

**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

Talita Resmin Colaço

**ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE RESERVATÓRIOS  
RETANGULARES EM CONCRETO ARMADO**

Santa Cruz do Sul  
2017

Talita Resmin Colaço

**ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE RESERVATÓRIOS  
RETANGULARES EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Civil, da Universidade de Santa Cruz do  
Sul – UNISC, na área de Estruturas, para  
a obtenção do título de Engenheira Civil.

Orientador: Prof. M.Sc. Christian Donin

Santa Cruz do Sul

2017

Talita Resmin Colaço

**ANÁLISE DO DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE RESERVATÓRIOS  
RETANGULARES EM CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Civil, da Universidade de Santa Cruz do  
Sul – UNISC, na área de Estruturas, para  
a obtenção do título de Engenheira Civil.

Orientador: Prof. M.Sc. Christian Donin

Prof. M.Sc. Christian Donin  
Professor Orientador – UNISC

Prof. Dr. Eduardo Rizzatti  
Professor Examinador – UFSM

Prof. M.Sc. Henrique Luiz Rupp  
Professor Examinador - UNISC

Santa Cruz do Sul

2017

*Dedico este trabalho aos meus pais Sérgio e Vera, meus avós Alvino e Eloína e meu namorado André, que são uma grande referência em minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Agradeço aos meus pais, Sérgio e Vera, pelo amor e dedicação destinados a mim, por estarem sempre ao meu lado me apoiando para que eu pudesse chegar até aqui.

Agradeço aos meus avós Alvino e Eloína, por incansavelmente acreditar em mim e me transmitir um amor sem igual, vocês são meus exemplos.

Ao meu namorado André Linhares, pelo apoio e compressão nos momentos que estive ausente, paciência e confiança depositada em mim.

Ao meu orientador Christian Donin, pelos ensinamentos transmitidos, pelo incentivo e dedicação na orientação deste trabalho.

Agradeço aos colegas Gabriel Hauschild e Leonardo Massulo, pelos ensinamentos trocados e pela ajuda na modelagem do protótipo.

Agradeço as minhas amigas e colegas Danielle Brixner e Gabriela Seolin, por estarem presentes nessa etapa de conclusão de curso, pela amizade e pelos momentos vividos.

Por fim, agradeço de coração, todas as pessoas especiais que de alguma forma fizeram parte dessa longa caminhada que aqui se encerra, serei eternamente grata.

## RESUMO

A pesquisa apresenta uma visão geral da análise estrutural de reservatórios em concreto armado, inicialmente explana conceitos básicos sobre o tema e uma revisão bibliográfica, onde são expostos diferentes métodos de cálculos para o dimensionamento estrutural, onde foram especificados os tipos, posicionamento em relação ao solo e as forças atuantes para cada caso. Com foco principal nos reservatórios de formato retangular, o estudo teórico para este tipo de reservatório foi embasado nos métodos convencionais de cálculos, sendo abordada a Teoria das Placas, além de modelos de cálculos e critérios estabelecidos pela Associação brasileira de Normas Técnicas (6118: 2014). Posteriormente, com a finalidade de aplicar os métodos estudados em um estudo de caso foi determinado um protótipo de um reservatório de geometria retangular em concreto armado, apoiado no solo. Possibilitando a análise e a comparação entre os Métodos Clássicos e o Método dos Elementos Finitos, este por meio do software ANSYS® 16.1, sendo possível apresentar conclusões sobre a precisão e confiabilidade dos modelos de cálculo comparados.

**Palavras-chave:** Reservatório retangular. Reservatório em concreto armado. Análise estrutural.

## **ABSTRACT**

The research presents an overview of the structural analysis of reservoirs in reinforced concrete, initially explains basic concepts on the subject and a bibliographical revision, where are exposed different methods of calculations for structural design, where the types, positioning in relation to the soil were specified and the forces acting on each case. With the main focus on the rectangular reservoirs, the theoretical study for this type of reservoir was based on conventional methods of calculations. The Plate Theory was discussed, as well as the calculation models and criteria established by the Brazilian Association of Technical Standards (6118: 2014). Subsequently, in order to apply the methods studied in a case study, a prototype of a reservoir of rectangular geometry in reinforced concrete supported on the ground was determined. This allows the analysis and comparison between the Classical Methods and the Finite Element Method, through ANSYS® 16.1 software, and it is possible to present conclusions about the accuracy and reliability of the comparative models.

**Keywords:** Rectangular reservoir. Reservoir in reinforced concrete. Structural analysis.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Posição dos reservatórios em relação ao solo.....	17
Figura 2 - Modelos de reservatórios elevados.....	18
Figura 3 - Tipos de reservatórios múltiplos.....	19
Figura 4 - Espessuras dos elementos estruturais .....	20
Figura 5 - Pressão hidrostática atuante nas paredes .....	21
Figura 6 - Efeito de subpressão em reservatório enterrado .....	22
Figura 7 - Reservatório antes do aterro.....	23
Figura 8 - Reservatório cheio e enterrado.....	24
Figura 9 - Reservatório vazio e enterrado .....	24
Figura 10 - Dimensões usuais para reservatórios retangulares .....	32
Figura 11 - Dimensões para aberturas de lajes que dispensam verificação.....	33
Figura 12 - Condições de contorno das placas .....	36
Figura 13 - Compatibilização dos momentos fletores.....	38
Figura 14 - Esforços normais de tração .....	40
Figura 15 - Momentos fletores e forças normais de tração .....	41
Figura 16 - Seção retangular submetida a flexo-tração.....	42
Figura 17 - Domínios de dimensionamento da flexo-tração .....	43
Figura 18 - Número de direções da que laje deve ser armada.....	46
Figura 19 - Distribuição de tensões e deformações .....	52
Figura 20 - Seção retangular.....	55
Figura 21 - Comprimento de ancoragem necessário .....	56
Figura 22 - Abertura limite das fissuras em função da pressão hidrostática .....	58
Figura 23 - Armaduras verticais das paredes.....	58
Figura 24 - Armaduras horizontais das paredes.....	59
Figura 25 - Armaduras da laje do fundo .....	59
Figura 26 - Armaduras da laje de tampa .....	59
Figura 27 - Vistas do reservatório .....	64
Figura 28 - Planta baixa .....	64
Figura 29 - Cortes .....	64
Figura 30 - Cargas atuantes na tampa.....	66
Figura 31 - Cargas atuantes nas paredes .....	67



Figura 32 - Cargas atuantes no fundo.....	68
Figura 33 - Ligação entre as placas .....	69
Figura 34 - Identificação das placas.....	70
Figura 35 - Tampa .....	70
Figura 36 - Diagrama dos momentos fletores .....	72
Figura 37 - Paredes 1 e 2.....	72
Figura 38 - Carga atuante .....	73
Figura 39 - Áreas de influência.....	74
Figura 40 - Diagrama do momento $M'_x$ e $M_x$ .....	75
Figura 41 - Diagrama dos momentos fletores .....	76
Figura 42 - Paredes 3 e 4.....	76
Figura 43 - Áreas de influência.....	77
Figura 44 - Diagrama dos momentos fletores parede 3 e 4 .....	78
Figura 45 - Placa de fundo .....	79
Figura 46 - Diagrama dos momentos fletores no fundo .....	80
Figura 47 - Momentos fletores entre as paredes não compatibilizados .....	82
Figura 48 - Momentos fletores entre as paredes compatibilizados .....	82
Figura 49 - Momentos fletores do fundo e paredes 1 e 2 não compatibilizados.....	83
Figura 50 - Momentos fletores do fundo e paredes 1 e 2 compatibilizados .....	84
Figura 51 - Momentos fletores não compatibilizados .....	84
Figura 52 - Momentos fletores não compatibilizados .....	85
Figura 53 - Esforços de tração placas 1, 2 e fundo .....	86
Figura 54 - Esforços de tração placas 3, 4 e fundo .....	86
Figura 55 - Representação das forças normais de tração.....	87
Figura 56 - Modelo numérico tridimensional.....	96
Figura 57 - Distribuição da malha.....	97
Figura 58 - Condição de contorno engastada .....	98
Figura 59 - Aplicação de cargas na tampa e fundo .....	99
Figura 60 - Aplicação de cargas nas paredes .....	99
Figura 61 - Deformações na tampa .....	100
Figura 62 - Deformações nas paredes .....	101
Figura 63 - Tensões normais referentes ao peso próprio .....	102
Figura 64 - Tensões normais referentes à pressão hidrostática .....	102

Figura 65 - Tensões normais referentes à pressão hidrostática, vista superior.....	103
Figura 66 - Tensões referentes à pressão hidrostática, vista frontal .....	103
Figura 67 - Nós selecionados para obtenção das tensões.....	104
Figura 68 - Diagrama de momentos fletores na tampa – Eixo vertical .....	108
Figura 69 - Diagrama de momentos fletores na tampa – Eixo horizontal.....	109
Figura 70 - Diagrama de momentos fletores nas paredes 1 e 2 – Eixo vertical .....	109
Figura 71 - Diagrama de momentos fletores nas paredes 1 e 2 – Eixo horizontal ..	109
Figura 72 - Diagrama de momentos fletores nas paredes 3 e 4 – Eixo vertical .....	110
Figura 73 - Diagrama de momentos fletores nas paredes 3 e 4 – Eixo horizontal ..	110
Figura 74 - Diagrama de momentos fletores no fundo – Eixo vertical.....	110
Figura 75 - Diagrama de momentos fletores no fundo – Eixo horizontal.....	111
Figura 76 - Diagramas de momento fletor na tampa - Eixo vertical - $M_x$ .....	111
Figura 77 - Diagramas de momento fletor na tampa - Eixo horizontal - $M_y$ .....	112
Figura 78 - Diagramas de momento fletor nas paredes 1 e 2 – Eixo vertical – $M_x$ .	113
Figura 79 - Diagramas de momento fletor – parede 1 e 2 – Eixo horizontal $M_y$ .....	114
Figura 80 - Diagramas de momento fletor – parede 3 e 4 – Eixo vertical - $M_x$ .....	115
Figura 81 - Diagramas de momento fletor – parede 3 e 4 – Eixo horizontal - $M_y$ ...	116

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classes de agressividade ambiental – CAA .....	27
Tabela 2 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto .....	28
Tabela 3 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e.....	30
Tabela 4 - Requisitos para concreto, em condições especiais de exposição .....	31
Tabela 5 - Esforços de tração e valores de $\beta$ .....	39
Tabela 6 - Taxa mínima de armadura de flexão.....	49
Tabela 7 - Valores mínimos para lajes sem armaduras ativas.....	50
Tabela 8 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura .....	57
Tabela 9 - Valores de momentos fletores não compatibilizados .....	81
Tabela 10 - Reações de apoio.....	106
Tabela 11 - Momentos fletores .....	106
Tabela 12 - Força normal de tração.....	107
Tabela 13 - Áreas de aço .....	107
Tabela 14 - Momentos fletores .....	108
Tabela 15 - Momentos fletores na tampa - Eixo vertical - $M_x$ .....	112
Tabela 16 - Momentos fletores na tampa - Eixo horizontal - $M_y$ .....	113
Tabela 17 - Momentos fletores nas paredes 1 e 2 - Eixo vertical - $M_x$ .....	114
Tabela 18 - Momentos fletores nas paredes 1 e 2 - Eixo horizontal - $M_y$ .....	114
Tabela 19 - Momentos fletores nas paredes 3 e 4- Eixo vertical - $M_x$ .....	115
Tabela 18 - Momentos fletores nas paredes 3 e 4 - Eixo horizontal - $M_y$ .....	116

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos .....</b>	<b>16</b>
<b>1.1.1</b>	<b>Objetivos gerais .....</b>	<b>16</b>
<b>1.1.2</b>	<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>16</b>
<b>1.2</b>	<b>Justificativa .....</b>	<b>16</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b>	<b>Definições para tipos de reservatórios em concreto armado .....</b>	<b>17</b>
<b>2.2</b>	<b>Efeitos a considerar em reservatórios paralelepípedicos .....</b>	<b>19</b>
<b>2.2.1</b>	<b>Cargas atuantes.....</b>	<b>19</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Variação térmica e retração.....</b>	<b>25</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Vento.....</b>	<b>26</b>
<b>2.3</b>	<b>Diretrizes para durabilidade da estrutura.....</b>	<b>26</b>
<b>2.3.1</b>	<b>Agressividade no meio .....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Qualidade do concreto de cobrimento .....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Espessura de cobrimento a armadura.....</b>	<b>28</b>
<b>2.3.4</b>	<b>Condições especiais de exposição.....</b>	<b>31</b>
<b>2.4</b>	<b>Dimensões para reservatórios retangulares .....</b>	<b>31</b>
<b>2.4.1</b>	<b>Aberturas na laje.....</b>	<b>32</b>
<b>2.5</b>	<b>Métodos de cálculo para determinação das solicitações .....</b>	<b>34</b>
<b>2.5.1</b>	<b>Consideração para cálculo de placas de laje .....</b>	<b>35</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Determinação dos momentos fletores.....</b>	<b>37</b>
<b>2.5.3</b>	<b>Determinação dos esforços de tração .....</b>	<b>39</b>
<b>2.5.4</b>	<b>Determinação das reação flexo-tração.....</b>	<b>40</b>
<b>2.5.5</b>	<b>Reações de apoio .....</b>	<b>43</b>
<b>2.6</b>	<b>Dimensionamento das armaduras .....</b>	<b>45</b>
<b>2.6.1</b>	<b>Lajes armadas em uma direção .....</b>	<b>45</b>

2.6.2	Lajes armadas em duas direções .....	45
2.6.3	Limites para redistribuição de momentos e condições de dutilidade...	46
2.6.4	Comprimento de ancoragem mínimo .....	47
2.6.5	Taxas de armadura .....	48
2.6.6	Armaduras de flexão .....	51
2.6.7	Armaduras de flexo-tração .....	54
2.6.8	Verificação Força Cortante .....	55
2.6.9	Verificação da fissuração.....	57
2.7	Detalhamento típico de armaduras para reservatórios retangulares .....	58
2.8	Pesquisas.....	60
3	METODOLOGIA.....	63
3.1	Introdução .....	63
3.2	Definições do protótipo .....	63
3.3	Composições de cargas .....	65
3.3.1	Resultante de cargas na tampa.....	65
3.3.2	Resultante de cargas nas paredes.....	66
3.3.3	Resultante de cargas no fundo .....	67
3.4	Métodos Clássicos .....	68
3.4.1	Determinação das solicitações .....	70
3.4.2	Compatibilização dos momentos fletores .....	81
3.4.3	Esforços de tração .....	85
3.5.4	Dimensionamento de armaduras .....	87
3.5	Métodos dos Elementos Finitos.....	94
3.5.1	Pré-processamento .....	95
3.5.2	Processamento.....	97
3.5.3	Pós- Processamento .....	100
4	RESULTADOS .....	106

4.1	Resultados obtidos pelos Métodos Clássicos.....	106
4.2	Resultados obtidos pelo Método dos Elementos finitos .....	108
4.2.1	Diagramas de momentos fletores .....	108
4.3	Análises e comparações dos resultados .....	111
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	117
	REFERÊNCIAIS.....	119
	APÊNDICE A - Solicitações na tampa no eixo vertical - ANSYS .....	121
	APÊNDICE B - Solicitações na tampa no eixo horizontal – ANSYS.....	122
	APÊNDICE C - Solicitações na parede 1 e 2 no eixo vertical- ANSYS .....	123
	APÊNDICE D - Solicitações na parede 1 e 2 no eixo horizontal – ANSYS.....	124
	APÊNDICE E - Solicitações na parede 3 e 4 no eixo vertical – ANSYS .....	125
	APÊNDICE F - Solicitações na parede 3 e 4 no eixo horizontal – ANSYS .....	126
	APÊNDICE G - Solicitações no fundo no eixo vertical – ANSYS.....	127
	APÊNDICE H - Solicitações no fundo no eixo horizontal – ANSYS .....	128
	ANEXO A - Momentos fletores em lajes com carga uniforme.....	129
	ANEXO B - Momentos fletores em lajes com carga uniforme.....	130
	ANEXO C - Momentos fletores em lajes com carga triangular.....	131
	ANEXO D - Reação de apoio em lajes com carga uniforme .....	132
	ANEXO E - Reação de apoio em lajes com carga uniforme .....	133
	ANEXO F - Flexão simples em seção retangular.....	134
	ANEXO G - Área de armadura .....	135

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de uma região só é possível quando nela há disponibilidade de recursos naturais indispensáveis à vida. Em lugares distantes de fontes hídricas é propício o uso de estruturas para o armazenamento de água. Segundo Kirby (1956) tem-se conhecimento que os primeiros reservatórios foram cisternas estruturadas em rocha sã, datado em 25 a. C, construída por uma civilização que mais tarde se tornaria a comunidade grega.

Em âmbito nacional, de acordo com Teles (1984), o primeiro reservatório brasileiro foi inaugurado em 1880, com a finalidade de realizar o abastecimento de água da cidade do Rio de Janeiro. O grande reservatório de Pedregulho foi executado em alvenaria de pedra, com capacidade de oitenta milhões de litros, sua estrutura com arcadas e tetos em formato de abóboda é admirada até hoje. O reservatório acompanhado de mais quatro, construídos entre 1877 e 1878 e localizados em diferentes pontos da cidade, formam um grandioso sistema de abastecimento de água, projetado pelo Engenheiro Jerônimo de Moraes Jardim.

Ao se tratar de um reservatório de água potável, é essencial que projeto siga alguns critérios para que haja um padrão de potabilidade, assim ao projetar a estrutura o técnico deve ater-se na escolha da forma, dimensão e o material do reservatório. Esses critérios são definidos de acordo com as necessidades de cada caso, onde é considerado o seu uso, volume de reservação, disponibilidade de área e complexidade.

O concreto armado é o material muito utilizado atualmente na construção de reservatórios de diversas dimensões. Segundo Montoya; Meseguer; Cabré (2000), é adequado, pois é facilmente moldado, menos oneroso, apresenta grande durabilidade e baixo custo de manutenção.

Para o dimensionamento estrutural de reservatórios em concreto armado são utilizados os Métodos Clássicos de cálculos, baseados na igualdade de deformação do aço e do concreto à tração. Estes métodos estão sendo substituídos, pois utilizam tensões de trabalho muito baixas para o aço, o que acarreta em custos excessivos. Com os avanços na qualidade do aço e do concreto juntamente com atuais metodologias de cálculo baseadas no Método de Estados Limites e um apropriado controle de fissuração é plausível que se obtenha estruturas mais econômicas e com maior vida útil (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ 2000).

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivos gerais

O presente trabalho tem como objetivo geral o estudo e análise de diferentes critérios de dimensionamento para reservatórios em concreto armado, embasado em normativas vigentes e bibliografias relacionadas ao assunto.

### 1.1.2 Objetivos específicos

O presente trabalho tem com objetivos específicos:

- Realizar um estudo bibliográfico referente a reservatórios em concreto armado, revisar modelos de cálculo e diferentes metodologias utilizadas para o dimensionamento estrutural de reservatórios retangulares;
- Aplicar os métodos estudados para um protótipo de reservatório;
- Por intermédio de modelos de cálculos e modelagem em *software* de Elementos Finitos obter valores de solicitações que atuam na estrutura;
- Comparar momentos fletores na tampa e nas paredes resultantes do Método Clássico e Método dos Elementos Finitos, desta forma obter análises e conclusões para os diferentes métodos empregados.

## 1.2 Justificativa

Para a concepção de um projeto de reservatório em concreto armado deve haver um especial cuidado, com uma rigorosa análise em cada fase que envolve o projeto, desde sua elaboração até o detalhamento das armaduras, seguindo critérios mínimos estabelecidos pelas normativas vigentes, para que, possível garantir a durabilidade e estanqueidade dessa forma seja necessárias para este tipo de estrutura. Pelo fato de estar em contato com líquidos, pode ocorrer o surgimento de patologias decorrente da ação de agentes agressivos, podendo comprometer a estrutura e a qualidade do líquido armazenado, (KUEHN, 2002). Desta maneira a pesquisa visa analisar diferentes métodos para o dimensionamento de reservatórios em concreto armado.



## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

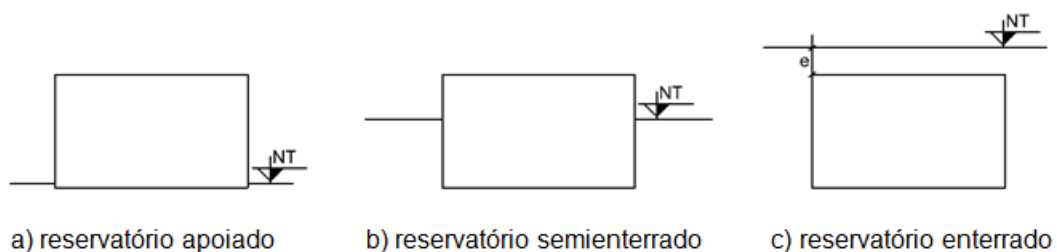
### 2.1 Definições para tipos de reservatórios em concreto armado

São denominados reservatórios, no ponto de vista estrutural, estruturas que tenham a função de realizar o armazenamento de líquidos. Por serem executados em concreto armado, material que é facilmente moldado, os reservatórios podem assumir variados tamanhos e formas, as mais usuais são seções em planta retangular, quadrada e circular. O espaço disponível para alojar o volume necessário é um dos fatores preponderantes para a escolha da forma, além do custo e razões arquitetônicas.

Podem ser definidos quanto à posição em relação ao solo, divididos em dois grupos, reservatórios térreos, conforme Figura 1, composto de reservatórios enterrados, semienterrados e apoiados. Os elevados compõem o segundo grupo, esses necessitam de uma estrutura para sua sustentação da usa base, exemplificados na figura 2.

Em relação ao tamanho, reservatórios térreos com capacidade até  $500 \text{ m}^3$  são classificados como pequenos, os medianos com volume entre  $500 \text{ m}^3$  e  $5000 \text{ m}^3$  e grandes com capacidade de armazenar mais de  $5000 \text{ m}^3$ . Para reservatórios elevados são considerados pequenos quando tem capacidade menor que  $50 \text{ m}^3$ , médios com capacidade entre  $50 \text{ m}^3$  e  $500 \text{ m}^3$  e grandes quando podem armazenar mais de  $500 \text{ m}^3$ .

**Figura 1 - Posição dos reservatórios em relação ao solo**



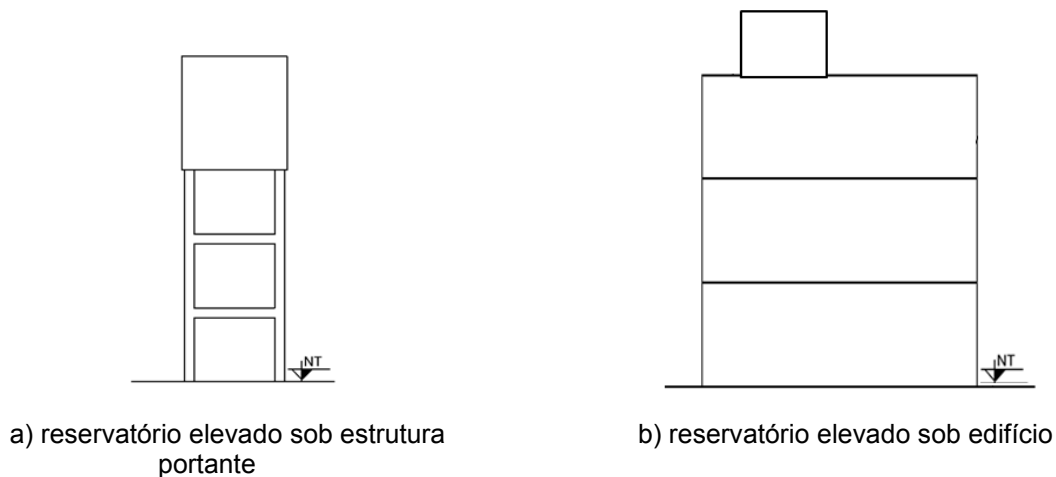
Fonte: Autora.

Reservatórios enterrados são geralmente posicionados em regiões onde a cota de nível é mais alta para que possa funcionar por meio da gravidade. Podem ser construídos em regiões mais baixas quando a finalidade é reservar, para levar a

água até o reservatório superior o recalque é feito com o auxílio de bombas hidráulicas.

É conveniente observar que reservatórios utilizados para o armazenamento de água potável não podem estar em contato com o solo, para que haja a preservação da potabilidade padrão, isso implica a não utilização de reservatórios apoiados no solo, parcialmente ou totalmente enterrados. Segundo ABNT NBR 5626 (1998), caso não possa ser cumprida as exigências, deve ser construído um compartimento para o reservatório, com afastamento mínimo de 60 cm entre as faces externas no reservatório e as faces internas do compartimento, para facilitar inspeções e manutenções.

**Figura 2 - Modelos de reservatórios elevados**



Fonte: Autora.

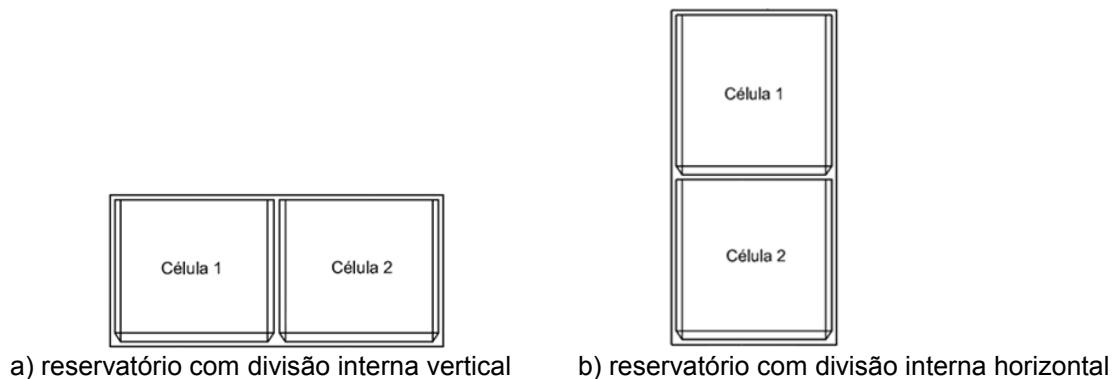
Reservatórios elevados são projetados quando a pressão mínima da água fornecida pela concessionária não é suficiente para suprir o abastecimento nos pontos mais elevados ou quando o terreno tem cotas desfavoráveis para os tipos térreos. Quanto ao sistema construtivo, utiliza-se de outro elemento para descarregar as tensões nas fundações, este sistema é frequentemente encontrado em edifícios, Figura 2.b. Segundo Araújo (2014c), normalmente o reservatório de edifícios é apoiado nos pilares da caixa da escada, para impedir esforços excessivos na laje à altura do reservatório não deve exceder 2,5 m, para manter a capacidade mínima de armazenamento pode ocorrer que parte do reservatório fique em balanço em relação aos pilares.

Logo na Figura 2.a, observa-se, que é utilizada como transmissor de esforços uma estrutura portante, composta por pilares e vigas de contraventamento.

Na falta de área disponível ou por critério arquitetônico pode ser dividida em mais células, com finalidade de permitir a limpeza e manutenção sem que haja a interrupção do abastecimento de água, como na Figura 3.

Considera-se também a complexidade quanto o número de células, onde são classificados como unicelular ou multicelular, ou seja, formado por um único ou por múltiplos reservatórios respectivamente, estes podendo ser superpostos. As divisões internas são em sentido vertical, conforme Figura 3.a, ou horizontal mostrado na Figura 3.b que também demonstra um exemplo de reservatório superposto. A forma de fechamento é determinada pelo uso e tipo de armazenamento, podendo ser fechados, como exemplo as caixas da água, ou abertos, como é o exemplo das piscinas.

**Figura 3 - Tipos de reservatórios múltiplos**



Fonte: Autora.

## 2.2 Efeitos a considerar em reservatórios paralelepípedicos

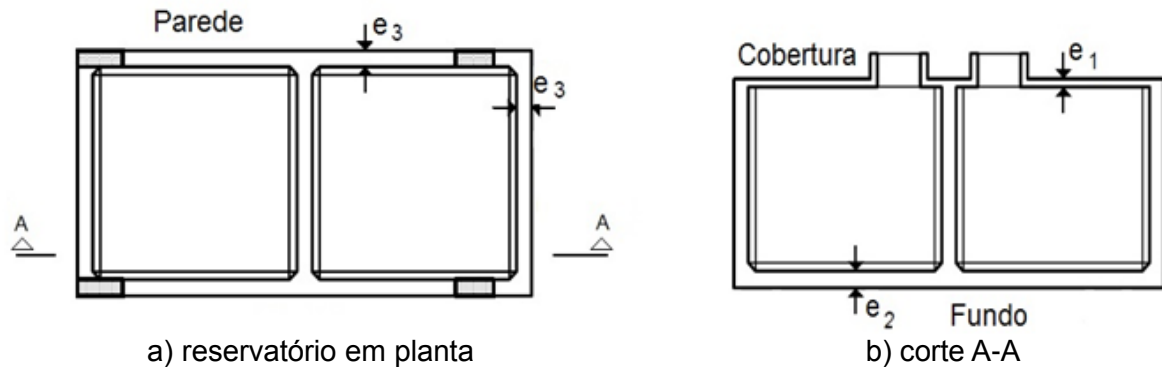
### 2.2.1 Cargas atuantes

#### 2.2.1.1 Peso próprio

Conforme NBR 6120 (1980), o peso próprio e o peso de todos os elementos construtivos da estrutura justos constituem as cargas permanentes. Considera-se para fins de cálculo do peso próprio o peso específico aparente para estrutura em concreto armado de  $25 \text{ kN/m}^3$ , onde esse valor é multiplicado pela espessura das partes que o compõem a estrutura, laje de cobertura, paredes e lajes de fundo,

representados por “e” na Figura 4, resultando na força aplicada por metro quadrado. O autor Araújo (2014c) sugere que para o revestimento seja considerado o valor de  $1,0 \text{ kN/m}^2$  relativo ao peso específico.

**Figura 4 – Espessuras dos elementos estruturais**



Fonte: Adaptado de Araújo (2014).

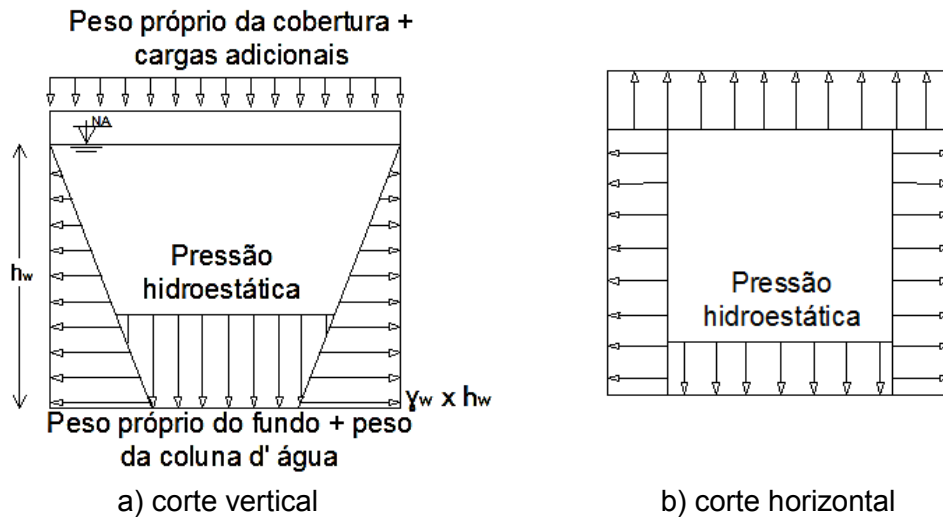
Juntamente analisam-se as cargas acidentais relacionadas à laje de cobertura, acrescenta-se o valor das cargas  $0,5 \text{ kN/m}^2$  quando não for destinado a depósito e não houver acesso ao público e  $3,0 \text{ kN/m}^2$  quando há acesso ao público, este último caso se aplica quando o reservatório é enterrado e sua tampa fica no nível do solo, ficando exposto a ações de diferentes cargas.

Logo podem ser observadas na Figura 5, cargas perpendiculares ao plano e uniformemente distribuídas, na laje de cobertura a carga é resultante da soma do peso próprio da cobertura e das cargas acidentais, já na laje de fundo resulta da soma do peso próprio do fundo e do peso da coluna da água.

### 2.2.1.2 Pressão hidrostática do líquido armazenado

A pressão hidrostática atua sobre as paredes do reservatório, as cargas atuantes assumem o mesmo aspecto das produzidas pelo solo, em formato triangular, podendo ser observado na Figura 5. Sua ação é calculada pelo produto da altura do líquido armazenado pelo peso volumétrico,  $\gamma_w$ , onde se sugere o valor aproximado de  $10 \text{ kN/m}^3$ , considerando que o líquido armazenado é água.

**Figura 5 – Pressão hidrostática atuante nas paredes**



Fonte: Autora.

### 2.2.1.3 Empuxos do solo e d' água

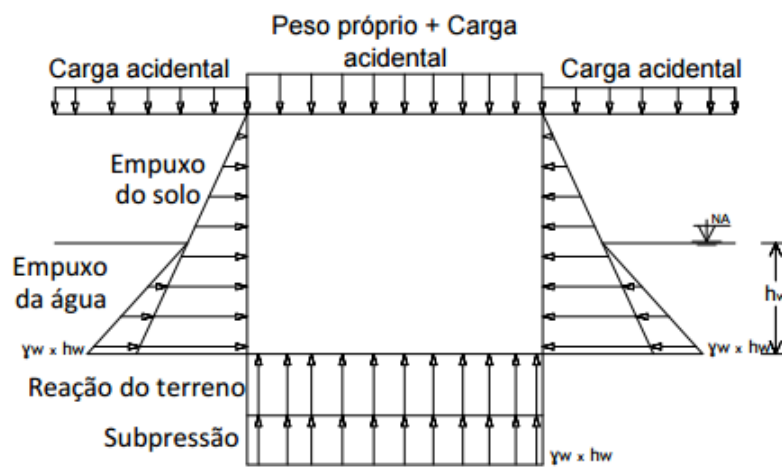
O empuxo de terra é considerado a ação da pressão horizontal produzida pelo maciço terroso sobre a estrutura que está em contato direto com o solo. A determinação de sua tensão é indispensável no projeto de reservatórios enterrados. A magnitude em que às tensões são distribuídas ao longo das paredes do reservatório depende da interação do solo com o elemento estrutural durante todas as etapas em que obra está sendo executada. Assim deve ser considerada a ação do empuxo lateral do terreno com reservatório cheio, vazio e na presença de lençol freático, considerando desta forma o empuxo oriundo da água.

As definições de empuxo ativo, em repouso e passivo surgem em função do deslocamento, seu valor varia dependendo do afastamento da estrutura ou quando ele se descola contra o maciço terroso, ou como neste caso, permanece em repouso, não ocorrendo à deformação do solo.

Os reservatórios construídos em concreto armado têm rigidez suficiente, assim a deformidade da parede e por consequência o deslocamento ou a movimentação do solo lateral não são suficientes para modificar o estado limite ativo ou passivo do terreno. As cargas que atuam nas paredes referentes ao solo assumem um aspecto triangular de valor igual à tensão horizontal de repouso (RAMOS, 2009).

O nível de água pode exceder a cota da laje de fundo pela elevação do nível do lençol freático na ocorrência de intensas chuvas ou por eventual existência no local. Neste caso, a estrutura fica sujeita a subpressões, de acordo com a Figura 6, as paredes laterais passam a ter a ação do empuxo da água juntamente com o empuxo do solo. Logo, o risco de ocorrer à flutuação de um reservatório aumenta quando as subpressões são maiores e principalmente se este estiver vazio, colocando em risco a estrutura e seus equipamentos.

**Figura 6 – Efeito de subpressão em reservatório enterrado**



Fonte: Autora.

## 2.2.2 Hipóteses a considerar

Ao projetar um reservatório todas as hipóteses devem ser levadas em consideração, desde a execução até seu funcionamento, logo para efeito de dimensionamento de reservatórios térreos, consideram-se as forças atuantes em cada etapa e para caso específico.

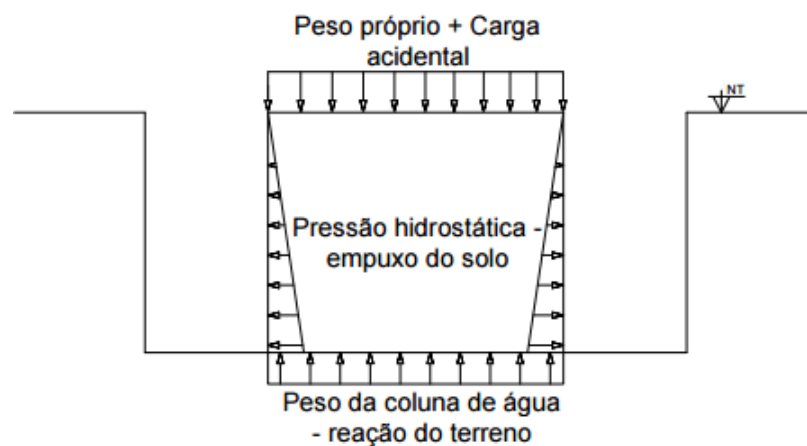
### 2.2.2.1 Reservatório cheio e apoiado sobre o solo

Na execução de um reservatório enterrado atenta-se a uma situação crítica de dimensionamento, na primeira etapa é realizada a escavação do terreno, com vão maior que as dimensões externas do reservatório, após a conclusão deste é necessário que seja realizada a verificação de estanqueidade antes do reaterro, para certificação que não há nenhuma fuga do líquido armazenado. Por

consequente, nesse período são consideradas as ações atuantes de um reservatório cheio e apoiado sobre o solo.

Quando o reservatório está totalmente cheio e apoiado diretamente no solo ocorre à atuação de cargas em sentidos contrários na laje de fundo. Empuxo da terra comprime a parte externa do fundo, aplicando uma força de baixo para cima, já a pressão hidrostática da água comprime o lado interno da laje de cima para baixo, logo essas forças subtraem-se. Quando ocorre este caso nas paredes, o empuxo da água sobressai o valor do empuxo do terreno, no entanto é diferente do que ocorre no fundo, a reação resultante do terreno é sempre maior que a ação da coluna da água, conforme o demonstrado na Figura 7, os aspectos da resultante das reações.

**Figura 7 – Reservatório antes do aterro**

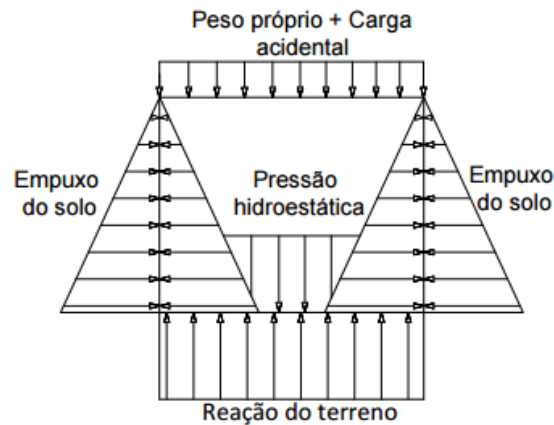


Fonte: Autora.

### 2.2.2.2 Reservatório cheio e enterrado

Após a verificação de estanqueidade do reservatório, é realizado o fechamento dos vãos com solo, logo as paredes são submetidas a ações laterais geradas pela força de empuxo do terreno. Há um alívio da pressão hidrostática atuante pelo fato do reservatório estar cheio, pois as duas forças atuam concomitantemente e em sentidos opostos, a resultante é encontrada na subtração entre as duas ações. Nas paredes atuam o empuxo do solo e da água, onde a força hidrostática é maior. Como visto antes, a laje de fundo é exposta à reação do terreno, ao seu peso próprio e o peso da coluna de líquido armazenado, salientando que a ação do solo, neste caso, é sempre maior que os pesos próprios, tanto da água como da própria estrutura. A resultante das ações pode ser observada na Figura 8.

**Figura 8 – Reservatório cheio e enterrado**

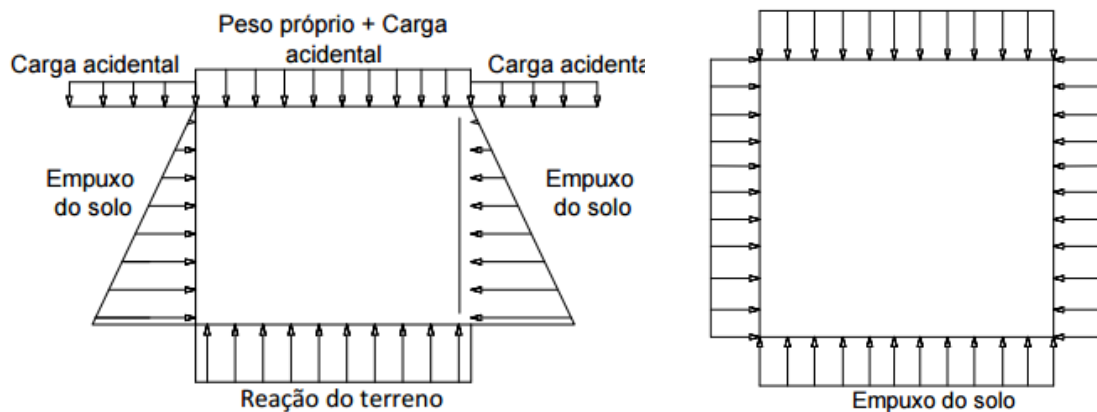


Fonte: Autora.

### 2.2.2.3 Reservatório vazio e enterrado

Para os casos em que o reservatório não estiver em uso ou sem nenhum líquido armazenado, devem ser analisadas as forças atuantes para este vazio e enterrado. Neste caso, as ações das forças atuam somente em um sentido, onde o empuxo do solo age colaborando para a compressão do reservatório, como mostrado na Figura 9.

**Figura 9 - Reservatório vazio e enterrado**



Fonte: Autora.



### 2.2.3 Variação térmica e retração

A variação da temperatura e a retração do concreto são efeitos comuns em qualquer estrutura, a intensidade depende da localização de implantação e das dimensões da estrutura, o que justifica o fato dos reservatórios elevados sofrerem mais com estas variações.

Segundo Guerrin (2003), a retração termoigrométrica, variação da umidade relacionada à temperatura, atua somente em reservatórios vazios, pois quando cheio não ocorre retração e sim o inchamento, reduzindo as tensões de tração do concreto.

Reservatórios de grandes dimensões são sujeitos a efeito de maior grandeza pela variação térmica. Neste caso, o aquecimento da tampa pela insolação, pode causar a fissuração vertical na parte superior da mesma. Para impedir o surgimento desses problemas, sugere-se que o reservatório seja dividido em células menores, o isolamento térmico da laje de cobertura ou as paredes devem ser protendidos. (ARAÚJO, 2014c).

A NBR 6118 (2014) sugere que os seguintes valores sejam adotados:

- a) para partes que compõem a estrutura cuja menor dimensão é menor que 50 cm, consideram-se uma variação de temperatura aproximada da média de 10 °C a 15 °C;
- b) para elementos estrutura que são maciços ou ocos, com os espaços vazios inteiramente fechados, no qual a menor dimensão seja maior que 70 cm, considera-se que essa variação seja reduzida respectivamente para 5 °C a 10 °.
- c) para elementos estruturais cuja menor dimensão esteja entre 50 cm e 70 cm, consideram-se que seja realizada uma interpolação linear entre os valores acima apresentados.

A utilização de um valor entre esses dois limites pode ser efetuada considerando-se 50 % da diferença entre as temperaturas médias de verão e inverno, no local da obra.

Para reservatórios em edifícios com vários andares, devem ser respeitadas as exigências construtivas prescritas pela norma para que sejam minimizados os efeitos das variações de temperatura sobre a estrutura da construção.

#### **2.2.4 Vento**

As ações oriundas do vento, que agem perpendicularmente as estruturas, devem ser consideradas para reservatórios elevados. A NBR 6118 (2014) recomenda que os esforços solicitantes provenientes da ação do vento sejam determinados conforme o prescrito pela ABNT NBR 6123: 1988, empregando regras específicas prevista na normativa.

### **2.3 Diretrizes para durabilidade da estrutura**

Para obter boa qualidade e conseqüentemente a durabilidade de uma estrutura de concreto, requisitos mínimos devem ser atendidos. Estes são apresentados na NBR 6118 (2014), sendo um deles a de capacidade resistência, relacionada à segurança à ruptura, a estrutura deve ser forte o bastante para resistir a esforços previstos que atuam na construção, com boa margem de segurança contra a ruína ou a ruptura.

Desempenho de serviços é outro requisito, o qual estrutura teve ter ampla condição para manter-se utilizável durante o período de vida útil para o qual foi projetada, não podendo apresentar falhas que inviabilizem seu uso. E por fim, a durabilidade, que consiste na eficiente que a estrutura apresenta ao resistir às influências ambientais definidas no princípio da elaboração do projeto, quando construídas perante condições ambientais previstas de acordo com o preconizado em projeto, assegura-se sua estabilidade, segurança e aptidão em serviço durante o período de vida útil, (NBR 6118, 2014).

Logo, compreende-se por vida útil de projeto o período de tempo em que se mantêm as características de estrutura de concreto, sem grandes intervenções, contanto que seguidos os requisitos de uso e manutenção, igualmente a realização de reparos oriundos de danos acidentais. Cada parte que compõem a estrutura pode apresentar vida útil diferente das demais, (NBR 6118, 2014).

Objetivando a durabilidade da estrutura, no projeto considera-se o mecanismo de envelhecimento e a deterioração da estrutura, relacionado ao concreto, ao aço e a própria estrutura.

### 2.3.1 Agressividade no meio

A NBR 6118 (2014) classifica a agressividade ambiental na Tabela 1, de acordo com as condições de exposição no local em que a estrutura será construída, relacionada às ações físicas e químicas, independentemente de ações mecânicas, de variações de volume devido à temperatura, de retrações hidráulicas e outras previstas em projeto.

As armaduras de aço ficam sujeitas as agressões do meio quando a estrutura não está protegida corretamente pelo concreto, podendo ocorrer a corrosão das barras e em casos mais graves pode prejudicar a estabilidade da estrutura. Desta forma em função da agressividade do meio, a norma estabelece requisitos para a qualidade do concreto que será utilizado, como também a espessura de revestimento mínimo das armaduras.

**Tabela 1- Classes de agressividade ambiental – CAA**

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup>	Grande
		Industrial <sup>a, b</sup>	
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup>	Elevado
		Respingo de maré	

a) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

b) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

c) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

### 2.3.2 Qualidade do concreto de cobrimento

Segundo a NBR 6118 (2014), a durabilidade de uma estrutura é relacionada com as características do concreto e da espessura e qualidade do concreto do cobrimento da armadura utilizado para sua concepção.

Os parâmetros mínimos devem ser estabelecidos com o auxílio de ensaios comprobatórios de desempenho da durabilidade da estrutura relacionados ao tipo e classe de agressividade estabelecida em projeto. Na ausência destes e por haver uma grande ligação entre a relação água/cimento e a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, os requisitos mínimos expressos na Tabela 2 podem ser adotados.

**Tabela 2 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto**

Concreto <sup>a</sup>	Tipo <sup>b, c</sup>	Classe de agressividade			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

a) O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

b) CA correspondente a componentes e elementos estruturas de concreto armado.

c) CP correspondente a componentes e elementos estruturas de concreto protendido.

Fonte: NBR 6118 (2014), tabela 7.1.

### 2.3.3 Espessura de cobrimento a armadura

Entende-se por cobrimento da armadura a espessura da camada de concreto que cobre a barra de aço, começando na face da armadura até a superfície externa do elemento. O concreto apresenta capacidade de suportar forças de compressão,

mas também tem função de proteger as armaduras, evitando o contato direto com agentes agressivos.

Quando a espessura de cobrimento é inferior à estabelecida de acordo com a agressividade do meio, a estrutura apresenta sintomas patológicos em pouco tempo, ocasionando o deslocamento do concreto e fissurações. Em linhas gerais, a espessura da camada de concreto sobre a armadura é diretamente proporcional à proteção contra a corrosão. Isso é, quanto maior a espessura de cobrimento mais protegida estarão as barras de aço.

A NBR 6118 (2014) exige a obrigatoriedade de atender aos requisitos de cobrimento mínimo de armadura, onde os valores são os menores a serem respeitados ao longo de todo o elemento, de acordo com a Equação 1.

Para assegurar o valor da espessura do cobrimento mínimo, o cobrimento nominal deve ser calculado e considerado no projeto e na execução, este valor é determinado pela soma do cobrimento mínimo e da tolerância de execução. Logo, as bitolas das armaduras devem ser dimensionadas e os espaçadores dispostos de forma a respeitar os cobrimentos nominais prescritos na Tabela 3.

$$C_{nom} = C_{mín} + D_c \quad (1)$$

Onde:

$C_{nom}$  – cobrimento nominal

$C_{mín}$  – cobrimento mínimo

$D_c$  - tolerância de execução

Considera-se para obras correntes  $D_c \geq 10$  mm. Podendo ser reduzido para 5 mm, quando houver um apropriado controle de qualidade e durante a execução com limites rigorosos de tolerância nas variações das medidas, porém devem ser especificadas as exigências com um rígido controle nos desenhos do projeto.

**Tabela 3 - Correspondência entre classe de agressividade ambiental e  
cobrimento nominal para Dc = 10 mm**

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (CAA)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>c</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

a) Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

b) Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm.

c) Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

d) No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45$  mm.

Fonte: NBR 6118 (2014), tabela 7.2.

A NBR 6118 (2014) também estabelece que ao determinar os cobrimentos nominais para as barras devem-se respeitar os seguintes limites:

$$C_{nom} \geq \phi \text{ barra}; \quad (2)$$

$$C_{nom} \geq \phi \text{ feixe} = \phi n = \phi \sqrt{n}; \quad (3)$$

$$C_{nom} \geq 0,5 \phi \text{ bainha}. \quad (4)$$

O agregado graúdo utilizado na produção do concreto não pode ter a dimensão máxima característica ( $d_{m\acute{a}x}$ ) maior que 20 % a espessura nominal do cobrimento, sendo assim:

$$d_{m\acute{a}x} \leq 1,2 C_{nom} \quad (5)$$

### 2.3.4 Condições especiais de exposição

É determinado, seguindo a NBR 12655 (2015), o valor mínimo para resistência característica, o  $f_{ck}$  e a máxima relação água/cimento, quando a estrutura fica exposta a condições especiais. No caso de reservatório em que terá contado direto com a água na maior parte do tempo, é necessário à utilização de um concreto com baixa permeabilidade à água. Para que sejam atendidos os requisitos mínimos de durabilidade, utilizam-se os valores expostos na Tabela 4.

**Tabela 4 - Requisitos para concreto, em condições especiais de exposição**

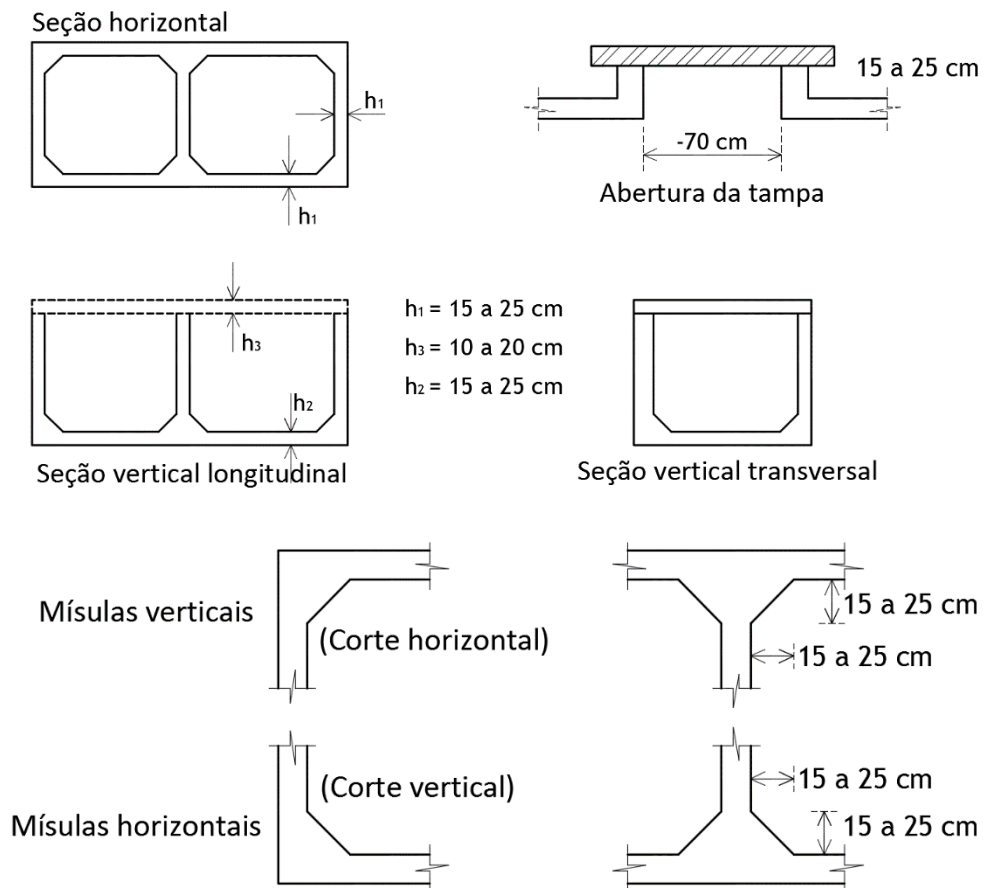
Condições de exposição	Máxima relação água/cimento, em massa, para concreto com agregado normal.	Mínimo valor de $f_{ck}$ (para concreto com agregado normal ou leve) Mpa.
Condições em que é necessário um concreto de baixa permeabilidade à água, por exemplo, em caixa d'água.	0,5	35
Exposição a processos de congelamento e descongelamento em condições de umidade ou a agentes químicos de degelo.	0,45	40
Exposição a cloretos provenientes de agentes químicos de degelo, sais, água sagada, água do mar, ou respingos ou borrifação desses agentes.	0,45	40

Fonte: NBR 12655 (2015), tabela 3.

### 2.4 Dimensões para reservatórios retangulares

Fusco (1995) sugere dimensões usuais para dimensionamento de peças de reservatórios retangulares, demonstradas na Figura 10. Onde  $h_1$  representa a espessura das paredes,  $h_2$  a espessuras da laje de cobertura e  $h_3$  laje de fundo.

**Figura 10 - Dimensões usuais para reservatórios retangulares**



Fonte: Fusco, 1995, p.360.

Já Montoya; Meseguer; Cabré (2000) sugerem para uma melhor execução, que as dimensões das paredes sejam dimensionadas com espessuras sem variações, de modo que não seja necessária armadura transversal. Para casos em que a altura da coluna de água é menor igual a seis ( $h_a \leq 6 \text{ m}$ ), pode ser adotada para a espessura das paredes laterais  $h = 0,1 \times h_a$ , não podendo ser inferior a 0,20 m. Já a espessura da laje de fundo,  $h'$ , não pode ser inferior à espessura das paredes laterais, logo  $h' \geq h$ .

#### 2.4.1 Aberturas na laje

Para facilitar futuros reparos e manutenções, na laje de cobertura são previstas aberturas individuais para cada célula, com larguras na ordem de 70 cm x 70 cm, onde são cobertas por placas pré-moldadas apoiadas sobre as bordas no vão de



abertura, com finalidade de isolamento do meio externo, impedindo entrada da água da chuva e de outras intempéries (FUSCO, 1995).

De acordo com a NBR 6118 (2014) os elementos estruturais de lajes lisas ou cogumelo que necessitam de furos e aberturas, devem ter seus efeitos de perturbações das tensões verificados, não podem exceder os valores sugeridos pela normativa. Os maiores esforços são aplicados ao redor das aberturas, por essa razão são dimensionadas armaduras para suportar as forças de tração e armaduras complementares posicionadas no contorno e nos cantos da abertura prevista.

Para as aberturas a NBR 6118 (2014), estabelece alguns parâmetros que devem ser seguidos em qualquer caso.

a) a seção do concreto remanescente da parte central da estrutura ou que se encontra sobre o apoio da laje deve ter capacidade para equilibrar os esforços no estado-limite último, correspondentes a essa seção em estruturas sem aberturas;

b) as regiões das armaduras que foram interrompidas devem ser substituídas por seções equivalentes de reforço e serem devidamente ancoradas.

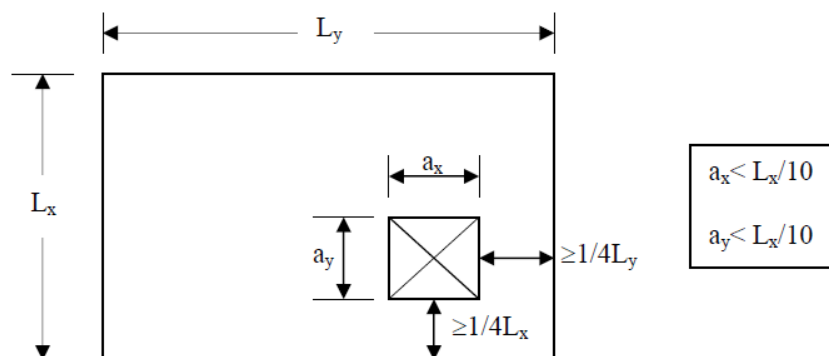
Segundo a NBR 6118 (2014), lajes de outros tipos não há necessidade de verificar seus efeitos de resistência e deformação, quando armadas em duas direções verificam-se as seguintes condições, conforme Figura 11.

a) as medidas da abertura devem corresponder no máximo a 1/10 do vão menor da laje –  $l_x$ ;

b) em a relação entre distância entre a face da abertura e o eixo teórico de apoio da laje deve ser igual ou maior que 1/4 do vão, na direção considerada;

c) a distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão.

**Figura 11 - Dimensões para aberturas de lajes que dispensam verificação**



Fonte: Camacho, 2004.

## 2.5 Métodos de cálculo para determinação das solicitações

A maneira elementar de obter os esforços na estrutura parte da ideia de considerar como lajes engastadas as paredes do reservatório, estas são engastadas em três bordas e apoiada na borda superior, onde terá contato com a laje de cobertura, as paredes serão submetidas à atuação da força hidrostática correspondente a altura interna total no reservatório. Os contornos das bordas engastadas são reforçados com mísulas, seu emprego é obrigatório para garantir a estanqueidade das arestas.

Na estrutura atuam esforços de tração e flexão que devem ser determinados com base em regras empíricas de distribuição das cargas ou tabelas com coeficientes preestabelecidos existentes na literatura em relação à reação de apoio nas placas.

Considera-se que as lajes de fundo são engastadas nas quatro bordas, são submetidas ao seu peso próprio e da água armazenada no reservatório. Os esforços são calculados de forma semelhante a das paredes.

Logo a laje de cobertura, tem ação de peso próprio e de cargas acidentais, é dimensionada como laje continua apoiada sobre as bordas das paredes, que a aplicam esforços de tração (FUSCO, 1995).

Visto que para o dimensionamento de um reservatório em concreto armado, os elementos estruturais que o compõem devem ser considerados como lajes, portanto é necessário que sejam determinadas as solicitações e as deformações para lajes em concreto armado em uma ou em duas direções. Sabendo que há vários métodos de cálculos, um dos mais importantes é embasado na Teoria das Placas, o qual viabiliza a determinação dos esforços e das flechas em qualquer ponto da laje.

A teoria foi desenvolvida com critérios baseados na teoria da Elasticidade, onde o material elástico é linear, homogêneo e isótropo, o qual proporciona a equação de Lagrange, equação diferencial parcial de quarta ordem, conhecida também como a equação geral das placas, em coordenadas cartesianas retangulares. Está define o deslocamento da placa, representada pela variável “ $w$ ”, em função das coordenadas  $x, y$ , da carga unitária “ $p$ ” e da rigidez da placa de flexão “ $D$ ”. Logo, os valores de deslocamentos das placas obtidos pela Teoria de Elasticidade estão relacionados às dimensões e espessura da laje, ao carregamento uniformemente distribuído na área

da placa, ao módulo de elasticidade do material “E” e ao coeficiente de Poisson. Assumindo a seguinte forma:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (7)$$

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (8)$$

Contudo, há certa complexidade na resolução da equação geral das placas, por esse motivo surgiram inúmeras métodos de cálculo de autores como Bares, Czerny, Marcus, entre outros, e tabelas com coeficientes que facilitam a obtenção dos valores dos momentos fletores e das flechas máximas para casos específicos de apoios e carregamentos. Para o presente trabalho usar-se-ão as tabelas de Bares, Richard (1970) adaptadas por Pinheiro (1994), as quais são exclusivamente especializadas para placas de estruturas em geral, que podem ser encontradas em anexo a este trabalho.

Mesmo com programas computacionais que possibilitam calcular de forma prática e eficiente as solicitações das lajes, as tabelas ainda são utilizadas frequentemente para determinar soluções elásticas de placas com carregamentos especiais e como neste caso, para projetos de estrutura hidráulica, como exemplo reservatórios, tanques e estações de tratamento de água.

### **2.5.1 Consideração para cálculo de placas de laje**

Segundo a NBR 6118 (2014), são hipóteses básicas para estruturas com elementos de placa, a manutenção da seção plana após a deformação, em faixas suficientemente estreitas e a representação dos elementos por seu plano médio.

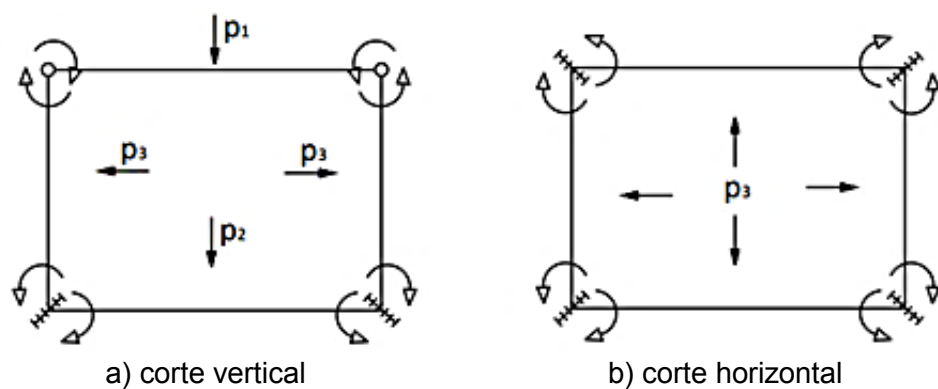
Para a determinação dos esforços solicitantes que agem sobre as lajes, deve ser avaliada a necessidade da consideração da aplicação da alternância das sobrecargas.

De acordo com Araújo (2014c), as lajes não podem ser consideradas individualmente, o funcionamento do conjunto deve ser analisado para obter valores corretos dos esforços atuantes no reservatório. A análise tridimensional da estrutura

em sua totalidade torna-se complexa, fazendo-se necessário o uso de métodos numéricos e métodos de estados limites.

No projeto estrutural, para que seja possível ser realizado um cálculo rápido e seguro são realizadas simplificações. As condições de contorno são estabelecidas pela tendência ao giro das placas, que são produzidas pelas resultantes das forças aplicadas, (ARAÚJO, 2014c) podendo ser analisado na Figura 12.

**Figura 12 - Condições de contorno das placas**



Fonte: Adaptado de Araújo, 2014.

Conforme Araújo (2014c) admite-se que as arestas sejam um apoio simples quando as rotações das placas tendem ao giro para o mesmo sentido, pois o valor do momento negativo derivado das ligações é baixo.

Para cálculo considera-se a tampa como laje apoiada em todas as extremidades. Se a tampa for contínua e possuir mais de uma célula, considera-se engastada a borda comum. Quando as placas apresentam sentido de giro opostos, é considerado que a aresta é um engaste perfeito, o que ocorre com as ligações entre o fundo e as paredes (ARAÚJO, 2014c).

Vasconcelos (1998) afirma que quando as rotações têm o mesmo sentido não acarretam entre as arestas do reservatório consideráveis aberturas ou fechamentos, neste caso pode-se considerar que o ângulo entre as ligações permanece reto. Já quando os momentos assumem sentidos opostos o ângulo tende a não permanecer reto, pois esse produz rotações em sentido oposto a aresta.

Para reservatório apoiado cheio e enterrado cheio, quando as lajes de fundo e de parede apresentarem espessuras diferentes, havendo diferença de rigidez entre

os elementos, a rotação no encontro desses não será igual, mesmo tendo o mesmo sentido, pode haver a abertura do ângulo reto. Como a parede estará em contato direto com a água é propício para manter a estanqueidade, que a ligação seja considerada engastada (VASCONCELOS, 1998).

### 2.5.2 Determinação dos momentos fletores

De acordo com as tabelas de Bares (1970) adaptadas por Pinheiro (1994) nos ANEXOS A, B e C, os valores dos momentos fletores para cada laje são calculados pela expressão:

$$M = \mu \frac{p l_x^2}{100} \quad (8)$$

Onde:

M – momento fletor (kN.m/m);

$\mu$  – coeficiente tabelado;

$\mu_x$  e  $\mu_y$  – coeficientes para cálculo dos momentos fletores positivos atuantes nas direções paralelas a  $l_x$  e  $l_y$ , respectivamente;

$\mu'_x$  e  $\mu'_y$  – coeficientes para cálculos de momentos fletores negativos atuantes nas bordas perpendiculares às direções  $l_x$  e  $l_y$ , respectivamente;

p – valor das cargas uniformes ou triangulares atuantes na laje (kN/m<sup>2</sup>);

$l_x$  – menor vão da laje (m).

O fato dos elementos do reservatório serem calculadas separadamente e no caso, de terem suas arestas engastadas, apresentaram diferentes valores de momento negativos para o mesmo ponto. Assim os valores devem ser compatibilizados para que continuidade da estrutura não deixe de ser considerada. O valor pode ser calculado por meio da rigidez das placas, contudo esse valor aproxima-se da média entre os momentos negativos encontrados (ARAÚJO, 2014c).

Do ponto de vista normativo, considera-se para fins de compatibilização dos momentos fletores.

Quando houver predominância de cargas permanentes, as lajes vizinhas podem ser consideradas isoladas, realizando-se a compatibilização dos momentos sobre os apoios de forma aproximada. No caso de análise plástica, a compatibilização pode ser realizada mediante alteração das razões entre momentos de borda e vão, em procedimento iterativo, até a obtenção de valores equilibrados nas bordas. Permite-se, simplificada, a adoção do maior valor de momento negativo em vez de equilibrar os momentos de lajes diferentes sobre uma borda comum, (NBR 6118, 2014, p. 97).

Segundo Donin (2015b), utiliza-se frequentemente como método para compatibilização dos diferentes valores de momentos fletores negativos encontrados entre as bordas comuns das placas, onde deve ser considerado o maior valor encontrado entre as expressões abaixo:

$$M \geq \begin{cases} 0,8 M_1 \\ (M_1 + M_2)/2 \end{cases}, \quad \text{sendo } M_1 \geq M_2 \quad (9)$$

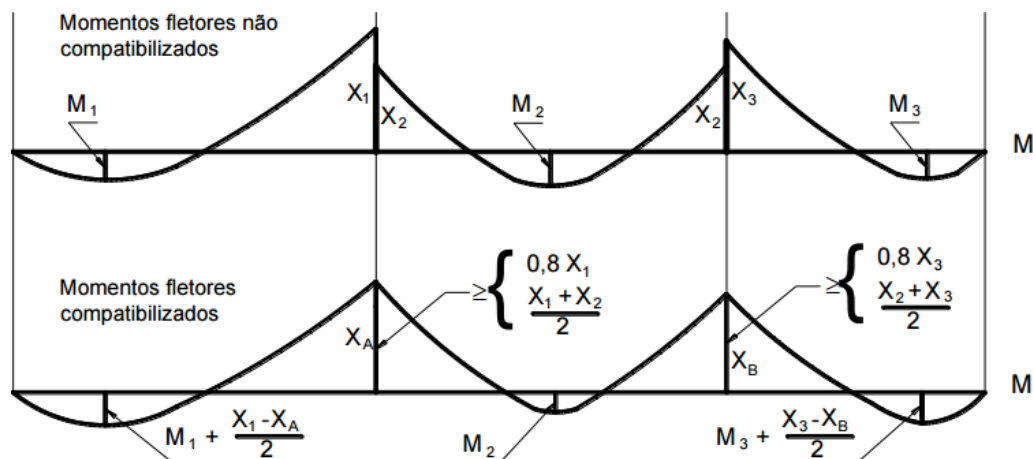
Onde:

$M$  = Momento fletor (kN.m/m);

$M_1$  e  $M_2$  = Momentos fletores relativos às lajes adjacentes.

É importante observar que à medida que os valores dos momentos fletores negativos são alterados, as curvas do diagrama se alteram, logo os momentos positivos devem ser corridos. No caso de ocorrer a diminuição desses valores, estes devem ser desconsiderado e mantidos o valor inicial em função da segurança.

**Figura 13 - Compatibilização dos momentos fletores**



Fonte: Adaptado de Donin, 2015b.

### 2.5.3 Determinação dos esforços de tração

Conforme Montoya; Meseguer; Cabré (2000), os esforços de tração são originados nas paredes e no fundo do reservatório decorrente da pressão hidrostática, para determinar dos esforços de tração podem ser utilizadas as seguintes expressões:

$$N_b = 0,5 a h^2 \gamma, \text{ sobre a parede } a \times h \quad (10)$$

$$N_a = 0,5 b h^2 \gamma, \text{ sobre a parede } b \times h \quad (11)$$

Onde:

$N_b$  e  $N_a$  = pressão hidrostática atuando sobre as paredes;

$\gamma$  = peso específico da água;

$a$ ,  $b$  e  $h$  = dimensões internas do reservatório.

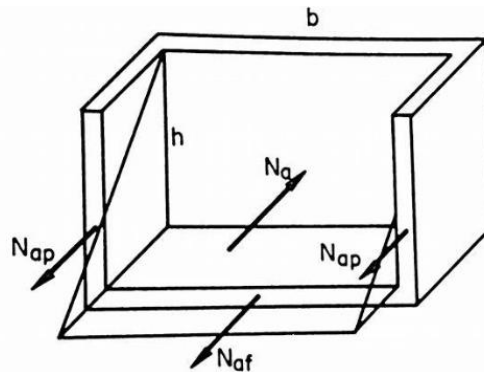
A Tabela 5 apresenta índices, os quais representam a porcentagens de esforços normais de tração atuando em cada elemento da estrutura como paredes e fundo. A demonstração de onde os esforços de tração estão atuando está representada na Figura 14.

**Tabela 5 - Esforços de tração e valores de  $\beta$**

Armadura paralela ao fundo $b \downarrow$	Esforço total			Esforço parede			Esforço fundo	
	$N_b = \frac{a h^2 \gamma}{2}$			$N_{bp} = \frac{\beta_p a h^2 \gamma}{2}$			$N_{bf} = \frac{\beta_f a h^2 \gamma}{2}$	
$h/a$	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0
Fundo $\beta_f$	0,80	0,70	0,60	0,54	0,48	0,45	0,42	0,40
Parede $\beta_p$	0,10	0,15	0,20	0,23	0,26	0,275	0,29	0,30
$h/b$	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0
$\uparrow$ Armadura paralela ao lado $a$	$N_a = \frac{b h^2 \gamma}{2}$			$N_{ap} = \frac{\beta_p b h^2 \gamma}{2}$			$N_{af} = \frac{\beta_f b h^2 \gamma}{2}$	
	Esforço total			Esforço parede			Esforço fundo	

Fonte: Montoya; Meseguer; Cabré, 2000, p. 590, tabela 25.3.

**Figura 14 - Esforços normais de tração**



Fonte: Montoya; Meseguer; Cabré, 2000, p. 591.

#### 2.5.4 Determinação das reação flexo-tração

O efeito da ação da água na estrutura de um reservatório, que resultam nos empuxos, ocasiona ao mesmo tempo ações de flexão e tração, este conjunto de solicitações atuando na mesma estrutura pode ser considerado como sendo:

As reações de apoio das lajes de tampa e de fundo são as ações (verticais) uniformemente distribuídas que atuam nas paredes gerando efeito de viga-parede, as reações de apoio das paredes são absorvidas pelas lajes de tampa e fundo e pelas paredes que servem de apoio às outras. Estas reações de apoio provocam efeitos de tração naqueles elementos estruturais que lhes servem de apoio, sendo que as lajes ficam submetidas a esforços de flexo-tração. Praticamente as áreas das armaduras calculadas considerando só os efeitos dos momentos fletores podem ser majoradas em 20%. Esta consideração, de cunho eminentemente prático, pode não se confirmar para algum tipo de reservatório paralelepípedo, havendo, portanto, a necessidade de avaliação das forças de tração, com consequente dimensionamento das lajes à flexo-tração, (VASCONCELOS, 1998, p. 64).

Conforme Montoya; Meseguer; Cabré (2000), quando os esforços de tração e flexão atuam em conjunto em uma estrutura, deverá ser calculado para cada hipótese de carga a tensão tangencial máximas, sobrepondo as tensões tangenciais oriundas da tração com as trações resultantes do cortante, com seus respectivos sinais. Se a tangente máxima resultante, indicada pela expressão:  $\tau_v + \tau_t$ , for menor que  $f_{ct}/3$ , em peças que somente possuam arranjos construtivos e  $f_{ct}/4$  em peças que não necessitam de arranjos, não será obrigatório por cálculo dispor armaduras de torção, (MONTROYA; MESEGUER; CABRÉ, 2000).

Caso os valores encontrados não correspondam aos critérios acima, calcula-se separadamente as armaduras para os esforços cortantes e para o momento torsor, a



área de aço a ser disposta na estrutura deverá ser a soma de ambas as áreas encontradas. Para que a compressão nas bielas de concreto não seja excessiva, deve-se seguir a seguinte expressão:

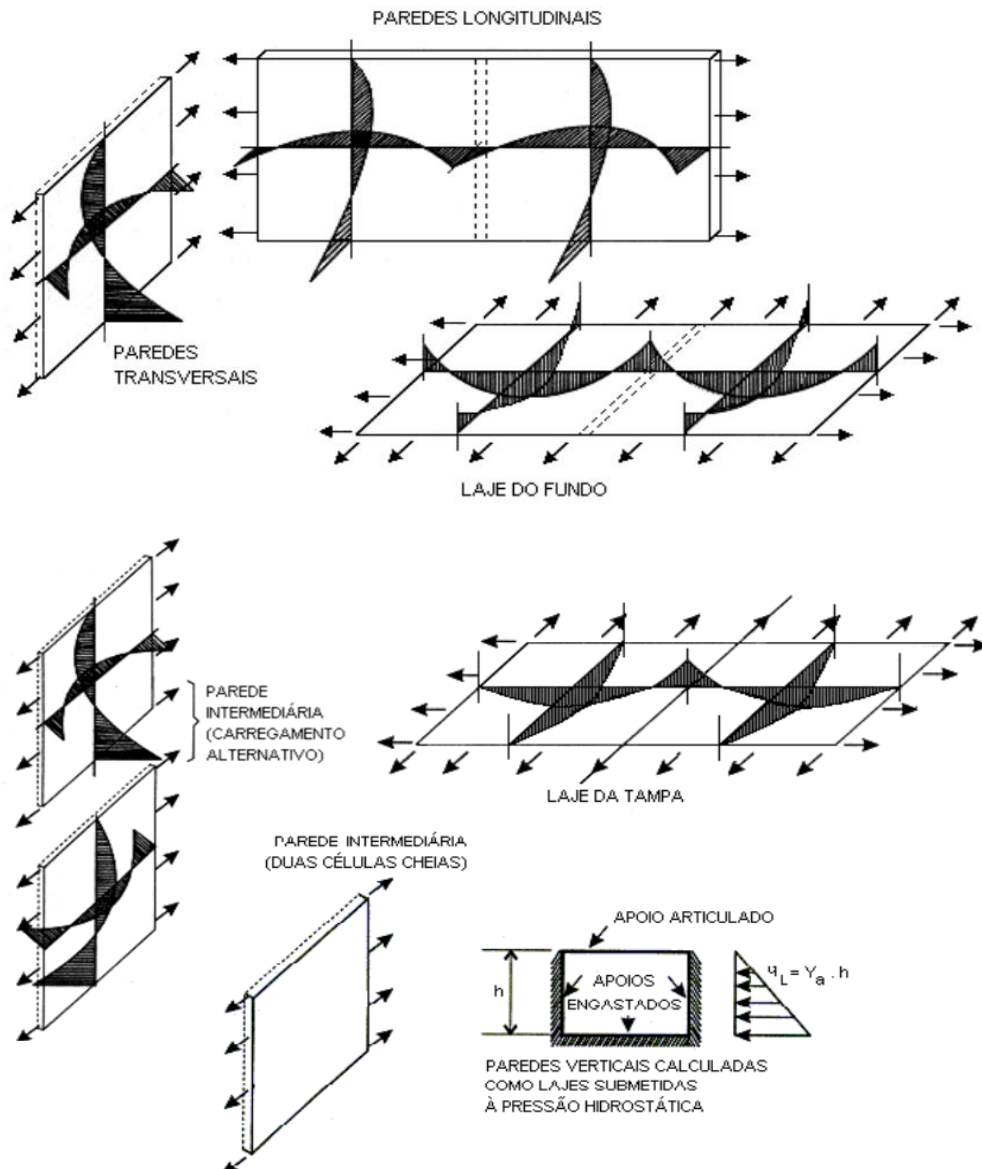
$$\tau_v + \tau_t \leq 1,3 f_{ct} \quad (12)$$

Onde:

$\tau_v$  = tensão resultante do cortante

$\tau_t$  = tensão resultante da tração

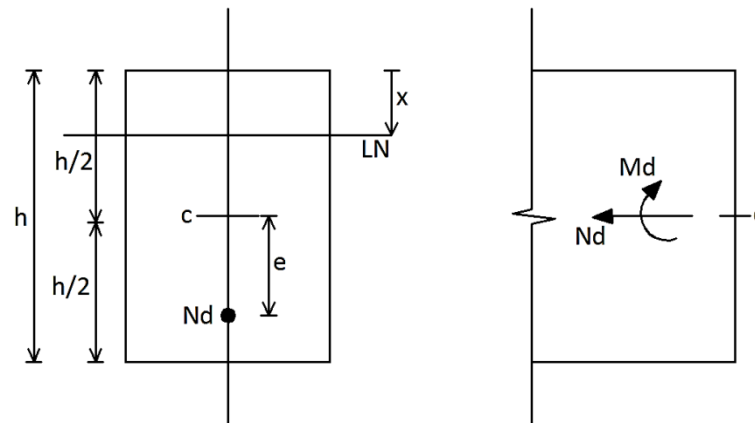
**Figura 15 – Momentos fletores e forças normais de tração**



Fonte: Fusco, 1995.

Conforme Araújo (2014b) se a flexão ocorrer em um plano contendo um dos eixos de simetria da seção transversal a sollicitação composta é determinada flexo-tração normal. A sollicitação de força normal de tração de cálculo atua no eixo de simetria da seção, possuindo uma excentricidade, onde pode ser considerado que  $M_d = N_d$ , conforme Figura 16.

**Figura 16 – Seção retangular submetida a flexo-tração**



Fonte: Adaptado de Araújo, 2014c.

Onde:

LN= linha neutra

h = altura da seção transversal;

c= centroide da seção de concreto simples;

e = excentricidade;

$N_d$  = força normal de tração de cálculo;

$M_d$  = Momento fletor de cálculo.

Em relação à Figura 17, a reta a representa casos onde a tração é simples, ou seja,  $M_d = 0$ .

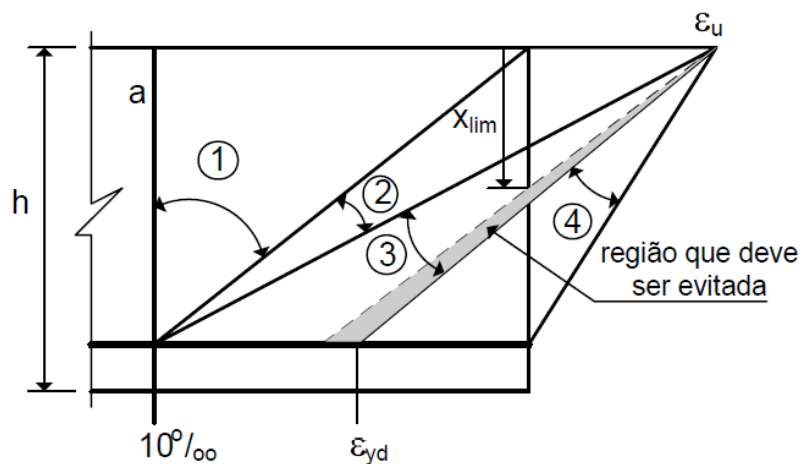
No domínio 1, toda a seção encontra-se tracionada, para este caso a LN está acima da borda superior da seção, o que significa que a profundidade x da LN é negativa. Quando o momento fletor tende a zero, x tende a  $-\infty$ , no caso da tração ser simples. Neste domínio, o momento fletor é menor, a sollicitação é designada de flexo-tração com pequena excentricidade, (ARAÚJO, 2014c).

Com o aumento das solicitações de momento fletor muda-se o domínio. Ao entrar no domínio 2,3 e 4, parte da seção está comprimida e a solicitação é designada de flexo-tração com grande excentricidade, (ARAÚJO, 2014c).

No domínio 2 e 3, durante a ruína ocorre o escoamento da armadura tracionada. Para este caso a ruína é considerada dúctil, ou com aviso prévio, sendo a peça normalmente armada ou subarmada. Já no domínio 4 a ruína ocorre por esmagamento do concreto, sem que ocorra o escoamento do aço, sua ruptura é frágil e a peça subarmada, (ARAÚJO, 2014c).

Conforme Araújo (2014c), ao dimensionar à flexo-tração com armaduras assimétricas, adota-se um procedimento semelhante ao da flexão simples. Logo, ao adota-se armaduras simétricas, se necessário empregar um processo iterativo para que a posição da linha neutra seja encontrada.

**Figura 17 – Domínios de dimensionamento da flexo-tração**



Fonte: Araújo, 2014c, p.36.

### 2.5.5 Reações de apoio

Para fins de cálculos, utilizando-se as tabelas de Bares (1970) adaptadas por Pinheiro (1994), conforme os ANEXOS D e E, os valores das reações de apoio para lajes armadas em duas direções, com carregamentos uniformemente distribuídos, são calculados pela expressão:

$$V = v \frac{p l_x}{10} \quad (13)$$

Onde:

$V$  = reação de apoio (kN/m);

$v$  = coeficiente tabelado em relação à  $l_y/l_x$ ;

$v_x$  = reação de apoio simples perpendicular à direção de  $l_x$ ;

$v_y$  = reação de apoio simples perpendicular à direção de  $l_y$ ;

$v'_x$  = reação de apoio engastado perpendicular à direção de  $l_x$ ;

$v'_y$  = reação de apoio engastado perpendicular à direção de  $l_y$ ;

$p$  = carga uniforme (kN/m<sup>2</sup>);

$l_x$  = menor vão da laje (m)

Conforme Araújo (2014b), a teoria das linhas de ruptura é um método alternativo para o cálculo das reações de apoio em lajes, denominado também por teoria das charneiras plásticas. Possibilitando a determinação do equilíbrio no momento de ruína, ou seja, no Estado Limite Último. Estes valores são utilizados para o dimensionamento das lajes.

A NBR 6118 (2014) estabelece aproximações para o cálculo das reações de apoio das lajes maciças retangulares com carga uniforme, baseadas na teoria das linhas de ruptura.

a) através da teoria das charneiras plásticas pode se determinar os esforços atuantes, desta maneira considerando o estado limite último. As reações em cada apoio são as correspondentes às cargas atuantes nos triângulos ou trapézios. As reações podem ser, de forma aproximada, consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais que lhes servem de apoio;

Para garantia as devidas condições de ductilidade da estrutura, dispensando a verificação explícita da capacidade de rotação plástica, devem-se obedecer aos critérios posição da linha neutra limitada pelas expressões:

$$x/d \leq 0,25, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (14)$$

$$x/d \leq 0,15, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (15)$$

b) quando não é efetuada a análise plástica, pode-se considerar que as charneiras podem ser aproximadas por retas inclinadas, a partir dos vértices, com os seguintes ângulos: 45° entre dois apoios do mesmo tipo, 60° a partir do apoio considerado

engastado, se o outro for considerado simplesmente apoiado e  $90^\circ$  a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

## **2.6 Dimensionamento das armaduras**

Após a determinação dos esforços individuais de cada placa retangular, calculam-se as armaduras de flexão e tração, adicionando as seções correspondentes. Observando que a armadura necessária para que não ocorra fissuração é frequentemente maior que a encontrada por considerar a resistência.

### **2.6.1 Lajes armadas em uma direção**

De acordo com Araújo (2014b), o que determina em quantos lados a laje será armada e a relação entre as dimensões da placa de laje,  $l_y/l_x$ , sendo  $l_y$  o maior lado e  $l_x$  o menor. Se essa relação for maior que 2 a laje será armada somente em uma direção. Podendo ser calculada a área de aço somente para o menor vão e para o maior pode ser arbitrada uma armadura mínima de distribuição, estabelecida em norma, pois o momento fletor atuante no maior vão é muito pequeno e pode ser desprezado.

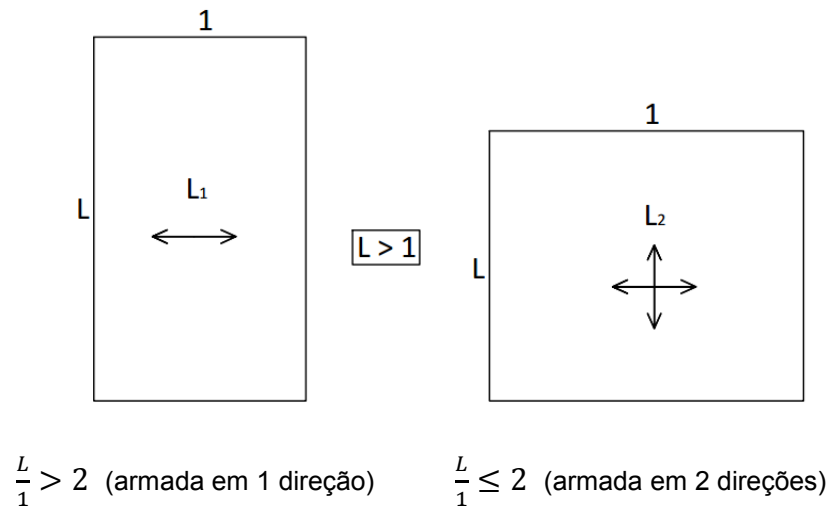
No caso de reservatórios, em que as lajes são armadas em uma direção, a relação entre a base e altura determina o sentido em que as barras serão dispostas. Se o reservatório tiver a altura relativamente maior em relação à base, ou seja, a altura é superior a maior dimensão da base multiplicada por dois, a estrutura será armada horizontalmente. Já no caso em que a largura ou o comprimento do reservatório são maiores que a maior dimensão de altura ou profundidade multiplicada por dois, a armadura será disposta no sentido vertical (ARAÚJO, 2014b).

### **2.6.2 Lajes armadas em duas direções**

As lajes serão armadas em duas direções quando a relação entre o maior vão e o menor vão for menor que dois. Neste caso, os momentos fletores são relevantes nas duas direções, portanto devem ser calculados. Logo, encontram-se as áreas de

aço, dimensiona-se e dispõem-se as armaduras necessárias para as direções correspondentes (ARAÚJO, 2014b).

**Figura 18 - Número de direções da que laje deve ser armada**



Fonte: Autora.

### 2.6.3 Limites para redistribuição de momentos e condições de utilidade

Segundo a NBR 6118 (2014), a capacidade de rotação dos elementos de uma estrutura é função da posição da linha neutra no ELU (Estado limite último). Onde  $x/d$  é inversamente proporcional a esta capacidade, isto é, quanto menor for  $x/d$ , tanto maior será essa capacidade. Para que o comportamento dúctil nas lajes seja adequado, a posição da linha neutra no ELU deve atender aos seguintes limites:

- a)  $x/d \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq 0,35$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$  MPa.

De acordo com a NBR 6118 (2014), os limites podem ser modificados se forem utilizados detalhes especiais de armaduras, como os que produzem confinamento nessas regiões, por exemplo. Ao ser realizada a redistribuição, onde o momento fletor é reduzido de  $M$  para  $\delta M$ , em uma determinada seção transversal, a profundidade da linha neutra na seção  $x/d$ , para o momento reduzido  $\delta M$ , deve seguir os critérios abaixo:

- a)  $x/d \leq (\delta - 0,44)/1,25$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq (\delta - 0,56)/1,25$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$  MPa.

O coeficiente de redistribuição deve obedecer mais alguns limites:

- a)  $\delta \geq 0,90$ , para estruturas de nós móveis;
- b)  $\delta \geq 0,75$ , para qualquer outro caso.

#### 2.6.4 Prescrições gerais

Para armaduras de flexão a norma estabelece o diâmetro máximo da barra igual a  $h/8$ . Para o espaçamento máximo entre as armaduras principais de flexão, NBR 6118 (2014) sugere o seguinte critério:  $2h$  ou  $20$  cm, onde será utilizado o menor valor na região onde momento fletor é maior.

Em lajes maciças armadas em uma ou duas direções, que seguindo os critérios normativos não necessitam de armadura transversal e quando não forem realizadas avaliações explícitas do aumento das armaduras referentes aos momentos volventes nas lajes, “toda a armadura positiva deve ser levada até os apoios, não se permitindo escalonamento desta armadura. A armadura deve ser prolongada no mínimo  $4$  cm além do eixo teórico do apoio. (NBR 6118, 2014)”

Para armadura secundária de flexão, determina-se em norma que esta deve ser igual ou maior a  $20\%$  da armadura principal, onde as barras devem ser dispostas de maneira a não ultrapassar o espaçamento máximo de  $33$  cm, (NBR 6118, 2014).

#### 2.6.4 Comprimento de ancoragem mínimo

O comprimento de ancoragem necessário estabelecido pela NBR 6118 (2014) pode ser calculado pela expressão:

$$l_b = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín} \quad (16)$$

Onde:

$A_{s,cal}$  = área de aço calculada;

$A_{s,ef}$  = área de aço efetiva.

$l_b$  = comprimento de ancoragem

$l_{b,mín}$  = comprimento de ancoragem mínimo, considera-se o maior valor encontrado entre as expressões:

$$l_{b,\min} \geq \begin{cases} 0,3 l_b \\ 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (17)$$

Para cada caso específico, consideram-se os seguintes valores para o coeficiente  $\alpha$ :

$\alpha = 1,0$  para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$  para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3 \phi$ ;

$\alpha = 0,7$  quando houver barras transversais soldadas;

$\alpha = 0,5$  quando houver barras transversais soldadas e gancho com cobrimento no plano normal ao do gancho  $\geq 3 \phi$ .

### 2.6.5 Taxas de armadura

O valor mínimo para armadura passiva deve ser calculado para que um melhor controle da fissuração, melhor desempenho da estrutura e utilidade à flexão. Os valores mínimos podem ser calculados conforme a NRB 6118 (2014), com base nos momentos mínimos, onde a armadura mínima de tração para elementos estruturais é determinada pelo dimensionamento da seção a um momento fletor mínimo ( $M_{d,\min}$ ), representado pela expressão abaixo, respeitando-se a taxa de 0,15% em relação à área de concreto:

$$M_{d,\min} = 0,8 \cdot W_O \cdot F_{\text{ctk,sup}} \quad (18)$$

$$A_s \geq 0,0015 \cdot A_c \quad (19)$$

Onde:

$W_O$  = é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$F_{\text{ctk,sup}}$  = é a resistência característica superior do concreto à tração.

Neste caso, deve-se optar por barras com alta aderência ou telas soldadas para a execução das armaduras.



De acordo com a NRB 6118 (2014), como alternativa pode ser usado os valores de taxa mínima de armadura representada na tabela 6, se as taxas forem respeitadas, o dimensionamento de  $M_{\min}$  estará em conformidade. A taxa mínima de armadura de flexão pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} \quad (20)$$

**Tabela 6 - Taxa mínima de armadura de flexão**

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^a$ ( $A_{s,\min} / A_c$ )%									
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226

a) Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado, com base no valor de taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão ( $W_{\min}$ ), calculado pela equação 21.

Fonte: Adaptado NBR 6118, 2014, p.130, tabela 17.3.

$$W_{\min} = \frac{A_{s,\min} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (21)$$

Onde:

$W_{\min}$  = taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão;

$A_{s,\min}$  = área de aço mínima;

$A_c$  = área de concreto;

$f_{yd}$  = resistência de cálculo de escoamento do aço;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto.

Para elementos estruturais, exceto os em balanço, quando suas armaduras forem calculadas com o momento fletor igual ou maior ao dobro de  $M_d$ , não é obrigatório que as armaduras atendam o valor mínimo. Porém, devem ser consideradas de forma rigorosa na determinação dos esforços solicitantes todas as

combinações possíveis de carregamentos, como também as variações de temperatura, deformações diferenciadas e os recalques de apoio. Além de disso, deve haver cuidado ao determinar o diâmetro da armadura e o espaçamento entre estas, para a limitação de fissuração, (NBR 6118, 2014).

A laje deve possuir armadura negativa de borda quando nos apoios de laje que não forem contínuos com o plano de lajes adjacente e apresentarem ligação com os elementos de apoio, seguindo a tabela 7. A armadura deve ser estendida no mínimo até 0,15 do vão menor da laje a partir da face do apoio, (NBR 6118, 2014). Quando a laje for lisa com armadura ativa não aderente, as armaduras passivas positivas devem respeitar os valores mínimos estabelecidos na tabela 7 e a armadura negativa passiva sobre os apoios deve ter como valor mínimo:

$$A_s \geq 0,00075 h \cdot l \quad (22)$$

Onde:

$A_s$  = área de aço;

$h$  = altura da laje;

$l$  = vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Conforme NBR 6118 (2014, p.157), “essa armadura deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios, acrescida de 1,5 h para cada lado. ”

**Tabela 7 - Valores mínimos para lajes sem armaduras ativas**

	Elementos estruturais sem armadura ativas
Negativa	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Positiva: lajes armadas em duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$
Positiva: lajes armadas em uma direção (principal)	$\rho_s \geq \rho_{\min}$
Positiva: lajes armadas em uma direção (secundária)	$A_{s,sec.} \geq 20\% A_{s,principal}$ $A_{s,sec.} \geq 0,9 \text{ cm}^2 / \text{m}$ $\rho_s \geq 0,50\rho_{\min}$

Fonte: Adaptado de NBR 6118, 2014, p.158, tabela 19.1.

Para armadura máxima, segundo a NRB 6118 (2014, p.132), “a soma das armaduras de tração e de compressão ( $A_s + A_s'$ ) não pode ter valor maior que 4 %  $A_c$ , calculada na região fora da zona de emendas, devendo ser garantidas as condições de ductilidade requeridas.”

### 2.6.6 Armaduras de flexão

Segundo a NBR 6118 (2014), a distribuição de tensões no concreto é realizada de acordo com o diagrama parábola-retângulo, onde a tensão máxima é definida pela equação:

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \quad (23)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (24)$$

O diagrama pode ser trocado pelo retângulo de profundidade  $y = \lambda x$ , onde o valor do parâmetro  $\lambda$  pode ser simplificado por:

$$\lambda = 0,8, \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}; \quad (25)$$

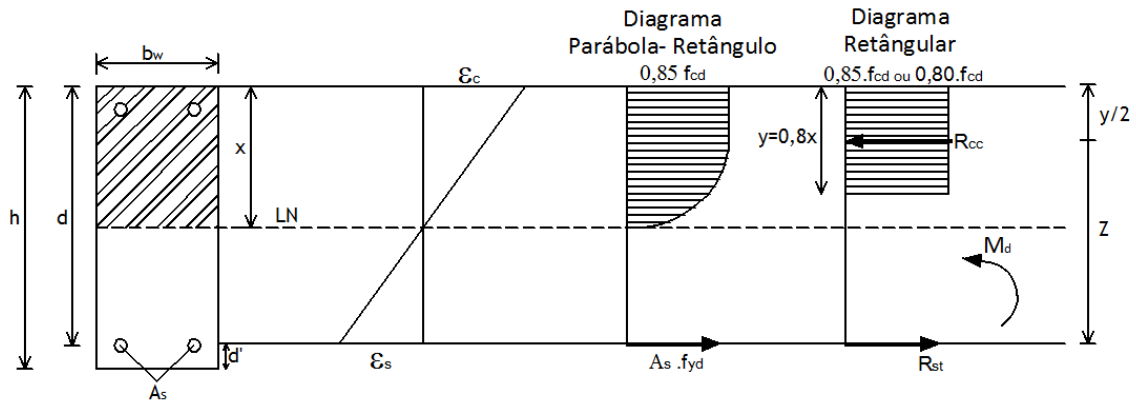
$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400, \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}. \quad (26)$$

De acordo com a NBR 6118 (2014), quando a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra (LN), não reduzir da LN em direção a borda comprimida, a tensão de compressão ( $\sigma_{cd}$ ) pode ser calculada pelas expressões:

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c}, \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}; \quad (27)$$

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( f_{ck} - \frac{50}{200} \right) \right], \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}. \quad (28)$$

**Figura 19- Distribuição de tensões e deformações**



Fonte: Autora.

Pode-se observar na Figura 19 o diagrama, onde há ação da flexão simples sob a seção transversal da estrutura, de forma retangular e solicitada pelo momento fletor positivo. A máxima deformação de encurtamento do concreto comprimido ( $\varepsilon_{du}$ ) e a deformação de alongamento na armadura tracionada ( $\varepsilon_{sd}$ ) têm suas deformações notadas ao longo da altura da seção com suas respectivas resultantes de tensão,  $R_{cc}$  e  $R_{st}$ .

Considerando que as forças normais que resultam das tensões de compressão no concreto e as que resultam da tensão da armadura estão em equilíbrio, considera-se que:

$$R_{cc} = R_{st} \quad (29)$$

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot A'_c \quad (30)$$

Onde:

$R_{cc}$  = força resultante das tensões de compressão no concreto;

$R_{st}$  = força resultante das tensões de tração na armadura;

$A'_c$  = área do concreto comprimido.

Considerando o diagrama retangular simplificado, onde a altura é  $y = 0,8 x$ , que corresponde  $A'_c$ , tem-se a seguinte expressão:

$$R_{cc} = 0,68 b_w \cdot x \cdot f_{cd} \quad (31)$$

A força resultante das tensões de tração na armadura pode ser calculada pela equação:

$$R_{st} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (32)$$

Onde:

$\sigma_{sd}$  = tensão de cálculo na armadura tracionada;

$A_s$  = área de aço da armadura tracionada.

O concreto comprimido e a armadura tracionada geram juntos um momento fletor resistente que equilibra o momento fletor solicitante. Para fins de cálculo, ambos os momentos são representados por  $M_d$ , considerando-se que esses são iguais ao momento fletor de cálculo, logo é possível calcular  $M_d$  com as equações a seguir:

$$M_d = M_k \cdot \gamma_c \quad (33)$$

$$M_d = R_{cc} \cdot Z_{cc} \quad (34)$$

$$M_d = R_{st} \cdot Z_{cc} \quad (35)$$

Onde:

$R_{cc} \cdot Z_{cc}$  = momento interno resistente, proporcionado pelo concreto comprimido;

$R_{st} \cdot Z_{cc}$  = momento interno resistente, proporcionado pela armadura tracionada.

Após a aplicação de  $Z_{cc}$ , a equação de  $M_d$  passa a ter a seguinte forma:

$$Z_{cc} = d - 0,4x \quad (36)$$

$$M_d = 0,68b_w \cdot f_{cd} (d - 0,4x) \quad (37)$$

Onde:

$b_w$  = largura da seção;

$x$  = posição da linha neutra;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto à compressão;

$d$  = altura útil.

Ao substituir algumas variáveis na equação  $M_d$ , é possível definir o momento interno resistente devido à armadura tracionada:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd}(d-0,4x)} \quad (38)$$

Um método alternativo para definir as áreas de aço à flexão normal simples, quando os momentos fletores que atuam nas placas são conhecidos, é a utilização das tabelas Bares (1970) adaptadas por Pinheiro (1994), supondo faixas de um metro, isso é,  $b=100$  cm. Os métodos simplificam o número de cálculos ao utilizar as seguintes equações:

$$K_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} \quad (39)$$

$$A_s = \frac{K_s \cdot M_d}{d} \quad (40)$$

Onde:

$K_c, K_s$  = coeficientes tabelados ( $\text{cm}^2/\text{kN}$ );

$b$  = considera-se a faixa de 1m, logo  $b= 100$  cm;

$d$  = altura útil;

$M_d$  = momento fletor de cálculo;

$A_s$  = área de aço.

### 2.6.7 Armaduras de flexo-tração

Quando os esforços de tração e flexão atuam em conjunto em uma estrutura a área de aço deve ser calculada em função das duas solicitações, este caso ocorre nas paredes e no fundo do reservatório. Para  $x < x_{34} = 0,628 \cdot d$ , a armadura será simples e pode ser calculada através das seguintes equações:

$$x_{34} = 0,628 \cdot d \quad (41)$$

$$x = 1,25 \cdot d \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] \quad (42)$$

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) \quad (43)$$

$$A_s = \frac{1}{f_{yd}} \cdot \left[ \frac{M_{sd}}{d-0,4x} + N_d \right] \quad (44)$$

Onde:

$x$  = posição na linha neutra;

$b$  = considera-se a faixa de 1m, logo  $b = 100\text{cm}$ ;

$d$  = altura útil;

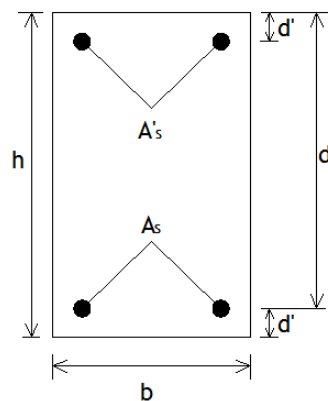
$h$  = altura

$M_d$  = momento fletor de cálculo;

$N_d$  = força normal de cálculo;

$A_s$  = área de aço.

**Figura 20 – Seção retangular**



Fonte: Adaptado Araújo, 2014c.

### 2.6.8 Verificação Força Cortante

A NBR 6118 (2014) considera dois tipos de lajes para verificação da força cortante em lajes e elementos lineares com  $b_w \geq 5d$ , as que possuem e as que não possuem armadura transversal para esforços cortantes.

As lajes maciças ou nervuradas podem dispensar as armaduras transversais que resistem às forças de tração resultantes da força cortante, quando a força cortante de cálculo obedece aos seguintes critérios, (NBR 6118, 2014):

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (45)$$

$$V_{Sd} = V_k \times \gamma_f \quad (46)$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{Rd}] b_w d \quad (47)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd} d \quad (48)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (49)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \leq |0,02| \quad (50)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \quad (51)$$

$k$  = coeficiente tem os seguintes valores:

- para elementos onde 50 % da armadura inferior não chega até o apoio:  $k = |1|$ ;
- demais casos:  $k = |1,6 - d|$ , não menor que  $|1|$ , com  $d$  em metros;

Onde:

$V_{sd}$  = força cortante de cálculo

$V_{Rd1}$  = força cortante máxima

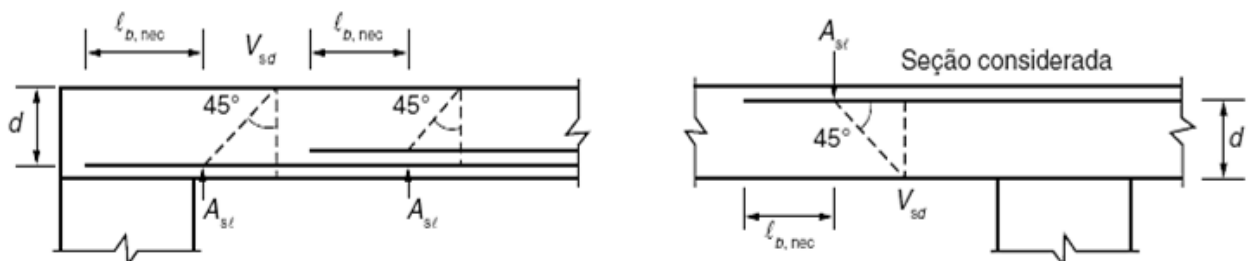
$\tau_{Rd}$  = tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$A_{s1}$  = área da armadura de tração que se estende até não menos que  $(d + l_{b,nec})$  além da seção considerada, conforme Figura 21;

$b_w$  = largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ ;

$N_{sd}$  = força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento.

**Figura 21 - Comprimento de ancoragem necessário**



Fonte: NBR 6118 (2014).

Quando os critérios acima não forem atendidos a laje deverá ter armadura para força cortante, logo os valores máximos de resistência dos estribos são considerados por:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
- 435 MPa ( $f_{ywd}$ ), para lajes com espessura maior que 35 cm.



### 2.6.9 Verificação da fissuração

Devido à baixa resistência à tração estruturas em concreto armado podem vir a fissurar, porém essas não podem prejudicar a durabilidade e a aparência da estrutura. Assim a verificação da abertura de fissuras torna-se indispensável principalmente para o projeto de reservatórios, que devem ter as aberturas das fissuras limitadas para que as paredes e a laje de fundo permaneçam em condições de impermeabilidade (ARAÚJO, 2014c).

A NBR 6118 (2014) estabelece valores-limites para a abertura característica das fissuras,  $w_k$ , com finalidade de garantir a durabilidade da estrutura e a proteção das armaduras em relação à corrosão, em função das classes de agressividade ambiental. Contudo, os limites devem ser visto somente como critérios para um projeto adequado, devido à grande variabilidade das grandezas envolvidas. A norma sugere que para reservatórios sejam adotados limites menores para as aberturas das fissuras, pois podem afetar a estanqueidade e conseqüentemente o funcionamento da estrutura.

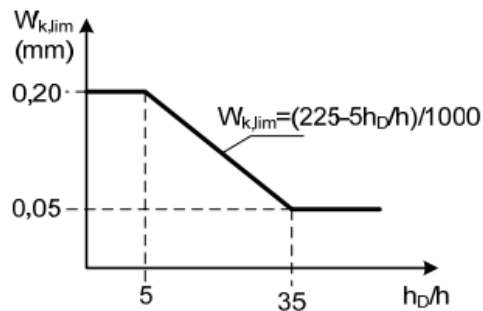
**Tabela 8 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura**

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	

Fonte: Adaptado da NBR 6118 (2014), tabela 13.4, p.80.

Conforme o EC 2 (1992) apud Araújo (2014c), para reservatórios a  $w_{k,lim}$ , abertura limite das fissuras, pode ser dada entre a relação entre a altura da coluna d'água ( $h_d$ ) e a espessura da parede. Os limites estabelecidos pela figura abaixo, devem proporcionar uma efetiva vedação das fissuras em pequeno intervalo de tempo.

**Figura 22 - Abertura limite das fissuras em função da pressão hidrostática**



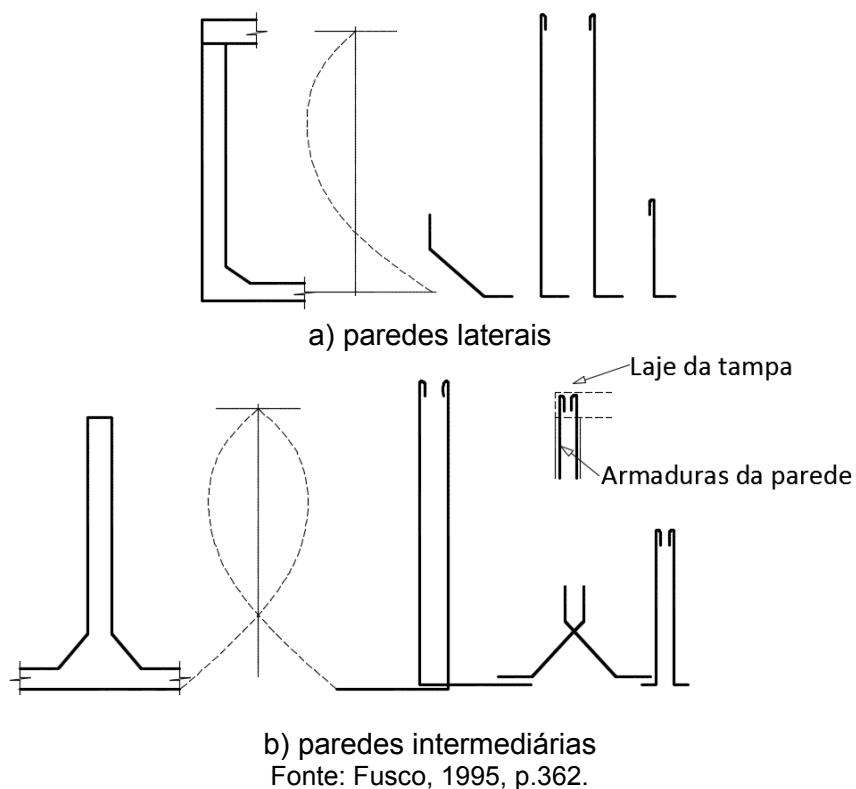
Fonte: EC 2 (1992) apud Araújo (2014c).

Logo, para  $w_{k,lim}$  de lajes com faces internas tracionadas, podem ser adotados os valores estabelecidos pela Figura 22, já para as lajes com face externa tracionada e para tanta admite-se  $w_k = 0,2$  mm de limite de abertura (ARAÚJO, 2014c).

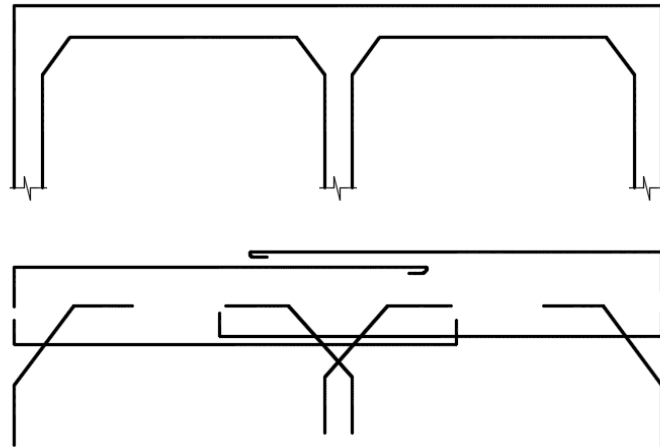
## 2.7 Detalhamento típico de armaduras para reservatórios retangulares

Fusco (1995) apresenta em sua literatura os seguintes arranjos para as armaduras de um reservatório em concreto armado nas Figuras 23, 24, 25 e 26.

**Figura 23 - Armaduras verticais das paredes**



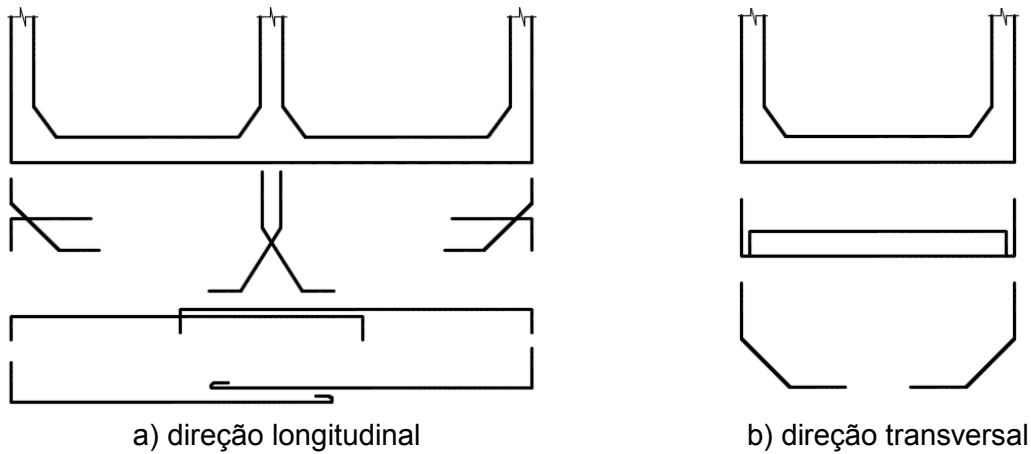
**Figura 24 - Armaduras horizontais das paredes**



a) Paredes longitudinais

Fonte: Fusco, 1995, p.362.

**Figura 25 - Armaduras da laje do fundo**

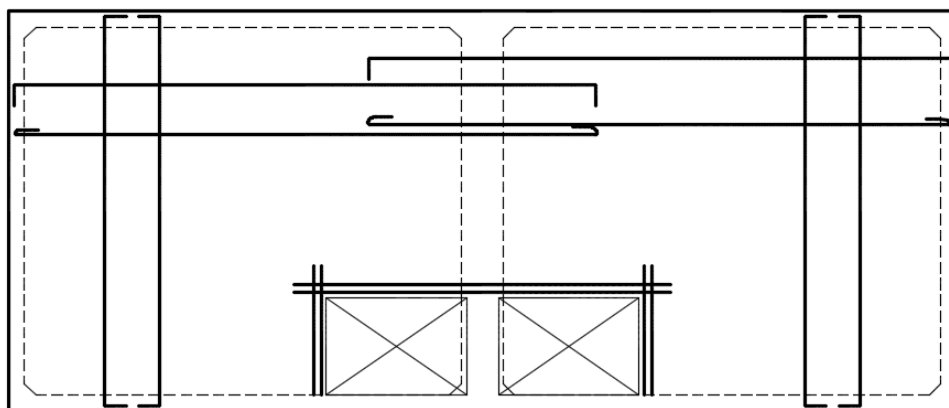


a) direção longitudinal

b) direção transversal

Fonte: Fusco, 1995, p.363.

**Figura 26- Armaduras da laje de tampa**



Fonte: Fusco, 1995, p.363.

## 2.8 Pesquisas

Com o objetivo de complementar a bibliografia sobre projetos estruturais de reservatórios em concreto armado, Kuehn (2002) faz um comparativo dos métodos de análise estruturais, analisando os métodos dos elementos finitos através de estudos bidimensionais e tridimensionais em relação aos métodos de cálculo convencionais e elementos finitos.

Segundo Kuehn (2002), utilizando-se os métodos convencionais na elaboração do projeto estrutural, há simplificação dos modelos utilizados para análise da estrutura, o que significa que a estrutura real não é analisada, mas sim uma versão idealizada de seu modelo mecânico. Desta maneira os elementos constituintes de um reservatório retangular são analisados e dimensionados isoladamente.

Deste modo, para reservatórios apoiados no solo é usual a teoria de placas, onde os elementos estruturais são considerados como lajes, cujo carregamento atua perpendicularmente ao plano médio das lajes de tampa, fundo e paredes. Para reservatórios elevados, onde elementos de transição suportam as cargas oriundas dos pilares, as paredes são dimensionadas pelo método de vigas-parede (chapas), para os carregamentos verticais, cuja ação é paralela ao plano, de acordo com a relação entre o vão e a altura e são consideradas como placas para o carregamento devido ao empuxa da água. Logo para reservatórios elevados a armadura deve ser determinada utilizando a combinação da teoria de placas e vigas-parede, (KUEHN, 2002).

Para esses modelos de cálculos simplificados, a determinação de momentos fletores nas placas é feito pela Teoria das Placas, embasada na Teoria da Elasticidade, para facilitar são utilizadas tabelas como as de CZÉERNY e MARCUS apud ROCHA (1947). Em relação às vigas-paredes são dimensionadas pelo método simplificado sugerido por LEONHARDT (1978), (KUEHN, 2002).

Em relação ao Método dos elementos finitos, Kuehn, (2002) afirma que é um método aproximado, aplicado em situações em que não é possível obter soluções satisfatórias pelos métodos analíticos. Para reservatórios de concreto armado a análise em M.E.F. é de grande valia, principalmente no dimensionamento de vigas-parede onde as tensões normais horizontais não podem ser determinadas pela Teoria de vigas de Euler-Bernoulli, considerando que as seções transversais após a deformação não permanecem planas. O método também considera as tensões

normais verticais e a determinação dos esforços internos passa a ser feita considerando as condições de equilíbrio, contorno e compatibilidade mais complexos.

Kuehn (2002) após comparações, conclui que, os valores de tensões obtidos nos exemplos números pelo M.E.F. são menores que os encontrados pelos métodos convencionais, sendo estes conservadores. O Método dos elementos finitos é vantajoso ao possibilitar a determinação dos esforços em cada ponto da estrutura, permitindo a visualização dos esforços, auxiliando no detalhamento das armaduras.

Vasconcelos (1998) é outra autora que escreveu sobre o tema, com a finalidade auxiliar estudantes e projetista na elaboração de projetos de reservatórios, no seu estudo apresenta critérios para o projeto estrutural de reservatórios paralelepípedicos, determinando as ações atuantes na estrutura, esforços solicitantes e os arranjos típicos das armaduras, utilizando métodos clássicos.

Vasconcelos (1998) enfatiza a importância de garantir a estanqueidade da estrutura, que pode ser obtida através do uso de dosagem adequada do concreto, execução correta na obra e análises da rigidez das ligações entre as paredes e as entre paredes com as lajes de fundo e a da tampa. Onde a rigidez das ligações é mantida com a correta distribuição da armadura e o com o auxílio de mísulas, que absorvem os esforços solicitantes, reduzindo desta forma, as aberturas das fissuras nas arestas.

Para o dimensionamento de um protótipo de reservatório paralelepípedo elevado, os esforços solicitantes foram calculados considerando os efeitos de placas, ou seja, ações perpendiculares ao plano médio e de vigas-parede, levando em consideração as ações paralelas ao plano médio. Conforme Vasconcelos (1998), para efeito de placas, devido o volume de água armazenado há variações lineares nas reações e para o efeito de chapas, as ações são a somatória das reações de apoio das lajes de tampa e de fundo com a ação de peso próprio. Para a determinação dos esforços solicitantes, considerando os elementos estruturais como placas isoladas, foram utilizadas as tabelas de Pinheiro (1993), apud Bares (1970).

Concluindo, Vasconcelos (1998) define alguns aspectos fundamentais para garantir a segurança para estruturas como reservatórios. Entre eles, afirma que as ações oriundas do solo devem ser consideradas, onde os reservatórios apoiados recebem as reações do solo na laje de fundo e os reservatórios enterrados, além da

reação na laje de fundo, também tem a ação do empuxo do solo nas paredes. Outros aspectos a serem considerados são os diferentes comportamentos estruturais dos elementos que compõem o reservatório e as ligações entre esses elementos.

## **3 METODOLOGIA**

### **3.1 Introdução**

No presente capítulo é apresentada a metodologia utilizada para obter os resultados do dimensionamento de um reservatório retangular em concreto armado, conforme proposto por esta pesquisa. Onde os estudos foram baseados na comparação entre os métodos clássicos embasados na Teoria das placas, com a utilização das tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994), posteriormente comparados com os valores obtidos por ferramentas computacionais que realizam simulações através do Método dos Elementos Finitos.

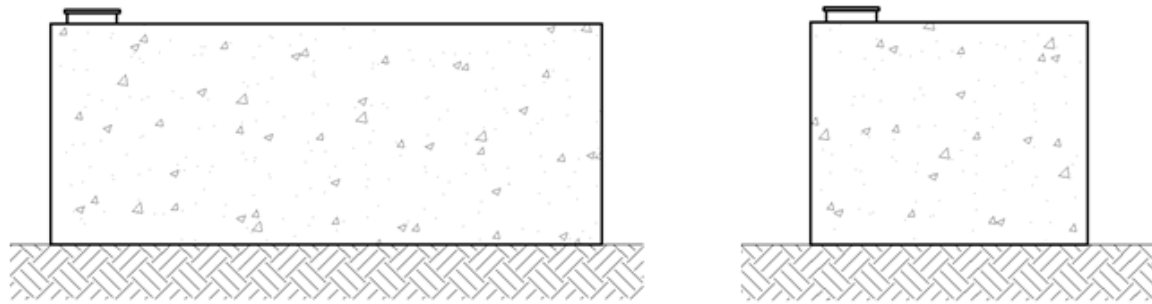
### **3.2 Definições do protótipo**

O protótipo foi proposto para viabilizar as análises e comparações entre os resultados obtidos pelos diferentes métodos. Desta forma foi projetado e calculado um reservatório d'água apoiado no solo, que contém somente uma célula. O qual possui 5 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura, as paredes e o fundo que constituem a estrutura possuem 0,25 m de espessura e a tampa 0,20 m.

Para o dimensionamento da estrutura, o reservatório foi enquadrado na classe IV de agressividade do meio, conforme Tabela 1. Pelo fato das superfícies estarem expostas a ambientes agressivos, em constante contato com o solo e em contato direto com a água, considerou-se elevado o risco de deterioração da estrutura.

De acordo com a Tabela 3, que corresponde à classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal, considerando a estrutura em concreto armado e que seus componentes se encontram em contato com o solo, o cobrimento será de 50 mm. Relacionado aos materiais, a estrutura foi calculada com aço CA50 e concreto com  $f_{ck}$  de 40 MPa.

**Figura 27 - Vistas do reservatório**

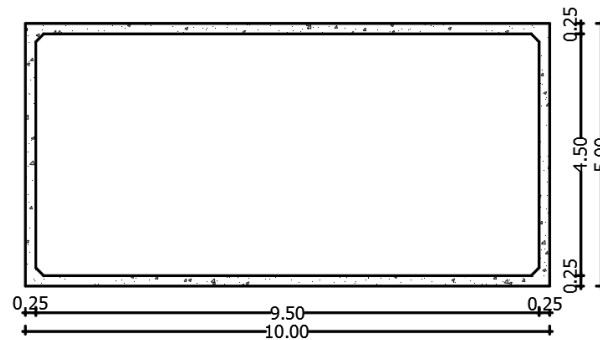


a) Vista frontal

b) Vista lateral

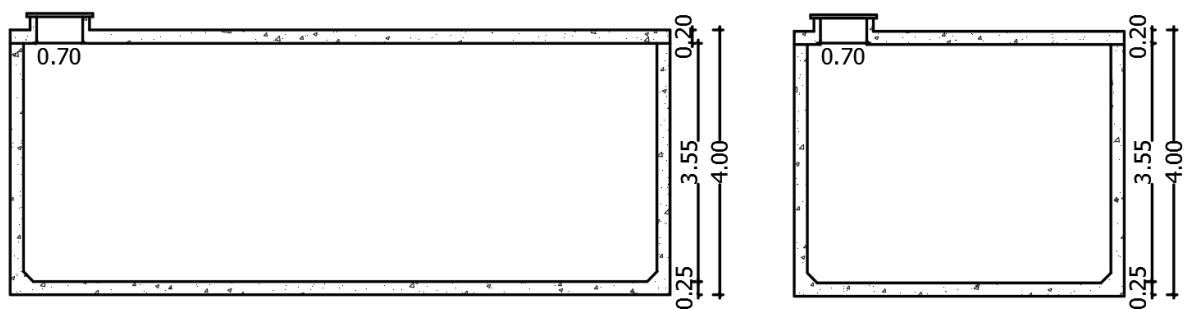
Fonte: Autora.

**Figura 28 – Planta baixa**



Fonte: Autora.

**Figura 29 – Cortes**



a) Corte longitudinal

b) Corte transversal

Fonte: Autora.

Para determinação das forças atuantes em cada elemento da estrutura foram calculados os volumes necessários, considerando o reservatório cheio, pois este é o caso mais crítico, onde a estrutura tem ação do empuxo d'água que acarreta na flexo-tração entre os elementos.



$$V = A \times B \times C$$

$$V_S = 5 \times 10 \times 4 = 200 \text{ m}^3$$

Onde:

$V_S$  = volume do sólido ( $\text{m}^3$ );

A, B, C = dimensões externas (m);

$$V_L = a \times b \times c$$

$$V_L = 3,55 \times 9,5 \times 4,5 = 151,76 \text{ m}^3$$

Onde:

$V_L$  = volume do líquido armazenado ( $\text{m}^3$ );

a, b, c = dimensões internas (m);

$$V_C = V_S - V_L$$

$$V_C = 200 \text{ m}^3 - 151,76 \text{ m}^3 = 48,24 \text{ m}^3$$

Onde:

$V_C$  = volume de concreto ( $\text{m}^3$ );

### 3.3 Composições de cargas

#### 3.3.1 Resultante de cargas na tampa

Para a tampa, considerou-se o seu peso próprio e a carga de utilização, também conhecida como cargas adicionais, que para o presente projeto será de  $0,5 \text{ kN/m}^2$  conforme a NRB 6120: 1980, pois não haverá circulação de pessoas ou carros sobre a estrutura, desta forma não ocorrerão ações de diferentes cargas. Logo as ações sobre a tampa foram calculadas pelas equações abaixo e representadas na Figura 30.

$$g_{\text{tampa}} = e \times \gamma$$

$$g_{\text{tampa}} = 0,20 \times 25 = 5,0 \text{ kN/m}^2$$

Onde:

$g_{\text{tampa}}$  = carga permanente da tampa ( $\text{kN/m}^2$ );

e = espessura da tampa (m);

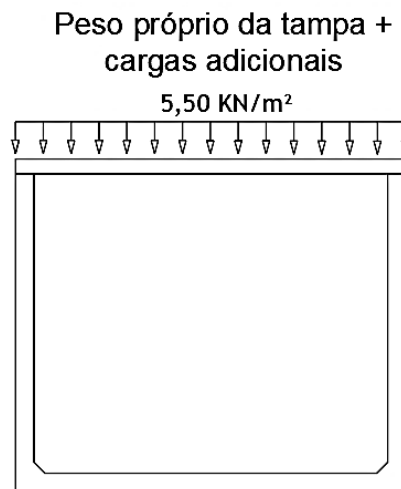
$\gamma$  = peso específico;  $\gamma_{\text{concreto}} = 25 \text{ kN/m}^3$ ;

$q_{\text{tampa}}$  = carga de utilização da tampa ( $\text{kN/m}^2$ );  $q_{\text{tampa}} = 0,5 \text{ kN/m}^2$

$$\Sigma_{\text{cargas}} = g_{\text{tampa}} + q_{\text{tampa}}$$

$$\Sigma_{\text{cargas}} = 5,0 + 0,5 = 5,5 \text{ kN/m}^2$$

**Figura 30 – Cargas atuantes na tampa**



Fonte: Autora.

### 3.3.2 Resultante de cargas nas paredes

Pelo fato do reservatório ser considerado como cheio, sobre as paredes atuará a pressão hidrostática, sua carga tem formato triangular e é distribuída por toda extensão interna da parede que está em contato com a água, a ação da água pode ser calculada pela equação a seguir e observada na Figura 31.

$$Q_{\text{parede}} = h \times \gamma$$

$$Q_{\text{parede}} = 3,55 \times 10 = 35,50 \text{ kN/m}^2$$

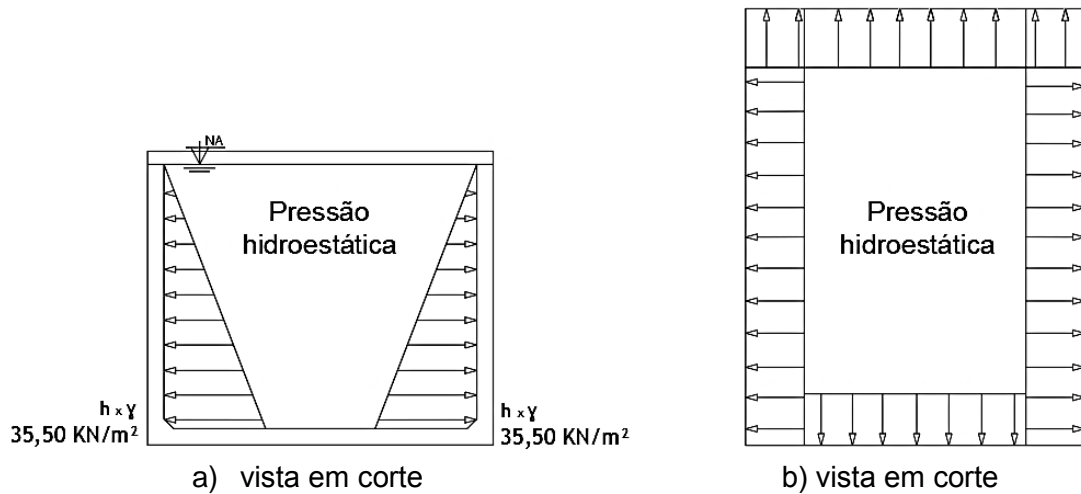
Onde:

$Q_{\text{parede}}$  = resultante da força na parede ( $\text{kN/m}^2$ );

$h$  = altura da coluna d'água (m);

$\gamma$  = peso específico da água;  $\gamma_{\text{água}} = 10 \text{ kN/m}^3$

**Figura 31 – Cargas atuantes nas paredes**



Fonte: Autora.

### 3.3.3 Resultante de cargas no fundo

Da mesma forma que na tampa a ação do peso próprio atua na placa no fundo do reservatório, porém o peso a ser considerado é o de toda estrutura mais o peso próprio da coluna d'água armazenada, a somatória dos pesos implica em uma carga uniformemente distribuída que comprime a parte interna do fundo do reservatório de cima para baixo. Considerando-se que o reservatório está totalmente cheio e encontra-se apoiado diretamente no solo, haverá a reação do solo na estrutura, onde as cargas atuam em sentido contrário de baixo para cima na parte externa da placa de fundo, observa-se que a reação do terreno sempre será maior. Desta forma as reações se subtraem, conforme exposto abaixo e demonstrado na Figura 32.

$$g_{\text{estrutura}} = \frac{V}{A} \times \gamma$$

$$g_{\text{estrutura}} = \frac{48,24 \text{ m}^3}{(10 \text{ m} \times 5 \text{ m})} \times 25 \text{ kN/m}^3 = 24,12 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{\text{líquido}} = \frac{151,76 \text{ m}^3}{(10 \text{ m} \times 5 \text{ m})} \times 10 \text{ kN/m}^3 = 30,35 \text{ kN/m}^2$$

Onde:

$g_{\text{estrutura}}$  = carga permanente (kN/m<sup>2</sup>);

$V$  = volume ( $m^3$ );

$A$  = área da base do reservatório ( $m^2$ );

$\gamma$  = peso específico;  $\gamma_{\text{água}} = 10 \text{ kN/m}^3$ ;  $\gamma_{\text{concreto}} = 25 \text{ kN/m}^3$ ;

$q_{\text{líquido}}$  = carga variável ( $\text{kN/m}^2$ )

Logo a resultante das ações,  $Q$ , pode ser determinada pela seguinte equação:

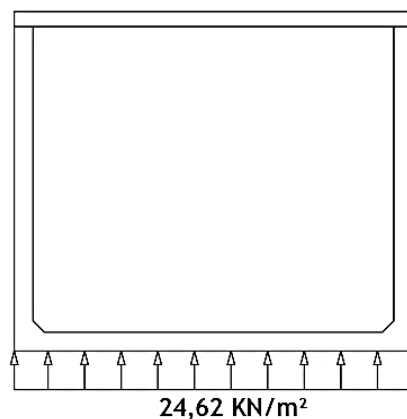
$$\Sigma \text{cargas} = g_{\text{estrutura}} + q_{\text{líquido}} + q_{\text{tampa}}$$

$$\Sigma \text{cargas} = 24,12 + 30,35 + 0,5 = 54,97 \text{ kN/m}^2$$

$$Q_{\text{resultante}} = q_{\text{líquido}} - \Sigma \text{cargas}$$

$$Q_{\text{resultante}} = 30,35 - 54,97 = - 24,62 \text{ kN/m}^2$$

**Figura 32 – Cargas atuantes no fundo**



24,62 kN/m<sup>2</sup>  
Peso da coluna de água  
- reação do terreno

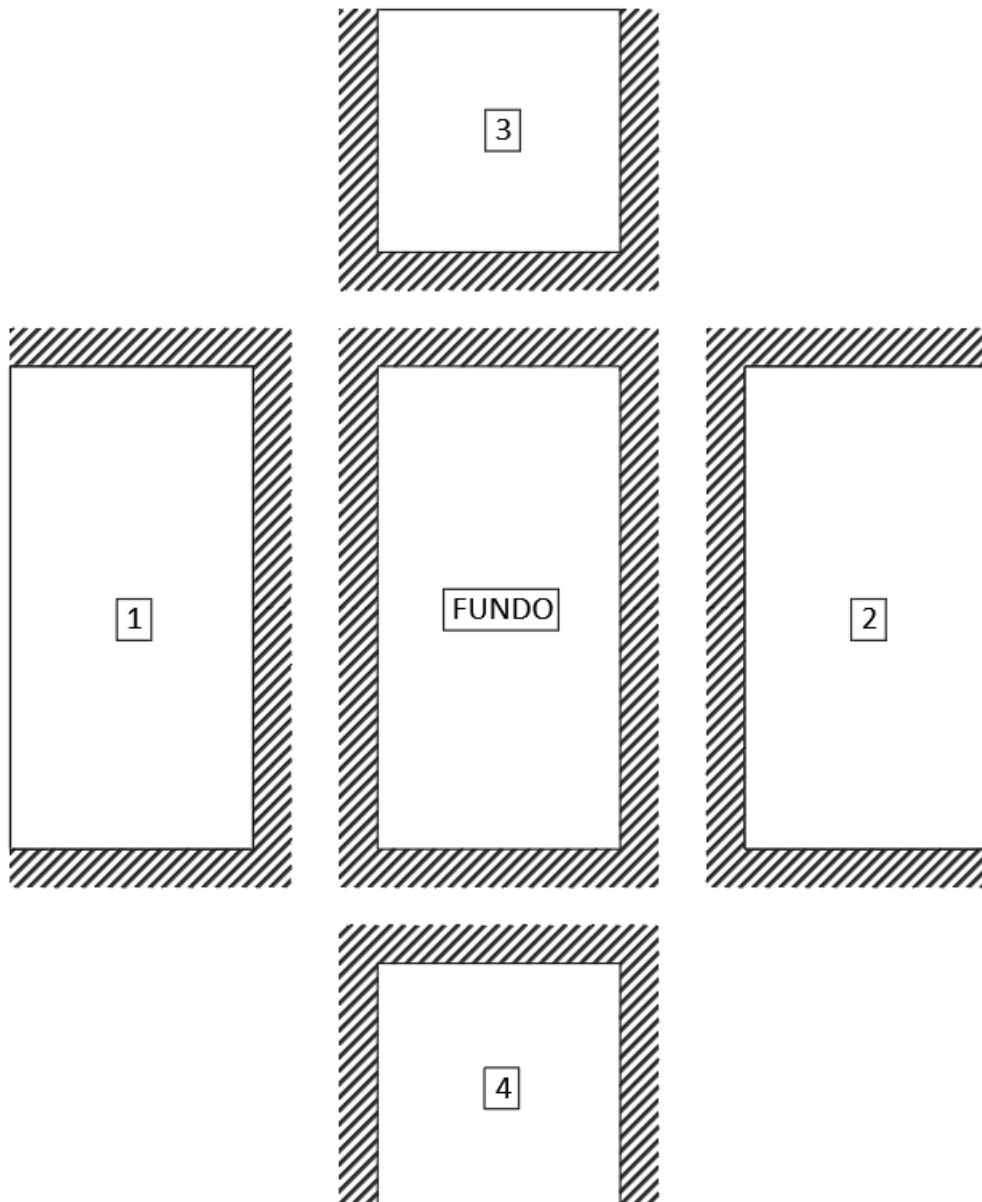
Fonte: Autora.

### 3.4 Métodos Clássicos

Para o dimensionamento de um reservatório em concreto armado seguindo os métodos clássicos de cálculo foi utilizada a Teoria das Placas, como já comentado nos capítulos anteriores, os elementos estruturais que compõem a estrutura devem ser considerados como lajes isoladas. As ligações entre as placas podem ser observadas na Figura 33, onde as ligações entre parede e parede, parede e fundo são consideradas como lajes engastadas e as ligações entre tampa e parede são consideradas apoiadas.

A determinação dos esforços solicitantes que agem sobre as lajes foram calculadas através dos valores dados pelas tabelas de Bares, Richard (1970) adaptadas por Pinheiro (1994), que são específicas para placas de estruturas em geral. Utilizou-se a Teoria de charneiras para calcular as reações de apoio em paredes que possuem cargas triangulares.

**Figura 33 – Ligação entre as placas**

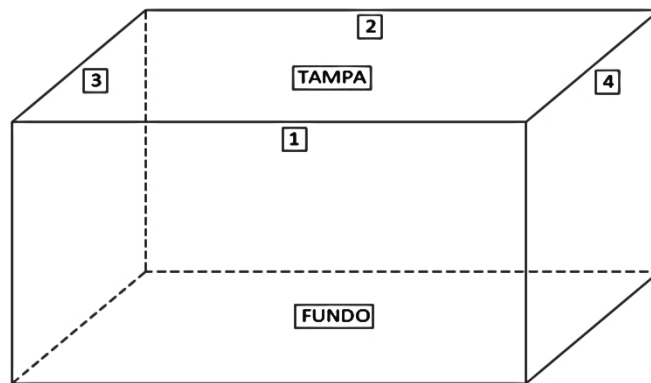


Fonte: Autora.

### 3.4.1 Determinação das solicitações

As solicitações foram calculadas para cada elemento do reservatório, considerando estes isoladamente, para identificação da placa em análise sugere-se que seja observado o esquema apresentado na Figura 34. Para efeito de cálculo foram utilizados os vãos teóricos, ou seja, o eixo central dos elementos. Observa-se também que as mísulas não foram consideradas na fase de cálculos.

**Figura 34 – Identificação das placas**

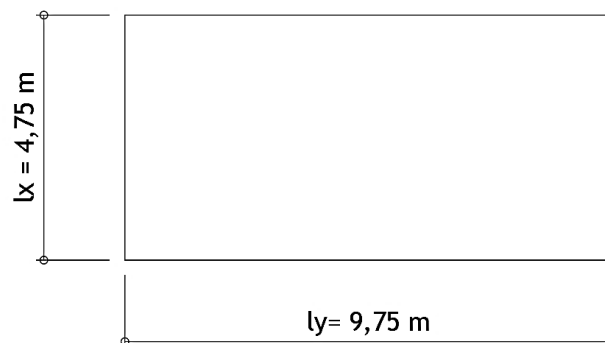


Fonte: Autora.

#### 3.4.1.1 Solicitações na tampa

As solicitações para a tampa do reservatório foram calculadas considerando que a placa é uma laje apoiada nas paredes, o que pode ser observado na Figura 35, a seguir.

**Figura 35 – Tampa**



Fonte: Autora.

Conforme equação abaixo, a tampa armada em duas direções, pois a relação entre o menor e a maior dimensão da placa é maior que dois.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

$$\lambda = \frac{9,75}{4,75} = 2,05$$

$2,05 > 2,0$ , logo a laje será armada em uma direção.

$b > 2 h \therefore 9,75 > 2 \times 4,75$ .  $\therefore 9,75 > 9,5$ , logo será armada verticalmente.

#### 3.4.1.1.1 Reações de apoio

As reações de apoio foram encontradas com o auxílio da tabela no ANEXO E aplicadas a equação 13, ao ser considerada uma laje apoiada com carga uniforme foi classificada com tipo 1.

Para os valores encontrados através do ANEXO E para  $\gamma = 2,05$ , têm-se os coeficientes:  $v'_x = 5,00$  e  $v'_y = 2,50$ . A resultante das cargas no fundo do reservatório é  $p = 5,5 \text{ kN/m}^2$ . Logo as reações de apoio são:

$$v'_x = 5 \times \frac{5,5 \times 4,75}{10} = 13,06 \text{ kN/m}$$

$$v'_y = 2,5 \times \frac{5,5 \times 4,75}{10} = 6,53 \text{ kN/m}$$

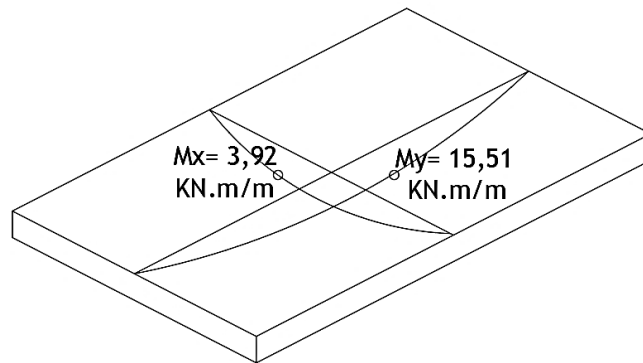
#### 3.4.1.1.2 Momentos fletores

Os momentos fletores para tampa foram cálculos com coeficientes retirados do ANEXO A, tipo 1, aplicadas a equação 8, onde todas as extremidades encontram-se apoiadas. Para  $\lambda = 2,05$  os coeficientes encontrados são:  $\mu_x = 12,50$  e  $\mu_y = 3,16$ . A resultante das cargas na tampa do reservatório é  $p = 5,50 \text{ kN/m}^2$ . Logo os diagramas dos momentos fletores podem ser vistos na Figura 36 de acordo com os valores abaixo:

$$M_y = \frac{12,50 \times 5,5 \times 4,75^2}{100} = 15,51 \text{ kN.m/m}$$

$$M_x = \frac{3,16 \times 5,5 \times 4,75^2}{100} = 3,92 \text{ kN.m/m}$$

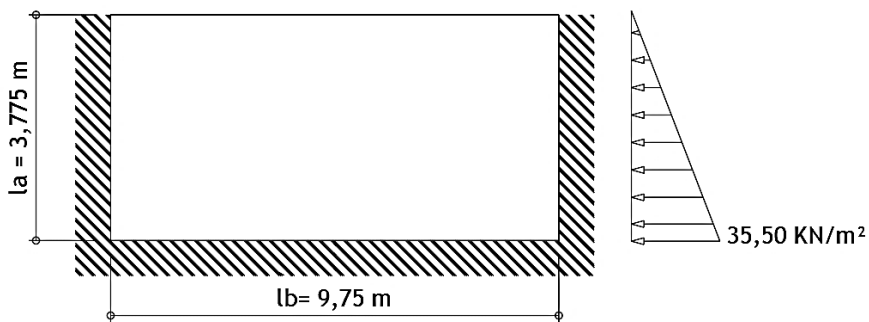
**Figura 36 – Diagrama dos momentos fletores**



Fonte: Autora.

### 3.4.1.2 Solicitações nas paredes 1 e 2

**Figura 37 – Paredes 1 e 2**



Fonte: Autora.

Para verificar se a laje será armada em uma ou em duas direções utiliza-se a seguinte relação:

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

$$\lambda = \frac{9,75}{3,775} = 2,58$$



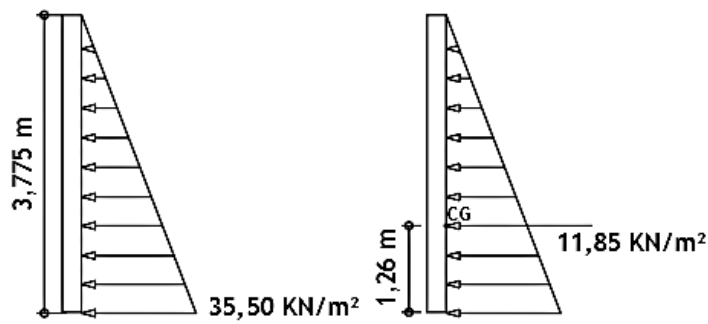
$2,58 > 2,0$ , logo a laje será armada em uma direção.

$b > 2 h \therefore 9,75 > 2 \times 3,775 \therefore 9,6 > 7,55$ , logo será armada verticalmente.

### 3.4.1.2.1 Reações de apoio

A pressão hidrostática com forma triangular e distribuída é a carga que atua sobre na parede 1 e 2, para ser utilizada nas equações de reação de apoio calculou-se o valor da pressão no centro de carga, por semelhança de triângulos.

**Figura 38 – Carga atuante**



Fonte: Autora.

$$CG = \frac{l}{3}$$

$$CG = \frac{3,775}{3} = 1,26 \text{ m}$$

Onde:

CG = centro de gravidade (m);

l = altura da placa onde a carga está atuando (m)

$$\frac{35,50}{3,775} = \frac{q}{1,26}$$

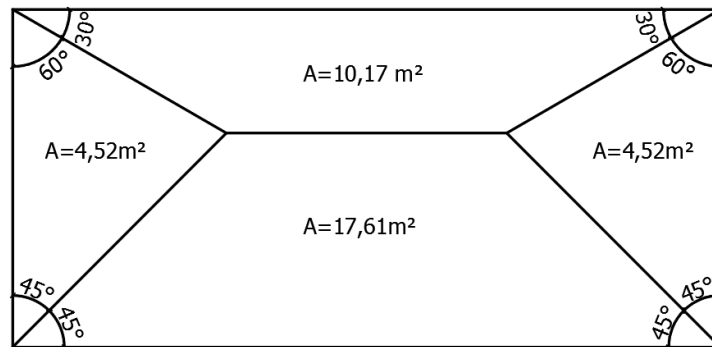
$$q = 11,85 \text{ kN/m}^2$$

Onde:

q = carga distribuída (kN/m<sup>2</sup>)

As reações de apoio foram calculadas através do Método das Charneiras, as áreas encontradas estão representadas na Figura 39.

**Figura 39 – Áreas de influência**



Fonte: Autora.

$$V = \frac{g \times A}{l}$$

$$V'y = \frac{11,85 \times 4,52}{3,775} = 14,19 \text{ kN/m}$$

$$V'x = \frac{11,85 \times 17,61}{9,75} = 21,40 \text{ kN/m}$$

$$Vx = \frac{11,85 \times 10,17}{9,75} = 12,36 \text{ kN/m}$$

Onde:

V= reação de apoio (kN/m);

g = carga (kN/m<sup>2</sup>);

A= área de influência (m<sup>2</sup>);

l= comprimento onde área de influência se encontra (m).

### 3.4.1.2.2 Momentos fletores

As paredes 1 e 2 do reservatório que estão sendo consideradas como lajes armadas em uma direção, logo as solicitações horizontais de momentos fletores foram calculadas com o auxílio da tabela de Bares, ANEXO C, tipo 16, com valores substituídos na equação 8.

$$\gamma = \frac{la}{lb}$$

$$\gamma = \frac{3,775}{9,75} = 0,40$$

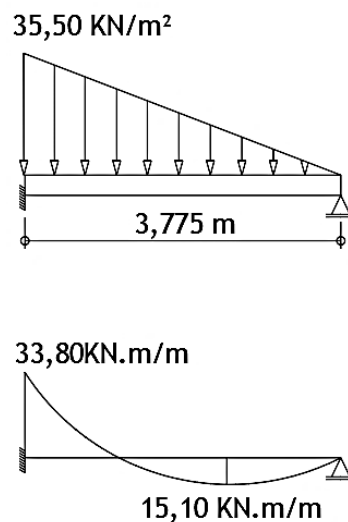
Para os valores encontrados através do ANEXO C: quando  $\gamma = 0,40$ , têm-se os coeficientes:  $\mu_y = 0,96$  e  $\mu'_y = 3,60$ . A carga resultante da pressão hidrostática que atua nas paredes do reservatório é  $p = 35,5 \text{ KN/m}^2$ . Logo os momentos fletores na seção horizontal são:

$$M_y = \frac{0,96 \times 35,5 \times 3,775^2}{100} = 4,85 \text{ kN.m/m}$$

$$M'_y = \frac{3,60 \times 35,5 \times 3,775^2}{100} = 18,21 \text{ kN.m/m}$$

Para seção vertical os momentos fletores foram calculados considerando a carga atuante em uma faixa de 1m, através do programa *Ftool* obteve-se o diagrama de momentos representado na Figura 40, onde  $M'_x = 33,80 \text{ kN.m/m}$  e  $M_x = 15,10 \text{ kN.m/m}$ .

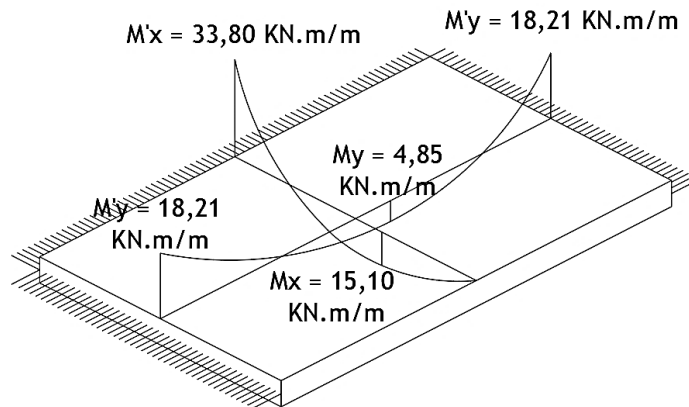
**Figura 40 – Diagrama do momento  $M'_x$  e  $M_x$**



Fonte: Autora.

Na Figura 41 pode ser observada a representação de todos os diagramas de momentos fletores encontrados na parede 1 e 2.

**Figura 41 – Diagrama dos momentos fletores**



Fonte: Autora.

### 3.4.1.3 Solicitações nas paredes 3 e 4

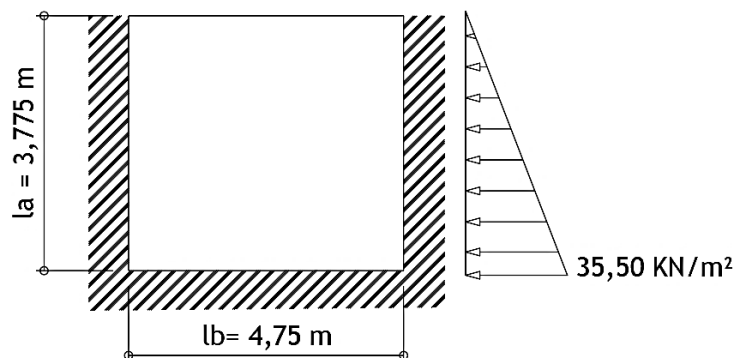
Conforme equação abaixo, as paredes 3 e 4 serão armadas em duas direções, pois a relação entre o menor e o maior lado é menor que dois.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

$$\lambda = \frac{4,75}{3,775} = 1,26$$

$1,26 < 2,0$ , logo a laje será armada em uma direção.

**Figura 42 – Paredes 3 e 4**

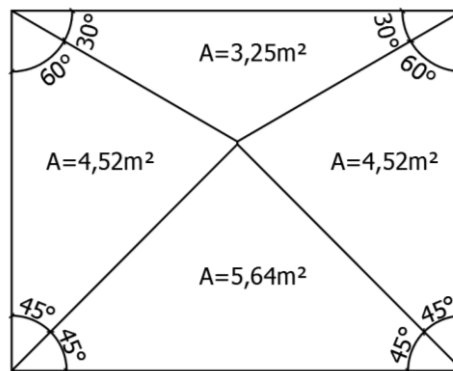


Fonte: Autora.

### 3.4.1.3.1 Reações de apoio

As reações de apoio nas paredes 3 e 4 foram calculadas pelo mesmo método utilizado para as paredes 1 e 2, o Método das charneiras, e a carga será a mesma 11,85 kN/m<sup>2</sup>, pois as alturas são iguais, logo a pressão hidrostática atua com a mesma intensidade. As áreas de influência encontradas estão representadas na Figura 43.

**Figura 43 – Áreas de influência**



Fonte: Autora.

$$V'y = \frac{11,85 \times 4,52}{3,775} = 14,19 \text{ kN/m}$$

$$V'x = \frac{11,85 \times 5,64}{4,75} = 14,07 \text{ kN/m}$$

$$Vx = \frac{11,85 \times 3,25}{4,75} = 8,11 \text{ kN/m}$$

### 3.4.1.3.2 Momentos fletores

Os momentos fletores das paredes 3 e 4 foram calculados com coeficientes retirados do ANEXO C, consideradas como lajes se enquadram no tipo 16 da tabela em anexo. Os valores encontrados foram substituídos na Equação 8.

$$\gamma = \frac{I_a}{I_b}$$

$$\gamma = \frac{3,775}{4,75} = 0,79$$

Os coeficientes encontrados no ANEXO C para  $\lambda = 0,79$  são:  $\mu_x = 1,57$ ,  $\mu'_x = 22,51$ ,  $\mu_y = 6,32$  e  $\mu'_y = 16,59$ . A resultante das cargas nas paredes do reservatório é  $p = 35,50 \text{ KN/m}^2$ . Logo os momentos fletores são:

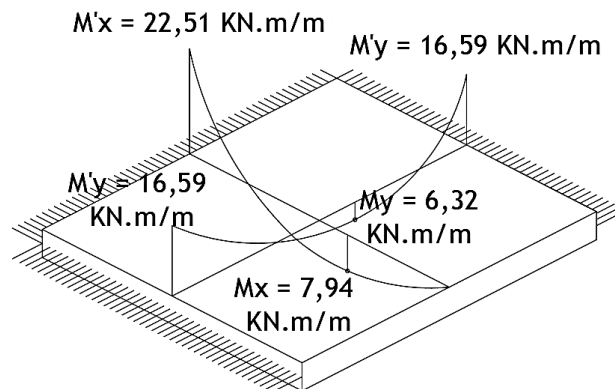
$$M_y = \frac{1,25 \times 35,5 \times 3,775^2}{100} = 6,32 \text{ KN.m/m}$$

$$M'_y = \frac{3,28 \times 35,5 \times 3,775^2}{100} = 16,59 \text{ KN.m/m}$$

$$M_x = \frac{1,57 \times 35,5 \times 3,775^2}{100} = 7,94 \text{ KN.m/m}$$

$$M'_x = \frac{4,45 \times 35,5 \times 3,775^2}{100} = 22,51 \text{ KN.m/m}$$

**Figura 44 – Diagrama dos momentos fletores parede 3 e 4**

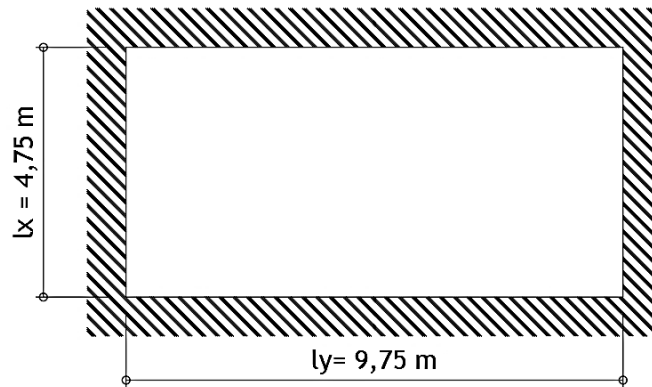


Fonte: Autora.

#### 3.4.1.4 Solicitações no fundo

As solicitações para o fundo do reservatório foram calculadas considerando que todas as suas extremidades se encontram engastadas, o que pode ser observado na Figura 45.

**Figura 45 – Placa de fundo**



Fonte: Autora.

Conforme equação abaixo, o elemento de fundo do reservatório será armado em uma direção, partindo do princípio que a relação entre o menor e o maior lado é maior que dois.

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

$$\lambda = \frac{9,75}{4,75} = 2,05$$

2,05 > 2,0, logo a laje será armada em uma direção.

$b > 2 h$  ∴  $9,75 > 2 \times 4,75$ . ∴  $9,75 > 9,5$ , logo será armada verticalmente.

#### 3.4.1.4.1 Reações de apoio

Diferente do método utilizado para calcular as reações de apoio nas paredes, as reações no fundo foram calculadas com a ajuda das tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994), pois as cargas atuantes são uniformemente distribuídas e os coeficientes para este tipo de carregamento são conhecidos.

Os valores podem ser consultados no ANEXO D, laje tipo 6, os coeficientes encontrados para  $\lambda = 2,05$  são:  $v'_x = 5,00$  e  $v'_y = 2,50$ . A resultante das cargas no fundo do reservatório é  $p = 24,62 \text{ KN/m}^2$ . Logo as reações de apoio são calculadas pela equação 13.

$$v'_x = 5 \times \frac{24,62 \times 4,75}{10} = 58,47 \text{ kN/m}$$

$$v'_y = 2,5 \times \frac{24,62 \times 4,75}{10} = 29,24 \text{ kN/m}$$

#### 3.4.1.4.2 Momentos fletores

Os momentos fletores para placa de fundo foram cálculos com coeficientes retirados do ANEXO B, tipo 6, onde todas as extremidades encontram-se engastadas.

Para  $\lambda = 2,05$  os coeficientes encontrados são:  $\mu_x = 4,17$ ,  $\mu'_x = 8,33$ ,  $\mu_y = 0,96$  e  $\mu'_y = 5,72$ . A resultante das cargas no fundo do reservatório é  $p = 24,62 \text{ KN/m}^2$ . Logo os momentos fletores são calculados pela equação 9.

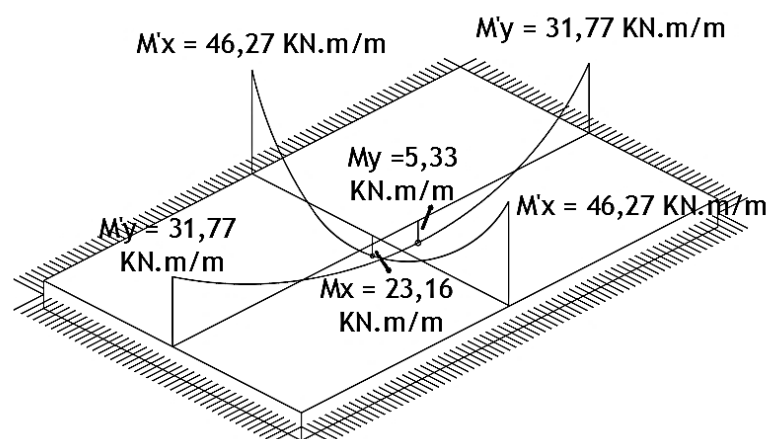
$$M_y = \frac{0,96 \times 24,62 \times 4,75^2}{100} = 5,33 \text{ kN.m/m}$$

$$M'_y = \frac{5,72 \times 24,62 \times 4,75^2}{100} = 31,77 \text{ kN.m/m}$$

$$M_x = \frac{4,17 \times 24,62 \times 4,75^2}{100} = 23,16 \text{ kN.m/m}$$

$$M'_x = \frac{8,33 \times 24,62 \times 4,75^2}{100} = 46,27 \text{ kN.m/m}$$

**Figura 46 – Diagrama dos momentos fletores no fundo**



Fonte: Autora.



**Tabela 9 – Valores de momentos fletores não compatibilizados**

ELEMENTOS	MOMENTOS FLETORES (kN.m/m)			
	- M'x	+ Mx	- M'y	+ My
TAMPA	-	3,92	-	15,51
PAREDE 1 E 2	33,80	15,10	18,21	4,85
PAREDE 3 E 4	22,51	7,94	16,59	6,32
FUNDO	46,27	23,16	31,77	5,33

Fonte: Autora.

### 3.4.2 Compatibilização dos momentos fletores

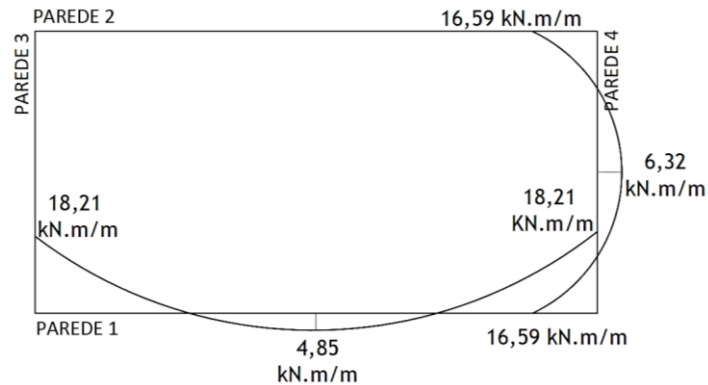
Ao serem calculados individualmente os elementos os quais têm as arestas engastadas apresentam nos pontos de engastamento diferentes valores de momento fletor negativo. Logo, foi realizada a compatibilização dos momentos para que a continuidade da estrutura fosse considerada. Utilizou-se o maior resultado entre: 80% do maior valor de momento fletor e a média entre os dois momentos fletores, conforme exposto na tabela 9.

Os momentos fletores positivos são corrigidos em função da correção realizada nos momentos negativos. Quando ocorrer uma redução no momento negativo ocorrerá um acréscimo no momento positivo, já quando ocorrer um acréscimo no momento negativo, não é usual a correção no momento positivo em função da segurança, não havendo a redução.

#### 3.4.2.1 Compatibilização das paredes 1 e 2 e paredes 3 e 4

Para a compatibilização dos momentos fletores entre as paredes é exposta na Figura 47, por meio de um corte horizontal que as intercepta, os diagramas que demonstram os momentos fletores característicos a serem compatibilizados.

**Figura 47 - Momentos fletores entre as paredes não compatibilizados**



Fonte: Autora.

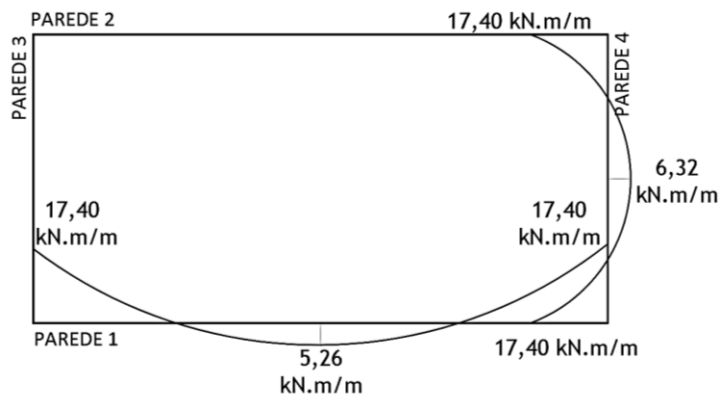
Utiliza-se o maior valor dentre os calculados abaixo, logo o momento fletor final será:  $M = 17,40 \text{ kN.m/m}$ . Os momentos compatibilizados podem ser vistos na Figura 48.

$$M \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 18,21 = 14,57 \text{ kN.m/m} \\ (18,21 + 16,59)/2 = 17,40 \text{ kN.m/m} \end{cases}$$

Em relação às correções para os momentos fletores positivos, tem-se:  $6,32 \text{ kN.m/m}$ , que é mantido a favor da segurança e  $4,85 \text{ kN.m/m}$  tem seu valor acrescido pela seguinte expressão:

$$\frac{18,21 - 17,40}{2} + 4,85 = 5,26 \text{ kN.m/m}$$

**Figura 48 - Momentos fletores entre as paredes compatibilizados**

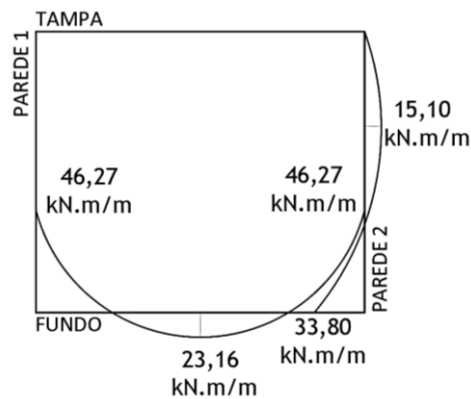


Fonte: Autora.

### 3.4.2.2 Compatibilização da laje de fundo e paredes 1 e 2

Os esforços de momentos fletores que solicitam o fundo e as paredes 01 e 02 têm seus diagramas apresentados na Figura 49, mediante corte vertical, apresentam-se valores a serem compatibilizados, os momentos compatibilizados podem ser vistos na Figura 50.

**Figura 49 - Momentos fletores do fundo e paredes 1 e 2 não compatibilizados**



Fonte: Autora.

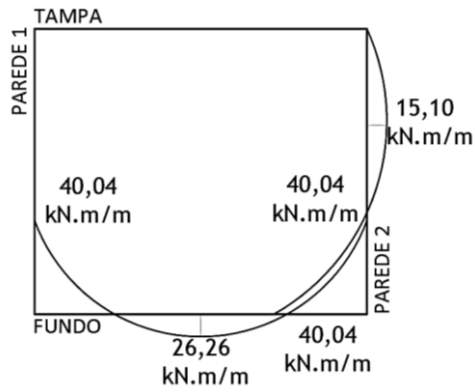
Utiliza-se o maior valor dentre os calculados abaixo, logo o momento fletor final será:  $M = 40,04 \text{ kN.m/m}$ .

$$M \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 46,27 = 37,02 \text{ kN.m/m} \\ (46,27 + 33,80)/2 = 40,04 \text{ kN.m/m} \end{cases}$$

Para as correções dos momentos fletores positivos, tem-se:  $15,10 \text{ kN.m/m}$ , que é mantido a favor da segurança e  $23,16 \text{ kN.m/m}$  tem seu valor acrescido pela seguinte expressão:

$$\frac{46,27 - 40,04}{2} + 23,16 = 26,26 \text{ kN.m/m}$$

**Figura 50 - Momentos fletores do fundo e paredes 1 e 2 compatibilizados**

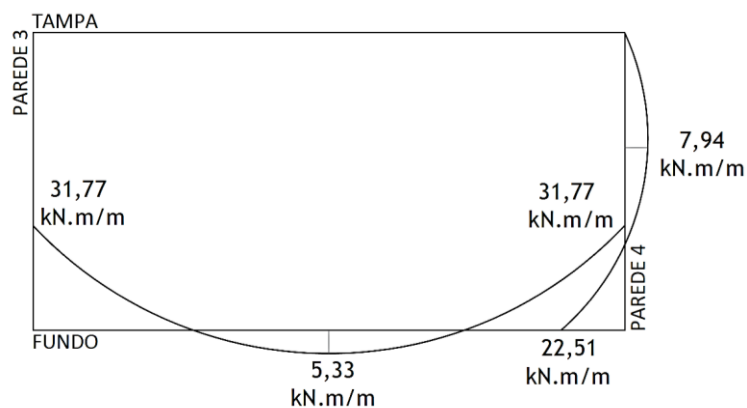


Fonte: Autora.

### 3.4.2.3 Compatibilização da laje de fundo e paredes 3 e 4

Mediante corte vertical, os esforços de momentos fletores que solicitam o fundo e as paredes 03 e 04 do reservatório têm seus diagramas apresentados na Figura 51, apresentam-se valores a serem compatibilizados, os momentos compatibilizados podem ser vistos na Figura 52.

**Figura 51 - Momentos fletores não compatibilizados**



Fonte: Autora.

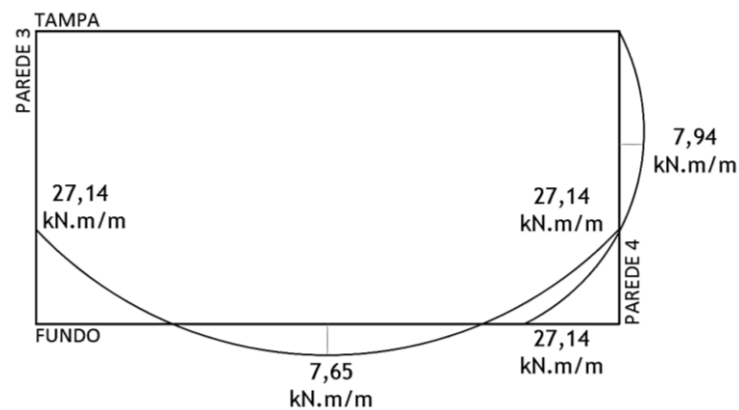
O momento negativo compatibilizado será o maior valor dentre os calculados pelas expressões abaixo, logo o momento fletor final será:  $M = 27,14 \text{ kN.m/m}$ .

$$M \geq \begin{cases} 0,8 \cdot 31,77 = 25,42 \text{ kN.m/m} \\ (31,77 + 22,51)/2 = 27,14 \text{ kN.m/m} \end{cases}$$

Para as correções dos momentos fletores positivos, tem-se: 7,94 kN.m/m, que é mantido a favor da segurança e 5,33 kN.m/m tem seu valor acrescido pela seguinte expressão:

$$\frac{31,77 - 27,14}{2} + 5,33 = 7,65 \text{ kN.m/m}$$

**Figura 52 - Momentos fletores não compatibilizados**



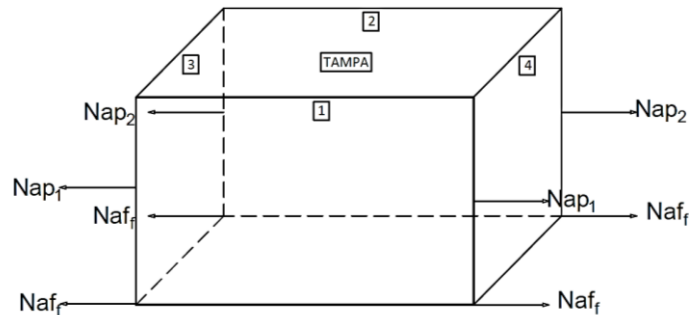
Fonte: Autora.

### 3.4.3 Esforços de tração

Os esforços de tração estão entre as solicitações que devem ser calculadas, oriundos da pressão hidrostática, esses atuam nas paredes e no fundo do reservatório. Os valores foram encontrados através das equações presentes na tabela 5, onde é determinada a porcentagem que as paredes e o fundo recebem em relação ao esforço total, os coeficientes obtidos são substituídos nas seguintes equações para paredes e fundo respectivamente, os valores obtidos são divididos pela dimensão da face onde a tração está exercendo sua força. A representação da força normal de tração pode ser vista na Figura 55.

### 3.4.3.1 Parede 1 e 2 e fundo

**Figura 53 - Esforços de tração placas 1, 2 e fundo**



Fonte: Autora.

Para calcular os esforços nas placas 1, 2 e fundo, considerou-se que  $b=4,50\text{m}$ ,  $h = 3,55\text{m}$  e  $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ , os coeficientes de porcentagem para  $h/a \cong 0,8$  nas paredes são  $\beta = 0,26$  e no fundo  $\beta = 0,48$ .

$$N_{ap1,2} = \frac{0,26 \times 4,5 \times 3,55^2 \times 10}{2} = 73,72 \text{ kN}$$

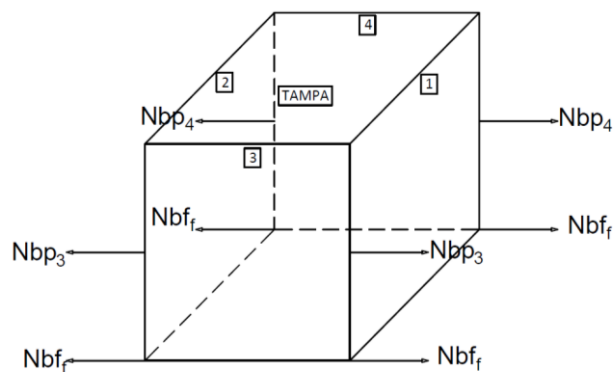
$$N_{ap1,2} = \frac{73,72}{3,55} = 20,77 \text{ kN/m}$$

$$N_{af1,2} = \frac{0,48 \times 4,5 \times 3,55^2 \times 10}{2} = 136,11 \text{ kN}$$

$$N_{af1,2} = \frac{136,11}{4,5} = 30,25 \text{ kN/m}$$

### 3.4.3.2 Parede 3 e 4 e fundo

**Figura 54 - Esforços de tração placas 3, 4 e fundo**



Fonte: Autora.

Para calcular os esforços nas placas 3, 4 e fundo, considerou-se que  $a=9,50\text{m}$ ,  $h=3,55\text{m}$  e  $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ , os coeficientes de porcentagem para  $h/a \cong 0,4$  nas paredes são  $\beta = 0,15$  e no fundo  $\beta = 0,70$ .

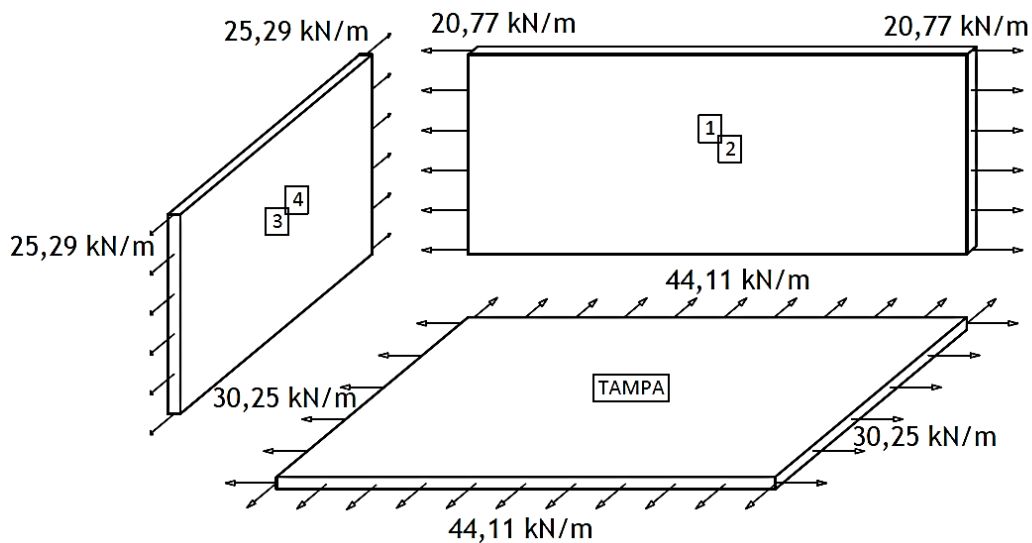
$$N_{bp3,4} = \frac{0,15 \times 9,50 \times 3,55^2 \times 10}{2} = 89,79 \text{ kN}$$

$$N_{bp3,4} = \frac{89,79}{3,55} = 25,29 \text{ kN/m}$$

$$N_{bf3,4} = \frac{0,70 \times 9,50 \times 3,55^2 \times 10}{2} = 419,03 \text{ kN}$$

$$N_{bf3,4} = \frac{419,03}{9,5} = 44,11 \text{ kN/m}$$

**Figura 55 – Representação das forças normais de tração**



Fonte: Autora.

### 3.5.4 Dimensionamento de armaduras

Para fins acadêmicos e complementação deste trabalho serão dimensionadas as armaduras necessárias para o protótipo do reservatório proposto.

Relacionado à área de aço mínima, Montoya; Meseguer; Cabré (2000) sugerem que seja usada a porcentagem de 0,2% da área de concreto, desta forma tem-se:

$$A_{smin} = \frac{0,2 \cdot 100 \cdot 25}{100} = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

### 3.5.4.1 Armadura da Tampa

A placa de tampa terá somente flexão simples, logo sua armadura será calculada como laje, com a utilização da tabela no ANEXO F, que determina os valores da  $K_c$  e  $K_s$ . Consideraram-se os seguintes valores para obter as áreas de aço:  $b= 100 \text{ cm}$ ;  $h= 20 \text{ cm}$ ;  $d= 14,5 \text{ cm}$ ;  $f_{cd}= 2,857 \text{ kN/cm}^2$  e  $f_{yd}=43,48 \text{ kN/cm}^2$ . Os momentos fletores majorados para a tampa são:

$$+M_{xd} = 3,92 \times 1,4 = 5,488 \text{ kN.m/m ou } 548,8 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{yd} = 15,51 \times 1,4 = 21,714 \text{ kN.m/m ou } 2171,4 \text{ kN.cm/m}$$

A taxa de armadura para  $+M_{xd}$  foi calculada através das seguintes equações:

$$K_c = \frac{100 \cdot 14,5^2}{548,8} = 38,31 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$K_s = 0,023 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$A_s = \frac{0,023 \cdot 548,8}{14,5} = 0,87 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Para  $+M_{yd}$ , com momento fletor igual a  $2171,4 \text{ kN.cm/m}$ , encontrou-se a seguinte taxa de armadura:

$$K_c = \frac{100 \cdot 14,5^2}{2171,4} = 9,68 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$K_s = 0,024 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$A_s = \frac{0,024 \cdot 2171,4}{14,5} = 3,59 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$



### 3.5.4.2 Armadura das paredes e do fundo

Os esforços de tração e flexão atuam em conjunto nas paredes e no fundo da estrutura, ocasionando flexo-tração, logo a área de aço deve ser calculada em função das duas solicitações, desta forma utilizam-se as seguintes Equações 41 a 44.

Consideraram-se os seguintes valores para obter as áreas de aço:  $b = 100 \text{ cm}$ ;  $h = 25 \text{ cm}$ ;  $d = 19,5 \text{ cm}$ ;  $f_{cd} = 2,857 \text{ kN/cm}^2$  e  $f_{yd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$ .

#### 3.5.4.2.1 Armaduras das paredes 1 e 2

Sendo que os momentos fletores majorados que agem nas placas 1 e 2:

$$-M'_{yd} = 17,40 \times 1,4 = 24,36 \text{ kN.m/m ou } 2436 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{yd} = 5,25 \times 1,4 = 7,36 \text{ kN.m/m ou } 736,0 \text{ kN.cm/m}$$

$$-M'_{xd} = 40,04 \times 1,4 = 56,06 \text{ kN.m/m ou } 5605,6 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{xd} = 15,10 \times 1,4 = 21,14 \text{ kN.m/m ou } 2114 \text{ kN.cm/m}$$

A força de tração majorada é igual a:

$$N_d = 20,77 \times 1,4 = 29,08 \text{ kN/m ou } 0,2908 \text{ kN/cm}$$

Para  $-M'_{yd}$ , que apresenta solicitações composta de flexo-tração, a área da armadura foi encontrada utilizando as equações:

$$M_{sd} = 2436 - 0,2908 \cdot \left(19,5 - \frac{25}{2}\right) = 2433,96 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2433,96}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}}\right] = 0,65 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$0,65 < 0,628 \cdot 19,5$$

$0,65 < 12,25 \text{ cm}$ , a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[\frac{2433,93}{19,5 - 0,4 \cdot 0,65} + 0,2908\right] = 2,92 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Para +Myd, tem suas solicitações composta por flexo-tração, assim a área de aço foi encontrada utilizando as equações abaixo:

$$M_{sd} = 736 - 0,2908 \cdot \left(19,5 - \frac{25}{2}\right) = 733,96 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{733,96}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}} \right] = 0,19 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$0,19 < 0,628 \cdot 19,5$$

0,19 < 12,25 cm, a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[ \frac{695,31}{19,5 - 0,4 \cdot 0,19} + 0,2908 \right] = 0,83 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Os momentos fletores,  $M'_{xd}$  e  $M_{xd}$ , nas placas de parede 1 e 2 não apresentam outro efeito de solicitação agindo em conjunto com os momentos fletores, logo a força que atua nesses elementos é simples. Por este motivo, as taxas de armaduras foram calculadas em função de  $K_c$  e  $K_s$ , com o auxílio da tabela no ANEXO F, para flexão simples.

A taxa de armadura para -  $M'_{xd}$  foi calculada através das seguintes equações:

$$K_c = \frac{100 \cdot 19,5^2}{5605,6} = 6,78 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$K_s = 0,024$$

$$A_s = \frac{0,024 \cdot 5605,6}{19,5} = 6,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para + $M_{xd}$ , com momento fletor igual a 2114 kN.cm/m, encontrou-se a seguinte taxa de armadura:

$$K_c = \frac{100 \cdot 19,5^2}{2114} = 17,99 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$K_s = 0,023$$

$$A = \frac{0,023 \cdot 2114}{19,5} = 2,49 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

### 3.5.4.2.2 Armaduras das paredes 3 e 4

Sendo que os momentos fletores majorados que agem nas placas de parede 3 e 4:

$$-M'_{yd} = 17,40 \times 1,4 = 24,36 \text{ kN.m/m ou } 2436 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{yd} = 6,32 \times 1,4 = 8,848 \text{ kN.m/m ou } 884,80 \text{ kN.cm/m}$$

$$-M'_{xd} = 27,14 \times 1,4 = 37,996 \text{ kN.m/m ou } 3799,6 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{xd} = 7,94 \times 1,4 = 11,116 \text{ kN.m/m ou } 1111,6 \text{ kN.cm/m}$$

A força de tração majorada para as paredes 3 e 4 é igual à:

$$N_d = 25,29 \times 1,4 = 35,406 \text{ kN/m ou } 0,3541 \text{ kN/cm}$$

Para  $-M'_{yd}$ , que apresenta solicitações composta de flexo-tração, a área da armadura será a mesma de  $-M'_{yd}$  da parede 1 e 2:  $A_s = 2,92 \text{ cm}^2/\text{m}$ , logo considera-se a taxa de armadura mínima:  $A_{s\text{min}} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

Para que fosse determinada a taxa para  $+M_{yd}$  utilizaram-se as seguintes equações:

$$M_{sd} = 884,80 - 0,3541 \cdot \left(19,5 - \frac{25}{2}\right) = 882,32 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{882,32}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}}\right] = 0,23 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$0,23 < 0,628 \cdot 19,5$$

$0,23 < 12,25 \text{ cm}$ , a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[\frac{882,32}{19,5 - 0,4 \cdot 0,23} + 0,3541\right] = 1,05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{s\text{min}} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Os momentos fletores  $M'_{xd}$  e  $M_{xd}$  nas placas de parede 3 e 4 apresentam flexão simples. Por este motivo as taxas de armaduras puderam ser calculadas em função de  $K_c$  e  $K_s$ , com o auxílio da tabela no ANEXO F, para flexão simples.

A taxa de armadura para - M'xd foi calculada pelas seguintes equações:

$$K_c = \frac{100 \cdot 19,5^2}{3799,6} = 10 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$K_s = 0,0233 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$A_s = \frac{0,0233 \cdot 3799,6}{19,5} = 4,54 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{s\text{min}} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Para +Mxd, que tem seu momento fletor igual a 1111,6 kN.cm/m, encontrou-se a seguinte taxa de armadura:

$$K_c = \frac{100 \cdot 19,5^2}{1111,6} = 34,21 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$K_s = 0,023 \text{ cm}^2/\text{kN}$$

$$A_s = \frac{0,023 \cdot 1111,6}{19,5} = 1,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{s\text{min}} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

### 3.5.4.2.3 Armaduras da placa de fundo

A placa de fundo terá a ação de solicitações compostas nas duas direções, desta forma para o cálculo da armadura será necessária a utilização das equações onde momento fletor e a força normal são considerados.

Os momentos fletores majorados que agem nas placas de fundo são:

$$-M'_{yd} = 27,14 \times 1,4 = 37,996 \text{ kN.m/m ou } 3799,6 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{yd} = 7,65 \times 1,4 = 10,71 \text{ kN.m/m ou } 1071 \text{ kN.cm/m}$$

$$-M'_{xd} = 40,04 \times 1,4 = 56,056 \text{ kN.m/m ou } 5605,6 \text{ kN.cm/m}$$

$$+M_{xd} = 26,26 \times 1,4 = 36,764 \text{ kN.m/m ou } 3676,4 \text{ kN.cm/m}$$

Para as forças de tração majoradas para placa de fundo têm-se os seguintes valores:

$$N_{dy} = 20,25 \times 1,4 = 28,35 \text{ kN/m ou } 0,2835 \text{ kN/cm}$$

$$N_{dx} = 44,11 \times 1,4 = 61,75 \text{ kN/m ou } 0,6175 \text{ kN/cm}$$

Para que fosse determinada a taxa para - M'yd utilizaram-se as seguintes equações:

$$M_{sd} = 3799,6 - 0,2835 \cdot \left(19,5 - \frac{25}{2}\right) = 3797,62 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{3797,62}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}} \right] = 1,02 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$1,02 < 0,628 \cdot 19,5$$

1,02 < 12,25 cm, a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[ \frac{3797,62}{19,5 - 0,4 \cdot 1,02} + 0,2835 \right] = 4,58 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Para que fosse determinada a área da armadura necessária para + M'yd utilizaram-se as seguintes equações:

$$M_{sd} = 1071 - 0,2835 \cdot \left(19,5 - \frac{25}{2}\right) = 1039,02 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{1039,02}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}} \right] = 0,28 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$0,28 < 0,628 \cdot 19,5$$

0,28 < 12,25 cm, a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[ \frac{1039,02}{19,5 - 0,4 \cdot 0,28} + 0,2835 \right] = 1,24 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

Para -M'xd, com momento fletor igual a 5605,6 kN.cm/m, encontrou-se a seguinte taxa de armadura:

$$M_{sd} = 5605,6 - 0,6175 \cdot \left(19,5 - \frac{25}{2}\right) = 5601,28 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{5601,28}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}} \right] = 1,53 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$1,53 < 0,628 \cdot 19,5$$

1,53 < 12,25 cm, a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[ \frac{5601,28}{19,5 - 0,4 \cdot 1,53} + 0,2835 \right] = 6,82 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para +M<sub>xd</sub>, com momento fletor igual a 3676,4 kN.cm/m, encontrou-se a seguinte taxa de armadura:

$$M_{sd} = 3676,4 - 0,6175 \cdot \left( 19,5 - \frac{25}{2} \right) = 3672,08 \text{ kN.cm/m}$$

$$x = 1,25 \cdot 19,5 \cdot \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{3672,08}{0,425 \cdot 100 \cdot 19,5^2 \cdot 2,857}} \right] = 0,99 \text{ cm}$$

$$x < x_{34} = 0,628d$$

$$0,99 < 0,628 \cdot 19,5$$

0,99 < 12,25 cm, a armadura será simples.

$$A_s = \frac{1}{43,48} \cdot \left[ \frac{3672,08}{19,5 - 0,4 \cdot 0,99} + 0,2835 \right] = 4,43 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Logo, usar-se-á:  $A_{smin} = 5,0 \text{ cm}^2/\text{m}$

### 3.5 Métodos dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (M.E.F.) é uma opção aos Métodos Analíticos Clássicos, sua vantagem é que pode ser aplicado a qualquer modelo, até os que apresentam grau e complexidade maior. Possibilitando a utilização pela generalidade dos projetos estruturais, objetiva soluções aproximadas para casos regidos por equações diferenciais que podem ser calculadas pelas Equações 7 e 8.

O método parte do princípio de particionar a estrutura em parte com menor complexidade, tornando sua forma geométrica simples e facilitando a solução da equação diferencial. Para obtenção de resultados é realizada a discretização do modelo em várias partes retangulares, as quais têm soluções simples e conhecidas. Onde cada parte retangular que foi dividida é conhecida como elemento, os vértices desses elementos são conectados por pontos, que são chamados de nós.

Por meio de *softwares* como o *ANSYS* (2015), cada vez mais esse método é requerido para a solução de estruturas, seu objetivo é a análise o comportamento do elemento, assim designa-se a determinar o estado de tensões e de deformações que apresenta o sólido de geometria arbitrária o qual sofre influência das ações exteriores. O software *ANSYS* (2015) é um programa de elementos finitos para modelamento numérico que pode ser utilizado para análises estruturais. O programa foi utilizado no presente trabalho com o objetivo de comparar os valores de momento fletor encontrados através dos métodos convencionais de cálculo e os obtidos por meio do modelamento numérico de elementos finitos, onde as tensões e deformações foram analisadas.

### **3.5.1 Pré-processamento**

A análise de Elementos Finitos foi dividida em etapas fundamentais para a confecção do modelo. O pré-processamento é a etapa onde são determinados os principais parâmetros de entrada para definição do problema antes da simulação, incluindo a criação da geometria, definição de propriedades do material, seleção de elementos e aplicação da malha.

#### **3.5.1.1 Tipo de elemento e propriedade do material**

Para a análise estrutural do protótipo foi utilizado SOLID45, este é um elemento utilizado quando a estrutura é sólida e modelada tridimensionalmente. O elemento escolhido apresenta oito nós e três graus de liberdade por nó, sua rotação ocorre ao longo dos eixos X, Y e Z, enquanto sua transação ocorre ao longo dos eixos X, Y e Z.

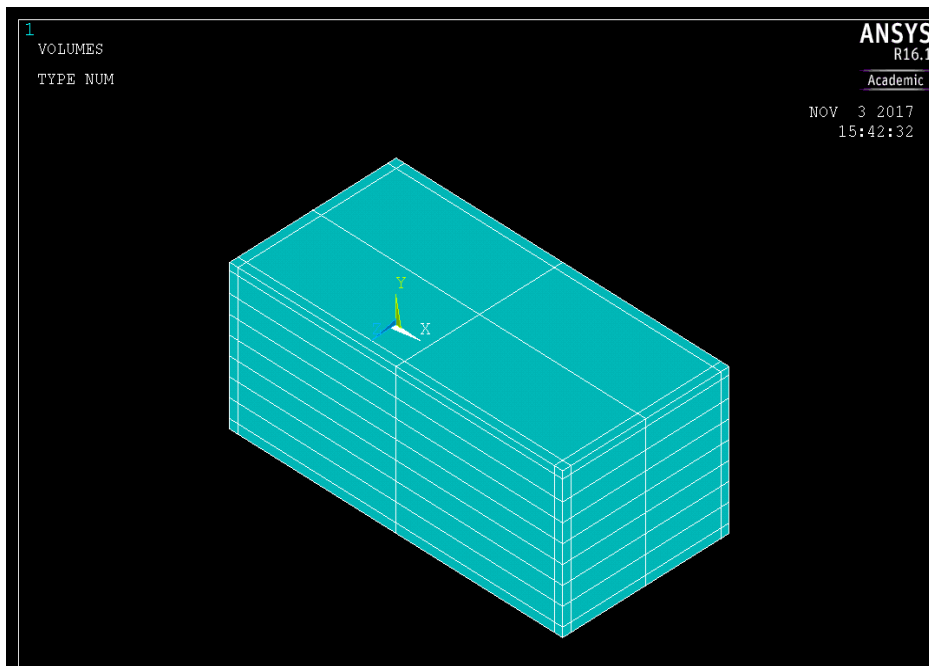
Seguindo as normativas vigentes determinou-se que no reservatório seria utilizado concreto com 40 MPa, sendo as propriedades mecânicas referentes ao material que é constituído, tem-se o Módulo de Elasticidade  $E = 42.501,01$  MPa e Coeficiente de Poisson  $\nu = 0,20$ .

### 3.5.1.2 Geometria da estrutura

A geometria do reservatório retangular foi criada de acordo com as dimensões propostas anteriormente, onde possuem 5 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura, as paredes e o fundo que constituem a estrutura possuem 0,25 m de espessura e a tampa 0,20 m, lançadas através de coordenadas. Considerando o modelo um elemento tridimensional sólido.

Para facilitar a visualização dos nós, em lugares específicos, as placas foram divididas no centro, nos eixos X, Y e Z, assim com as placas das paredes foram demarcadas a cada 50 cm para posterior aplicação de cargas. A Figura 56 mostra a geometria do volume modelado no *software*.

**Figura 56 – Modelo numérico tridimensional**



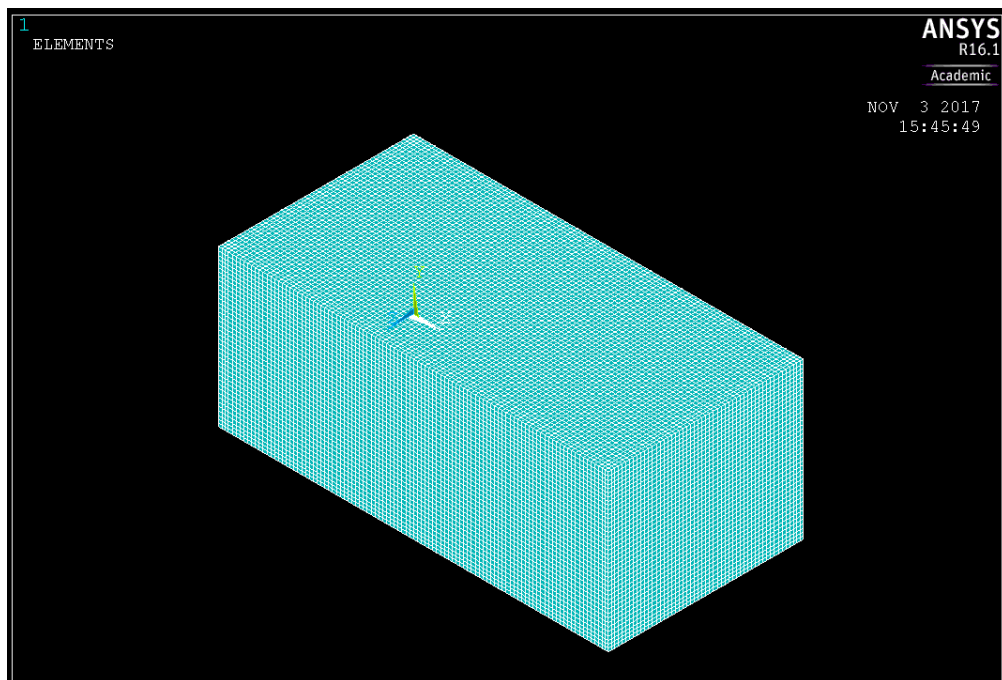
Fonte: Autora, extraído do ANSYS.



### 3.5.1.3 Discretização da estrutura

A formação de uma malha se denomina discretização, desta forma é estabelecida a dimensão dos elementos empregados, as dimensões devem ser verificadas através de análises de convergência para refinar o tamanho do elemento que deve ser suficiente para que se obtenha uma análise com resultados satisfatórios. Assim, a malha tridimensional utilizada apresenta elementos quadrados com dimensões de 10 cm, aplicada em toda a estrutura, podendo ser observado na Figura 57.

**Figura 57 – Distribuição da malha**

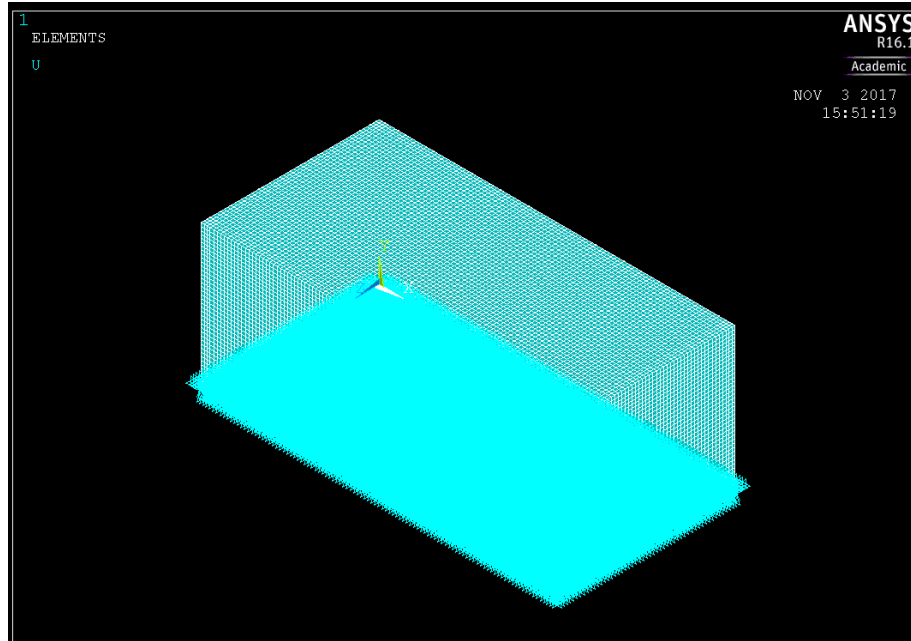


Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

## 3.5.2 Processamento

### 3.5.2.1 Condições de contorno

Determinou-se que a condição de contorno de suporte para a placa de fundo, que fica em contato direto com o solo, será engastado. O engastamento pode ser visualizado na Figura 58.

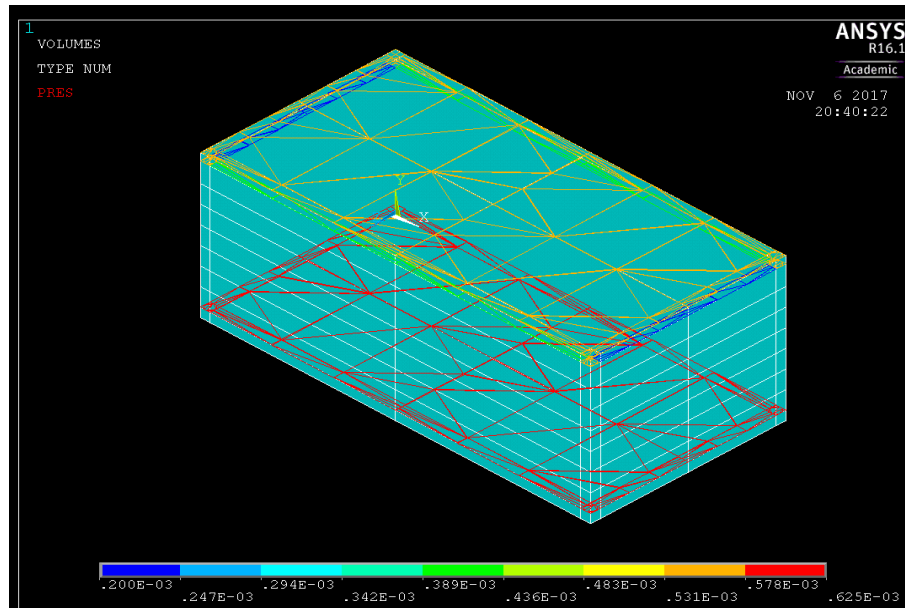
**Figura 58 – Condição de contorno engastada**

Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

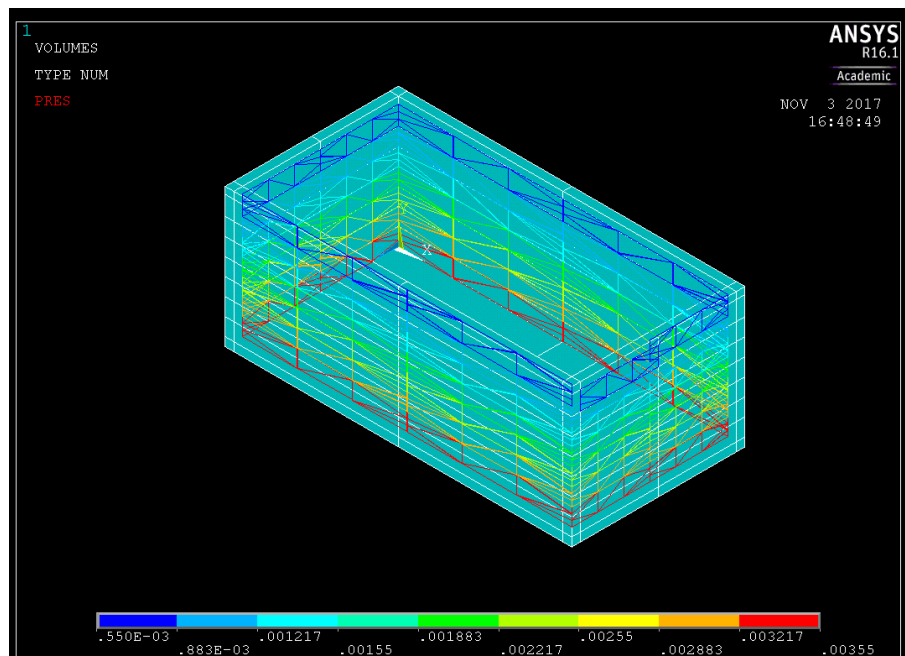
### 3.5.2.2 Atribuição de cargas

Optou-se pela análise separada dos elementos estruturais do reservatório, isto é, foram realizadas duas simulações. No primeiro momento carregou-se a tampa considerando o seu peso próprio e a carga variável de utilização, totalizando um valor de  $5,50 \text{ kN/m}^2$  e no fundo com o restante do peso próprio que atuam na estrutura, mensurado em  $24,62 \text{ kN/m}^2$ , podendo ser observado na Figura 59.

Após, realizou-se a segunda simulação, onde as cargas da pressão hidrostática, oriunda do efeito da água em contato com as paredes, foram atribuídas e aplicadas na face interna dessas. A intensidade da força é inversamente proporcional à altura, ou seja, a força atuando na face onde a parede é adjacente ao fundo é máxima e vai diminuindo à medida que é aplicada em um local mais alto, o que resulta em um valor menor de carga na face próxima a tampa, essa variação de cargas pode ser analisada na Figura 60, por meio da variação de cores.

**Figura 59 – Aplicação de cargas na tampa e fundo**

Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

**Figura 60 – Aplicação de cargas nas paredes**

Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

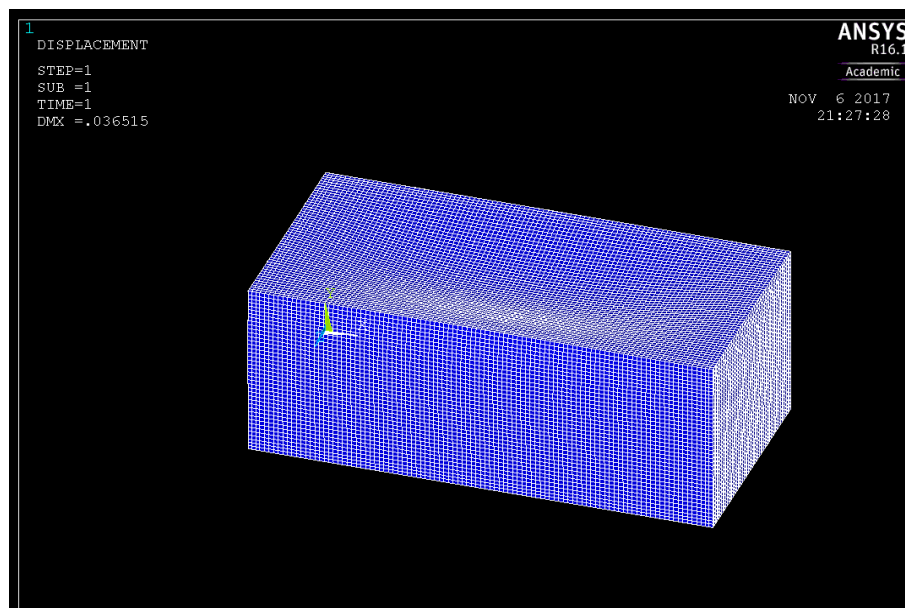
### 3.5.3 Pós- Processamento

Após aplicação das forças atuantes na estrutura realizou-se a simulação, logo os resultados e deformações puderam ser verificados, através das imagens, gráficos ou tabelas que o *software* gera.

#### 3.5.3.1 Deformações na estrutura

Pode-se observar nas Figuras 61 e 62 as deformações ocasionadas pelas cargas aplicadas na estrutura, sendo a primeira atribuída ao peso próprio e cargas acidentais atuantes, onde é visível a maior deformação no meio da placa de tampa, neste caso ocorre a flexão na placa.

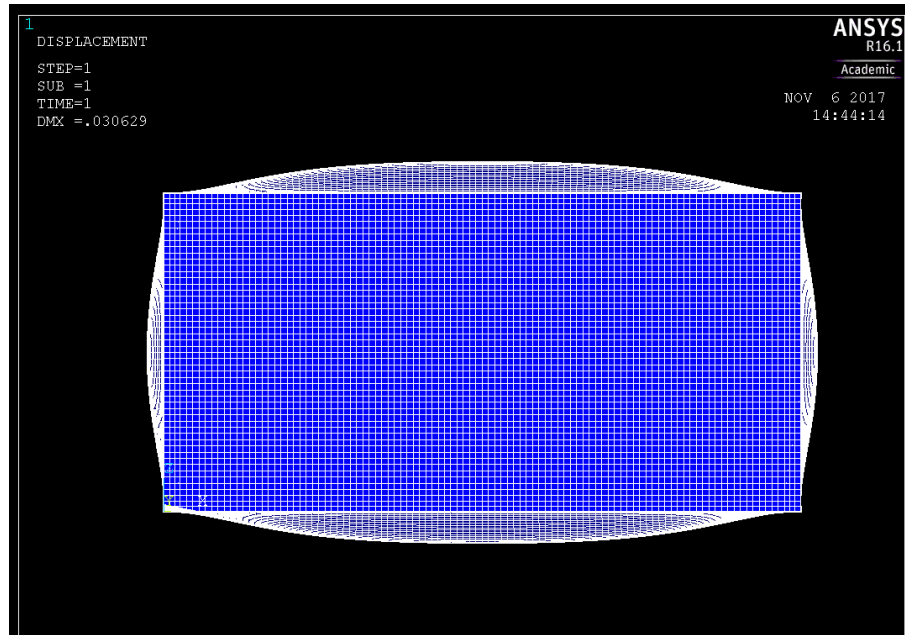
**Figura 61 – Deformações na tampa**



Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

A segunda imagem remete a deformação nas paredes devido a atuação da pressão hidrostática, que é a responsável pela flexão nas placas e a reação entre as paredes, que acarreta o efeito de tração.

**Figura 62 – Deformações nas paredes**



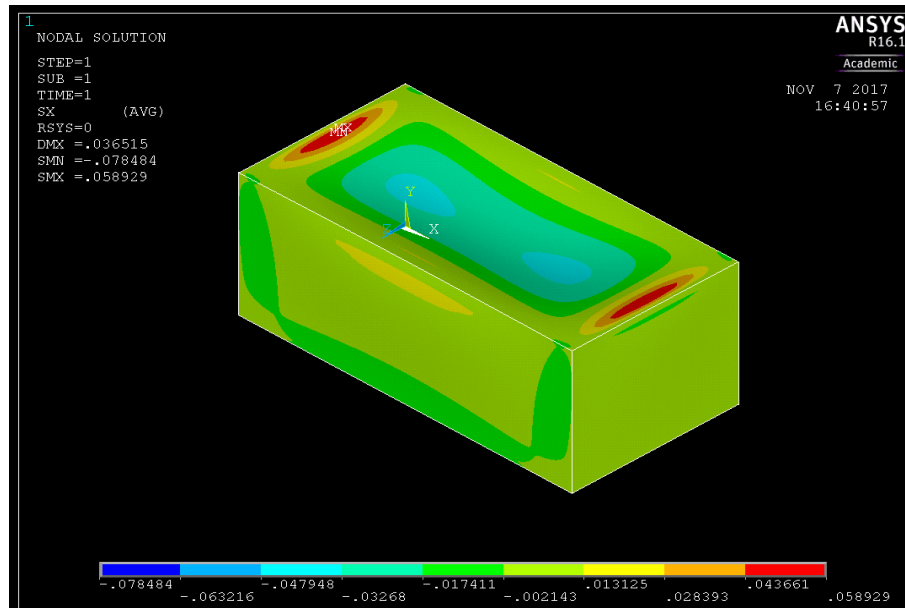
Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

### 3.5.3.2 Análise das tensões plotadas

Para análise das tensões utiliza-se uma escala progressiva de cores para destacar as variações dos valores sobre a geometria estudada. Nas Figuras 63 a 66 podem ser observadas que estão plotadas faixas de tensão na estrutura que foi submetida a duas simulação com diferentes carregamentos. O resultado da análise estrutural tem suas variações demonstradas em uma barra colorida abaixo do modelo, que mostra a correspondência entre as cores e a variação de tensão na peça.

Na Figura 63 estão expostos os espectros de cores referente as tensões normais originadas devido a aplicação das cargas de peso próprio na estrutura, percebe-se que no centro da tampa as tensões possuem grandesa maior, pode-se observar também que as tensões nas arestas engastadas, entre as paredes e parede e fundo, representadas pela cor verde, apresentam um valor maior em relação ao restante da placa.

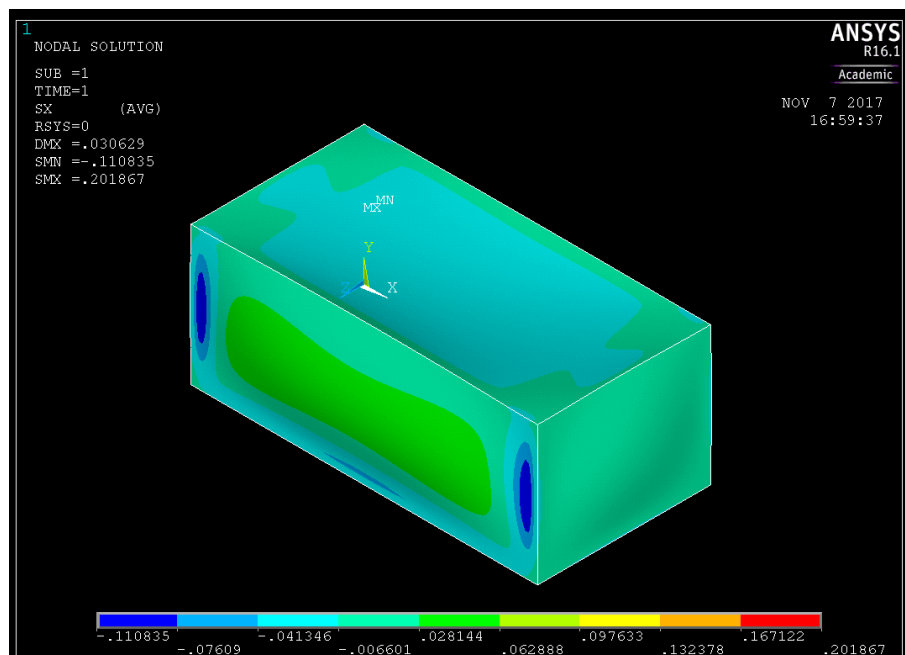
**Figura 63 – Tensões normais referentes ao peso próprio**



Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

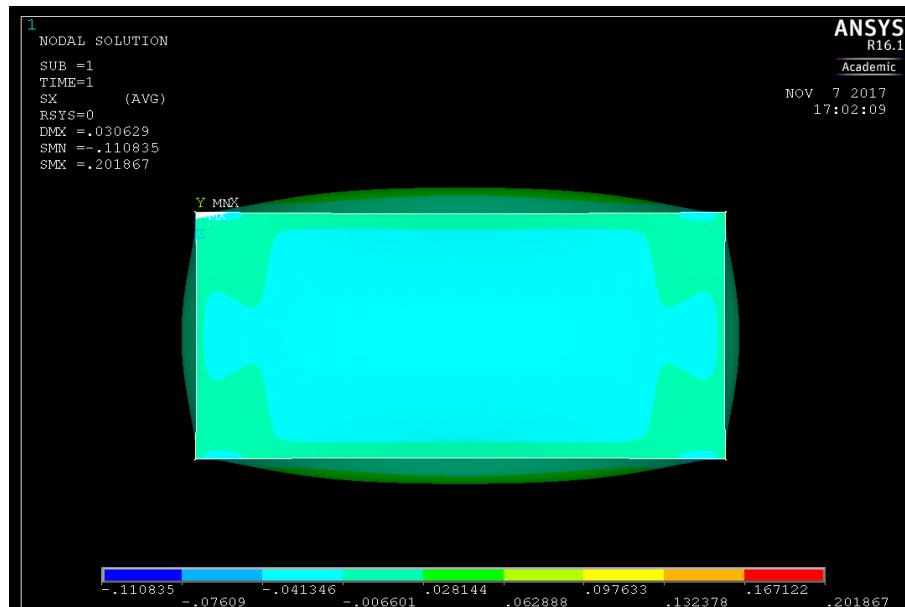
As Figuras 64 a 66 demonstram as tensões normais oriundas da aplicação de cargas referentes à pressão hidrostática nas paredes, percebe-se que as maiores tensões se encontram nos engaste entre as placas de parede.

**Figura 64 – Tensões normais referentes à pressão hidrostática**



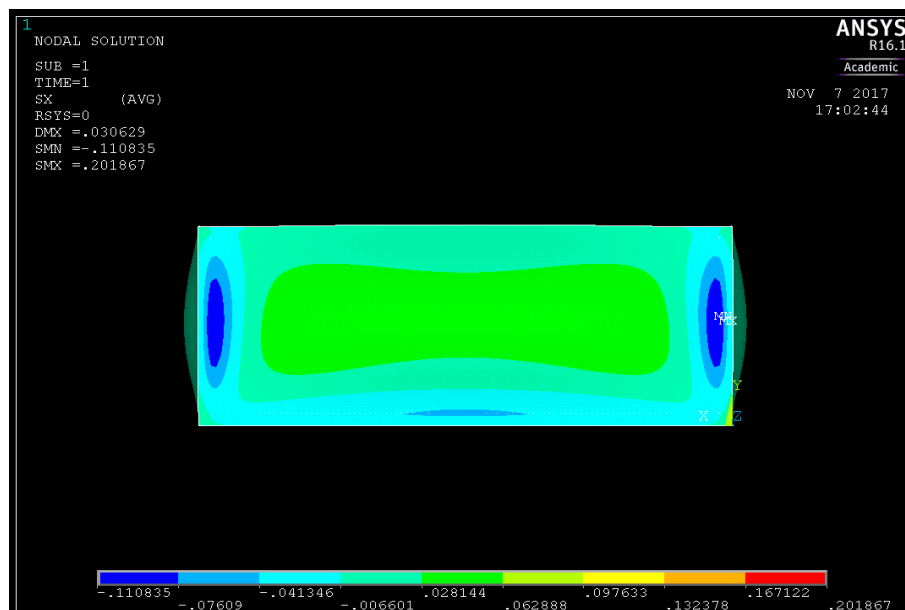
Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

**Figura 65 – Tensões normais referentes à pressão hidrostática, vista superior**



Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

**Figura 66 – Tensões referentes à pressão hidrostática, vista frontal**



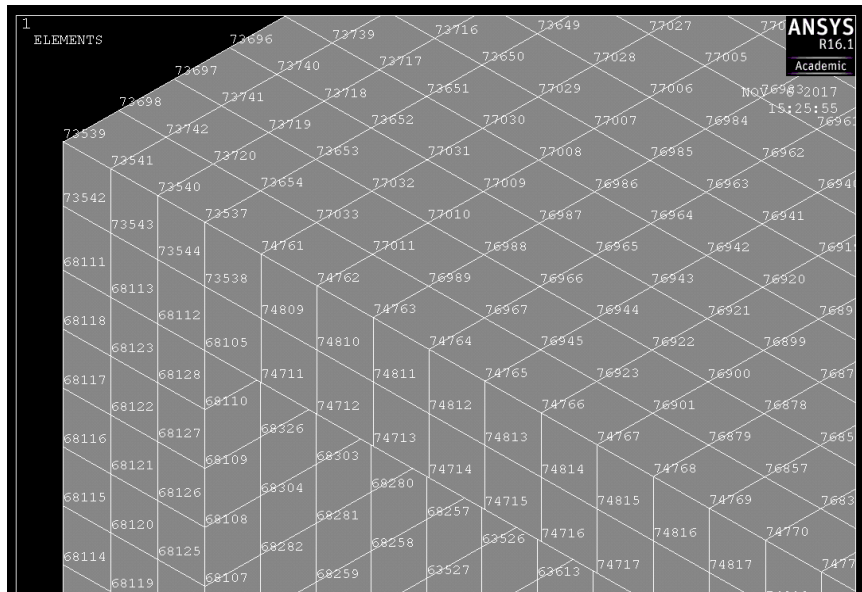
Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

### 3.5.3.3 Obtenção dos valores de tensão

Os valores das tensões foram obtidos através do deslocamento nos nós, para que esses valores fossem conhecidos a estrutura foi seccionada na posição e no eixo pretendido para análise e os números referentes aos nós externos e internos

anotados, conforme Figura 67. Através deste número é conhecido o valor da tensão em cada ponto, pois estes estão elencados em uma lista gerada pelo programa, onde são determinados valores diferentes para cada eixo referente ao nó, logo é fundamental determinar o eixo que será analisado.

**Figura 67 – Nós selecionados para obtenção das tensões**



Fonte: Autora, extraído do ANSYS.

Conhecido os valores das tensões em cada nó, os valores foram substituídos na equação abaixo, com o auxílio do *Microsoft Office Excel*, assim foi possível determinar as solicitações de Força Normal, Momento fletor e Força cortante nas placas do reservatório, as tabelas com os valores podem ser consultadas nos apêndices do presente trabalho.

$$\sigma = \frac{M.e}{I} + \frac{N}{A} \quad (52)$$

Onde:

$\sigma$  = Tensão (kN/cm<sup>2</sup>);

M = momento fletor (kN.m/m);

N = força normal (kN/m);

A = área do elemento, para tampa;

I = inércia (m<sup>4</sup>);



$e$  = eixo teórico das placas (m).

Consideraram-se os seguintes valores para obtenção dos resultados das solicitações na tampa:  $A= 0,02 \text{ m}^2$ ,  $I = 6,6 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ ,  $e = 0,10 \text{ m}$ . Como paredes e fundo possuem mesma espessura os valores utilizados foram os mesmos:  $A= 0,025 \text{ m}^2$ ,  $I = 1,3 \times 10^{-3} \text{ m}^4$ ,  $e = 0,125 \text{ m}$ . Os valores de tensão de momento fletor e força normal foram determinados através dos valores encontrados na listagem que o programa disponibiliza após a simulação.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Resultados obtidos pelos Métodos Clássicos

Nas tabelas a seguir serão apresentados os valores obtidos com o desenvolvimento analítico dos Métodos Clássicos.

As Tabelas 10 e 11 apresentam valores das solicitações de reação de apoio e momentos fletores compatibilizados respectivamente, referentes a cada elemento do reservatório, pois estes foram analisados individualmente e calculados com o auxílio das tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro (1994). A Tabela 12 refere-se aos valores de força normal de tração que agem sobre as paredes e o fundo da estrutura, seguindo os parâmetros e equações sugeridas por Montoya; Meseguer; Cabré (2000).

**Tabela 10 – Reações de apoio**

Elementos	Reações de apoio (kN/m)			
	V'x	Vx	V'y	Vy
Tampa	13,06	-	6,53	-
Parede 1 e 2	21,40	12,36	14,19	-
Parede 3 e 4	14,07	8,11	14,19	-
Fundo	58,47	-	29,24	-

Fonte: Autora.

**Tabela 11 – Momentos fletores**

Elementos	Momentos fletores (kN.m/m)			
	-M'x	+Mx	-M'y	+My
Tampa	-	3,92	-	15,51
Parede 1 e 2	40,04	15,10	17,40	5,26
Parede 3 e 4	27,14	7,94	17,40	6,32
Fundo	40,04	26,26	27,14	7,65

Fonte: Autora.

**Tabela 12 – Força normal de tração**

Elementos	Força normal de tração (kN/m)	
	Parede	Fundo
Parede 1 e 2	20,77	30,25
Parede 3 e 4	25,29	44,11

Fonte: Autora.

Objetivando explicar o assunto, foram calculados os valores de área de aço necessários para o caso em análise. Logo, a Tabela 13 apresenta os valores encontrados para taxa de armadura, onde  $A_{S,CAL}$  é a área de aço resultante das equações,  $A_{S,DET}$  refere-se a taxa que será utilizada na estrutura, não podendo ser menor que a taxa mínima calculada, no caso,  $A_{S,MIN} = 5,25 \text{ cm}^2/\text{m}$ , logo pode-se observar que a maior parte da armadura será mínima, com exceção dos momentos negativos em x na tampa e no fundo, que apresentaram esforços de solicitação maior que os demais. A  $A_{S,EFE}$  refere-se a área real de armadura, encontrada no ANEXO G, não podendo ser menor  $A_{S,DET}$ . Na última coluna estão presentes os valores das bitolas e espaçamentos de acordo com a taxa de armadura efetiva a ser usada.

**Tabela 13 – Áreas de aço**

Elemento	Áreas de aço				Diâmetro da barra
	Momentos	$A_{S,CAL}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{S,DET}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{S,EFE}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$\phi$ (mm)
Tampa	+ Mx	0,87	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	+ My	3,59	5,0	5,25	6,3 c/ 6
Parede 1 e 2	- M'x	6,90	6,90	7,14	8,0 c/ 12
	+ Mx	2,49	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	- M'y	2,92	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	+ My	0,83	5,0	5,25	6,3 c/ 6
Parede 3 e 4	- M'x	4,54	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	+ Mx	1,31	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	- M'y	2,92	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	+ My	1,05	5,0	5,25	6,3 c/ 6
Fundo	- M'x	6,82	6,82	7,14	8,0 c/ 12
	+ Mx	4,43	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	- M'y	4,58	5,0	5,25	6,3 c/ 6
	+ My	1,24	5,0	5,25	6,3 c/ 6

Fonte: Autora.

## 4.2 Resultados obtidos pelo Método dos Elementos finitos

A Tabela 14 apresenta os valores de momentos fletores máximos e mínimos, obtidos com simulações de modelamento numérico do protótipo no ANSYS (2015), programa de Elementos Finitos. Os momentos fletores nos demais pontos podem ser observados nos apêndices presentes no trabalho.

**Tabela 14 – Momentos fletores**

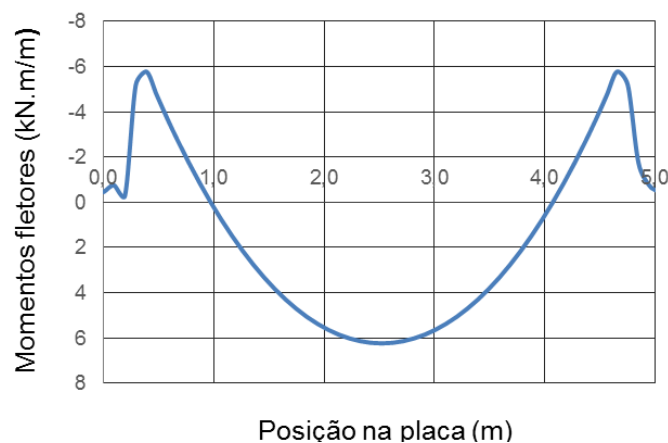
Elementos	Momentos fletores – ANSYS (kN.m/m)			
	-M'x	+Mx	-M'y	+My
Tampa	-5,78	6,24	-4,20	2,27
Parede 1 e 2	-24,83	15,64	-14,10	5,22
Parede 3 e 4	-15,63	9,20	-13,94	7,19
Fundo	-0,009	0,67	-0,171	0,016

Fonte: Autora.

### 4.2.1 Diagramas de momentos fletores

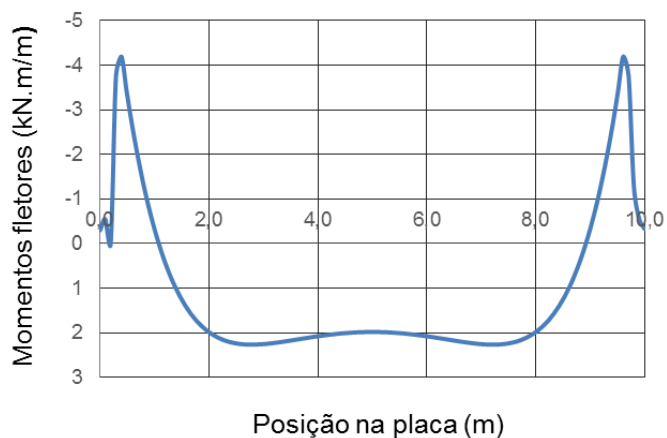
Os diagramas de momentos fletores em função do deslocamento foram traçados com os valores obtidos através dos resultados das tensões em cada nó, de acordo com a seção em analisada para cada placa. Desta forma, os diagramas são demonstrados nas Figuras 68 a 75 onde podem ser visualizados os diferentes comportamentos dos momentos fletores em cada elemento do reservatório.

**Figura 68 – Diagrama de momentos fletores na tampa – Eixo vertical**



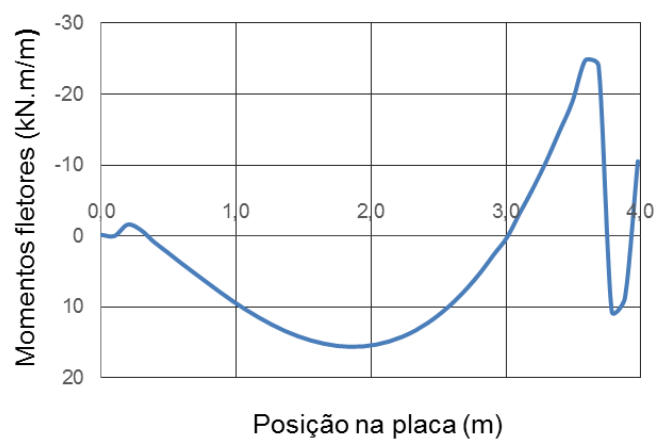
Fonte: Autora.

**Figura 69 – Diagrama de momentos fletores na tampa – Eixo horizontal**



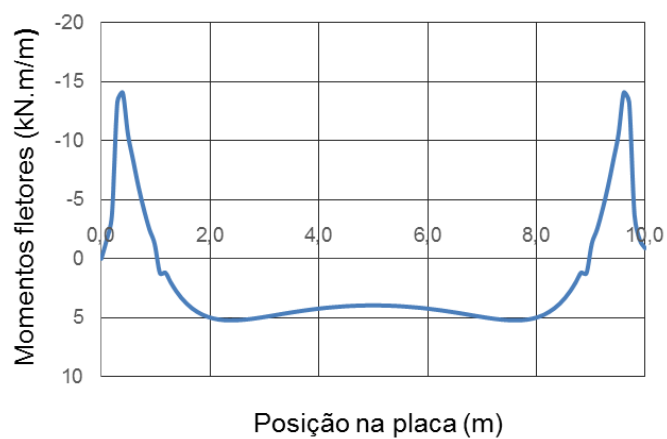
Fonte: Autora.

**Figura 70 – Diagrama de momentos fletores nas paredes 1 e 2 – Eixo vertical**



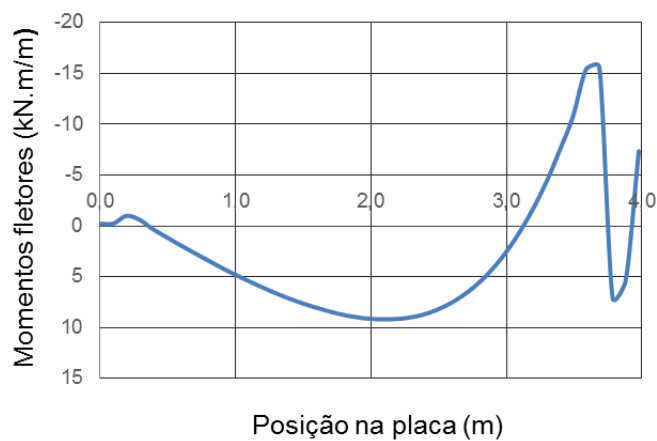
Fonte: Autora.

**Figura 71 – Diagrama de momentos fletores nas paredes 1 e 2 – Eixo horizontal**



Fonte: Autora.

**Figura 72 – Diagrama de momentos fletores nas paredes 3 e 4 – Eixo vertical**



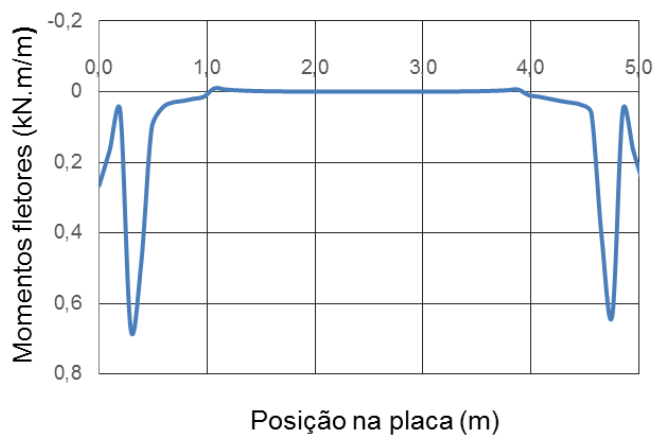
Fonte: Autora.

**Figura 73 – Diagrama de momentos fletores nas paredes 3 e 4 – Eixo horizontal**



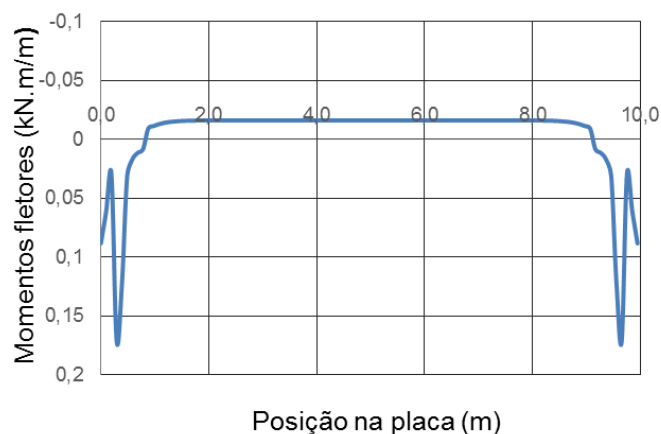
Fonte: Autora.

**Figura 74 – Diagrama de momentos fletores no fundo – Eixo vertical**



Fonte: Autora.

**Figura 75 – Diagrama de momentos fletores no fundo – Eixo horizontal**



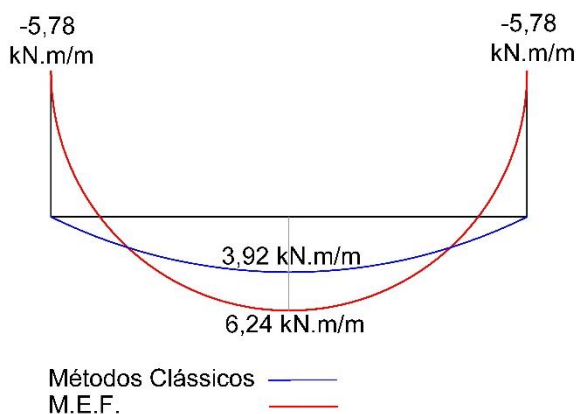
Fonte: Autora.

### 4.3 Análises e comparações dos resultados

Objetiva-se aqui, comparar os valores de momentos fletores encontrados através dos Métodos Clássicos e Método dos Elementos Finitos. Optou-se em analisar a tampa e as paredes do protótipo, comparando o comportamento e os resultados obtidos pelos dois métodos nestes elementos da estrutura. Os diagramas estão representados nas Figuras de 76 a 80.

Observando as Figuras 76 e 77, nota-se que os diagramas do Método clássico não apresentam momento fletor negativo no engaste, diferente do diagrama do M.E.F., está discrepância se dá pelo fato do primeiro considerar a tampa como um elemento apoiado e o segundo considera o elemento engastado em todas as extremidades.

**Figura 76 – Diagramas de momento fletor na tampa - Eixo vertical - Mx**



Fonte: Autora.

Na Tabela 15, percebe-se a variação entre os momentos fletores no centro da placa relacionados ao eixo vertical, há uma disparidade de 59,18 % a mais no momento fletor positivo máximo obtido pelo M.E.F. do que o valor referente ao Método Clássico, pelo fato dos Métodos dos Elementos finitos a estrutura um conjunto, logo a tampa terá reações devido à trabalhabilidade de toda a estrutura.

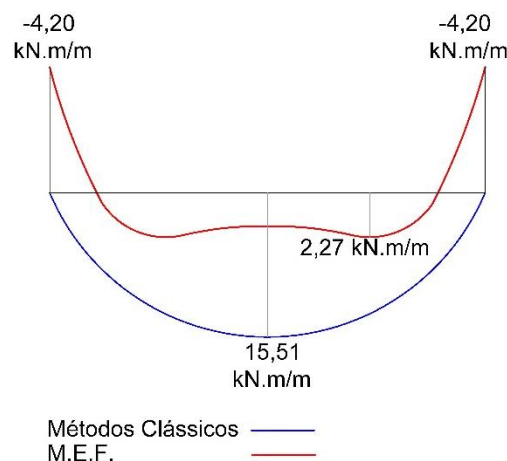
**Tabela 15 – Momentos fletores na tampa - Eixo vertical - Mx**

Momentos fletores máximos	Métodos Clássicos	Métodos Elementos Finitos	Variações (%)
Engaste	0	- 5,78 kN.m/m	578 %
Centro	3,92 kN.m/m	6,24 kN.m/m	59,18 %

Fonte: Autora.

Ao analisar a Figura 77, percebe-se que há uma variação na forma do diagrama do M.E.F., que também se justifica pelo fato da estrutura ser considerada um conjunto, após o carregamento das forças, o elemento sofre uma deformabilidade, a qual pode ser vista no diagrama. Ao analisar os diagramas, observa-se que o momento fletor positivo máximo no centro da placa é menor nos M.E.F., ocorrendo uma variação de 85,36% a menos que no Método Clássico, demonstrada na Tabela 16. Pois, neste caso, em que a placa é engastada há um alívio das tensões no centro da placa.

**Figura 77 – Diagramas de momento fletor na tampa - Eixo horizontal - My**



Fonte: Autora.

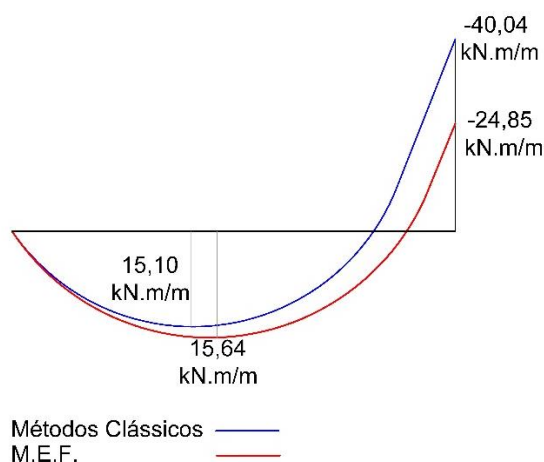


**Tabela 16 – Momentos fletores na tampa - Eixo horizontal - My**

Momentos fletores máximos	Métodos Clássicos	Métodos Elementos Finitos	Variações (%)
Engaste	0	- 4,20 kN.m/m	420 %
Centro	15,51 kN.m/m	2,27 kN.m/m	-85,36 %

Fonte: Autora.

O diagrama toma uma forma diferente dos anteriores na Figura 78, observa-se que o momento fletor no engaste é maior no Método Clássico e o valor para o M.E.F. é 37,49% menor. Enquanto no momento positivo ocorre o contrário, o Método clássico apresenta um valor menor, de acordo com a Tabela 17 a variação entre os dois métodos tem 3,58 % de disparidade. Pelo fato, que ao dimensionar a estrutura utilizando os métodos analíticos, consideram-se os elementos isolados, com engastamento perfeito entre as placas, o que não ocorre na prática. Enquanto que o M.E.F. identifica este tipo de comportamento, logo seus resultados são mais próximos do comportamento real. O valor elevado do momento no engaste justifica-se também pela compatibilização dos momentos nas arestas engastadas, fazendo com que ocorra um aumento excessivo no valor da placa que possui o menor momento fletor negativo.

**Figura 78 – Diagramas de momento fletor nas paredes 1 e 2 – Eixo vertical – Mx**

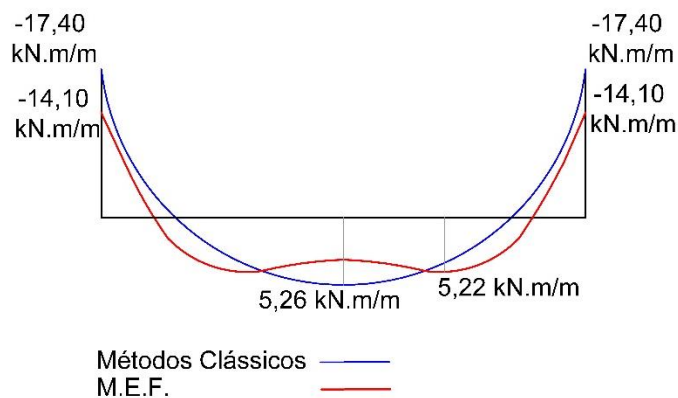
Fonte: Autora.

**Tabela 17 – Momentos fletores nas paredes 1 e 2 - Eixo vertical - Mx**

Momentos fletores máximos	Métodos Clássicos	Métodos Elementos Finitos	Variações (%)
Engaste	-40,04 kN.m/m	- 24,85 kN.m/m	-37,94 %
Centro	15,10 kN.m/m	15,64 kN.m/m	3,58 %

Fonte: Autora.

Em relação à Figura 79, esta segue os mesmos princípios da Figura 78, onde o M.E.F. não considera o engaste perfeito, chegando desta forma de um valor mais próximo do real. Comparando os resultados apresentados na Tabela 18, observa-se que o momento fletor negativo no engaste, obtido através dos Métodos Clássicos, resultou maior que aquele obtido pelo M.E.F., aproximadamente 18,96%, assim como no momento positivo no centro da placa, que também resultou maior que o M.E.F., com uma variação pequena de aproximadamente 0,76%.

**Figura 79 – Diagramas de momento fletor – parede 1 e 2 – Eixo horizontal - My**

Fonte: Autora.

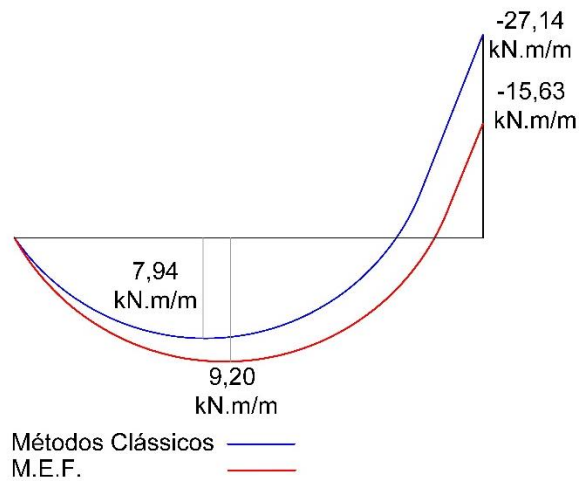
**Tabela 18 – Momentos fletores nas paredes 1 e 2 - Eixo horizontal - My**

Momentos fletores máximos	Métodos Clássicos	Métodos Elementos Finitos	Variações (%)
Engaste	-17,40 kN.m/m	- 14,10 kN.m/m	-18,96 %
Centro	5,26 kN.m/m	5,22 kN.m/m	0,76 %

Fonte: Autora.

Analisando-se as paredes 3 e 4 percebe-se o mesmo comportamento nas paredes 1 e 2, tanto no sentido vertical como no horizontal, onde o menor valor de momento no engaste é o do M.E.F, conforme Tabela 19, em que valor excede 29,40% do encontrado com o Método Clássico. Entretanto, para os resultados dos momentos positivos do Método dos Elementos Finitos, as tensões no centro da placa em análise terão a influência das placas laterais, paredes 1 e 2, que possuem dimensões maiores, logo o valor de momento fletor positivo será maior, com variação de 15,87 % a mais que o Método Clássico.

**Figura 80 – Diagramas de momento fletor – parede 3 e 4 – Eixo vertical – Mx**



Fonte: Autora.

**Tabela 19 – Momentos fletores nas paredes 3 e 4- Eixo vertical - Mx**

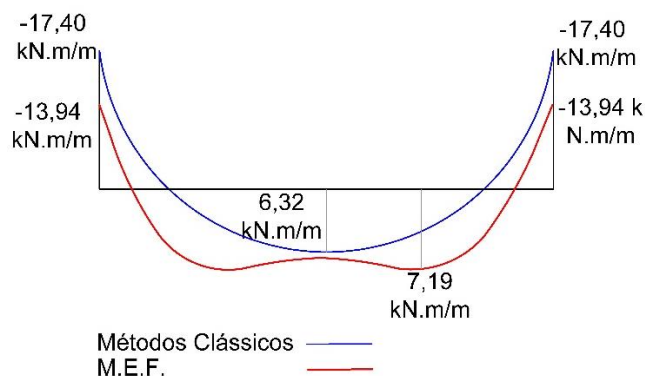
Momentos fletores máximos	Métodos Clássicos	Métodos Elementos Finitos	Variações (%)
Engaste	-22,14 kN.m/m	- 15,63 kN.m/m	-29,40 %
Centro	7,94 kN.m/m	9,20 kN.m/m	15,87 %

Fonte: Autora.

A Figura 81 demonstra os diagramas encontrados através dos diferentes métodos, assim como o diagrama apresentado na Figura 80, onde o valor de engaste para o valor resultante do M.E.F. é menor que a do Método Clássico, com

diferença de 19,88 % de acordo com a Tabela 18. Devido ao M.E.F. considerar a estrutura como um todo, desta forma, as tensões no meio da placa serão maiores que para o outro método, o mesmo que ocorre na análise anterior, em vista disso, a variação das resultantes de momento fletor positivo aproxima-se de 13,76%.

**Figura 81 – Diagramas de momento fletor – parede 3 e 4 – Eixo horizontal - My**



Fonte: Autora.

**Tabela 20 – Momentos fletores nas paredes 3 e 4 - Eixo horizontal - My**

Momentos fletores máximos	Métodos Clássicos	Métodos Elementos Finitos	Variações (%)
Engaste	-17,40 kN.m/m	- 13,94 kN.m/m	-19,88 %
Centro	6,32 kN.m/m	7,19 kN.m/m	13,76 %

Fonte: Autora.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa procurou identificar diferentes teorias para o dimensionamento de reservatórios retangulares em concreto armado, estabelecendo critérios ao analisar e comparar os resultados provenientes de cada método.

Realizou-se através dos Métodos Clássicos a determinação das solicitações que agem na estrutura de um reservatório em concreto armado apoiado sobre o solo. Desta forma, foram estabelecidos os valores de Momentos fletores, Forças Normais e Reações de apoio, para fins de complementação do trabalho especificou-se as áreas de aço necessárias para o protótipo. A realização desta etapa foi embasada na Teoria das placas, onde cada elemento da estrutura é considerado como uma laje isolada. Utilizaram-se os valores propostos nas tabelas de Bares adaptadas por Pinheiro: 1994, referências sugeridas por Montoya; Meseguer; Cabré: 2000, assim como especificações da NBR 6118: 2014.

Com objetivo de comparar os resultados obtidos pelo método analítico, utilizou-se o *software* ANSYS: 2015, programa de elementos finitos para modelamento numérico que pode ser utilizado para análises estruturais. Por meio de modelagem do protótipo e simulações, obtiveram-se os valores das tensões nos nós, assim os valores das solicitações em cada ponto foram determinados.

Com base nas análises realizadas podem-se apresentar a seguintes conclusões, ao comparar os valores de momentos fletores para tampa e paredes, obtidos pelos dois métodos, percebe-se que os resultados encontrados são diferentes, pelo fato, que os métodos analíticos consideram as solicitações em placas isoladas, isto é, sem levar em conta a influência dos demais elementos, ao contrário do que é feito no programa.

Constatou-se um comportamento diferente nos engastes, onde os valores dos momentos fletores negativos do Método Clássico chegaram a exceder 37,94 % em relação ao outro método, visto que o M.E.F. não considera o engastamento perfeito, fazendo com que seus resultados se aproximem do que realmente acontece. A maior variação se evidencia no momento fletor positivo na tampa pelo método analítico, com 85,36 % a mais. Pois, esta considera a tampa como uma laje apoiada, enquanto que para o M.E.F. todas as placas são engastadas entre si.

Desta forma, o Método dos Elementos Finitos para obtenção das solicitações de momentos fletores de reservatórios retangulares em concreto armado, mostra-se mais apropriado, pois considera a estrutura como um conjunto, e não por partes desmembradas. Tratando, assim, de uma estrutura única, comum aos mesmos carregamentos, em que cada elemento da estrutura influencia o comportamento das partes adjacentes, desta forma, identificando as solicitações mais próximas do comportamento real.

Com as análises e resultados obtidos, torna-se possível sugerir para futuros trabalhos: a verificação das taxas de armadura para solicitações encontradas através de análises numéricas pelo Método dos Elementos Finitos, com o objetivo de aumentar a confiabilidade dos resultados obtidos. Propõe-se também que sejam realizadas análises para reservatórios enterrados que tenham a ação do empuxo d'água decorrente do nível de lençol freático presente no solo.

A realização deste trabalho proporcionou uma experiência enriquecedora, ao agregar conhecimento na área de estruturas, a qual permitiu um contato com programa de análises numéricas, proporcionando o desenvolvimento e crescimento na área estudada.

## REFERÊNCIAS

- ANSYS 16.1, *Reference Manual*. Swanson Analysis Systems, Inc., 2015.
- ARAÚJO, J. M. *Curso de Concreto Armado*. v. 1, 4.ed, Rio Grande, Dunas, 2014a.
- \_\_\_\_\_. *Curso de Concreto Armado*. v. 2, 4.ed, Rio Grande, Dunas, 2014b.
- \_\_\_\_\_. *Curso de Concreto Armado*. v. 4, 4.ed, Rio Grande, Dunas, 2014c.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 5626: Instalação Predial de água fria*. Rio de Janeiro, 1998.
- \_\_\_\_\_. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.
- \_\_\_\_\_. *NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, 1980.
- \_\_\_\_\_. *NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro, 2013.
- \_\_\_\_\_. *NBR 12655: Concreto de cimento Portland – Preparo, controle, recebimento e aceitação – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2015.
- CAMACHO, J. S. *Notas de aula - Curso de concreto armado: Estudo de lajes – UNESP, Ilha Solteira – SP*, 2004.
- COSTA, F. O. *Projetos estruturais de reservatórios paralelepípedicos de concreto armado moldados in loco*. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998.
- DONIN, Christian. *Notas de aula – Estrutura de Concreto Armado I – UNISC, Santa Cruz do Sul – RS*, 2015a.
- DONIN, Christian. *Notas de aula – Estrutura de Concreto Armado II – Lajes, UNISC, Santa Cruz do Sul – RS*, 2015b.
- DONIN, Christian. *Notas de aula – Projeto de estrutura de Concreto Armado – Reservatórios de edifícios, UNISC, Santa Cruz do Sul – RS*, 2016.
- FUSCO, Péricles Brasiliense. *Técnicas de Armar estruturas em concreto armado* São Paulo, PINI, 1995.
- GUERRIN, R. C. Lavour, *Tratado de Concreto Armado – Reservatórios, caixas da água, piscina*, v. 5, São Paulo, Hermus, 2003.
- KIRBY, R.S. *Engineering in history*. New York. McGraw-Hill, 1956.

KUEHN, Adriana, *Comparação entre métodos de análise estrutural para reservatórios retangulares de concreto armado*, Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro, 1978.

MONTOYA, P.J.; MESEGUER, A. G.; CABRE, F. M., (1973). *Hormigon armado*. 14. ed. Barcelona, Gustavo Gili, 2000.

PINHEIRO, L. M. *Concreto armado: tabelas e ábacos*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, Departamento de Engenharia de Engenharia de Estruturas, 1994.

TELES, P.C.S. *História da engenharia no Brasil (século XVI a XIX)*. 2v. São Paulo, Livros Técnicos e Científicos, 1984.

TEIXEIRA, R.L. *Considerações para projeto de reservatórios paralelepípedicos*. São Carlos, EESC-USP, 1993.

RAMOS, João Miguel Giesta, *Análise e dimensionamento de Reservatórios semienterrados circulares de Betão armado pré-esforçado*, Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2009/2010 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2010.

ROCHA, A.M. *Novo curso prático de concreto armado*. Editora Científica. Rio de Janeiro, 1974.

VASCONCELOS, Zelma Lamaneres, *Critério para o projeto de reservatórios paralelepípedicos elevados de concreto armado*, Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1998.



### APÊNDICE A - Solicitações na tampa no eixo vertical - ANSYS

Posição (m)	Tensão externa Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão interna Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Momento Fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor Sz (kN.m/m)	Tensão - Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante Sx (kN/cm)
0,0	0,0092	-0,0044	0,0024	0,0068	-0,4512	0,0034	0,6883
0,2	-0,0089	0,0000	0,0045	0,0045	-0,2978	-0,0012	-0,2419
0,4	0,0820	-0,0915	0,0047	0,0868	-5,7835	0,0135	2,7092
0,6	0,0530	-0,0564	0,0017	0,0547	-3,6484	0,0075	1,4966
0,8	0,0242	-0,0273	0,0016	0,0258	-1,7193	0,0006	0,1242
1,0	-0,0014	-0,0017	0,0016	0,0002	-0,0110	-0,0058	-1,1514
1,2	-0,0237	0,0207	0,0015	0,0222	1,4805	-0,0115	-2,2996
1,4	-0,0429	0,0399	0,0015	0,0414	2,7604	-0,0166	-3,3128
1,6	-0,0590	0,0560	0,0015	0,0575	3,8337	-0,0209	-4,1840
1,7	-0,0721	0,0691	0,0015	0,0706	4,7050	-0,0245	-4,9066
1,9	-0,0822	0,0792	0,0015	0,0807	5,3783	-0,0274	-5,4750
2,1	-0,0893	0,0864	0,0015	0,0879	5,8569	-0,0294	-5,8842
2,3	-0,0936	0,0907	0,0015	0,0921	6,1430	-0,0307	-6,1312
2,5	-0,0951	0,0921	0,0015	0,0936	6,2382	-0,0311	-6,2138
2,7	-0,0936	0,0907	0,0015	0,0921	6,1430	-0,0307	-6,1312
2,9	-0,0893	0,0864	0,0015	0,0879	5,8569	-0,0294	-5,8842
3,1	-0,0822	0,0792	0,0015	0,0807	5,3783	-0,0274	-5,4750
3,3	-0,0721	0,0691	0,0015	0,0706	4,7050	-0,0245	-4,9066
3,5	-0,0590	0,0560	0,0015	0,0575	3,8337	-0,0209	-4,1840
3,7	-0,0429	0,0399	0,0015	0,0414	2,7604	-0,0166	-3,3128
3,9	-0,0237	0,0207	0,0015	0,0222	1,4805	-0,0115	-2,2996
4,1	-0,0014	-0,0017	0,0016	0,0002	-0,0110	-0,0058	-1,1514
4,3	0,0242	-0,0273	0,0016	0,0258	-1,7193	0,0006	0,1242
4,5	0,0530	-0,0564	0,0017	0,0547	-3,6484	0,0075	1,4966
4,6	0,0710	-0,0702	0,0004	0,0706	-4,7054	0,0122	2,4358
4,7	0,0820	-0,0915	0,0047	0,0868	-5,7835	0,0135	2,7092
4,8	0,0756	-0,0797	0,0020	0,0776	-5,1743	0,0120	2,3908
5,0	0,0092	-0,0044	0,0024	0,0068	-0,4512	0,0034	0,6883

Fonte: Autora.

### APÊNDICE B - Solicitações na tampa no eixo horizontal – ANSYS

Posição (m)	Tensão externa Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão interna Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Momento fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor Sx (kN.m/m)	Tensão Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante Sz (kN/cm)
0,0	0,0067	-0,0022	0,0022	0,0044	-0,2957	0,0017	0,3359
0,1	0,0163	0,0000	0,0082	0,0082	-0,5449	0,0030	0,5931
0,3	0,0546	-0,0584	0,0019	0,0565	-3,7677	0,0056	1,1243
0,4	0,0589	-0,0670	0,0040	0,0629	-4,1964	0,0052	1,0378
0,8	0,0194	-0,0228	0,0017	0,0211	-1,4050	-0,0115	-2,3066
1,2	-0,0071	0,0037	0,0017	0,0054	0,3608	-0,0286	-5,7206
1,6	-0,0226	0,0193	0,0017	0,0210	1,3968	-0,0439	-8,7868
2,0	-0,0308	0,0276	0,0016	0,0292	1,9493	-0,0570	-11,4094
2,4	-0,0345	0,0314	0,0015	0,0330	2,1971	-0,0678	-13,5664
2,8	-0,0354	0,0325	0,0015	0,0340	2,2645	-0,0782	-15,6462
3,2	-0,0347	0,0319	0,0014	0,0333	2,2221	-0,0844	-16,8760
3,6	-0,0336	0,0308	0,0014	0,0322	2,1486	-0,0889	-17,7800
4,0	-0,0325	0,0298	0,0014	0,0311	2,0742	-0,0920	-18,4090
4,4	-0,0316	0,0289	0,0013	0,0303	2,0167	-0,0940	-18,8044
4,8	-0,0311	0,0285	0,0013	0,0298	1,9858	-0,0950	-18,9948
5,2	-0,0311	0,0285	0,0013	0,0298	1,9858	-0,0950	-18,9948
5,4	-0,0313	0,0286	0,0013	0,0300	1,9976	-0,0946	-18,9240
5,8	-0,0320	0,0293	0,0013	0,0306	2,0426	-0,0932	-18,6338
6,2	-0,0330	0,0303	0,0014	0,0317	2,1102	-0,0906	-18,1260
6,6	-0,0342	0,0314	0,0014	0,0328	2,1870	-0,0868	-17,3654
7,0	-0,0352	0,0323	0,0014	0,0337	2,2497	-0,0815	-16,3052
7,4	-0,0352	0,0322	0,0015	0,0337	2,2474	-0,0724	-14,4766
7,8	-0,0331	0,0300	0,0016	0,0315	2,1023	-0,0627	-12,5456
8,2	-0,0274	0,0242	0,0016	0,0258	1,7209	-0,0508	-10,1564
8,6	-0,0160	0,0126	0,0017	0,0143	0,9529	-0,0365	-7,3052
9,0	0,0045	-0,0079	0,0017	0,0062	-0,4126	-0,0202	-4,0476
9,4	0,0381	-0,0417	0,0018	0,0399	-2,6586	-0,0027	-0,5436
9,6	0,0589	-0,0670	0,0040	0,0629	-4,1964	0,0052	1,0378
9,8	0,0378	0,0000	0,0189	0,0189	-1,2600	0,0047	0,9467
10,0	0,0067	-0,0032	0,0017	0,0049	-0,3299	0,0017	0,3359

Fonte: Autora.

### APÊNDICE C - Solicitações na parede 1 e 2 no eixo vertical- ANSYS

Posição (m)	Tensões nós externos Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões nós internos Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões Força Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões Momento fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor (kN.m/m)	Tensão Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante Sz (kN/cm)
0,0	0	0,002845	0,00142	0,001422	-0,14817	0,00000	0,0000
0,2	-0,010905	0,019701	0,00440	0,015303	-1,59406	0,00296	0,7390
0,4	0,0060554	-0,009836	0,00189	0,007946	0,827688	-0,00007	-0,0186
0,6	0,035433	-0,035525	0,00005	0,035479	3,695729	-0,00002	-0,0053
0,8	0,06196	-0,062238	0,00014	0,062099	6,468646	-0,00012	-0,0290
1,0	0,087659	-0,087982	0,00016	0,087821	9,147969	-0,00016	-0,0409
1,2	0,11003	-0,110240	0,00010	0,110135	11,4724	-0,00016	-0,0404
1,4	0,1283	-0,128570	0,00013	0,128435	13,37865	-0,00023	-0,0576
1,6	0,1414	-0,141480	0,00004	0,141440	14,73333	-0,00023	-0,0576
1,8	0,15014	-0,150100	0,00002	0,150120	15,6375	-0,00031	-0,0772
2,0	0,14729	-0,146970	0,00016	0,147130	15,32604	-0,00031	-0,0774
2,2	0,13674	-0,136210	0,00026	0,136475	14,21615	-0,00035	-0,0885
2,4	0,11753	-0,116750	0,00039	0,117140	12,20208	-0,00040	-0,0997
2,6	0,088694	-0,087503	0,00060	0,088099	9,176927	-0,00040	-0,1003
2,8	0,049601	-0,048174	0,00071	0,048888	5,092448	-0,00047	-0,1182
3,0	-0,00096377	0,002868	0,00095	0,001916	0,199561	-0,00048	-0,1201
3,2	-0,063538	0,066044	0,00125	0,064791	-6,74906	-0,00055	-0,1368
3,4	-0,14135	0,141010	0,00017	0,141180	-14,7063	-0,00187	-0,4684
3,6	-0,21893	0,257740	0,01941	0,238335	-24,8266	0,00585	1,4618
3,8	-0,20318	0,000000	0,10159	0,101590	10,58229	0,00256	0,6403
3,9	-0,17004	0,000000	0,08502	0,085020	8,85625	0,00157	0,3933
4,0	-0,15301	0,049238	0,05189	0,101124	-10,5338	-0,02860	-7,1508

Fonte: Autora.

### APÊNDICE D - Solicitações na parede 1 e 2 no eixo horizontal – ANSYS

Posição (m)	Tensões nós externos Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões nós internos Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões Momentos fletores (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor (kN.m/m)	Tensão Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante Sz (kN/cm)
0,1	-0,030757	0	0,015	0,015	-1,6019271	-0,00697	-0,0000279
0,4	-0,11084	0,15986	0,025	0,135	-14,098958	0,00499	0,0000200
0,8	-0,026833	0,053011	0,013	0,040	-4,1585417	-0,00039	-0,0000016
1,4	0,036307	-0,0157	0,010	0,026	2,70869792	-0,00032	-0,0000013
2,0	0,055151	-0,039484	0,008	0,047	4,92890625	-0,00030	-0,0000012
2,6	0,055323	-0,043634	0,006	0,049	5,15401042	-0,00030	-0,0000012
3,0	0,052149	-0,041946	0,005	0,047	4,90078125	-0,00031	-0,0000012
3,4	0,048718	-0,039569	0,005	0,044	4,59828125	-0,00031	-0,0000012
3,6	0,047149	-0,038397	0,004	0,043	4,45552083	-0,00031	-0,0000012
4,0	0,04454	-0,036376	0,004	0,040	4,214375	-0,00031	-0,0000013
4,6	0,042209	-0,034513	0,004	0,038	3,9959375	-0,00032	-0,0000013
5,0	0,041764	-0,034153	0,004	0,038	3,95401042	-0,00032	-0,0000013
5,6	0,042766	-0,034962	0,004	0,039	4,04833333	-0,00032	-0,0000013
5,8	0,043544	-0,035585	0,004	0,040	4,12130208	-0,00032	-0,0000013
6,0	0,04454	-0,036376	0,004	0,040	4,214375	-0,00031	-0,0000013
6,4	0,047149	-0,038397	0,004	0,043	4,45552083	-0,00031	-0,0000012
6,8	0,050408	-0,040779	0,005	0,046	4,74932292	-0,00031	-0,0000012
7,0	0,052149	-0,041946	0,005	0,047	4,90078125	-0,00031	-0,0000012
7,4	0,055323	-0,043634	0,006	0,049	5,15401042	-0,00030	-0,0000012
7,6	0,056693	-0,043536	0,007	0,050	5,22026042	-0,00030	-0,0000012
7,8	0,056582	-0,042252	0,007	0,049	5,14760417	-0,00030	-0,0000012
8,0	0,055151	-0,039484	0,008	0,047	4,92890625	-0,00030	-0,0000012
8,4	0,045855	-0,027033	0,009	0,036	3,79625	-0,00031	-0,0000012
8,8	0,022008	0,000438	0,011	0,011	1,16904427	-0,00033	-0,0000013
9,2	-0,026833	0,053011	0,013	0,040	-4,1585417	-0,00039	-0,0000016
9,6	-0,11084	0,15986	0,025	0,135	-14,098958	0,00499	0,0000200
9,8	-0,071238	0	0,036	0,036	-3,7103125	0,00481	0,0000192
10,0	-0,012408	0,004833	0,004	0,009	-0,8979583	-0,01230	-0,0000492

Fonte: Autora.

### APÊNDICE E - Solicitações na parede 3 e 4 no eixo vertical – ANSYS

Posição (m)	Tensões nós externos Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensões nós internos Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Momento Fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor Sz (kN.m/m)	Tensão Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante - Sx (kN/cm)
0,0	-0,0024	0,0016	0,00038	0,00201	-0,20936	-0,0014	-0,00000547040
0,2	-0,0075	0,0117	0,00213	0,00959	-0,99886	0,0018	0,00000706000
0,4	0,0015	-0,0043	0,00139	0,00291	0,30307	-0,0001	-0,00000037096
0,6	0,0168	-0,0180	0,00059	0,01743	1,81521	0,0000	-0,00000019061
0,8	0,0301	-0,0321	0,00102	0,03110	3,23984	-0,0001	-0,00000047112
1,0	0,0428	-0,0457	0,00145	0,04429	4,61349	-0,0001	-0,00000058832
1,2	0,0543	-0,0579	0,00179	0,05608	5,84115	-0,0001	-0,00000055300
1,4	0,0646	-0,0689	0,00216	0,06672	6,94958	-0,0002	-0,00000080376
1,6	0,0732	-0,0778	0,00232	0,07550	7,86505	-0,0002	-0,00000078528
1,8	0,0828	-0,0876	0,00243	0,08519	8,87375	-0,0003	-0,000001
2,0	0,0858	-0,0903	0,00225	0,08808	9,17458	-0,0003	-0,000001
2,2	0,0855	-0,0895	0,00199	0,08747	9,11161	-0,0003	-0,000001
2,4	0,0805	-0,0837	0,00161	0,08214	8,55646	-0,0004	-0,000001
2,6	0,0696	-0,0716	0,00104	0,07060	7,35438	-0,0004	-0,000001
2,8	0,0512	-0,0522	0,00048	0,05167	5,38255	-0,0005	-0,000002
3,0	0,0232	-0,0227	0,00024	0,02294	2,38958	-0,0005	-0,000002
3,2	-0,0163	0,0184	0,00102	0,01736	-1,80818	-0,0006	-0,000002
3,4	-0,0715	0,0727	0,00059	0,07212	-7,51255	-0,0015	-0,000006
3,6	-0,1339	0,1628	0,01447	0,14838	-15,45573	-0,0039	-0,000016
3,8	0,1344	0,0000	0,06721	0,06721	7,00104	0,0021	0,000009
4,0	-0,1068	0,0346	0,03606	0,07070	-7,36469	-0,0197	-0,000079

Fonte: Autora.

### APÊNDICE F - Solicitações na parede 3 e 4 no eixo horizontal – ANSYS

Posição (m)	Tensão externa Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão interna Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Momento Fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor - Sz (kN.m/m)	Tensão - Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante - Sx (kN/cm)
0,0	-0,012301	0,008458	0,002	0,010	-1,081	-0,01241	-0,000049632
0,4	-0,10884	0,15882	0,025	0,134	-13,941	0,00506	0,000020236
0,6	-0,063731	0,089752	0,013	0,077	-7,994	-0,00149	-0,000005945
0,8	-0,022079	0,049604	0,014	0,036	-3,733	-0,00038	-0,000001524
1,2	0,030511	-0,00593	0,012	0,018	1,898	-0,00032	-0,000001273
1,6	0,058649	-0,03676	0,011	0,048	4,969	-0,00030	-0,000001181
2,0	0,074307	-0,05481	0,010	0,065	6,725	-0,00028	-0,000001128
2,2	0,076965	-0,058	0,009	0,067	7,029	-0,00028	-0,000001119
2,4	0,078206	-0,05951	0,009	0,069	7,173	-0,00028	-0,000001114
2,8	0,076965	-0,058	0,009	0,067	7,029	-0,00028	-0,000001119
3,0	0,074307	-0,05481	0,010	0,065	6,725	-0,00028	-0,000001128
3,4	0,063125	-0,04182	0,011	0,052	5,466	-0,00029	-0,000001166
3,6	0,053291	-0,03077	0,011	0,042	4,378	-0,00030	-0,000001199
3,8	0,039381	-0,0155	0,012	0,027	2,858	-0,00031	-0,000001244
4,0	0,020141	0,005162	0,013	0,007	0,780	-0,00033	-0,000001302
4,2	-0,005969	0,032664	0,013	0,019	-2,012	-0,00033	-0,000001320
4,3	-0,022079	0,049604	0,014	0,036	-3,733	-0,00038	-0,000001524
4,4	-0,040516	0,068903	0,014	0,055	-5,699	-0,00015	-0,000000591
4,5	-0,063731	0,089752	0,013	0,077	-7,994	-0,00149	-0,000005945
4,6	-0,089955	0,10859	0,009	0,099	-10,341	-0,00009	-0,000000364
4,7	0,10884	0,15882	0,025	0,134	-13,941	0,00506	0,000020236
4,8	-0,1036	0,14922	0,023	0,126	-13,168	0,00846	0,000033822
4,9	-0,070465	0	0,035	0,035	-3,670	0,00483	0,000019331
4,9	-0,030452	0	0,015	0,015	-1,586	-0,00698	-0,000027937
5,0	-0,012301	0,008458	0,002	0,010	-1,081	-0,01241	-0,000049632

Fonte: Autora.

### APÊNDICE G - Solicitações no fundo no eixo vertical – ANSYS

Posição (m)	Tensão externa sentido - Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão interna - Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Normal Sy (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Momento fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor (KN.m/m)	Tensão Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante Sx (kN/cm)
0,0	-0,0043499	0,0007378	0,001806	0,00254385	-0,264984	-0,005255	-1,31383
0,3	0,0003514	0,012514	0,006081	0,00643269	0,6700714	0,000600	0,14993
0,4	0,0007075	0,0086706	0,003982	0,00468904	0,4884411	0,000846	0,21153
0,6	9,162E-05	0,00080372	0,000356	0,000448	0,046632	0,000036	0,00907
0,8	-0,0001095	0,00038986	0,000140	0,000250	0,026007	-0,000114	-0,02842
1,1	-0,0001417	4,1604E-05	0,000050	0,000092	0,009548	-0,000142	-0,03547
1,2	-0,0001462	-2,409E-05	0,000085	0,000061	0,006358	-0,000146	-0,03659
1,6	-0,0001542	-0,00013	0,000142	0,000012	0,001263	-0,000154	-0,03856
1,8	-0,0001556	-0,0001483	0,000152	0,000004	0,000381	-0,000156	-0,03891
1,9	-0,0001558	-0,0001509	0,000153	0,000002	0,000257	-0,000156	-0,03896
2,0	-0,000156	-0,0001526	0,000154	0,000002	0,000173	-0,000156	-0,03900
2,3	-0,0001562	-0,000155	0,000156	0,000001	0,000061	-0,000156	-0,03904
2,4	-0,0001562	-0,0001552	0,000156	0,000000	0,000049	-0,000156	-0,03904
2,8	-0,0001561	-0,0001545	0,000155	0,000001	0,000083	-0,000156	-0,03903
3,0	-0,000156	-0,0001526	0,000154	0,000002	0,000173	-0,000156	-0,03900
3,2	-0,0001556	-0,0001483	0,000152	0,000004	0,000381	-0,000156	-0,03891
3,4	-0,0001549	-0,0001386	0,000147	8,125E-06	0,0008464	-0,000155	-0,03873
3,6	-0,0001532	-0,000117	0,000135	1,8095E-05	0,0018849	-0,000153	-0,03831
3,7	-0,0001517	-9,754E-05	0,000125	2,7062E-05	0,002819	-0,000152	-0,03794
4,1	-0,0001358	0,00013535	0,000000	0,00013557	0,0141219	-0,000136	-0,03399
4,2	-0,0001274	0,00025734	0,000065	0,00019237	0,020038	-0,000128	-0,03195
4,3	-0,0001095	0,00038986	0,000140	0,00024967	0,0260068	-0,000114	-0,02842
4,5	9,162E-05	0,00080372	0,000356	0,00035605	0,0370885	0,000036	0,00907
4,8	0,0003514	0,012514	0,006081	0,00608132	0,6334703	0,000600	0,14993
5,0	-0,0043499	0,0007378	0,001806	0,00254385	-0,264984	-0,005255	-1,31383

Fonte: Autora.

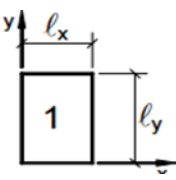
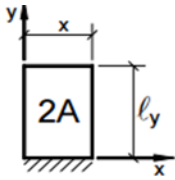
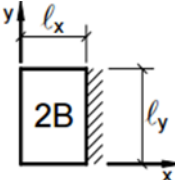
### APÊNDICE H – Solicitações no fundo no eixo horizontal – ANSYS

Posição (m)	Tensão externa Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão interna Sx (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Normal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Momento Fletor (kN/cm <sup>2</sup> )	Momento fletor - Sx (kN.m/m)	Tensão -Sz (kN/cm <sup>2</sup> )	Cortante Sz (kN/cm)
0,0	-0,001512	0,000184	0,000664	0,000848085	0,8834219	-0,00178870	-0,447175
0,4	1,066E-06	0,002351	0,0011751	0,001176133	-1,2251385	0,00004167	0,0104175
1,2	-0,000153	-0,00012	1,778E-05	0,000135585	0,1412344	-0,00015343	-0,0383575
1,4	-0,000155	-0,00014	7,75E-06	0,00014721	0,1533438	-0,00015499	-0,0387475
1,8	-0,000156	-0,00015	1,51E-06	0,00015447	0,1609063	-0,00015598	-0,038995
2,1	-0,000156	-0,00016	3,15E-07	0,000155845	0,1623385	-0,00015616	-0,03904
2,4	-0,000156	-0,00016	1,2E-07	0,00015607	0,1625729	-0,00015619	-0,0390475
2,5	-0,000156	-0,00016	9E-08	0,0001561	0,1626042	-0,00015619	-0,0390475
2,6	-0,000156	-0,00016	7,5E-08	0,000156115	0,1626198	-0,00015619	-0,0390475
2,7	-0,000156	-0,00016	6,5E-08	0,000156125	0,1626302	-0,00015619	-0,0390475
2,8	-0,000156	-0,00016	5,5E-08	0,000156135	0,1626406	-0,00015619	-0,0390475
3,0	-0,000156	-0,00016	5E-08	0,00015614	0,1626458	-0,00015619	-0,0390475
3,2	-0,000156	-0,00016	5E-08	0,00015614	0,1626458	-0,00015619	-0,0390475
3,8	-0,000156	-0,00016	5,5E-08	0,000156125	0,1626302	-0,00015618	-0,039045
4,0	-0,000156	-0,00016	5,5E-08	0,000156125	0,1626302	-0,00015618	-0,039045
4,4	-0,000156	-0,00016	6E-08	0,00015612	0,162625	-0,00015618	-0,039045
4,8	-0,000156	-0,00016	6E-08	0,00015612	0,162625	-0,00015618	-0,039045
5,0	-0,000156	-0,00016	6E-08	0,00015612	0,162625	-0,00015618	-0,039045
5,4	-0,000156	-0,00016	6E-08	0,00015612	0,162625	-0,00015618	-0,039045
5,8	-0,000156	-0,00016	5,5E-08	0,000156125	0,1626302	-0,00015618	-0,039045
6,0	-0,000156	-0,00016	5,5E-08	0,000156125	0,1626302	-0,00015618	-0,039045
6,4	-0,000156	-0,00016	5,5E-08	0,000156135	0,1626406	-0,00015618	-0,039045
6,8	-0,000156	-0,00016	5E-08	0,00015614	0,1626458	-0,00015619	-0,0390475
7,8	-0,000156	-0,00016	3,15E-07	0,000155845	0,1623385	-0,00015616	-0,03904
8,2	-0,000156	-0,00015	1,51E-06	0,00015447	0,1609063	-0,00015598	-0,038995
8,6	-0,000155	-0,00014	7,75E-06	0,00014721	0,1533438	-0,00015499	-0,0387475
9,0	-0,00015	-7E-05	4,01E-05	0,000109916	0,1144953	-0,00015015	-0,0375375
9,2	-0,000141	1,97E-05	6,062E-05	0,000080271	-0,0836156	-0,00014211	-0,0355275
9,4	-9,05E-05	0,000231	7,013E-05	0,000160674	-0,1673688	-0,00010194	-0,025485
9,6	1,066E-06	0,002351	0,0011751	0,001176133	-1,2251385	0,00004167	0,0104175
9,7	-0,000154	0,003133	0,0014894	0,0016437	-1,7121875	-0,00009585	-0,0239623
10	-0,001512	1,84E-04	0,000664	0,000848085	0,8834219	-0,00178870	-0,447175

Fonte: Autora.

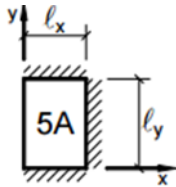
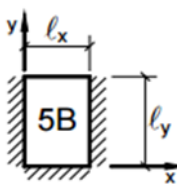
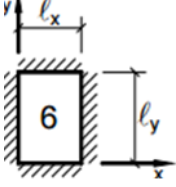


### ANEXO A – Momentos fletores em lajes com carga uniforme

Tipos								
	$\gamma = \frac{l_y}{l_x}$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$
1,00	4,23	4,23	2,91	3,54	8,40	3,54	8,40	2,91
1,05	4,62	4,25	3,26	3,64	8,79	3,77	8,79	2,84
1,10	5,00	4,27	3,61	3,74	9,18	3,99	9,17	2,76
1,15	5,38	4,25	3,98	3,80	9,53	4,19	9,49	2,68
1,20	5,75	4,22	4,35	3,86	9,88	4,38	9,80	2,59
1,25	6,10	4,17	4,72	3,89	10,16	4,55	10,06	2,51
1,30	6,44	4,12	5,09	3,92	10,41	4,71	10,32	2,42
1,35	6,77	4,06	5,44	3,93	10,64	4,86	10,54	2,34
1,40	7,10	4,00	5,79	3,94	10,86	5,00	10,75	2,25
1,45	7,41	3,95	6,12	3,91	11,05	5,12	10,92	2,19
1,50	7,72	3,89	6,45	3,88	11,23	5,24	11,09	2,12
1,55	7,99	3,82	6,76	3,85	11,39	5,34	11,23	2,04
1,60	8,26	3,74	7,07	3,81	11,55	5,44	11,36	1,95
1,65	8,50	3,66	7,28	3,78	11,67	5,53	11,48	1,87
1,70	8,74	3,58	7,49	3,74	11,79	5,61	11,6	1,79
1,75	8,95	3,53	7,53	3,69	11,88	5,68	11,72	1,74
1,80	9,16	3,47	7,56	3,63	11,96	5,75	11,84	1,68
1,85	9,35	3,38	8,10	3,58	12,05	5,81	11,94	1,67
1,90	9,54	3,29	8,63	3,53	12,14	5,86	12,03	1,59
1,95	9,73	3,23	8,86	3,45	12,17	5,90	12,08	1,54
2,00	9,91	3,16	9,08	3,36	12,20	5,94	12,13	1,48
> 2,00	12,50	3,16	12,50	3,36	12,20	7,03	12,50	1,48

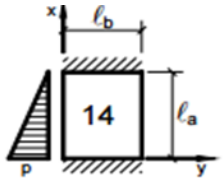
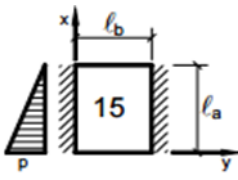
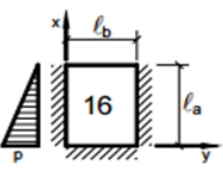
Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

### ANEXO B - Momentos fletores em lajes com carga uniforme

Tipos												
	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$
$\gamma = \frac{l_y}{l_x}$												
1,00	2,02	5,46	2,52	6,17	2,52	6,17	2,02	5,46	2,02	5,15	2,02	5,15
1,05	2,27	5,98	2,56	6,46	2,7	6,47	1,97	5,56	2,22	5,5	2,00	5,29
1,10	2,52	6,50	2,60	6,75	2,87	6,76	1,91	5,65	2,42	5,85	1,98	5,43
1,15	2,76	7,11	2,63	6,67	3,02	6,99	1,84	5,70	2,65	6,14	1,94	5,51
1,20	3,00	7,72	2,65	7,19	3,16	7,22	1,77	5,75	2,87	6,43	1,89	5,59
1,25	3,23	8,31	2,64	7,36	3,28	7,4	1,70	5,75	2,97	6,67	1,83	5,64
1,30	3,45	8,59	2,61	7,51	3,40	7,57	1,62	5,76	3,06	6,9	1,77	5,68
1,35	3,66	8,74	2,57	7,63	3,50	7,70	1,55	5,75	3,19	7,09	1,71	5,69
1,40	3,86	8,88	2,53	7,74	3,59	7,82	1,47	5,74	3,32	7,28	1,65	5,70
1,45	4,05	9,16	2,48	7,83	3,67	7,91	1,41	5,73	3,43	7,43	1,57	5,71
1,50	4,23	9,44	2,43	7,91	3,74	8,00	1,35	5,72	3,53	7,57	1,49	5,72
1,55	4,39	9,68	2,39	7,98	3,80	8,07	1,29	5,69	3,61	7,68	1,43	5,72
1,60	4,50	9,91	2,34	8,02	3,86	8,14	1,23	5,66	3,69	7,79	1,36	5,72
1,65	4,70	10,13	2,28	8,03	3,91	8,20	1,18	5,62	3,76	7,88	1,29	5,72
1,70	4,84	10,34	2,22	8,10	3,95	8,25	1,13	5,58	3,83	7,97	1,21	5,72
1,75	4,97	10,53	2,15	8,13	3,99	8,30	1,07	5,56	3,88	8,05	1,17	5,72
1,80	5,10	10,71	2,08	8,17	4,02	8,34	1,00	5,54	3,92	8,12	1,13	5,72
1,85	5,20	10,88	2,02	8,16	4,05	8,38	0,97	5,55	3,96	8,18	1,07	5,72
1,90	5,30	11,04	1,96	8,14	4,08	8,42	0,94	5,56	3,99	8,24	1,01	5,72
1,95	5,40	11,20	1,88	8,13	4,10	8,45	0,91	5,60	4,02	8,29	0,99	5,72
2,00	5,50	11,35	1,80	8,12	4,12	8,47	0,88	5,64	4,05	8,33	0,96	5,72
>2,00	7,03	12,50	1,80	8,12	4,17	8,33	0,88	5,64	4,17	8,33	0,96	5,72

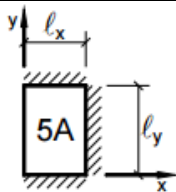
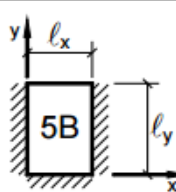
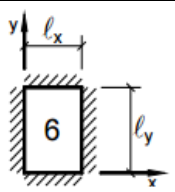
Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

### ANEXO C - Momentos fletores em lajes com carga triangular

Tipos											
	$\mu_x$	$\mu'_{xi}$	$\mu_{xs}$	$\mu_y$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\mu'_y$	$\mu_x$	$\mu'_x$	$\mu'_y$	$\mu_y$
$\gamma = \frac{l_y}{l_x}$											
< 0,50	2,15	5,00	3,33	0,68	6,41	1,80	6,12	2,98	6,67	0,96	3,60
0,50	2,13	5,12	3,36	0,68	4,42	1,80	6,12	2,59	6,14	0,96	3,60
0,60	2,08	5,06	3,33	0,78	3,52	1,94	5,61	2,27	5,65	0,89	3,58
0,65	2,04	5,00	3,29	0,83	3,15	1,96	5,42	2,10	5,35	1,03	3,53
0,70	1,99	4,93	3,24	0,88	2,78	1,98	5,22	1,92	5,05	1,16	3,47
0,75	1,93	4,83	3,17	0,92	2,52	1,94	4,99	1,75	4,75	1,21	3,38
0,80	1,87	4,72	3,09	0,95	2,26	1,89	4,75	1,57	4,45	1,25	3,28
0,90	1,74	4,56	2,90	0,99	1,86	1,77	4,23	1,33	3,89	1,23	3,06
0,95	1,67	4,44	2,79	1,00	1,69	1,69	3,99	1,22	3,65	1,21	2,96
1,00	1,60	4,32	2,67	1,01	1,51	1,62	3,75	1,11	3,40	1,19	2,85
1,10	1,79	4,96	2,94	1,34	1,54	1,81	4,02	1,15	3,60	1,38	3,20
1,15	1,87	5,23	3,03	1,51	1,55	1,89	4,14	1,15	3,69	1,47	3,36
1,20	1,94	5,50	3,15	1,67	1,56	1,97	4,26	1,16	3,78	1,54	3,51
1,25	2,02	5,75	3,23	1,84	1,53	2,04	4,38	1,16	3,84	1,61	3,66
1,35	2,11	6,33	3,35	2,21	1,50	2,17	4,57	1,18	3,99	1,73	3,92
1,40	2,15	6,61	3,39	2,39	1,47	2,23	4,67	1,19	4,05	1,79	4,05
1,45	2,18	6,82	3,45	2,56	1,46	2,28	4,75	1,20	4,11	1,84	4,16
1,5	2,21	7,04	3,51	2,72	1,44	2,32	4,82	1,21	4,18	1,9	4,27
1,60	2,23	7,37	3,61	3,03	1,41	2,40	5,06	1,23	4,27	2,02	4,46
1,65	2,22	7,49	3,63	3,20	1,37	2,44	5,15	1,23	4,30	2,08	4,55
1,70	2,22	7,60	3,64	3,37	1,33	2,47	5,23	1,23	4,33	2,13	4,63
1,75	2,24	7,77	3,68	3,51	1,31	2,49	5,32	1,25	4,38	2,18	4,69
1,80	2,27	7,94	3,73	3,66	1,30	2,51	5,41	1,26	4,44	2,23	4,75
1,90	2,31	8,23	3,75	3,95	1,23	2,54	5,57	1,26	4,51	2,33	4,86
1,95	2,30	8,32	3,74	4,10	1,17	2,56	5,65	1,25	4,50	2,38	4,92
2,00	2,28	8,40	3,72	4,24	1,12	2,58	5,72	1,24	4,48	2,43	4,98

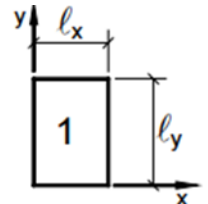
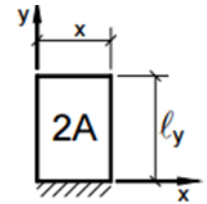
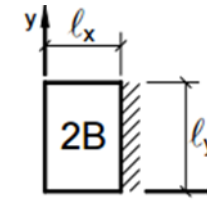
Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

### ANEXO D - Reação de apoio em lajes com carga uniforme

$\gamma = \frac{l_y}{l_x}$	TIPOS								
									
	$v_x$	$v'_x$	$v'_y$	$v'_x$	$v_y$	$v'_y$	$v'_x$	$v'_y$	
1,00	1,71	2,50	3,03	3,03	1,71	2,50	2,50	2,50	
1,05	1,79	2,63	3,08	3,12	1,71	2,50	2,62	2,50	
1,10	1,88	2,75	3,11	3,21	1,71	2,50	2,73	2,50	
1,15	1,96	2,88	3,14	3,29	1,71	2,50	2,83	2,50	
1,20	2,05	3,00	3,16	3,36	1,71	2,50	2,92	2,50	
1,25	2,13	3,13	3,17	3,42	1,71	2,50	3,00	2,50	
1,30	2,22	3,25	3,17	3,48	1,71	2,50	3,08	2,50	
1,35	2,30	3,36	3,17	3,54	1,71	2,50	3,15	2,50	
1,40	2,37	3,47	3,17	3,59	1,71	2,50	3,21	2,50	
1,45	2,44	3,57	3,17	3,64	1,71	2,50	3,28	2,50	
1,50	2,50	3,66	3,17	3,69	1,71	2,50	3,33	2,50	
1,55	2,56	3,75	3,17	3,73	1,71	2,50	3,39	2,50	
1,60	2,61	3,83	3,17	3,77	1,71	2,50	3,44	2,50	
1,65	2,67	3,90	3,17	3,81	1,71	2,50	3,48	2,50	
1,70	2,72	3,98	3,17	3,84	1,71	2,50	3,53	2,50	
1,75	2,76	4,04	3,17	3,87	1,71	2,50	3,57	2,50	
1,80	2,80	4,11	3,17	3,90	1,71	2,50	3,61	2,50	
1,85	2,85	4,17	3,17	3,93	1,71	2,50	3,65	2,50	
1,90	2,89	4,22	3,17	3,96	1,71	2,50	3,68	2,50	
1,95	2,92	4,28	3,17	3,99	1,71	2,50	3,72	2,50	
2,00	2,96	4,33	3,17	4,01	1,71	2,50	3,75	2,50	
> 2,00	4,38	6,25	3,17	5,00	1,71	2,50	5	2,50	

Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

### ANEXO E - Reação de apoio em lajes com carga uniforme

$\gamma = \frac{l_y}{l_x}$	Tipos							
								
	$v_x$	$v'_y$	$v''_y$	$v'_x$	$v_y$	$v''_y$	$v'_x$	$v'_y$
1,00	2,50	2,50	1,83	2,75	4,02	2,75	4,02	1,83
1,05	2,62	2,50	1,92	2,80	4,10	2,82	4,13	1,83
1,10	2,73	2,50	2,01	2,85	4,17	2,89	4,23	1,83
1,15	2,83	2,50	2,10	2,88	4,22	2,95	4,32	1,83
1,20	2,92	2,50	2,20	2,91	4,27	3,01	4,41	1,83
1,25	3,00	2,50	2,29	2,94	4,3	3,06	4,48	1,83
1,30	3,08	2,50	2,38	2,95	4,32	3,11	4,55	1,83
1,35	3,15	2,50	2,47	2,96	4,33	3,16	4,62	1,83
1,40	3,21	2,50	2,56	2,96	4,33	3,2	4,68	1,83
1,45	3,28	2,50	2,64	2,96	4,33	3,24	4,74	1,83
1,50	3,33	2,50	2,72	2,96	4,33	3,27	4,79	1,83
1,55	3,39	2,50	2,80	2,96	4,33	3,31	4,84	1,83
1,60	3,44	2,50	2,87	2,96	4,33	3,34	4,89	1,83
1,65	3,48	2,50	2,93	2,96	4,33	3,37	4,93	1,83
1,70	3,53	2,50	2,99	2,96	4,33	3,4	4,97	1,83
1,75	3,57	2,50	3,05	2,96	4,33	3,42	5,01	1,83
1,80	3,61	2,50	3,10	2,96	4,33	3,45	5,05	1,83
1,85	3,65	2,50	3,15	2,96	4,33	3,47	5,09	1,83
1,90	3,68	2,50	3,20	2,96	4,33	3,5	5,12	1,83
1,95	3,72	2,50	3,25	2,96	4,33	3,52	5,15	1,83
2,00	3,75	2,50	3,29	2,96	4,33	3,54	5,18	1,83
> 2,00	5,00	2,50	5,00	2,96	4,33	4,38	6,25	1,83

Fonte: Bares adaptadas por Pinheiro (1994).

### ANEXO F – Flexão simples em seção retangular

$\beta_x = \frac{x}{a}$	Kc (cm <sup>2</sup> /kN)				Ks (cm <sup>2</sup> /kN)
	C25	C30	C40	C50	CA-50
0,01	82,7	68,9	51,7	41,3	0,023
0,02	41,5	34,6	25,9	20,8	0,023
0,04	20,9	17,4	13,1	10,5	0,023
0,06	14,1	11,7	8,8	7,0	0,024
0,08	10,6	8,9	6,6	5,3	0,024
0,10	8,6	7,1	5,4	4,3	0,024
0,12	7,2	6,0	4,5	3,6	0,024
0,14	6,2	5,2	3,9	3,1	0,024
0,16	5,5	4,6	3,4	2,7	0,025
0,18	4,9	4,1	3,1	2,5	0,025
0,20	4,5	3,7	2,8	2,2	0,025
0,22	4,1	3,4	2,6	2,1	0,025
0,24	3,8	3,2	2,4	1,9	0,025
0,26	3,5	2,9	2,2	1,8	0,026
0,28	3,3	2,8	2,1	1,7	0,026
0,30	3,1	2,6	1,9	1,6	0,026
0,32	3,0	2,5	1,8	1,5	0,026
0,34	2,8	2,3	1,8	1,4	0,027
0,36	2,7	2,2	1,7	1,3	0,027
0,38	2,6	2,1	1,6	1,3	0,027
0,40	2,5	2,0	1,5	1,2	0,027
0,42	2,4	2,0	1,5	1,2	0,028
0,44	2,3	1,9	1,4	1,1	0,028
0,46	2,2	1,8	1,4	1,1	0,028
0,48	2,1	1,8	1,3	1,1	0,028
0,50	2,1	1,7	1,3	1,0	0,029
0,52	2,0	1,7	1,2	1,0	0,029
0,54	1,9	1,6	1,2	1,0	0,029
0,56	1,9	1,6	1,2	0,9	0,03
0,58	1,8	1,5	1,2	0,9	0,03
0,60	1,8	1,5	1,1	0,9	0,03
0,62	1,8	1,5	1,1	0,9	0,031

Fonte: Adaptado, valores de acordo com a NBR 6118 (2014).

### ANEXO G- Área de armadura

Espaçamento (cm)	Diâmetro nominal (mm)					
	4,2	5	6,3	8	10	12,5
5	2,77	4,00	6,30	10,00	16,00	25,00
5,5	2,52	3,64	5,73	9,09	14,55	22,73
6	2,31	3,33	5,25	8,33	13,33	20,83
6,5	2,13	3,08	4,85	7,69	12,31	19,23
7	1,98	2,86	4,50	7,14	11,43	17,86
7,5	1,85	2,67	4,20	6,67	10,67	16,67
8	1,73	2,50	3,94	6,25	10,00	15,63
8,5	1,63	2,35	3,71	5,88	9,41	14,71
9	1,54	2,22	3,50	5,56	8,89	13,89
9,5	1,46	2,11	3,32	5,26	8,42	13,16
10	1,39	2,00	3,15	5,00	8,00	12,50
11	1,26	1,82	2,86	4,55	7,27	11,36
12	1,15	1,67	2,62	4,17	6,67	10,42
12,5	1,11	1,60	2,52	4,00	6,40	10,00
13	1,07	1,54	2,42	3,85	6,15	9,62
14	0,99	1,43	2,25	3,57	5,71	8,93
15	0,92	1,33	2,10	3,33	5,33	8,33
16	0,87	1,25	1,97	3,13	5,00	7,81
17	0,81	1,18	1,85	2,94	4,71	7,35
17,5	0,79	1,14	1,80	2,86	4,57	7,14
18	0,77	1,11	1,75	2,78	4,44	6,94
19	0,73	1,05	1,66	2,63	4,21	6,58
20	0,69	1,00	1,58	2,50	4,00	6,25
22	0,63	0,91	1,43	2,27	3,64	5,68
24	0,58	0,83	1,31	2,08	3,33	5,21
25	0,55	0,80	1,26	2,00	3,20	5,00
26	0,53	0,77	1,21	1,92	3,08	4,81
28	0,49	0,71	1,12	1,79	2,86	4,46
30	0,46	0,67	1,05	1,67	2,67	4,17
33	0,42	0,61	0,95	1,52	2,42	3,79

Fonte: Pinheiro (1994), de acordo com NBR 7480.