patamar de escoamento (CA-25 e CA-50), desde que o intervalo de temperatura esteja entre -20°C e 150°C.

Figura 11 - Diagrama de tensão-deformação simplificado



Fonte: NBR 6118:2014

Observando-se a Figura 11, percebe-se que “as deformações últimas (ϵ_u) são limitadas a 10‰ (10 mm/m) para tração (alongamento), e 3,5‰ para compressão (encurtamento)” (DONIN. 2015, p.30). E aplicando-se a Lei de Hooke (Equação 26) no trecho elástico, a deformação correspondente ao início de escoamento do aço correspondente ao início de escoamento é dada por:

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (27)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (28)$$

Com isso, Donin (2015, p.30) ressalta que a deformação de início de escoamento (ϵ_{yd}) é igual a 1,04‰ para aço CA-25, 2,07‰ para CA-50 e 2,58‰ para CA-60.

2.3 Princípios teóricos

Obviamente que para se dimensionar a estrutura de uma obra, deve-se levar em consideração as forças que atuam sobre a estrutura, tais forças são designadas como ações, as quais geram uma reação na estrutura. Assim sendo, é notório que para se elaborar um projeto de qualidade, deve-se ter domínio das composições das cargas atuantes sobre dada peça estrutural.

2.3.1 Cargas

No que concerne a NBR 6120:1980, as cargas são classificadas entre permanentes (g) e acidentais (q). Caracterizando as cargas do primeiro tipo, o peso próprio da estrutura mais o peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes. Caracterizam as cargas acidentais, aquelas que podem atuar sobre a estrutura em função de seu uso (pessoas, móveis, veículos, etc.).

Como a pesquisa se refere a lajes de concreto armado, as composições de carga devem estar de acordo com as normas NBR 6120:1980 e NBR 6118:2014. A partir disso, se percebe que para o dimensionamento de uma laje, as ações atuantes são: peso próprio acrescido de outros pesos provenientes da construção, como piso, forro ou paredes divisórias, os quais caracterizam as cargas permanentes (g); e cargas decorrentes do uso da laje, que configuram as acidentais (q).

A NBR 6118:2014 permite que o peso específico de uma estrutura de concreto armado seja estimado em 25 kN/m^3 . Concomitantemente, as cargas provindas de forro, piso ou paredes que estejam descarregando na laje devem estar de acordo com a tabela 1 da NBR 6120:1980.

2.3.2 Ações

A NBR 8681:2004 define como ações, as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas, de maneira simplificada, tais forças e deformações inerentes às ações são consideradas as ações em si. A partir disso

diferencia-se as deformações como ações indiretas e as ações diretas como forças.

Posteriormente, a NBR 8681:2004 diferencia quatro tipos de ações que podem aplicar-se às estruturas: permanentes, variáveis, excepcionais e acidentais. Deste modo, entende-se que ações permanentes são referentes ao carregamento constante que pode variar minimamente em torno da vida média; ações variáveis condizem com valores que variam significativamente em torno da vida média, da vida da construção; ações excepcionais possuem curta duração e baixa probabilidade de ocorrência durante a vida da construção, mas não devem ser desprezadas no projeto; e ações acidentais são decorrentes de cargas acidentais que acometem a estrutura em função do seu uso (podem ser pessoas, mobiliário, veículos, etc.).

Logo, a NBR 6118:2014 delimita que as ações permanentes diretas são de valores de ocorrência constante ou que de valores que aumentam com o tempo, devido a isso, seus valores representativos devem ser desfavoráveis para a segurança. De forma direta, as ações permanentes são constituídas pelo peso próprio, peso de elementos construtivos de elementos fixos e de instalações permanentes, além dos empuxos permanentes; de forma indireta, as ações são constituídas pela retração e fluência do concreto, deslocamento de apoio e imperfeições geométricas.

Em outro viés, as ações variáveis, de acordo com a NBR 6118:2014, são consideradas diretas possuem normas técnicas brasileiras próprias e ocorrem quando consideram cargas acidentais previstas para o uso da construção, ação do vento, ação da água e ações variáveis durante a construção. Serão indiretas quando considerarem as variações uniformes ou não de temperatura e ações dinâmicas.

Em relação às ações excepcionais cujos efeitos não possam ser controlados por outros meios, recomenda-se que seus valores sejam particularmente tratados de acordo com Normas Brasileiras específicas, assim determina a NBR 6118:2014.

Comumente se sabe que os valores de ações sobre uma estrutura são dependentes de diferentes características que tal peça exercerá na obra, contudo, a representação de tais valores no dimensionamento da peça implica em considerações de projetos os quais nomeiam-se como combinações. As

combinações seguem um padrão estabelecido pela NBR 8681:2004 e se referem à caracterização supracitada. Nesta perspectiva, os valores que representarão as ações podem ser diferenciados da seguinte forma: valores característicos (F_k), valores característicos nominais, valores reduzidos de combinação, valores convencionais excepcionais, valores reduzidos de utilização e valores raros de utilização.

2.3.3 Resistências

As resistências características dos materiais (concreto e aço) não são empregadas diretamente em dimensionamentos de projetos, ou seja, a favor da segurança, tomam-se as resistências características dos materiais e aplicam-se um fator de redução da resistência em prol da segurança. Deste modo, a NBR 6118:2014 recomenda que a resistência de cálculo seja adotada a partir da resultante da equação 29, considerando que a idade do concreto seja igual ou superior a 28 dias.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (29)$$

Onde

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto;

f_{ck} é a resistência característica do concreto;

γ_c é o coeficiente de minoração da resistência do concreto.

Quando a idade do concreto é inferior a 28 dias, emprega-se a equação 30 para determinação da resistência de cálculo do concreto.

$$f_{cd} = \frac{f_{ckj}}{\gamma_c} \cong \beta_1 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (30)$$

Considerando que a relação β_1 seja f_{ckj}/f_{ck} , dada por:

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad (31)$$

Onde

$s=0,38$ para concreto de cimento CIII e CIV;

$s=0,25$ para concreto de cimento CI e CII;

$s=0,2$ para concreto de cimento CPV-ARI.

t =idade efetiva do concreto, em dias.

Da mesma forma que a resistência do concreto tende a ser minorada, a resistência característica do aço também tem de ser minorada, desta forma, aplica-se a equação 32 para minoração da resistência do aço.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (32)$$

Onde

f_{yd} é a resistência de cálculo do aço;

f_{yk} é a resistência característica do aço;

γ_s é o coeficiente de minoração da resistência do aço.

Os coeficientes de ponderações das resistências devem ser minorados, no que concerne a NBR 6118:2014, de acordo com a equação 33:

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3} \quad (33)$$

Onde:

γ_{m1} é a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos;

γ_{m2} é a diferença entre a resistência do material no corpo de prova e na estrutura;

γ_{m3} compõe os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências.

Ademais, a depender do Estado Limite, de Serviço ou Último, os coeficientes de ponderações das resistências assumem diferentes valores. Deste modo, a Tabela 2 apresenta os coeficientes de ponderação das resistências do concreto e do aço para os ELU (Estados Limites Últimos), enquanto que para os ELS (Estados Limites de Serviço), a NBR 6118:2014 determina que as resistências não sejam minoradas ($\gamma_m=1,0$) porque as mesmas devem ser consideradas no cálculo a partir de ensaios de laboratório.

Tabela 2 - Coeficientes de ponderação das resistências para ELU

| Combinações | Concreto (γ_c) | Aço (γ_s) |
|----------------------------|-------------------------|--------------------|
| Normais | 1,4 | 1,15 |
| Especiais ou de Construção | 1,2 | 1,15 |
| Excepcionais | 1,2 | 1,0 |

Fonte: NBR 6118:2014

2.3.4 Estados-limites

Para os efeitos de carregamento na estrutura e em relação aos limites esperáveis da estrutura, a NBR 8681:2004 define que os estados limites últimos (ELU) devem ser considerados e são caracterizados por: perda de equilíbrio, global ou parcial, admitindo-se a estrutura como um corpo rígido; ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais; transformação da estrutura, no todo ou em parte, em sistema hipostático⁸; instabilidade por deformação; e instabilidade dinâmica. A mesma norma ainda ressalta que em casos particulares, deve-se considerar outros estados limites últimos.

Quanto aos estados limites de serviço (ELS), a NBR 8681:2004 determina que esses estados sejam caracterizados por: danos ligeiros ou localizados, que comprometem a estética ou durabilidade da estrutura; deformações excessivas que afetem a utilização ou estética; e vibração excessiva desconfortável. Além disso, os estados limites de serviço decorrem de combinações de três diferentes ordens de grandeza e permanência na estrutura:

- a) combinações quase permanentes: combinações que podem atuar durante grande parte do período da vida da estrutura, da ordem da metade deste período;
- b) combinações frequentes: combinações que se remetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura, da ordem de 10^5 vezes em 50 anos, ou que tenham duração total igual a uma parte não desprezível desse período, da ordem de 5%;
- c) combinações raras: combinações que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura. (ABNT NBR 8681:2004).

É evidente que tanto os estados limites de serviços quanto os estados limites últimos são critérios que devem ser atendidos por norma como critérios de segurança das estruturas. A fim de atendê-los, deve-se supor combinações de ações atuantes na estrutura, para que a pior das hipóteses seja coberta no dimensionamento estrutural.

⁸ Quando o número de incógnitas é menor que as equações de mecânica geral.

2.3.5 Ponderações

Inicialmente, deve-se ter em mãos, os valores de cálculo (F_d) das ações permanentes ou variáveis. Para isso, a NBR 6118:2014 infere que seja tomado o valor característico da ação (F_k) e multiplicado por um coeficiente de ponderação (γ_f), o qual é calculado pela seguinte equação 34:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (34)$$

O coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ deve ser consultado na tabela 11.1 da NBR 6118:2014 (Tabela 3), enquanto que γ_{f2} deve ser retirado na tabela 11.2 (Tabela 4) da mesma norma.

Tabela 3 – Coeficientes $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$

| Carregamentos | Permanentes (g) | | Variáveis (q) | | Recalques de apoio e retração | |
|----------------------------|-----------------|-----|---------------|-----|-------------------------------|-----|
| | D | F | G | T | D | F |
| Normais | 1,4 | 1,0 | 1,4 | 1,2 | 1,2 | 0,0 |
| Especiais ou de construção | 1,3 | 1,0 | 1,2 | 1,0 | 1,2 | 0,0 |
| Excepcionais | 1,2 | 1,0 | 1,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |

Onde
D é desfavorável;
F é favorável;
G representa cargas em geral;
T é referente à temperatura.

Fonte: NBR 6118:2014 (Adaptada pelo autor)

A NBR 6118:2014 ressalva que para as cargas permanentes de pequena variabilidade, referidas ao peso próprio da estrutura, por exemplo, especialmente quando se tratam de pré-moldadas que há um controle mais rígido de fabricação, o coeficiente de carregamento para cargas permanentes desfavoráveis venha a ser adotado igual a 1,3. Outra ressalva da mesma norma é referente ao coeficiente de ponderação de ações no estado-limite último para elemento

esbeltos, como lajes em balanço de espessura inferior a 19 cm, pois nesse caso, os esforços solicitantes de cálculo devem ser multiplicados por outro coeficiente, denominado coeficiente de ajustamento (γ_n).

Tabela 4 - Valores do coeficiente γ_{f2}

| Ações | | γ_{f2} | |
|--------------------------------------|--|---------------|----------|
| | | Ψ_0 | Ψ_2 |
| Cargas acidentais em edifícios | Edifícios residenciais | 0,5 | 0,3 |
| | Edifícios comerciais e de escritório | 0,7 | 0,4 |
| | Biblioteca, arquivos, oficinas, e garagens | 0,8 | 0,6 |
| Vento | Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral | 0,6 | 0,0 |
| Temperatura | Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local | 0,6 | 0,3 |

Fonte: NBR 6118:2014 (Adaptada pelo autor)

Para concepção dos coeficientes de ponderação das ações para estado-limites de serviço, a NBR 6118:2014 infere que seja adotado $\gamma_f = \gamma_{f2}$, considerando a Tabela 5.

Tabela 5 - Coeficiente γ_{f2} das ações no ELS

| | |
|------------------------------------|--|
| Valor do coeficiente γ_f | Tem valor variável conforme o que deseja se verificar, de acordo com a Tabela 11.2 da NBR 6118:2014 |
| 1 | Para combinações raras |
| Ψ_1 | Para combinações frequentes |
| Ψ_2 | Para combinações quase permanentes |

Fonte: NBR 6118:2014 (Adaptada pelo autor)

2.3.6 Combinações

A NBR 6118:2014 delimita que um carregamento é definido pelas ações que têm probabilidade não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período de tempo preestabelecido. As combinações de ações devem ser feitas com intuito de considerar os efeitos mais desfavoráveis à estrutura, considerando a NBR 6118:2014, a verificação de segurança em relação aos ELS e ELU deve ser realizada em função de combinações últimas e de serviço respectivamente.

Nessa perspectiva, a NBR 8681:2004 suscita como critérios de combinações que as cargas permanentes sejam consideradas em sua totalidade, enquanto que as ações variáveis sejam consideradas em parcelas que produzem efeitos desfavoráveis à segurança.

Logo, quanto às combinações últimas, a NBR 6118:2014 define três tipos: normal, especial ou de construção e excepcional, as quais serão apresentadas na Tabela 6, a incluir as fórmulas de determinação de suas solicitações nas estruturas; enquanto que as combinações de serviço classificam-se de acordo com a sua permanência na estrutura, podendo ser quase permanentes, frequentes e raras, e podem ser calculadas de acordo com a Tabela 7.

Tabela 6 - Combinações Últimas

| ELU | | Cálculo das solicitações |
|---------|--|--|
| Normais | Esgotamento da capacidade resistente para elementos estruturais de CA ^a | $F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon gk} + \gamma_q \cdot \left(F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk} \right) + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon qk}$ |
| | Perda de equilíbrio como corpo rígido | $S(F_{sd}) \geq S(F_{nd})$ $F_{sd} = \gamma_{gs} \cdot G_{sk} + R_d$ $F_{nd} = \gamma_{gn} \cdot G_{nk} + \gamma_q \cdot Q_{nk} - \gamma_{qs} \cdot Q_{s,min}$ |

| | |
|---|--|
| Especiais ou de construção ^b | $F_d = \gamma_f \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon gk} + \gamma_q \cdot \left(F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk} \right) + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon qk}$ |
| Excepcionais ^b | $F_d = \gamma_f \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon gk} + F_{q1exc} + \gamma_q \cdot \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk} + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon qk}$ |

Onde

F_d é o valor de cálculo das ações para combinação última;

F_{gk} representa as ações permanentes diretas;

$F_{\varepsilon k}$ representa as ações permanentes indiretas como a retração $F_{\varepsilon gk}$ e variáveis como a temperatura $F_{\varepsilon qk}$;

F_{qk} representa as ações variáveis diretas das quais F_{q1k} é escolhida principal;

γ_g , $\gamma_{\varepsilon g}$, γ_q , $\gamma_{\varepsilon q}$ ver tabela 11.1 da NBR 6118:2014;

ψ_{0j} , $\psi_{0\varepsilon}$ ver tabela 11.2 da NBR 6118:2014;

F_{sd} representa as ações estabilizantes;

F_{nd} representa as ações não estabilizantes;

G_{sk} é o valor característico da ação permanente estabilizante;

R_d é o esforço resistente considerado estabilizante, quando houver;

G_{nk} é o valor característico da ação permanente instabilizante;

$$Q_{nk} = Q_{1k} + \sum_{j=2}^m \psi_{0j} \cdot Q_{jk};$$

Q_{nk} é o valor característico das ações variáveis instabilizantes;

Q_{1k} é o valor característico da ação variável instabilizante considerada principal;

ψ_{0j} e Q_{jk} são as demais ações variáveis instabilizantes, consideradas com seu valor reduzido;

$Q_{s,min}$ é o valor característico mínimo da ação variável estabilizantes que acompanha obrigatoriamente uma ação variável instabilizante.

^a Em geral, devem ser consideradas inclusive combinações onde o efeito favorável das cargas permanentes seja reduzido pela consideração $\gamma_g=1,0$. No caso de estruturas usuais de edifícios, essas combinações que consideram γ_g reduzido (1,0) não precisam ser consideradas.

^b Quando F_{q1k} ou F_{q1exc} atuarem em tempo muito pequeno ou tiverem probabilidade de ocorrência muito baixa, ψ_{0j} pode ser substituído por ψ_{2j} . Este pode ser o caso para ações sísmicas e situação de incêndio.

Fonte: NBR 6118:2014 (Adaptada pelo autor)

Tabela 7 - Combinações de serviço

| ELS | Descrição | Cálculo das solicitações |
|--|---|---|
| Combinações quase permanentes (CQP) | Todas as ações são consideradas com seus valores quase permanentes ($\psi_2 \cdot F_{qk}$) | $F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj,k}$ |
| Combinações frequentes de serviço (CF) | A variável principal F_{q1} é tomada em seu valor frequente $\psi_1 \cdot F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 \cdot F_{qk}$ | $F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \psi_1 \cdot F_{q1k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk}$ |
| Combinações raras de serviço (CR) | A ação variável principal F_{q1} é tomada em seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 \cdot F_{qk}$ | $F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} \cdot F_{qjk}$ |
| Onde | | |

$F_{d,ser}$ é o valor de cálculo das ações permanentes para combinações de serviço;

F_{q1k} é o valor característico das ações variáveis principais diretas;

Ψ_1 é o fator de redução de combinação frequente para ELS;

Ψ_2 é o fator de redução de combinação quase permanente para ELS.

Fonte: NBR 6118:2014

Araújo (2014b, p.171) delimita que para o cálculo de flechas em lajes, deve ser considerada a combinação quase permanente do carregamento, e quando se trata de edifícios residenciais, emprega-se a equação 35.

$$p_0 = g + 0,3 \cdot q \quad (35)$$

Onde

p_0 vem a ser $F_{d,ser}$;

g são as cargas permanentes;

q é a carga acidental com valores característicos.

2.3.7 Estádios de cálculo

Os estádios de cálculo do concreto, segundo Donin (2015, p.55) “são os estágios de tensão pelo qual um elemento fletido passa, desde o carregamento inicial até sua ruptura”. Há três estádios, entretanto, dentro do primeiro estádio, existe duas subdivisões:

Campos Filho (2014, p.1) diferencia-os da seguinte maneira: O estádio Ia é característico do concreto não fissurado onde as tensões são proporcionais às deformações; o estádio Ib também se caracteriza pelo concreto não fissurado, contudo as tensões não são mais proporcionais às deformações na zona tracionada; o estádio II se caracteriza pela formação de fissuras, quando o concreto não resiste à tração e as tensões tornam-se proporcionais na zona comprimida; já o estádio III condiz com a não proporcionalidade de tensões às deformações e há o esmagamento do concreto, correspondendo assim à plastificação do mesmo.

2.4 Modelos de cálculo simplificados

Atualmente, existem vários modelos de cálculo para se verificar a flecha de determinada peça ou elemento estrutural, mas muitos dos modelos conhecidos estão relacionados à verificação da flecha imediata da estrutura, o que não é de tão difícil determinação. Entretanto, modelos de cálculos que prevejam de forma simplificada o comportamento de um elemento em relação a flecha diferida no tempo são escassos ou de difícil aplicabilidade.

Consecutivamente, Araújo (2004a, p.2) aponta que para se efetuar um cálculo rigoroso das deformações em peças de concreto armado, deve-se considerar a não-linearidade física do material. Para isso, é necessária a adoção de diagramas de tensão-deformação compatíveis com os resultados experimentais. Ademais, não se pode excluir os efeitos de fluência e retração do concreto, deste modo, percebe-se a necessidade do emprego de modelos reológicos com diferentes níveis de sofisticação. Mas o que contrapõe essa colocação do autor é que modelos lineares são costumeiramente empregados para estimativa do cálculo das flechas em projetos de concreto armado, e nem sempre se dispõe de uma análise numérica para realizar tal aferição.

Buscando estabelecer uma comparação entre métodos de cálculo de flechas em lajes de concreto armado simplificados, excluiu-se dela, os métodos como: Método do Elementos Finitos e Método dos Elementos de Contorno, que têm em suas metodologias análises computacionais. Ademais, cabe por ora, elencar e diferenciar a Fórmula de Branson e o Método Bilinear, os quais apresentam uma metodologia de cálculo simplificada para previsão do comportamento das deflexões considerando outras parcelas além da imediata em elementos estruturais.

Junges (2011) elencou a fórmula de Branson e o método bilinear como principais para verificação simplificada da flecha. A partir dessas metodologias, a autora fez diferenciações entre a fórmula de Branson de acordo com a NBR 6118:2007, conforme comentários da NB-1 e conforme a ACI. Quanto ao método bilinear, a diferenciação foi realizada de acordo com o CEB em "*Design Manual on Cracking and Deformations*" e o CEB-FIP *Model Code* 1990. Entretanto, dos métodos selecionados, ela optou em trabalhar com a fórmula de Branson segundo a norma vigente (NBR 6118:2007), a fórmula de Branson de acordo

com a NB-1 do IBRACON e o método bilinear sem considerar a incorporação do efeito de fluência do concreto no cálculo como recomenda o CEB-FIP 1990.

2.4.1 Fórmula de Branson

O método simplificado de Branson, de acordo com Junges (2011, p.42) foi proposto em 1963, adota uma fórmula de inércia equivalente ponderada entre os estádios I e II do concreto. Essa metodologia foi primariamente empregada pelo ACI (*American Concrete Institute*) para cálculo da flecha imediata, a qual ainda o recomenda, bem como a NBR 6118:2014.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (36)$$

Onde

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo;

M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural;

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Para se calcular o momento de fissuração do elemento estrutural, emprega-se a seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{Y_t} \quad (37)$$

Onde

α é o fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, podendo ser adotado 1,2 para seções T ou duplo T e 1,5 para seções retangulares;

f_{ct} é a resistência característica do concreto à tração;

Y_t é a distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada da seção.

A equação 38, segundo a NBR 6118:2014, deve ser empregada para o cálculo da flecha diferida no tempo

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (38)$$

Onde

α_f é o efeito da flecha diferida no tempo;

ξ é um coeficiente em função do tempo que deve ser obtido de acordo com a Tabela 8 ou calculado através das seguintes expressões:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (39)$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) \cdot t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (40)$$

ρ' é a taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão, calculada pela equação 41.

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d} \quad (41)$$

Em que

A_s' é a área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão;

b é a largura da seção;

d é a altura útil.

Tabela 8 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo

| Tempo (t) meses | 0 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 10 | 20 | 40 | ≥ 70 |
|--|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----------|
| Coeficiente $\xi(t)$ | 0 | 0,54 | 0,68 | 0,84 | 0,95 | 1,04 | 1,12 | 1,36 | 1,64 | 1,89 | 2 |

Fonte: NBR 6118:2014

2.4.2 Método bilinear do CEB

O método bilinear do CEB segundo Araújo (2006, p.11) “permite analisar o comportamento de lajes de concreto armado até a ocorrência do primeiro escoamento da armadura, no ponto mais solicitado da laje”. Neste método, Junges (2011, p.45) afirma que

a flecha é estimada por um valor intermediário entre o valor da flecha calculada com rigidez no estágio I e a flecha com rigidez do estágio II puro, utilizando o coeficiente de distribuição ζ para fazer a interpolação e assim considerar a colaboração do concreto entre fissuras. Esta fórmula também é utilizada para se obter uma curvatura média e então obter-se a deformação.

$$W = (1 - \zeta) \cdot W_1 + \zeta \cdot W_2 \quad (42)$$

Onde

W_1 é a flecha calculada no estágio I do concreto;

W_2 é a flecha calculada no estágio II do concreto;

ζ é o coeficiente de distribuição para fazer a interpolação entre os estádios.

O coeficiente ζ varia, devendo ser considerado da seguinte maneira:

Para $M_a < M_r$, $\zeta=0$;

Para $M_a > M_r$:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \frac{M_r}{M_a} \quad (43)$$

Onde

M_a é o momento atuante na seção crítica;

M_r é o momento de fissuração na seção crítica, considerando a armadura de cálculo na inércia no estágio I), calculado pela equação 37;

$$M_r = \frac{f_{ct} \cdot I_1}{y_t} \quad (44)$$

Sendo

f_{ct} é a resistência do concreto à tração, expresso em MPa, de acordo com a equação 11:

β_1 é coeficiente que caracteriza a qualidade de aderência das barras de aço, calculado através da equação 45.

β_2 é o coeficiente que representa a influência da duração da aplicação ou da repetição de carregamento solicitante, podendo ser igual a 1 para o primeiro carregamento ou 0,5 para cargas de longa duração ou de elevado número de ciclos de carregamento.

$$\beta_1 = \frac{1}{2,5 \cdot k_1} \quad (45)$$

Onde

K_1 é adotado 0,4 para barras de alta aderência ou 0,8 para barras lisas.

Junges (2011, p.46) afirma que para a maioria das aplicações práticas $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 = 0,5$.

Nota-se, todavia, que esse modelo bilinear não incorpora no cálculo os efeitos de fluência e retração, por esse motivo, é interessante à pesquisa que seja seguido o método bilinear do CEB-FIP 90, abaixo descrito:

Para $M_a < M_r$:

$$W = (1 + \varphi) \cdot W_0 \quad (46)$$

Para $M_a > M_r$:

$$W = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot \eta \cdot (1 - 20 \cdot \rho_{cm}) \cdot W_0 \quad (47)$$

Onde

W_0 é a deflexão elástica calculada com $E_{cs} \cdot I_c$;

M_a é o momento fletor da seção mais solicitada;

h é a altura da seção transversal da viga;

d é a altura útil da seção;

ρ_{cm} é a taxa média de armadura comprimida, calculada pela equação 41;

φ é o coeficiente de fluência.

ρ_m pode ser calculado de acordo com o diagrama de momentos fletores para vigas contínuas (Figura 12) e seguindo a equação 48.

$$\rho_m = \rho_a \frac{l_a}{l} + \rho \frac{l_0}{l} + \rho_b \frac{l_b}{l} \quad (48)$$

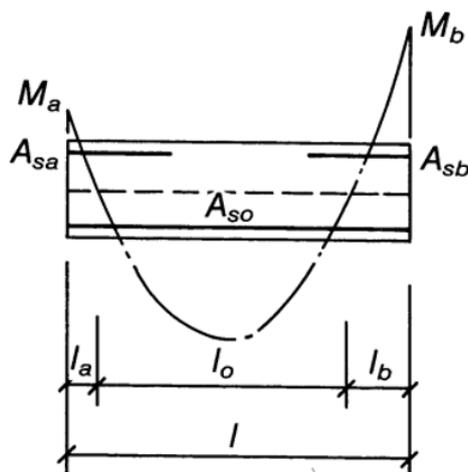
Onde

ρ_a e ρ_b correspondem às taxas de armadura tracionada/comprimida nos apoios direito e esquerdo da viga;

l_a e l_b correspondem aos comprimentos estimados;

η é o fator de correção, o qual adiciona ao cálculo os efeitos de fluência e retração do concreto com a armadura tracionada (ρ_{tm}), em consonância à Tabela 9.

Figura 12 - Definições de l_0 , l_a e l_b pelo diagrama de momento fletor



Fonte: CEB-FIP (1990) *apud*. Junges (2011)

Tabela 9 - Fator de correção segundo CEB-FIP 90

| ρ_m (%) | 0,15 | 0,2 | 0,3 | 0,5 | 0,75 | 1,0 | 1,5 |
|--------------|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| η | 10 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2,5 | 2 |

Fonte: CEB-FIP (1990) *apud*. Junges (2011)

2.5 Algumas pesquisas

Junges (2011, p.50) aponta como precursor o estudo comparativo desenvolvido por Branson em 1968, o qual, estatisticamente, ensaiou 107 vigas para verificação de flechas imediatas e 30 vigas para verificação das flechas diferidas ao longo do tempo. Os resultados foram comparados com a fórmula da inércia equivalente, demonstrando que a variação do método em relação ao experimento girava em torno de 20% para mais ou para menos.

Em 1993, Ghali, citado por Junges (2011, p.50) analisou e criticou o método simplificado do *American Concrete Institute* (ACI), apresentando que a fórmula de Branson é imprecisa em casos em que a taxa de armadura é baixa ou a relação M_a/M_r é próxima a 1 ou também quando momento atuante é constante ao longo da maior parte do comprimento da viga. A adoção de uma rigidez equivalente ao longo de toda seção do elemento estrutural constitui o erro

do método, pois se sabe que ela é variável. Logo, o autor sugere que os resultados sejam aferidos a partir de uma interpolação da curvatura entre os estádios I e II do concreto, ou seja, que eles sejam deduzidos de uma curvatura média, bem como o método bilinear do CEB-FIP de 1985.

Ghali (1999) *apud*. Junges (2011, p.50-1) recomenda o uso de um modelo de cálculo de flechas em vigas de concreto armado ou protendido sustentado nas premissas teóricas de equilíbrio e compatibilidade, com intuito de melhor prever o comportamento das deflexões imediatas e ao longo do tempo. O estudo comparou os resultados de flechas pelo modelo sugerido com resultados a partir do método simplificado do ACI 318/2005 e com resultados experimentais de outros autores.

Araújo (2004) analisa processos simplificados para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado. No estudo, ele compara um modelo não-linear com o método bilinear do CEB, com a fórmula prática do CEB/90 e com o cálculo de flechas segundo a NBR 6118:2003 (Fórmula de Branson). A partir disso, o autor concluiu que tanto os resultados das flechas iniciais do método bilinear como do método adotado pela então NBR 6118:2003 eram condizentes com os resultados da análise não linear. Por outro lado, enquanto se constata uma concordância entre o método bilinear e a fórmula prática do CEB em relação à análise não-linear no que concerne a verificação das deformações ao longo do tempo, o método da NBR 6118:2003 não apresenta tal característica porque ele

[...] não reproduz satisfatoriamente os efeitos das deformações diferidas do concreto em resposta das vigas de concreto armado. Esse método subestima as flechas das vigas pouco solicitadas, quando elas ainda se encontram no estágio I, ou no início do estágio II (na região de formação das fissuras). Por outro lado, o método da NBR-6118 superestima as flechas das vigas mais solicitadas, em um estado de fissuração mais adiantado. (ARAÚJO. 2004, p.9-10).

Por conseguinte, Araújo (2004, p.10) recomenda a utilização do método bilinear ou da fórmula prática do CEB/90 para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado em detrimento do método proposto pela NBR 6118:2003.

Flório (2004) analisa a metodologia para projeto e execução de lajes pré-moldadas com nervuras unidirecionais devido à grande aplicabilidade desse elemento construtivo em edificações brasileiras de pequeno porte. Além da análise referida ao detalhamento, há a preocupação com as deformações da

peça considerando a fluência e fissuração do concreto. A partir disso, o autor chega à conclusão de que há uma necessidade de discutir processos voltados à determinação de esforços e deslocamentos das lajes pré-fabricadas, pois há uma gama de hipóteses que se consideradas distintamente levam a uma gama maior ainda de resultados divergentes. Aliás, Flório (2004, p.201-2) sugere que sejam desenvolvidas mais pesquisas com escopo no estado de deformação excessiva do concreto.

Em 2005, Araújo propôs um melhoramento do método simplificado do ACI para cálculo de flechas em vigas de concreto armado. Antes de discorrer sobre o melhoramento do método em si, o autor afirmou que tal melhoria poderia ser estabelecida se fosse considerado a colaboração das áreas de aço no cálculo do momento de ruína da seção.

Referente ao melhoramento do método do ACI, o autor ainda conclui que:

o modelo proposto tem o propósito de eliminar os erros do método do ACI. Como foi apresentado, ele reproduz os resultados obtidos através de análise não-linear tão bem quanto os resultados experimentais. Além de, o modelo proposto preservar a simplicidade do método do ACI, o que facilita seu emprego no projeto estrutural. (ARAÚJO. 2005, p.59).

Borowski (2005) em sua dissertação sobre cálculo de deslocamentos em lajes nervuradas concluiu que as recomendações da NBR 6118:2003 para as características do concreto e aço apresentavam valores mais conservadores, alcançando carregamentos mais baixos e estruturas mais deformáveis, ao mesmo tempo em que em lajes nervuradas unidirecionais autor afirma que:

os resultados numéricos obtidos com o elemento Poutre indicaram uma rigidez superior na maior parte do carregamento da peça, apresentando flechas superiores as experimentais somente no trecho em que a armadura encontra-se em escoamento (BOROWSKI. 2005, p.94).

Todavia, Borowski (2005, p.93) ressalta que “a simplificação de lajes nervuradas em lajes maciças com espessura equivalente não é aplicada à simulações numéricas plásticas”, isso porque as dimensões das seções influenciam no cálculo dos deslocamentos, à medida que em estruturas elásticas, a inércia da seção tem grande importância para o cálculo de flechas.

Matsui (2006) *apud*. Junges (2011, p.51) comparou os resultados de ensaios de vigas de concreto armado sob carregamento de curta duração do ponto de vista não-linear com resultados de flechas calculadas a partir do modelo simplificado na NBR 6118:2003, resultando em discrepâncias entre a parte experimental e os resultados obtidos através do método simplificado.

Em contrapartida, Silva (2006) *apud*. Junges (2011, p.52) também constatou entre os resultados de flecha para vigas de concreto armado quando comparou os modelos da antiga NBR 6118:1978 com a NBR 6118:2007, o método bilinear do CEB 1985 e o método do ACI. Entretanto, em suas análises, o autor averiguou para delimitação da flecha imediata, o modelo do ACI e da NBR ficam bem próximos dos obtidos em ensaios. Além disso, também se percebeu divergências de resultados de flecha diferida ao longo do tempo em relação ao uso do método da antiga NBR 6118:1978.

Araújo (2006, p.18) conclui que o método bilinear para análise de lajes de concreto armado é satisfatório tanto para a avaliação de deformações em lajes maciças como em lajes nervuradas, considerando que lajes nervuradas podem vir a ser analisadas como laje maciça de espessura equivalente. Além disso, o modelo bilinear tende a apresentar satisfatoriamente os resultados experimentais nos estádios I e II, até o princípio do escoamento das armaduras.

Diaz (2008) *apud*. Junges (2011, p.52) ensaiou 277 vigas hiperestáticas e isostáticas com seções retangulares ou T e 810 medidas de flechas. Ao se comparar os deslocamentos imediatos e os diferidos no tempo, o autor confirmou os resultados obtidos por Branson em 1968.

Araújo (2008, p.4) afirma que o cálculo da flecha da laje sob análise é subestimado devido ao emprego da metodologia tradicional, haja vista que em paralelo ao Método dos Elementos Finitos (MEF), a flecha calculada tradicionalmente correspondeu a 63% do que a obtida a partir do MEF. Isso corrobora seu estudo publicado em 2004.

Consecutivamente, Araújo (2009, p.79) afirma o método simplificado (método bilinear do CEB) para cálculo da flecha para lajes maciças é adequado, mesmo havendo um erro quanto à flecha inicial, o qual é compensado pela consideração da fluência no estágio I.

Pereira (2009) *apud*. Junges (2011, p.53) analisou a redistribuição de esforços em vigas contínuas para solicitações de serviço e também a flecha

obtida por diferentes modelos de cálculo, concluindo que modelo momento-curvatura do CEB-FIP apresenta comportamento mais flexível que o modelo da NBR 6118:2007, enquanto que o modelo bilinear apresentou resultados próximos aos da NBR 6118:2007.

A partir de uma análise numérica e experimental de vigotas pré-moldadas em concreto armado com armadura em formato de treliça espacial para emprego em lajes nervuradas, Santos e Piana (2010) comparam os resultados dos ensaios dessas vigotas com os modelos de cálculo simplificados de momento-curvatura de Ghali e Frave (similar ao modelo bilinear) e de Branson e com a análise não linear através dos *softwares* SAP2000[®] e ANSYS[®]. A conclusão em que chegaram foi de que sob a análise dos esforços últimos, o modelo de cálculo proposto pela NBR 6118:2003, de Branson, mostrou-se satisfatório, com valores próximos aos dos experimentais.

Junges (2011) correlacionou modelos simplificados para cálculos de flecha em vigas biapoiadas ou contínuas de concreto armado com o modelo do ANALEST⁹ e concluiu que o “método simplificado mais eficaz para vigas contínuas de concreto armado é o Branson-Ibracon” (JUNGES. 2011, p.279) enquanto que os métodos da NBR 6118:2007 e bilinear não foram de bom desempenho porque consideram uma rigidez equivalente a partir de uma seção de referência. Não obstante, concluiu-se que para vigas biapoiadas de concreto armado, os métodos bilinear e da NBR 6118:2007 apresentaram precisão próxima ao modelo ANALEST, de referência, sendo portanto, indicados para a aferição de flechas nessa situação.

Araújo (2011) retoma a discussão com foco na consonância que há entre o método bilinear do CEB com a análise não linear em detrimento da discordância entre o método da NBR 6118:2007 e a análise não linear. Devido a isso, o autor propôs duas fórmulas práticas baseadas no método bilinear para o cálculo de flechas em vigas de concreto.

No âmbito da UNISC, Oliveira (2015) desenvolveu uma análise teórica e experimental do método de dimensionamento de lajes nervuradas unidirecionais em concreto armado, objetivando comparar os carregamentos suportados por análise experimental em nervuras; Kist (2016) similarmente a Oliveira (2015)

⁹ *Software* idealizado para vigas por Chimello (2003).

realizou uma análise teórica experimental de laje pré-moldada com vigotas de concreto armado; Barbieri (2016) também estabeleceu analogamente a Oliveira (2015) uma análise de teórica e experimental de lajes unidirecionais em concreto armado com vigotas treliçadas.

Esses três últimos trabalhos constituirão a análise comparativa de métodos simplificados para verificação de deflexões em lajes deste trabalho e para tanto, denominar-se-ão casos, correspondendo a caso 01 o estudo de Oliveira (2015), caso 02 o protótipo de Kist (2016) e caso 03 a pesquisa de Barbieri (2016). Vale ressaltar que todos os três casos correspondem ao estudo de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado e que, de uma forma ou de outra, foram construídas, à sua particularidade metodológica com vigotas de concreto armado, tabelas de EPS.

3 MÉTODOS E TÉCNICAS

O estudo iniciou-se com uma pesquisa de cunho bibliográfico, objetivando conceituar a flecha em lajes de concreto armado, especialmente quando à aplicabilidade de modelos de cálculos simplificados e sua consonância ou dissonância a resultados experimentais. Isso é devido à necessidade de verificar se o modelo de cálculo para verificação de flechas, proposto pela NBR 6118:2014, tem coerência com resultados apresentados e além disso, discernir a coerência de outros modelos simplificados recomendados na literatura ou em normas internacionais.

No entanto, para se verificar o que está evidenciado no parágrafo anterior, foi necessário o seguimento de determinadas etapas de pesquisa que estarão apresentadas no seguimento deste capítulo.

Assim, esse capítulo apresentará sequencialmente o porquê da escolha de três casos no item Definição dos casos, bem como uma explanação pormenorizada das particularidades dos três casos. Seguidamente, apresentar-se-á o artifício matemático empregado para compilar os dados referentes a cada pesquisa em apenas um traçado de diagrama momento X deformação. Logo, discorrer-se-á acerca da necessidade de elencar e discernir os modelos de cálculo simplificados pertinentes a este estudo e o porquê de suas escolhas.

Após a definição dos casos, far-se-á a aplicação dos mesmos para cada caso, ou seja, tomar-se-ão os respectivos dados das pesquisas e calcular-se-á a aplicação de cada método simplificado de cálculo de flechas para cada caso. Por conseguinte, realizar-se-á a explanação de como comparar o comportamento de traçados de diagramas momento X deformação obtidos através dos métodos simplificados para cada caso e notar-se-á a necessidade de compara-los com referência aos momentos de cálculo no ELU e ELS de cada laje experimental.

Ao cabo dessa sequência metodológica, apresentar-se-ão novos diagramas de momento X deformação para os estudos de Oliveira (2015), Kist (2016) e Barbieri (2016), onde se perceberá quatro traçados diferentes (um experimental; um referente à fórmula de Branson, como recomenda a NBR 6118:2014; um referente ao Método Bilinear do CEB; e um referente à fórmula

prática do CEB) que estarão cortados por duas constantes (uma referente ao momento de cálculo para ELU e outra referente ao momento de cálculo para ELS). E partir desses novos diagramas, poder-se-á discorrer comparativamente sobre a aplicabilidade e funcionalidade dos modelos de cálculo com respaldo nos resultados experimentais.

3.1 Definição dos casos

Optou-se em analisar o comportamento dos protótipos ensaiados por Oliveira (2015), Kist (2016) e Barbieri (2016) devido à disponibilidade de alcance às leituras de deslocamentos experimentais dos mesmos, haja vista que os três foram realizados na UNISC e facilmente se teria acesso a tais dados importantes a esta pesquisa a qual carece de resultados experimentais para que se estabeleça a comparação entre os modelos de cálculo simplificados para deflexões.

Reforçando a ideia exposta no item 2.5 desta pesquisa, o caso 01 corresponde aos resultados experimentais dos protótipos de Oliveira (2015), o caso 02 aos resultados do protótipo de Kist (2016) e caso 03 aos resultados dos protótipos de Barbieri (2016).

Ademais, os três autores cujas pesquisas foram elencadas para serem analisadas neste trabalho perceberam através de seus experimentos, a necessidade em se estudar, principalmente, o modelo teórico de Branson, o qual havia apresentado grande discrepância quando em comparação aos resultados experimentais de deflexões.

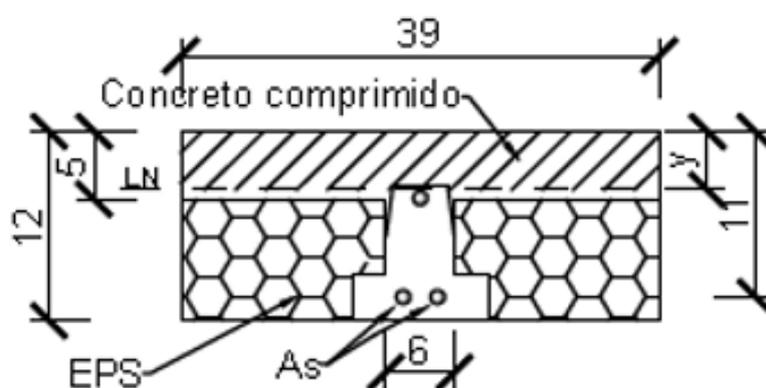
3.1.1 Caso 01

Oliveira (2015) produziu quatro nervuras com vigotas pré-moldadas de concreto armado, provenientes da indústria e fabricadas com traço de 1,00:3,3450:3,600:0,581 respectivamente com cimento CP V ARI, areia natural, brita 0 e água potável. As capas das nervuras foram moldadas *in loco* com traço de 1,00:2,649:2,677:0,569 correspondendo a cimento CP V ARI, areia natural,

brita 1 e água potável, com teste de *slump*¹⁰ igual a $120\text{mm} \pm 20\text{mm}$ e resultando em uma constante de capa igual a 5,0 cm. O aço utilizado na produção das vigotas foi CA-60.

Cada nervura apresentava mesma seção: 2,60m de comprimento, 39cm de largura, 12 cm de altura e 11 cm de altura útil. As tabelas empregadas eram de EPS, perceptíveis no corte transversal de uma das nervuras (Figura 13).

Figura 13 - Seção transversal das nervuras do caso 01



Fonte: Oliveira. 2015, p.62

Após a cura do concreto das nervuras, os protótipos de Oliveira (2015) foram submetidos à ensaio de flexão em um equipamento EMIC® GR048. Contudo, foram instalados deflectômetros somente nas nervuras 01 e 02 e em dado momento, para não comprometer a integridade desses equipamentos, os ensaios de ambas nervuras tiveram de ser interrompidos para a remoção dos deflectômetros. Esse procedimento acabou fazendo com as leituras de flechas nas nervuras 01 e 02 fossem interrompidas em dado instante e não pudessem mais ser aferidas com mesma precisão anterior. Em seguida, as leituras de deflexões nas nervuras 03 e 04 foram realizadas sem o auxílio de deflectômetros e frente a não interrupção do ensaio, obteve-se mais leituras de flechas para as composições dos diagramas dessas nervuras.

¹⁰ *Slump test* ou Ensaio de Abatimento em concreto é um método normatizado pela NBR NM 67:1998, aplicável aos concretos plásticos que apresentem um assentamento igual ou superior a 10 mm e serve para determinar a consistência do concreto fresco através da medida de seu assentamento (ABNT. 1998, p.2).

A Tabela 10 evidencia as cargas de ruínas e os momentos de rupturas alcançados por cada nervura. Estes dados são de mais valia quando comparados entre si, e se pode averiguar que não há uma discrepância de resultados entre os ensaios realizados devido à pouca variação das cargas de ruínas e dos momentos de ruptura alcançados por cada nervura. A média das cargas de ruína experimental dos ensaios foi de 5,829 kN e o desvio padrão foi de 0,055, simultaneamente, o desvio padrão dos momentos de ruptura foi de 0,025 kN.m (OLIVEIRA. 2015) e a média foi de 2,623 kN.m. Dados os quais confirmam a veracidade dos ensaios.

Tabela 10 - Carregamentos e momentos de ruína do protótipo 01

| Nervura | Carga de ruína (kN) | Momento de ruptura (kN.m) |
|----------------|----------------------------|----------------------------------|
| Nervura 01 | 5,769 | 2,596 |
| Nervura 02 | 5,873 | 2,643 |
| Nervura 03 | 5,780 | 2,601 |
| Nervura 04 | 5,893 | 2,652 |

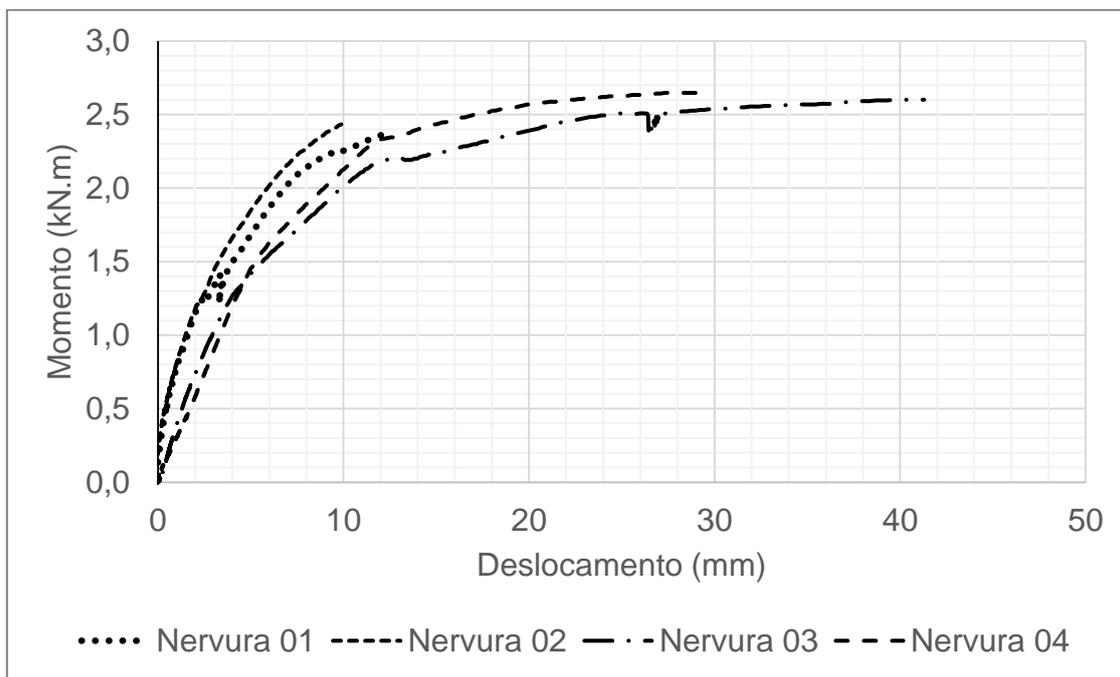
Fonte: Oliveira. 2015, p.68

Consecutivamente, Oliveira (2015) traçou os diagramas de momento X deformação de seus protótipos. A Figura 14 compila as curvaturas dos quatro ensaios e partir dela, percebe-se que os resultados das nervuras 01 e 02 alcança seu máximo no momento de ruptura de cada uma.

É conveniente observar que há uma similaridade entre as curvaturas de digrama dos protótipos ensaiados por Oliveira (2015) e que mesmo a nervura 03 apresentou um pequeno desvio próximo ao momento de 2,5 kN.m, não se tem uma discrepância entre elas.

Por fim, Oliveira (2015, p.76) constatou que o modelo teórico estipula maiores níveis de flecha para determinados carregamentos, sendo mais expressivos nas nervuras 01 e 02 devido ao uso de deflectômetros os quais elevaram o nível de precisão dos ensaios quanto às verificações das felchas experimentalmente.

Figura 14 - Diagrama momento X descolamento do caso 01



Fonte: Oliveira. 2015, p. 67

3.1.2 Caso 02

Kist (2016) construiu uma laje em escala real com uso de vigotas pré-moldadas de concreto armado, com intuito de determinar a resistência do elemento estrutural e seus respectivos deslocamentos para comparar o método de cálculo proposto pela NBR 6118:2014 com o método experimental.

As vigotas foram produzidas por uma empresa do ramo e, para tanto, o traço empregado foi 1,00:3,45:3,60:0,581 sendo respectivamente cimento CP V ARI, areia média natural, brita 0 e água potável. O aço empregado foi CA-60. Para a execução da laje, justapôs-se quatro vigotas intercaladas com tabelas de EPS. Logo, realizou-se a concretagem da capa com concreto de traço 1,00:2,50:3,33:0,517 sendo respectivamente cimento CP V ARI, areia média natural, brita 1 e água potável, com teste de *slump* 140mm±20mm que resultasse em uma constante de 4 cm. Por esse viés, a laje moldada por Kist (2016, p.55) possuía um vão teórico $l=3,50$ m e uma largura de atuação de cada nervura igual a 0,39 cm.

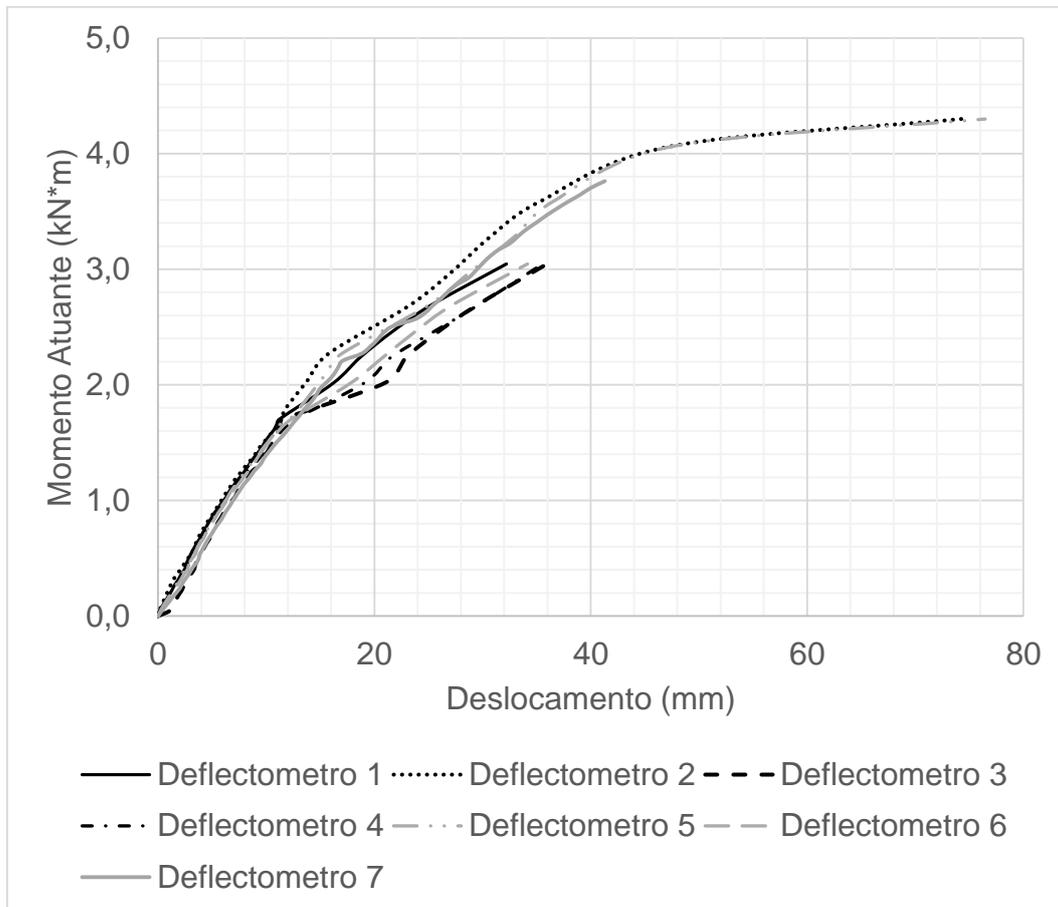
Tendo em vista que a laje não poderia ser ensaiada no equipamento EMIC® GR048 do laboratório de estruturas da UNISC. Fez-se uma contenção no entorno da laje com chapas de compensado e colocou-se uma lona de boa qualidade que não permitisse o vazamento de água, pois o carregamento do elemento estrutural com coluna de água. Anterior ao carregamento, foram instalados sete deflectômetros para leituras mais precisas de deslocamentos e ao lado deles, sete réguas comuns para leituras mais grosseiras caso houvesse inviabilidade na utilização de algum deflectômetro, ou mesmo para leituras após a remoção dos equipamentos antes do colapso da estrutura e possível perda dos mesmos.

O ensaio da laje realizado por Kist (2016) tornou nítida a diferença existente entre o modelo experimental, modelo esperado de ruptura e o cálculo de projeto. Haja vista que a carga de ruptura experimental alcançou um valor igual a 2,886 kN enquanto que o esperado de ruptura era de 1,74 kN e o cálculo de projeto era igual a 0,99 kN. Comparando os momentos, o momento de ruptura experimental foi igual a 4,419 kN.m, enquanto que o momento esperado de ruptura foi de 2,66 kN.m e o momento de cálculo do projeto igual a 1,52 kN.m.

Em relação às leituras de deslocamentos na laje ensaiada por Kist (2016), os sete deflectômetros empregados evidenciaram uma similaridade comportamental da estrutura, não permitindo a dubiedade do ensaio. Logo, pode-se estabelecer sete curvaturas diferentes no diagrama de momento X deslocamento dessa laje, evidenciadas na Figura 15. Kist (2016, p.64) sustenta a ideia de que o momento de fissuração real é bastante acima do cálculo, por volta de 177,31% acima do calculado.

Kist (2016) concorda com Oliveira (2015) ao afirmar que o modelo teórico proposto pela NBR 6118:2014 estipula maiores valores de flecha para determinados carregamentos e que se houvesse um aprimoramento da metodologia de cálculo, poder-se-ia executar estruturas com maior viabilidade econômica.

Figura 15 - Diagrama momento X deslocamento do caso 02



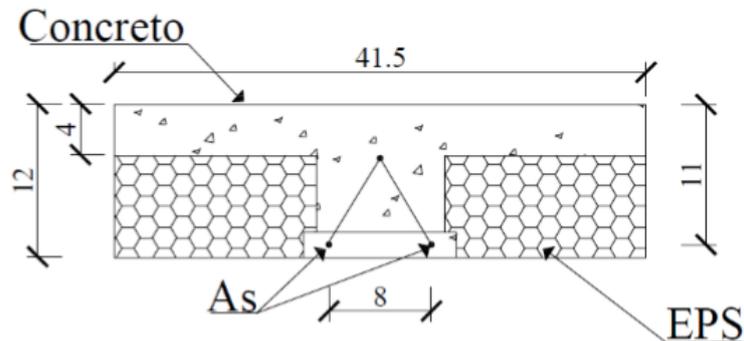
3.1.3 Caso 03

Barbieri (2016), realizou uma análise similar a Oliveira (2015), entretanto a autora moldou quatro nervuras com vigotas treliçadas, fabricadas na indústria com cimento CP V ARI, areia média, brita 1, água portátil e aço CA-60. A capa das nervuras foi concretada *in loco* com traço para 1 m³ de concreto composto por 290 kg de cimento CP V ARI; 450 kg de areia grossa; 450 kg de areia média; 700 kg de brita 1; 300 kg de brita 0; 175 kg de água potável; e 2,5 kg de aditivo polifuncional, com teste de *slump* entre 140 mm e 180 mm.

Os protótipos possuíam 2,0 m de comprimento, seção transversal segundo a Figura 16, com largura de 41,5 cm, altura igual a 12 cm, altura útil igual a 11 cm e altura da capa de concreto igual a 4,0 cm.

As quatro nervuras foram submetidas a ensaio de flexão no equipamento EMIC® GR048 do Laboratório de Estruturas da UNISC, e os resultados referentes às cargas de ruptura e momentos de ruptura estão apresentados na Tabela 11.

Figura 16 - Seção transversal das nervuras do caso 03



Fonte: Barbieri. 2016, p.58

Ao se analisar os resultados expostos na Tabela 12, percebe-se que a média experimental das cargas de ruptura foi de 8,398 kN e o desvio-padrão das nervuras foi de 0,571 (BARBIERI. 2016, p.64). Quanto aos momentos, nota-se uma média igual a 3,212 kN.m e desvio-padrão igual a 0,218 (BARBIERI. 2016, p.65).

Tabela 11 - Resultados experimentais do caso 03

| Nervura | Carga de ruína (kN) | Momento de ruptura (kN.m) |
|----------------|----------------------------|----------------------------------|
| Nervura 01 | 7,568 | 2,895 |
| Nervura 02 | 8,861 | 3,389 |
| Nervura 03 | 8,644 | 3,306 |
| Nervura 04 | 8,520 | 3,259 |

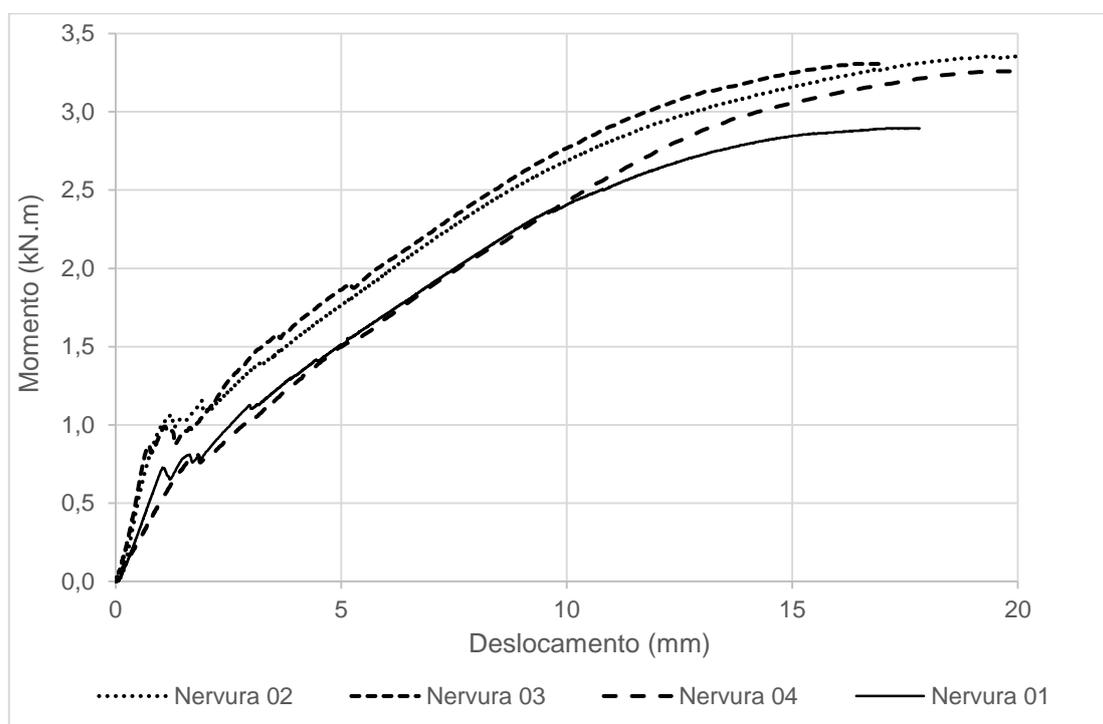
Fonte: Barbieri. 2016, p.62

Assim como no caso 01, este caso não apresenta notórias variações de resultados quanto às cargas de ruínas e os momentos de ruptura de cada

nervura ensaiadas. Isso denota uma coesão entre os ensaios realizados para os diferentes protótipos da autora.

Sequencialmente, Barbieri (2016) traçou o diagrama momento X deslocamento para cada nervura, apresentado na Figura 17. Seguindo a lógica conclusiva dos casos 01 e 02, a autora também apontou a ocorrência de menores valores de deslocamentos através do modelo de cálculo quando comparados ao comportamento experimental das estruturas.

Figura 17 - Diagrama de momento x deslocamento do caso 03



Fonte: Barbieri. 2016, p.61.

Devido à similaridade metodológica entre os casos 01 e 03, Barbieri (2016, p.70) fez um breve comparativo entre os resultados alcançados nos ensaios e concluiu que não há diferença considerável de valores em relação ao momento de cálculo e em relação ao momento esperado de ruína, portanto não haveria interferência das treliças de aço do caso 03 nas nervuras.

3.2 Traçados dos diagramas de momento X deslocamento dos casos

Como os casos 01 e 03 apresentam quatro curvaturas de diagrama de momento X deslocamento devido ao ensaio de quatro nervuras para cada um, optou-se por traçar apenas um diagrama de momento X deslocamento para cada caso. Isso é justificado pela ideia de que as nervuras devem trabalhar juntas para a constituição de uma laje e não isoladamente. Ou seja, mesmo que as nervuras tenham sido ensaiadas unitariamente, considerar-se-á para análise desta pesquisa que elas compõem uma única laje e que estejam sendo solicitadas igualmente.

Desta forma, foram pegos os resultados dos ensaios laboratoriais de cada caso e calculado uma média aritmética tanto para os deslocamentos, como para os momentos dos casos. De qualquer modo, os dados pertinentes aos estudos são extensos e com intuito de não negligenciar uma apresentação dos mesmos para os traçados dos respectivos diagramas, alguns pontos de importância foram elencados e estão apresentados nas Tabelas 12, 13 e 14. Onde a Tabela 12 apresenta dez pontos selecionados dentre os dados experimentais do estudo de Oliveira (2015); a Tabela 13 mostra dez pontos dentre os dados do protótipo de Kist (2016); e a Tabela 14 traz dez pontos selecionados dentre os dados do estudo de Barbieri (2016).

Neste segmento, após a média aritmética das leituras de deslocamentos e momentos de ambos os casos, traçou-se os diagramas de momento X deslocamentos para o caso 01 e caso 03, apresentados respectivamente nas Figuras 18 e 20.

Seguindo a mesma lógica apresentada para os casos 01 e 03, para o caso 02 foi traçada uma média aritmética das leituras de deslocamentos e momentos atuantes dos sete deflectômetros utilizados para a realização do ensaio de carregamento de coluna de água da laje. A partir disso, a Figura 19 apresenta o diagrama de momento X deslocamento para a média aritmética calculada para as leituras experimentais do caso 02.

Tabela 12 - Amostra de dados referentes ao caso 01

| Nervura 01 | | Nervura 02 | | Nervura 03 | | Nervura 04 | |
|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|
| M | f | M | f | M | f | M | f |
| (kN.m) | (mm) | (kN.m) | (mm) | (kN.m) | (mm) | (kN.m) | (mm) |
| 0,135 | 0,0004 | 0,191 | 0,000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,033 | 0,0001 |
| 0,502 | 0,4511 | 0,368 | 0,1750 | 0,019 | 0,0888 | 0,06 | 0,0886 |
| 0,824 | 1,1181 | 0,502 | 0,3754 | 0,06 | 0,2296 | 0,098 | 0,2295 |
| 1,0 | 1,589 | 0,572 | 0,5052 | 0,098 | 0,3296 | 0,13 | 0,3303 |
| 1,252 | 2,4692 | 0,693 | 0,7342 | 0,177 | 0,5047 | 0,172 | 0,5045 |
| 1,503 | 4,004 | 0,898 | 1,227 | 0,335 | 0,8779 | 0,27 | 0,8736 |
| 2,001 | 6,8332 | 1,154 | 1,9311 | 0,544 | 1,4137 | 0,414 | 1,4078 |
| 2,252 | 9,9659 | 1,317 | 2,6488 | 0,73 | 1,9905 | 0,577 | 1,9853 |
| 2,378 | 12,063 | 1,484 | 3,1868 | 0,851 | 2,3879 | 0,703 | 2,3828 |
| - | - | - | - | 2,545 | 30,855 | 2,55 | 34,414 |

Fonte: Oliveira (2015).

Tabela 13 - Amostra de dados referentes ao caso 02¹¹

| Deflectômetros | | | | | | | | | | | | | |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 01 | | 02 | | 03 | | 04 | | 05 | | 06 | | 07 | |
| M | f | M | f | M | f | M | f | M | f | M | f | M | f |
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 0,22 | 1,28 | 0,29 | 1,32 | 0,22 | 2,19 | 0,22 | 1,39 | 0,29 | 1,84 | 0,22 | 1,55 | 0,29 | 2,40 |
| 0,49 | 2,81 | 0,66 | 3,61 | 0,49 | 3,71 | 0,49 | 2,96 | 0,66 | 4,00 | 0,49 | 3,11 | 0,66 | 4,60 |
| 0,72 | 4,11 | 0,96 | 5,53 | 0,72 | 5,00 | 0,72 | 4,28 | 0,96 | 5,91 | 0,72 | 4,43 | 0,96 | 6,60 |
| 0,99 | 5,91 | 1,31 | 8,21 | 0,99 | 6,72 | 0,99 | 6,10 | 1,31 | 8,57 | 0,99 | 6,26 | 1,31 | 9,50 |
| 1,03 | 6,31 | 1,37 | 8,80 | 1,03 | 7,11 | 1,03 | 6,50 | 1,37 | 9,18 | 1,03 | 6,66 | 1,37 | 9,8 |
| 1,52 | 9,99 | 2,99 | 27,3 | 1,52 | 10,6 | 1,52 | 10,7 | 3,29 | 32,9 | 2,02 | 17,8 | 2,03 | 15,7 |
| 1,57 | 10,4 | 3,29 | 30,8 | 1,57 | 10,9 | 1,57 | 11,1 | 3,58 | 36,5 | 2,24 | 20,8 | 2,09 | 16,2 |
| 1,62 | 10,7 | 3,58 | 35,3 | 1,61 | 11,1 | 1,61 | 11,5 | 4,06 | 47,5 | 2,46 | 23,8 | 2,15 | 16,6 |
| 1,70 | 11,2 | 4,3 | 74,3 | 1,70 | 11,5 | 1,70 | 12,6 | 4,3 | 76,5 | 3,05 | 34,2 | 2,69 | 18,8 |

Fonte: Kist (2016).

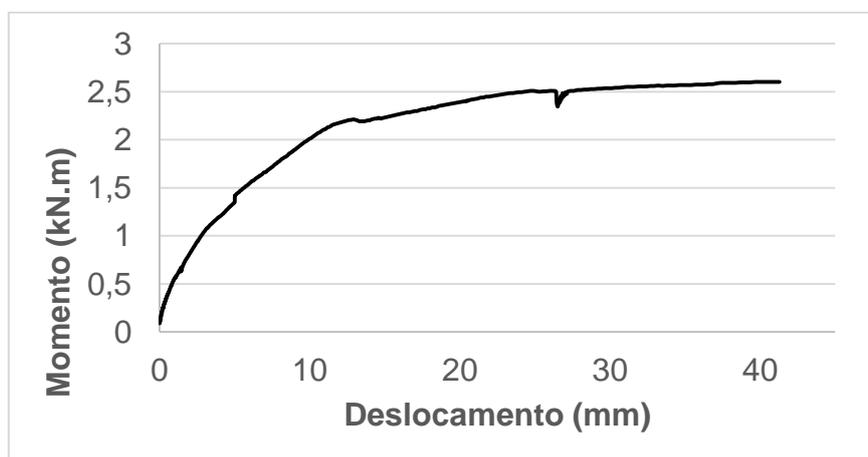
¹¹ Devido à grande quantidade de dados a serem apresentados na Tabela 13, suprimiu-se as unidades dos momentos e flechas que estão apresentados em kN.m e mm respectivamente.

Tabela 14 - Amostra de dados referentes ao caso 03

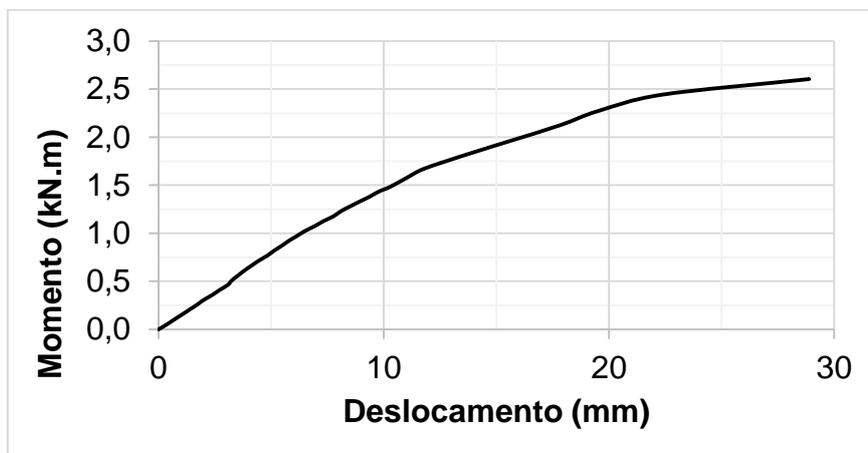
| Nervura 01 | | Nervura 02 | | Nervura 03 | | Nervura 04 | |
|------------|---------|------------|----------|------------|--------|------------|--------|
| M | f | M | f | M | f | M | f |
| (kN.m) | (mm) | (kN.m) | (mm) | (kN.m) | (mm) | (kN.m) | (mm) |
| 0,00 | 0,000 | 0,00 | 0,000093 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,000 |
| 0,2689 | 0,446 | 1,1389 | 2,2382 | 0,5022 | 0,4436 | 0,2214 | 0,4346 |
| 0,50226 | 0,73851 | 1,198 | 2,4546 | 0,8503 | 0,7345 | 0,3678 | 0,7205 |
| 0,75142 | 1,411 | 1,27 | 2,6867 | 0,9017 | 1,3836 | 0,6802 | 1,377 |
| 1,0045 | 2,5594 | 1,321 | 2,8857 | 1,2813 | 2,4495 | 0,9056 | 2,482 |
| 1,1073 | 3,0225 | 1,3446 | 2,9743 | 1,5067 | 3,268 | 1,0757 | 3,2213 |
| 1,1508 | 3,2767 | 1,3921 | 3,179 | 2,005 | 5,834 | 1,5739 | 5,4949 |
| 1,202 | 3,496 | 1,4237 | 3,4201 | 2,6576 | 9,2651 | 2,2067 | 8,8028 |
| 1,222 | 3,5622 | 1,447 | 3,5312 | 2,9977 | 11,736 | 2,6062 | 11,061 |
| 1,2576 | 3,7054 | 1,483 | 3,6886 | 3,306 | 16,922 | 3,1124 | 15,877 |

Fonte: Barbieri (2016).

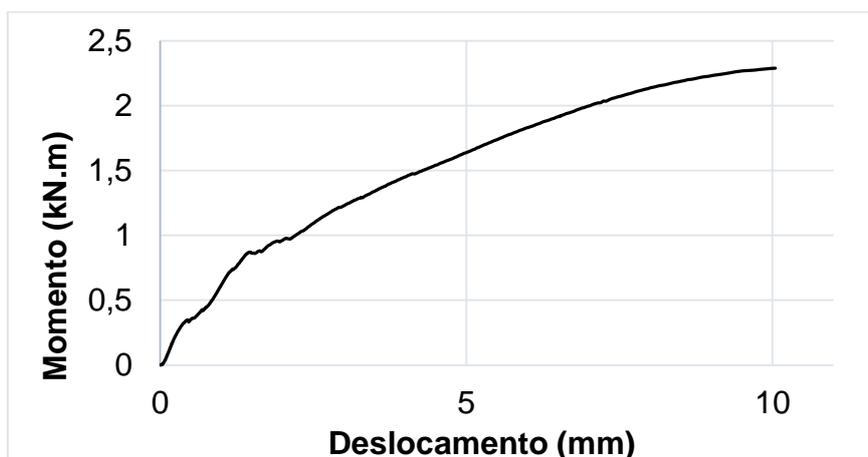
Figura 18 - Diagrama de momento X deslocamento do caso 01



Fonte: Autor (2017).

Figura 19 - Diagrama de momento X deslocamento do caso 02

Fonte: Autor (2017)

Figura 20 - Diagrama de momento X deslocamento do caso 03

Fonte: Autor (2017).

3.3 Definição dos modelos simplificados

Optou-se por comparar os resultados experimentais de deslocamentos dos três casos com os resultados teóricos de flecha obtidos através da fórmula de Branson, a qual é indicado pela NBR 6118:2014, com os resultados teóricos obtidos através do Método bilinear do CEB e também com a fórmula prática do CEB, com o intuito de evidenciar qual dos métodos simplificados mais se

assemelha ao comportamento real das lajes quanto aos deslocamentos das mesmas.

Poder-se-ia ainda estabelecer uma comparação com modelos numéricos, mas isso descaracterizaria o objeto do estudo desta pesquisa que pretende estabelecer uma analogia entre diferentes métodos teóricos simplificados.

3.4 Aplicação dos modelos simplificados nos casos

Visando esclarecer o modo como foram empregados os modelos de cálculo simplificados, tomou-se o caso 01 como exemplo a ser seguido nas metodologias. Para tanto as etapas de cálculo apresentadas a seguir foram também executadas para os casos 02 e 03, portanto, eles não sofrerão todo discernimento de cálculo e somente se terá seus resultados para posterior análise.

3.4.1 Aplicação da fórmula de Branson

É necessário que seja aplicada a Equação 36 para aferição da flecha teórica através deste método, assim, primeiramente deve-se determinar o valor do Momento de ruína através da Equação 37. Sabe-se que $\alpha=1,2$ por se tratar de uma seção T; f_{ct} é obtido através da Equação 11; I_c é a inércia da seção, todavia Oliveira (2015) optou por calcular a inércia para capa e para a vigota, resultando assim em uma inércia equivalente para cada seção da nervura; e Y_t é a distância entre o centro de gravidade e a fibra mais tracionada da seção. Com esses dados calculados, segundo Oliveira (2015, p.64), alcança-se um $M_r=0,585$ kN.m.

Consecutivamente, calcula-se o momento atuante (M_a). Para isso, Oliveira (2015) empregou o modelo de vigas bi-apoiadas com dois pontos de aplicação de carga equidistante de seus apoios (Equação 49) e encontrou $M_a=2,623$ kN.m para uma carga $P=2,914$ kN e $a=0,9$ m.

$$M_a = P \cdot a \quad (49)$$

Em seguida, calcula-se o momento de inércia do concreto na seção fissurada (I_{II}) aplicando a Equação 50, como recomenda Pinheiro e Muzardo (2014), Oliveira (2015, p.65) encontrou $I_{II}=174,83$ cm⁴.

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_2^3}{12} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_2)^2 \quad (50)$$

Onde:

b é a base da seção;

x_2 é a posição da linha neutra para a seção fissurada;

α_e é um coeficiente obtido pela divisão de E_s por E_{cs} ;

A_s é a área de aço da seção;

d é a altura útil da seção.

Por fim, calcula-se a rigidez equivalente através da Equação 36 e no caso do ensaio de Oliveira (2015) encontrou-se $EI_{eq}=567889,89 \text{ kN/cm}^2$.

3.4.2 Aplicação do método bilinear do CEB

Objetiva-se aqui, encontrar um valor de flecha através da Equação 42, para tanto, é necessário delimitar o valor do coeficiente de distribuição (ζ) para interpolação entre os estádios, o qual será igual a zero quando o momento atuante (M_a) for menor que o momento de ruína (M_r), em caso contrário em deverá ser calculado pela Equação 43 quando $M_r < M_a$.

Logo, esse método solicita que se empregue a Equação 44 para determinação do momento de ruína, com isso o caso 01 passa apresentar um $M_r=0,488 \text{ kN.m}$. Logo, para se calcular W_1 e W_2 empregam-se as fórmulas de flechas máximas da teoria clássica de resistência dos materiais, o que difere é que para a flecha W_1 não se considera a seção fissurada e para W_2 já se faz tal consideração. Como o caso 01 se trata de uma laje biapoiada com dois carregamentos pontuais equidistantes, pode-se por analogia empregar a Equação 51 para cálculo da flecha.

$$f = \frac{P \cdot a}{24 \cdot E \cdot I} \cdot (3 \cdot l^2 - 4 \cdot a^2) \quad (51)$$

Ao fim disso, aplica-se todos os valores obtidos na Equação 42 e ter-se-á os valores de flechas segundo o método bilinear do CEB. A exemplo, $M_a=0,787 \text{ kN.m} > M_r=0,4878 \text{ kN.m}$, calcula-se $\zeta=0,69$; $W_1=0,515 \text{ mm}$ e $W_2=1,109 \text{ mm}$, o que resulta em uma flecha igual a $0,925 \text{ mm}$.

3.4.3 Aplicação da fórmula prática do CEB 90

Esse método consiste na utilização das Equações 46 ou 47 para verificação dos deslocamentos e é preferível ao anterior porque incorpora em seu cálculo os efeitos da fluência e retração do concreto.

Identifica-se inicialmente qual momento (M_a ou M_r) é maior e se escolhe qual Equação (46 ou 47) deve ser utilizada para verificação da flecha. Considerando então que $M_r=0,4878$ kN.m < $M_a=0,787$ kN.m, aplicar-se-á a Equação 47 e de acordo com a Figura 13: $h=12$ cm e $d=11$ cm. Percebe-se também que não há área de aço sendo comprimido na seção, portanto $\rho_{cm}=0$; também se nota que para calcular ρ_m emprega-se a Equação 48, mas que devido à falta de armadura à compressão ρ_m será igual à taxa de armadura da seção e verificando a Tabela 9, ter-se-á para valor de $\rho_m=0,42\%$, $\eta=5$ por interpolação.

Depois disso, emprega-se neste caso a Equação 52 para aferição da constante C e por fim, calcula-se W_c pela Equação 53. Resultando em $C=287212,9$ e $W_c=0,051544414$ cm, para que finalmente se retorne à Equação 47 e se obtenha a flecha igual a 3,35 mm.

$$C = \frac{P \cdot a}{24} \cdot (3 \cdot l^2 - 4 \cdot a^2) \quad (52)$$

$$W_c = \frac{C}{E_{cs} \cdot I_c} \quad (53)$$

3.5 Cálculo de momentos para análise comparativa

Depois de definidos os casos e os métodos simplificados a serem comparados, teve-se de definir de qual modo eles seriam mais bem comparados entre si com intuito de se identificar a eficácia ou ineficácia dos métodos em relação aos resultados experimentais.

Assim, adotou-se os momentos de cálculo para os estados limites últimos de cada caso, calculados pelos próprios autores, os quais, similarmente seguiram o seguinte raciocínio para obtenção desse valor: em consonância à NBR 12655:2015, tomaram o f_{ck} do concreto após o rompimento dos corpos de prova e f_{yk} para o aço CA 60; adotaram os coeficientes $\gamma_c=1,4$ e $\gamma_s=1,15$ (de acordo com a Tabela 2) e empregaram os dados de suas pesquisas nas

Equações 29 e 32, para que enfim se calculasse o momento de acordo com a Equação 54.

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (54)$$

Destarte, os momentos de cálculo encontrados para os estados limites últimos das pesquisas foram iguais a 1,58 kN.m (OLIVEIRA, 2015), 2,13 kN.m (KIST, 2016) e 1,519 kN.m (BARBIERI, 2016).

Entretanto, é notório que no dimensionamento de lajes em concreto armado, o momento de cálculo para ELU é desconsiderado em detrimento do momento de cálculo para ELS, ou seja, a comparação entre os valores de flechas será mais lógica ao se considerar os momentos de cálculo para os estados limites de serviço de cada caso.

Sendo assim, quando se faz a composição de cargas para uma laje convencional de concreto armado, estima-se que cerca de 70% da carga seja representado pelas cargas permanentes (g) e 30% compete às cargas variáveis (q). Por conseguinte, para se tornar mais perceptível, adotar-se-á um exemplo hipotético logo a seguir.

O peso próprio de uma laje nervurada é igual a 180 kgf/m², acrescentado a esse valor uma carga de 105 kgf/m² devido ao contrapiso, 40 kgf/m² referente a um piso cerâmico e 40 kgf/m² referente ao revestimento de forro, que totalizam um peso próprio igual a 365 kgf/m². Adota-se uma carga variável igual a 150 kgf/m², referente a uma laje de dormitório ou sala, segundo a NBR 6120:1980. Ao se somar as cargas permanentes com a variável tem-se uma carga igual a 515 kgf/m².

Assim, para se calcular o momento de cálculo para os estados limites últimos (ELU), comumente, se tomariam os valores de cargas e se aplicaria coeficientes de ponderação, para dimensionar a laje ao pior carregamento possível, ou seja, multiplicar-se-ia tanto as cargas permanentes como as cargas variáveis por 1,4. O que de certa forma seria igual ao que se apresenta na Equação 55.

$$F_{d(ELU)} = 1,4 \cdot F_k \quad (55)$$

Todavia, como já explicitado anteriormente, não é usual em projetos de concreto armado, verificar os deslocamentos para os estados limites últimos, mas para os estados limites de serviço. Portanto, ainda no seguimento do

exemplo hipotético, para se calcular o carregamento daquela laje para ELS, aplicar-se-ia a Equação 35. O que significaria que as cargas permanentes não seriam multiplicadas por nenhum coeficiente de ponderação e que apenas 30% das cargas variáveis seriam consideradas para este estado. E que em valores, seria o mesmo que considerar aproximadamente 79% de F_k para se ter o valor de F_d nos ELS.

Afinal de contas, se 70% da carga total da laje é referente às cargas permanentes e 30% às cargas variáveis, para ELU ter-se-ia o que mostra a Equação 56.

$$F_{d(ELU)} = 70\%. 1,4 + 30\%. 1,4 \quad (56)$$

Enquanto que para ELS, ter-se-ia o que apresenta a Equação 57:

$$F_{d(ELS)} = 70\%. 1,0 + 30\%. 0,3 \quad (57)$$

A diferença de resultados entre as Equações 56 e 57 é de 79%, ou seja, as ações de cálculo para ELS representa 79% do valor das ações de cálculo para ELU, como pode ser transcrito na Equação 58, onde F_d para ELS representa 79% de F_d para ELU.

$$F_{d(ELS)} = 0,79. F_k \quad (58)$$

Quanto aos momentos em si, considerando que a laje fosse biapoiada, aplicar-se-ia a Equação 59, proveniente da teoria clássica de resistência dos materiais. E para a carga total da laje igual a 5,15 kN/m² em um vão hipotético de 5 m, ter-se-ia um valor de momento para ELU igual a 22,53 kN.m. Enquanto que para as mesmas condições de carregamento o momento para ELS seria igual a 12,81 kN.m.

$$M = \frac{P.l^2}{8} \quad (59)$$

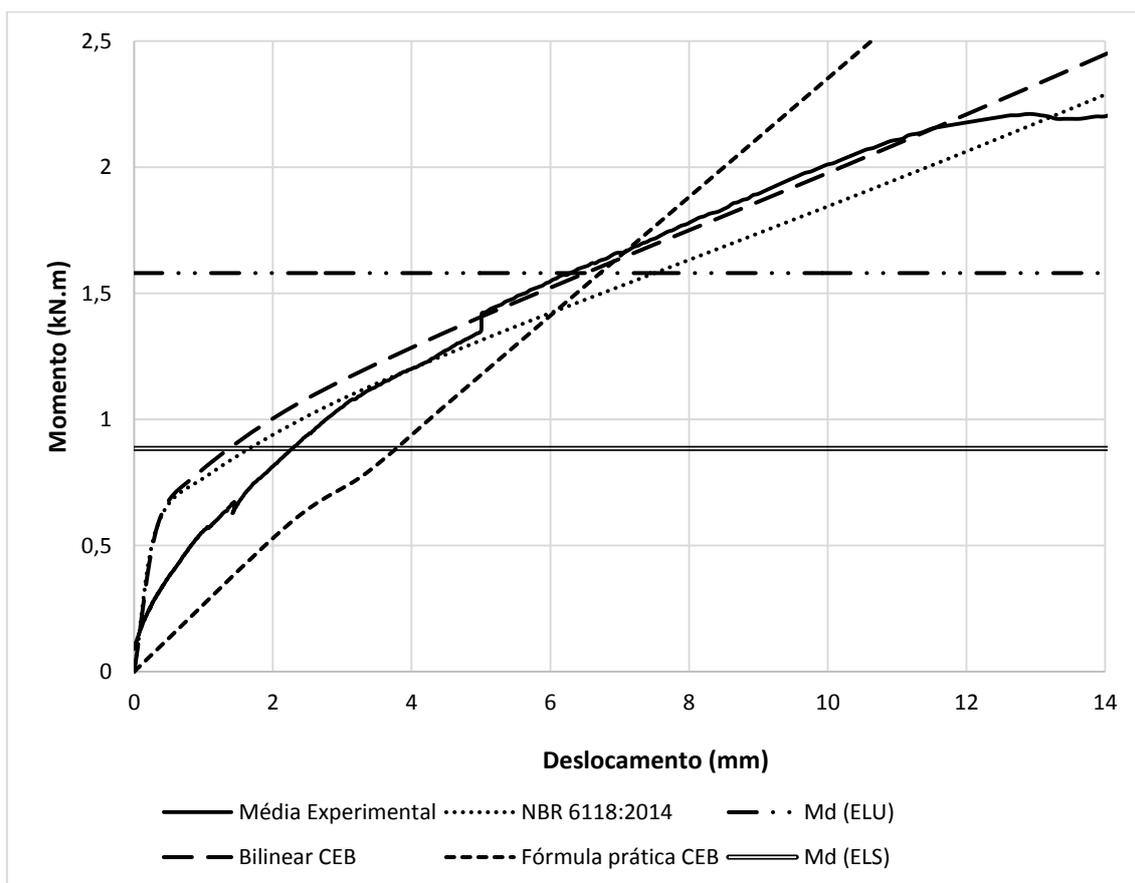
Por fim, nota-se que dividindo o momento de cálculo para ELS pelo momento de cálculo para ELU, tem-se uma diferença aproximada de 56% do valor de momento dos ELU para o valor de momento dos ELS. Isso evidencia que é aceitável adotar 56% do valor do momento de cálculo de ELU como momento de cálculo para ELS nos três casos.

Então, para se traçar a constante de momento de cálculo para os estados limites de serviços nos diagramas de momento X deslocamento dos três casos sob análise, tomou-se apenas 56% do valor de momento de cálculo para os estados limites últimos, já supracitados.

3.6 Diagramas de momento X deslocamento

Considerando o que foi exposto no item 3.4, novos diagramas teóricos de momento X deslocamento foram traçados de acordo com as metodologias sob análise para cada caso. Desta maneira, toraram-se as Figuras 18, 19 e 20 e se traçou os diagramas teóricos referentes aos cálculos de flechas para a fórmula de Branson de acordo com a NBR 6118:2014; para o método bilinear do CEB e para a fórmula prática do CEB, correspondendo assim, às Figuras 21, 22 e 23. Optou-se também por acrescentar uma constante em cada diagrama que corresponde ao momento de cálculo de projeto de cada caso, porque através dali serão realizadas as comparações entre os modelos teóricos.

Figura 21 - Diagrama momento X deslocamento caso 01



Fonte: Oliveira, 2015. Modificado pelo autor.

Figura 22 - Diagrama momento X deslocamento para o caso 02

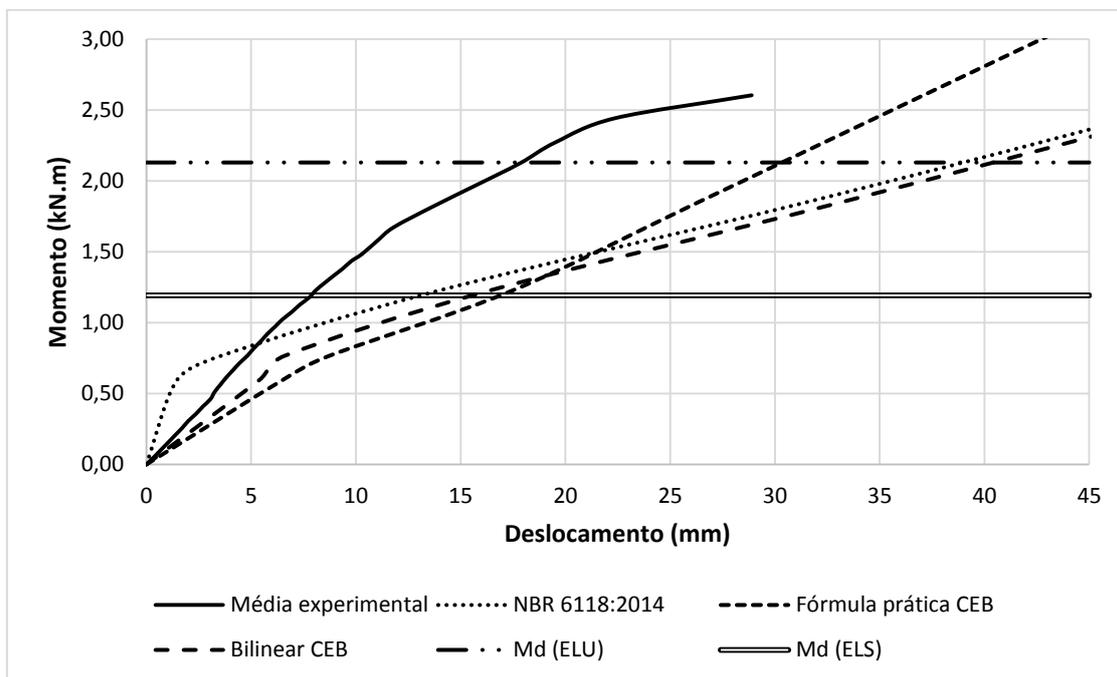
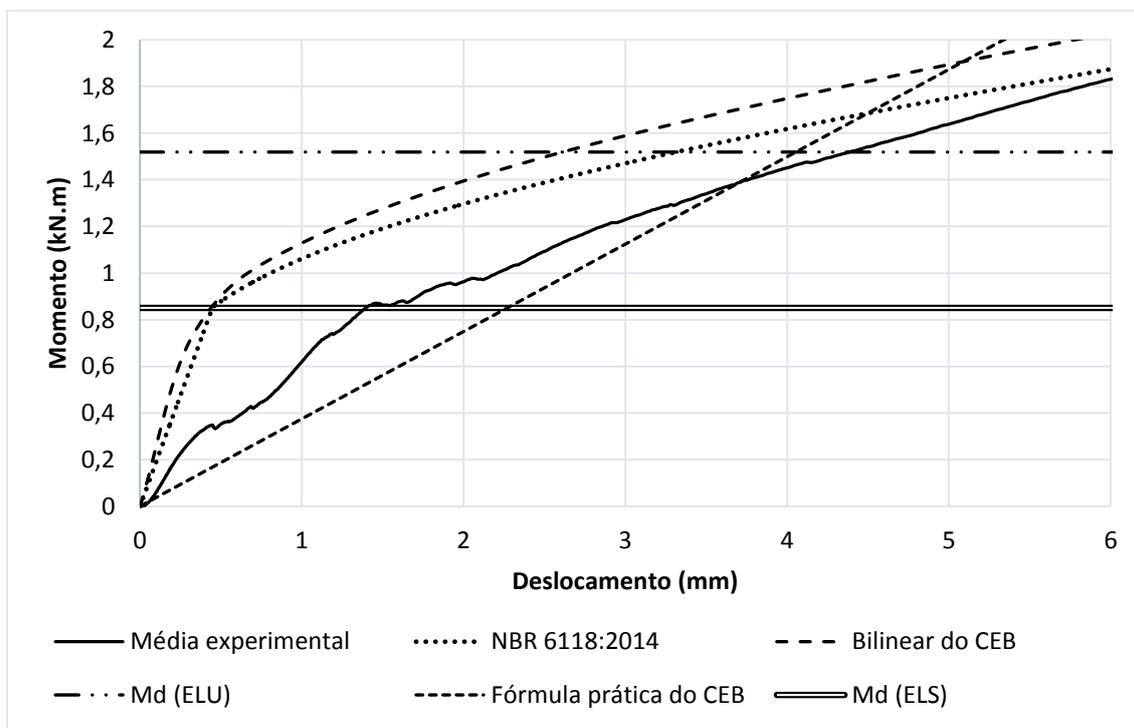


Figura 23 - Diagrama momento X deslocamento caso 03



4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Quanto ao momento dos estados limites últimos

A primeira análise realizada foi em relação aos resultados de flechas obtidos pelos métodos simplificados e os resultados experimentais para a faixa de momento dos estados limites últimos. Desta maneira, ao se observar a Figura 21, referente ao caso 01, nota-se que a fórmula de Branson juntamente com o método bilinear do CEB superestimam a seção da laje principalmente na faixa de momentos entre 0,5 kN.m e 1 kN.m e posteriormente mantém determinada coerência com os resultados experimentais. Por outro lado, a fórmula prática do CEB subestima a seção desde o início do carregamento até a proximidade de 1,5 kN.m, para que após o momento de cálculo dos ELU, esse método passe a superestimar a laje.

Em relação ao caso 02, a Figura 22, mostra que a fórmula de Branson superestima a laje inicialmente, mas passa a subestimar a mesma em seguida, juntamente com os demais métodos simplificados. Percebe-se também que nenhum dos métodos ensaiados chegou próximo da média experimental.

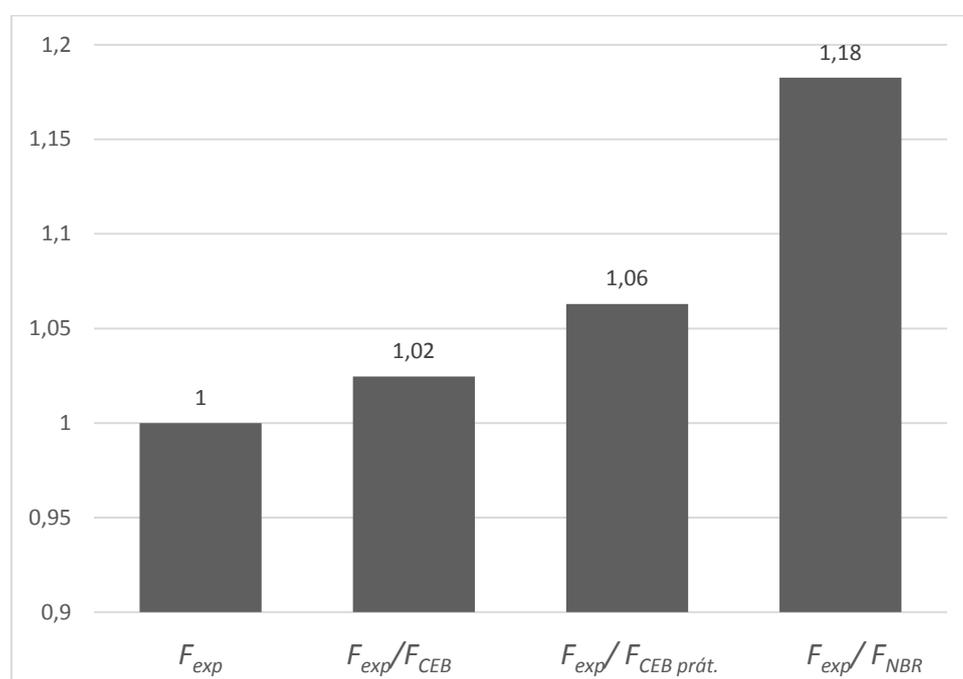
A Figura 23, apresenta o diagrama de momento X deslocamento referente ao caso 03 e a partir dela pode-se averiguar que em boa parte das leituras de deslocamentos até o momento de cálculo para os estados limites últimos, a curvatura das médias experimentais tende a permanecer entre as curvaturas do método de Branson e do método bilinear do CEB, os quais estão superestimando a laje em boa parte, e a fórmula prática do CEB, a qual está subestimando-a na maior parte das leituras.

Nesta lógica, tomando como referência o deslocamento de 6,296 mm dos resultados experimentais na ordenada de momento de cálculo para os estados limites últimos (1,58 kN.m) do caso 01, dividir-se-ão os outros deslocamentos teóricos para esta ordenada, a fim de gerar os gráficos comparativos de barras.

Deste modo, a Figura 24 apresenta os valores percentuais de flechas teóricas aferidos para o caso 01, considerando que o deslocamento de 6,296 mm correspondesse à flecha unitária. A partir dela, pode-se perceber que o método linear do CEB foi o que mais se aproximou da flecha experimental para

o valor do momento de cálculo $M_{d(ELU)}=1,58$ kN.m, apresentando um valor de flecha teórica 2% acima do experimental. Em seguida, a fórmula prática do CEB apresentou um bom comportamento também, sendo que a diferença entre a flecha teórica e a flecha experimental foi de 6% acima da experimental. Por outro lado, a flecha calculada pela fórmula de Branson, recomendada pela NBR 6118:2014, foi o método simplificado que mais destoou, apresentando uma flecha teórica 18% maior que a flecha experimental do caso 01.

Figura 24 - Esquema comparativo de flechas teóricas do caso 01 (ELU)



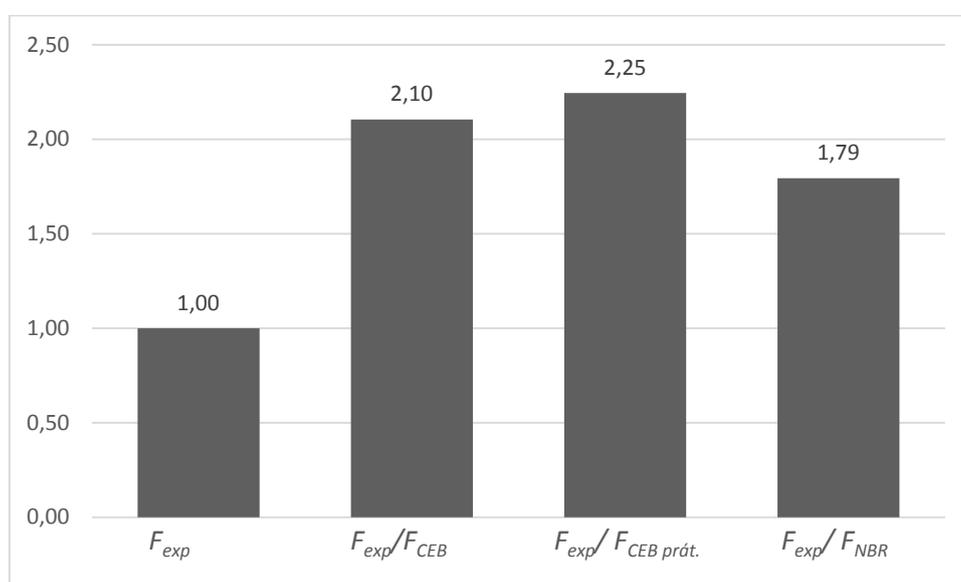
Fonte: Oliveira, 2015. Modificado pelo autor.

Por conseguinte, a Figura 25 apresenta o esquema comparativo de flechas teóricas obtidos através dos métodos selecionados para o caso 02. Percebe-se inicialmente que para este caso, as metodologias simplificadas apresentaram grandes discrepâncias quando comparadas com os resultados experimentais para a laje. O método bilinear do CEB que apresentou melhor comportamento no caso 01, para o caso 02 apresentou um acréscimo da flecha teórica igual a 110% em relação à flecha aferida experimentalmente para o momento de cálculo para os estados limites últimos de 1,194 kN.m. Analogamente, a fórmula prática do CEB que também apresentou

empregabilidade para o cálculo de flechas no caso 01, resultou no caso 02 em uma flecha 125% maior que a experimental para o mesmo valor de momento. Já a fórmula de Branson também apresentou uma flecha teórica 79% acima da experimental.

Percebe-se que para o caso 02, o método simplificado que mais se aproxima dos resultados experimentais é o recomendado pela NBR 6118:2014, mas ainda assim, subestima demasiadamente a estrutura.

Figura 25 - Esquema comparativo de flechas teóricas do caso 02 (ELU)



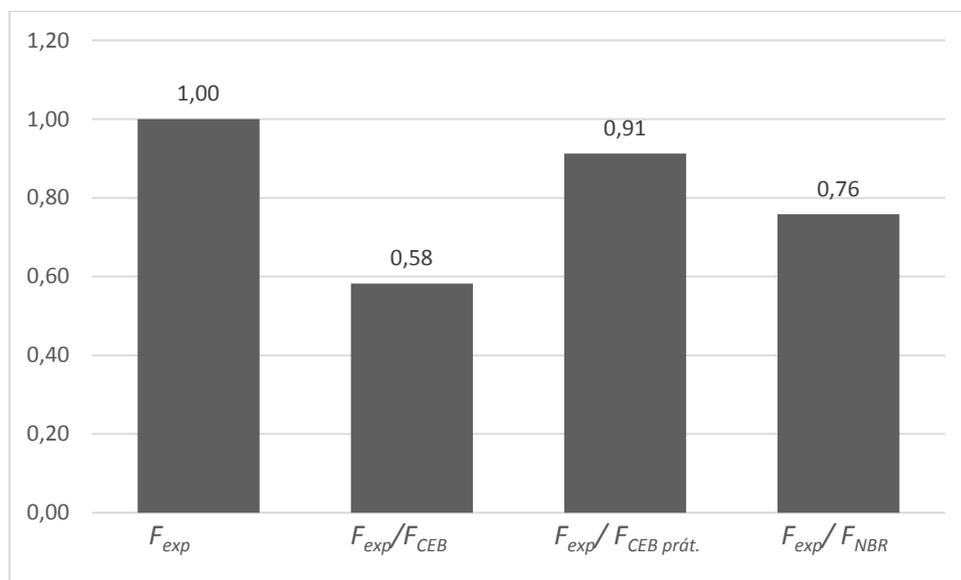
Fonte: Kist, 2016. Modificado pelo autor.

Por fim, a Figura 26 apresenta o esquema comparativo para os resultados de flechas teóricas para comparação com o resultado de flecha experimental do caso 03. Neste caso, o momento de cálculo para os estados limites últimos é igual a 1,519 kN.m. Percebe-se que ao contrário do que fora exposto nos casos anteriores, as flechas teóricas calculadas para o caso 03 não ultrapassam o valor da flecha aferida no ensaio, ou seja, apenas de aproximam daquele valor.

Destarte, o método bilinear do CEB apresentou uma flecha muito aquém da experimental, representando apenas 58% do valor dessa. Já a fórmula prática do CEB foi a que apresentou resultado de flecha teórica mais próxima da flecha real, atingindo um valor de 91% da flecha experimental. Também apresentando

um comportamento intermediário, a fórmula de Branson resultou em uma flecha igual a 76% da flecha aferida experimentalmente.

Figura 26 - Esquema comparativo teóricos de flechas do caso 03 (ELU)



Fonte: Barbieri, 2016. Modificado pelo autor.

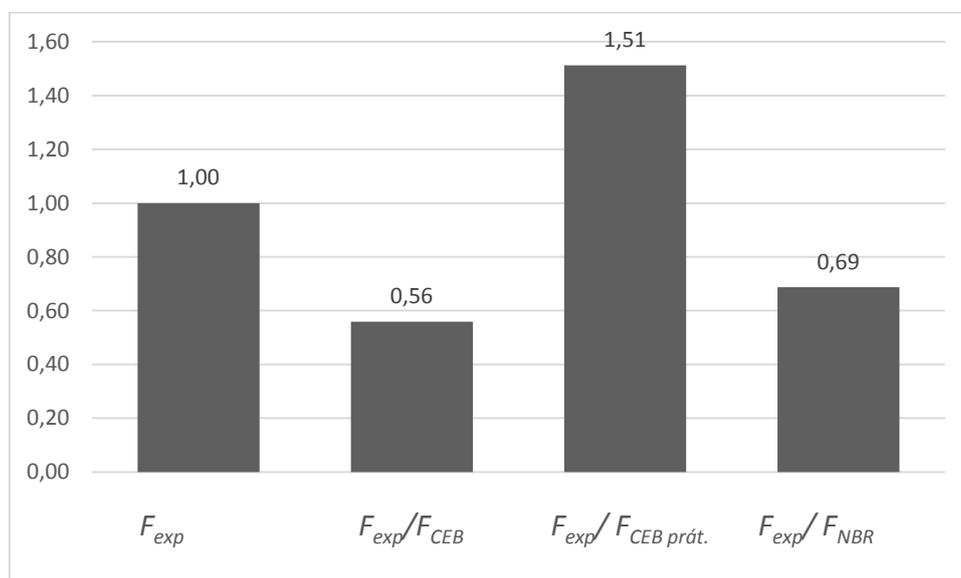
É notória a variação dos resultados de flechas teóricas donde que para cada caso, uma das metodologias obteve melhor desempenho em detrimento das demais. Todavia, é perceptível que para os três casos, o método bilinear do CEB apresentou resultados de flecha sempre menores que a fórmula prática do CEB. Em contrapartida, a fórmula de Branson segundo a NBR 6118:2014 não apresentou um comportamento similar entre os três casos, haja vista que ora ela alcançava resultados muito além dos outros métodos e ora apresentava resultado abaixo de algum.

4.2 Quanto ao momento dos estados limites de serviço

Embora a comparação dos resultados de flechas para o momento calculado referente os estados limites últimos seja válida apenas para elucidação, a comparação dos resultados de flechas para o momento de cálculo referente aos estados limites de serviço é bem mais apropriada e condizente com a realidade na prática de dimensionamento de lajes de concreto armado.

Portanto, a Figura 27 apresenta as divergências entre os resultados de flechas aferidas experimentalmente e obtidas teoricamente para o momento de cálculo referente aos estados limites de serviço (0,885 kN.m) do caso 01. Percebe-se então que a flecha calculada pelo método bilinear do CEB alcançou apenas 56% do valor da flecha experimental, bem como a flecha calculada segundo a NBR 6118:2014 alcançou 69% do valor da experimental, enquanto que a flecha obtida através da fórmula prática do CEB ultrapassou em 51% o valor da flecha experimental.

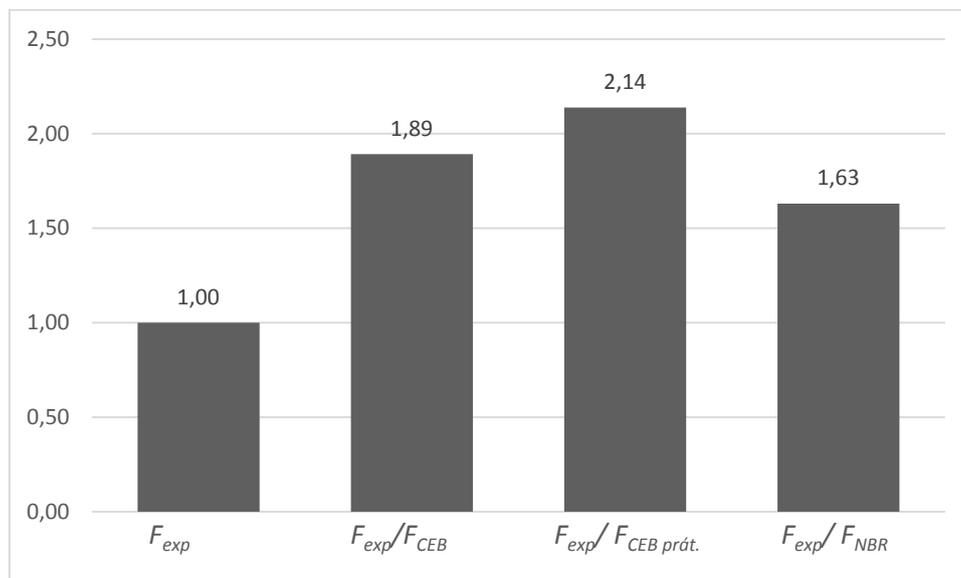
Figura 27 – Esquema comparativo teórico de flechas para o caso 01 (ELS)



Fonte: Oliveira, 2015. Modificado pelo autor.

Neste seguimento comparativo, a Figura 28 mostra o esquema comparativo entre os resultados de flechas teóricas e experimental do caso 02 em relação ao momento de cálculo referente aos estados limites de serviço da laje, o qual é igual a 1,193 kN.m. Logo, é perceptível que todos os métodos simplificados ultrapassaram o valor de flecha obtido experimentalmente. Sendo que o método bilinear do CEB resultou numa flecha 89% maior que a experimental; a fórmula prática do CEB em 114% a mais que a experimental; e a fórmula de Branson em uma flecha teórica 63% acima do valor da flecha aferida experimentalmente.

Figura 28 - Esquema comparativo teórico de flechas para o caso 02 (ELS)

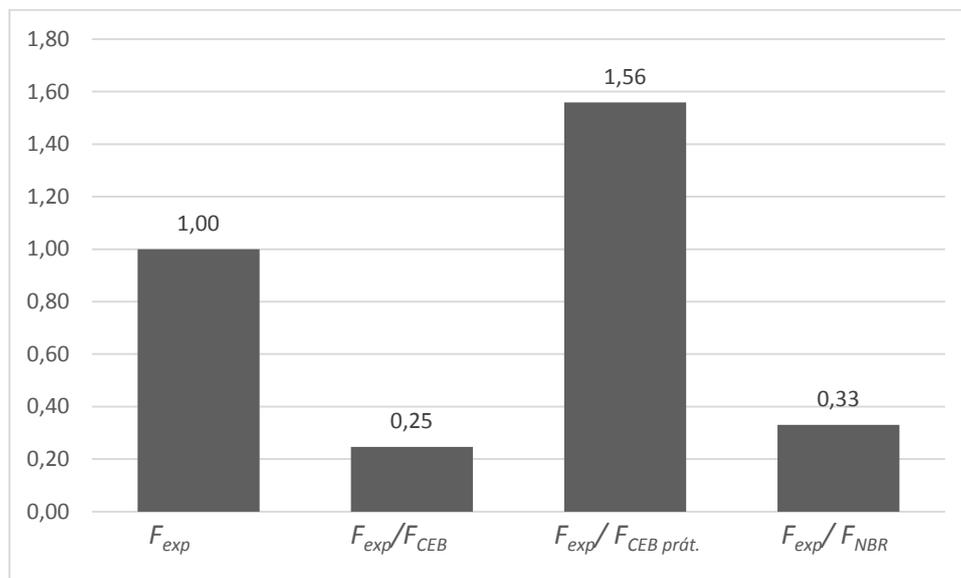


Fonte: Kist, 2016. Modificado pelo autor.

Por fim, a Figura 29 trata de apresentar o esquema de comparação entre os resultados de flechas obtidos teoricamente e a aferida experimentalmente em relação ao momento de cálculo para os estados limites de serviço (0,851 kN.m) do caso 03. Os resultados de flechas alcançados pelo método bilinear do CEB e pela fórmula de Branson segundo a NBR 6118:2014 ficaram muito aquém do valor de flecha verificada experimentalmente neste caso em relação o momento de cálculo para os ELS. E fato que não havia acontecido em nenhum caso anterior, onde os valores teóricos ficaram tão abaixo do valor experimental de flecha.

Nota-se que o método bilinear atinge um valor de flecha igual a 25% do valor obtido experimentalmente, enquanto que a fórmula de Branson chega a 33% do mesmo valor. De maneira ou outra, ante ao experimento, nenhuma de ambas metodologias simplificadas teria valia.

Por outro lado, ainda em relação ao caso 03, a flecha calculada através da fórmula prática do CEB, que ultrapassou em 56% o valor da flecha experimental em relação ao momento de cálculo para os estados limites de serviço, seria o único método de cálculo simplificado, sob análise, empregável para verificação de flecha em laje, nesse caso.

Figura 29 - Esquema comparativo teórico de flechas para o caso 03 (ELS)

Fonte: Barbieri, 2016. Modificado pelo autor.

Ao fim desses esquemas comparativos, pode-se evidenciar uma coerência conservadora dos resultados teóricos obtidos através da fórmula prática do CEB em detrimento dos outros métodos simplificados sob análise, os quais resultaram em grandes divergências em relação aos resultados experimentais.

Nota-se ainda, que em relação ao caso 02, todos os métodos simplificados tendem a subestimar a laje. Isso não ocorre nos outros casos porque nesse caso, o protótipo de laje foi concebido em tamanho real enquanto que para o caso 01 e 03, houve ensaios de nervuras somente.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa procurou identificar diferentes modelos de cálculo simplificados para verificação de flechas aplicáveis a lajes de concreto armado, discerni-los e estabelecer uma comparação entre seus resultados com os resultados experimentais de três casos. Desta maneira, elencaram-se como métodos simplificados para cálculo de flecha em laje, o método bilinear do CEB, a fórmula prática do CEB e a fórmula de Branson de acordo com a NBR 6118:2014.

Consecutivamente, elencou-se três estudos já realizados na UNISC sobre lajes de concreto armado, mais especificamente, análise de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado. E sobre os resultados experimentais desses estudos, aplicaram-se as metodologias simplificadas supracitadas e estabeleceram-se comparações entre os resultados teóricos de flechas com os valores de flechas aferidas experimentalmente, e de antemão, pode-se concluir que não há explicitamente um método simplificado que melhor se assemelhe ao comportamento real das lajes.

Para melhor evidenciar as comparações, primeiramente se realizou a analogia entre os resultados de flechas, tanto experimental quanto teóricas, em relação ao momento de cálculo para os estados limites últimos e posteriormente, em relação ao momento de cálculo para os estados limites de serviço. Pode-se concluir que a comparação entre os resultados de flechas para o momento de cálculo referente aos ELU não serve de parâmetro porque no dimensionamento de lajes de concreto armado, as flechas são aferidas para um carregamento condizente aos estados limites de serviço, ou seja, a comparação dos resultados de flechas para o momento de cálculo referente ao ELS é de mais valia ao estudo. E de fato, onde se pode ter uma melhor compreensão de qual melhor método simplificado analisado em relação aos casos estudados foi dada a partir da comparação dos resultados de flechas para o momento de cálculo em referência aos ELS.

Com base no estudo realizado, considerando os resultados experimentais adotados como casos analisados, pode-se concluir que é evidente que nenhum dos métodos simplificados seja fidedigno ao comportamento real das estruturas

e para tanto, eles carecem de melhorias, especialmente a fórmula de Branson, sugerida pela NBR 6118:2014, que foi o que mais apresentou discrepância entre os três casos. Por este viés, nota-se que a fórmula prática do CEB foi o método que menos apresentou discrepância entre os resultados aferidos teoricamente entre os três casos, mesmo que no caso 02 ela tenha apresentado certa divergência.

Notou-se também que quaisquer dos métodos simplificados não foi precisamente desenvolvido para análise de flechas em condições reais de lajes de concreto armado, pois quando se analisa o diagrama de momento X deslocamento do caso 02, a qual foi moldada em tamanho real enquanto que para os outros casos, foram ensaiadas nervuras individualmente (tamanhos possíveis de ensaios em prensas laboratoriais), percebe-se que, tanto em relação ao momento de cálculo para ELU como para ELS, todos os métodos simplificados atenderiam à necessidade de verificação da flecha, mas estariam subestimando muitíssimo a laje em questão.

Vê-se também que todas as lajes analisadas eram nervuradas unidirecionais de concreto armado e seria interessante avaliar o comportamento de lajes de diferentes seções (maciças, alveolares, cogumelo, etc.) e o desempenho desses métodos teóricos para cada tipo de seção com intuito de efetivamente promover-se uma melhoria nas metodologias de cálculo.

Ainda, ao se observar os diagramas de momento X deslocamento dos casos analisados, percebe-se que de modo geral, o método bilinear do CEB e a fórmula de Branson segundo a NBR 6118:2014 apresentam uma rigidez inicial acima da rigidez inicial real dos casos. Assim, seria pertinente, desenvolver uma análise mais aprofundada dos modelos, com intuito de melhorá-los nessa estimativa de rigidez inicial elevada em comparação à real. De mesma forma, ambos métodos simplificados tendem a apresentar perdas mais significativas após o início da fissuração do concreto das lajes.

Outrossim, embora sendo muito conservador e não se considere o efeito de fluência do concreto, a fórmula prática do CEB, dentre os métodos simplificados estudados e em relação aos resultados experimentais comparados é o método para aferição de flechas em lajes de concreto armado mais seguro para os níveis usuais de cargas de serviço.

REFERÊNCIAS

- AMBROZEWICZ, Paulo Henrique Laporte. *Materiais de construção: Normas, Especificações, Aplicação e Ensaios*. São Paulo: PINI, 2012.
- ARAÚJO, José Milton de. Avaliação dos métodos simplificados para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande, n.12, p.1-11, out. 2008. Disponível em: <http://www.editoradunas.com.br/revistatpec/Art1_N12.pdf>. Acesso em 06 jun. 2017.
- _____. *Curso de concreto armado*. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014a. 303 p., v. 1.
- _____. *Curso de concreto armado*. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014b. 421 p., v. 2.
- _____. Fórmulas práticas para cálculo de flechas de vigas de concreto armado. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande, n.18, p.63-70, nov. 2011. Disponível em: <http://www.editoradunas.com.br/revistatpec/Art6_N18.pdf>. Acesso em 06 jun. 2017.
- _____. Improvement of the ACI method for calculation of deflexions of reinforced concrete beams. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande, n.7, p.49-60, set. 2005. Disponível em: <<http://repositorio.furg.br/handle/1/5130>>. Acesso em 06 jun. 2017.
- _____. Método bilinear para análise de lajes de concreto armado. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande, n.8, p.11-19, abr. 2006. Disponível em <http://www.editoradunas.com.br/revistatpec/Sumario_Numero8.htm>. Acesso em 27 mai. 2017.
- _____. Método simplificado para cálculo de lajes maciças apoiadas em vigas flexíveis: validação por meio da análise não linear. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande, n.14, p.71-81, out. 2009. Disponível em: <http://www.editoradunas.com.br/revistatpec/Art8_N14.pdf>. Acesso em 06 jun. 2017.
- _____. Processos simplificados para cálculo de flechas de vigas de concreto armado. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande, n.5, p.1-10, ago. 2004. Disponível em: <http://www.editoradunas.com.br/dunas/Art1_N5.pdf>. Acesso em 06 jun. 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR NM 67: Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone*. Rio de Janeiro, 1998.

_____. *NBR 5738: Concreto – procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova*. Rio de Janeiro, 2008.

_____. *NBR 5739: Concreto – Ensaio de compressão de corpo-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro, 2007.

_____. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

_____. *NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, 1980.

_____. *NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação*. Rio de Janeiro, 2007.

_____. *NBR 8522: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão*. Rio de Janeiro, 2008.

_____. *NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2004.

_____. *NBR 8953: Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência*. Rio de Janeiro, 2015.

_____. *NBR 12655: Concreto de cimento Portland – Preparo, controle, recebimento e aceitação – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2015.

BARBIERI, Paola. *Análise teórica e experimental de lajes treliçadas*. 2016. 73 f. Monografia (Curso de Engenharia Civil) – Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2016.

BAUER, L. A. Falcão (Coord.). *Materiais de construção*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. 488 p., v. 1.

BOROWSKI, Gustavo da Costa. *Cálculo de deslocamentos em lajes nervuradas*. 2005. 112 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

CAMPOS FILHO, Américo. *Estados limites de serviço em estruturas de concreto armado*. 2014. Notas de aula. 25 f. Disponível em: <<https://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/servico.pdf>>. Acesso realizado em 06 jun. 2017.

DONIN, Christian. *Estruturas de concreto armado I*. 2015. Notas de aula. 78 f. reprografado.

FLÓRIO, Márcio Cardozo. *Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas em concreto armado*. 2004. 240 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2004.

- JUNGES, Elisabeth. *Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado*. 2011. 361 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- KIST, Augusto Cristiano. *Análise teórica e experimental de lajes pré-moldadas com vigotas de concreto armado*. 2016. 67 f. Monografia (Curso de Engenharia Civil) – Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2016.
- LEONHARDT, Fritz. *Construções de concreto: Verificação da capacidade de utilização*. Tradução de João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro: Interciência: 2012. 210 p., v. 4.
- LEONHARDT, Fritz; MÖNNIG, Eduard. *Construções de concreto: Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. Tradução de David Fridman. Rio de Janeiro: Interciência, 2008. 336 p., v. 1.
- MONTOYA, P.J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M. *Hormigón Armado*. 14. ed. Barcelona: Gustavo Gili, 2000.
- NEVILLE, A. M.; BROOKS, J. J. *Concrete technology*. 2. ed. Harlow: Pearson, 2010.
- OLIVEIRA, Maurício Alan de. *Lajes pré-moldadas nervuradas unidirecionais em concreto armado – Análise teórica e experimental de nervuras*. 2015. 78 f. Monografia (Curso de Engenharia Civil) – Universidade de Santa Cruz do Sul, Santa Cruz do Sul, 2015.
- PFEIL, Walter; PFEIL, Michèle. *Estruturas de aço: Dimensionamento prático*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D. *Estruturas de concreto – capítulo 4*. São Paulo, 16 p., out. 2004. Disponível em: <<http://www.fec.unicamp.br/~almeida/ec702/ELS/14%20ELS.pdf>>. Acesso em 07 set. 2017.
- SANTOS, Alteviro Castro dos; PIANA, Roberto Cesar. Análise numérica e experimental de vigotas pré-moldadas em concreto armado para emprego em lajes nervuradas. *Acta Scientiarum. Technology*. Maringá, v.33, n.3, p.253-258, set. 2010. Disponível em: <<http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciTechnol/article/view/5189/5189>>. Acesso em 06 jun. 2017.