

**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

Luiza Helena de Fraga Giardin

**ANÁLISE DE PONTES RODOVIÁRIAS DOTADAS DE MÚTIPLAS VIGAS EM  
CONCRETO PRÉ-MOLDADO COM SEÇÃO DUPLO T SERVINDO DE LAJE**

Santa Cruz do Sul

2019

Luiza Helena de Fraga Giardin

**ANÁLISE DE PONTES RODOVIÁRIAS DOTADAS DE MÚLTIPLAS VIGAS EM  
CONCRETO PRÉ-MOLDADO COM SEÇÃO DUPLO T SERVINDO DE LAJE**

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Engenharia Civil na Universidade de Santa Cruz do Sul, UNISC, para a obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. M. Sc. Eng. Christian Donin

*M. Sc. Eng. Christian Donin*  
Professor Orientador – UNISC

Professor Examinador – UNISC

Professor Examinador – Banca externa

Santa Cruz do Sul

2019

## RESUMO

De acordo com a vigente norma brasileira que determina os parâmetros para cálculo de cargas móveis em estruturas de pontes, NBR 7188:2013, pontes são estruturas sujeitas a carregamentos em movimento, com posicionamentos variados denominados cargas móveis. O estudo a seguir apresenta uma análise em estruturas de pontes, descrevendo, primeiramente em sua primeira parte, aspectos básicos das obras de arte, como histórico, definições, tipos de seções usuais, e também um estudo mais aprofundado do efeito da carga móvel sobre o tabuleiro da ponte, calculando estes esforços através de dois métodos, buscando a comparação entre eles. Atualmente, há uma grande tendência em utilizar na seção transversal de pontes múltiplas vigas, o que torna o trabalho de grande interesse, pois neste, utiliza-se uma estrutura contendo 8 longarinas. O trabalho a seguir descreverá o processo de obtenção dos parâmetros de coeficientes de repartição transversal, cálculo do trem-tipo e momentos fletores positivos máximos para dois métodos: o método teórico de Engesser-Courbon e método computacional Método dos Elementos Finitos, podendo fazer uma comparação entre ambos. Os principais resultados obtidos neste trabalho foram que os valores encontrados quando comparados os dois métodos foram próximos, mas precisam de maiores análises para serem conclusivos. Também observou-se que nas duas análises os resultados obtidos nas duas análises foram maiores quando calculadas pelo Método dos Elementos Finitos via software *Ansys*, o que torna o método um pouco mais conservador. Conclui-se que os objetivos propostos na concepção deste trabalho foram alcançados, visto que os resultados obtidos foram significativos e podem contribuir para futuros estudos realizados.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplos de seções simplificadas de pontes em viga. ....	9
Figura 2 - Exemplos de seções simplificadas de pontes em viga seção caixão.....	10
Figura 3 - Seções longitudinais simplificadas de pontes em formato de arco. ....	11
Figura 4 - Exemplo de ponte em estrutura de pórtico. ....	11
Figura 5 - Ponte pênsil.....	12
Figura 6 - Ponte estaiada.....	12
Figura 7 - Fôrmas sobre escoramentos deslizantes com treliça de lançamento .....	14
Figura 8 - Sistema de escoramento em balanços sucessivos com treliça de lançamento sobre a ponte.....	15
Figura 9 - Lançamento de elementos pré-moldados de comprimento de vão. ....	16
Figura 10 - Seção transversal de ponte em laje. ....	17
Figura 11 - Ponte de seção em viga T dotada de múltiplas vigas.....	18
Figura 12 - Seção caixão unicelular.....	19
Figura 13 - Exemplo de longarinas e transversinas em elementos pré-moldados.....	20
Figura 14 - Tipos de seções usuais em pontes de concreto pré-moldado e exemplos de arranjos possíveis.....	21
Figura 15 - Vista lateral, dimensões em planta e composição de cargas do trem-tipo usual TB-45. ....	24
Figura 16 - Coeficientes de repartição transversal para a viga <b>VA</b> .....	28
Figura 17 - Deformação de tabuleiro de ponte considerando a hipótese de rigidez transversal infinita. ....	30
Figura 18 - Transversina cortada por n longarinas e suas respectivas reações.....	31
Figura 19 - Linha de influência de distribuição transversal para <b>VA</b> . ....	32
Figura 20 - Faixa unitária utilizada no processo de Fauchart. ....	33
Figura 21 – Deformação da seção transversal pelo método de Fauchart.....	35
Figura 22 - Esquema do método de Leonhardt.....	36
Figura 23 - Placa de formato irregular sob esforços de flexão com a aplicação da malha de elementos finitos.....	38
Figura 24 - Discretização de tabuleiro de laje .....	39
Figura 25 - Tipos de elementos finitos. ....	40
Figura 26 - Seção transversal da longarina.....	43
Figura 27 - Seção transversal da ponte.....	44

Figura 28 - Vista longitudinal da estrutura. ....	44
Figura 29 - Vista isométrica do protótipo da ponte analisada no trabalho. ....	45
Figura 30 - Barreira New Jersey pré-moldada utilizada. ....	46
Figura 31 - Parâmetros de definição do trem-tipo de flexão pela NBR 7188. ....	47
Figura 32 - Esquema simplificado da estrutura da ponte e carga aplicada. ....	49
Figura 33 - Aplicação da carga unitária no centro da longarina. ....	49
Figura 34 - Deslocamento obtido através da aplicação da carga unitária na longarina. .....	49
Figura 35 - Apoios rígidos distribuídos nas 8 longarinas que compõem a seção transversal da estrutura. ....	50
Figura 36 - Carga unitária aplicada sobre longarina V1. ....	51
Figura 37 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V1. .....	51
Figura 38 - Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V1. ....	52
Figura 39 - Vista superior da localização do trem-tipo sobre a ponte. ....	53
Figura 40 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V1 e respectivos deslocamentos. ....	53
Figura 41 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V1 e respectivos deslocamentos. ....	54
Figura 42 - Trem-tipo final de flexão para V1. ....	55
Figura 43 - Trem-tipo longitudinal simplificado. ....	55
Figura 44 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V1 com a aplicação das cargas móveis. ....	56
Figura 45 - Carga unitária aplicada sobre longarina V2. ....	57
Figura 46 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V2. .....	57
Figura 47- Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V2. ....	58
Figura 48 - Vista superior do trem-tipo sobre a ponte. ....	59
Figura 49 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V2 e respectivos deslocamentos. ....	59
Figura 50 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V2 e respectivos deslocamentos. ....	60
Figura 51 - Trem-tipo final de flexão para V2. ....	60
Figura 52 - Trem-tipo longitudinal simplificado. ....	61

Figura 53 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V2 com a aplicação das cargas móveis. ....	61
Figura 54 - Carga unitária aplicada sobre longarina V3. ....	62
Figura 55 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V3. ....	62
Figura 56 - Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V3. ....	63
Figura 57 - Vista superior do trem-tipo sobre a ponte. ....	64
Figura 58 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V3 e respectivos deslocamentos. ....	64
Figura 59 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V3 e respectivos deslocamentos. ....	65
Figura 60 - Trem-tipo final de flexão para V3. ....	65
Figura 61 - Trem-tipo longitudinal simplificado. ....	66
Figura 62 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V3 com a aplicação das cargas móveis. ....	66
Figura 63 - Carga unitária aplicada sobre longarina V4. ....	67
Figura 64 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V4. ....	67
Figura 65 - Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V4. ....	68
Figura 66 - Vista superior do trem tipo em relação à longarina V4. ....	69
Figura 67 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V4 e respectivos deslocamentos. ....	69
Figura 68 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V4 e respectivos deslocamentos. ....	70
Figura 69 - Trem-tipo final de flexão para V4. ....	70
Figura 70 - Trem-tipo longitudinal simplificado. ....	71
Figura 71 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V4 com a aplicação das cargas móveis. ....	71
Figura 72 - Keypoints inseridas no Ansys por coordenadas. ....	73
Figura 73 - Áreas criadas ....	73
Figura 74 - Longarina extrudada e formação de volume. ....	74
Figura 75 - Seção da superestrutura lançada no Ansys. ....	75
Figura 76 - Vista frontal das longarinas lançadas. ....	75
Figura 77 - Longarinas com aplicação da malha de elementos finitos. ....	76

Figura 78 - Vista isométrica da aplicação da carga na ligação entre as longarinas V1 e V2. ....	77
Figura 79 - Vista lateral da carga aplicada. ....	78
Figura 80 - Deformação obtida pela aplicação da carga unitária. ....	78
Figura 81 - Vista das formas deformada e indeformada da estrutura. ....	79
Figura 82 - Vista frontal da deformação das longarinas. ....	79
Figura 83 - Vista lateral da deformação causada pela carga unitária na estrutura. ....	80
Figura 84 - Obtenção das reações geradas nos 16 apoios da estrutura. ....	80
Figura 85 - Tensões máximas e deslocamentos gerados na estrutura. ....	81
Figura 86 - Vista lateral dos deslocamentos e tensões geradas na estrutura. ....	81
Figura 87 - Análise cortando dentro da faixa do veículo-tipo. ....	82
Figura 88 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V1 e respectivos deslocamentos. ....	83
Figura 89 - Trem-tipo final de flexão para V1. ....	83
Figura 90 - Trem-tipo longitudinal simplificado. ....	84
Figura 91 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V1 com a aplicação das cargas móveis. ....	84
Figura 92 - Deformação obtida pela aplicação da carga unitária. ....	85
Figura 93 - Vista das formas deformada e indeformada da estrutura. ....	86
Figura 95 - Análise cortando dentro da faixa do veículo-tipo. ....	87
Figura 96 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V3 e respectivos deslocamentos. ....	87
Figura 96 - Trem-tipo final de flexão para V3. ....	88
Figura 97 - Trem-tipo longitudinal simplificado. ....	88
Figura 99 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V3 com a aplicação das cargas móveis. ....	89
Figura 100 - Trem-tipo simplificado obtido através de Engesser-Courbon. ....	92
Figura 101 - Trem-tipo simplificado obtido via MEF. ....	92
Figura 102 - Trem-tipo simplificado obtido através de Engesser-Courbon. ....	94
Figura 103 - Trem-tipo simplificado obtido via MEF. ....	95
Figura 1034 - Trens-tipo de flexão simplificados para os dois métodos para a longarina V1. ....	95
Figura 104 - Momentos obtidos para os dois métodos para a longarina V1. ....	96
Figura 106 - Trens-tipo de flexão obtidos nos dois métodos para a longarina V3. ....	96

Figura 107 - Momentos fletores positivos encontrados para os dois métodos para a longarina V3. ....	96
---	----

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>5</b>
1.1	Justificativa	6
1.2	Objetivos	6
1.2.1	Objetivos gerais	6
1.2.2	Objetivos específicos	6
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>8</b>
2.1	Histórico das pontes	8
2.2	Tipos de pontes	9
2.2.1	Classificação das pontes quanto ao tipo estrutural	9
2.2.1.1	Ponte em viga	9
2.2.1.2	Ponte em arco	10
2.2.1.3	Ponte em pórtico	11
2.2.1.4	Ponte pênsil	11
2.2.1.5	Ponte estaiada	12
2.2.2	Classificação das pontes quanto ao tipo construtivo	12
2.2.2.1	Sistemas com concreto armado moldado <i>in situ</i>	13
2.2.2.1.1	Fôrmas sobre escoramentos fixos	13
2.2.2.1.2	Fôrmas sobre escoramentos deslizantes	13
2.2.2.1.3	Fôrmas em balanços sucessivos	14
2.2.2.2	Sistemas com elementos pré-moldados em concreto ou protendido	15
2.2.2.2.1	Elementos pré-moldados sobre vão inteiro	15
2.2.2.2.2	Segmentos pré-moldados com balanços sucessivos	16
2.2.3	Classificação das pontes quanto à seção transversal	16
2.2.3.1	Ponte em laje	17

2.2.3.2	Ponte em vigas T .....	17
2.2.3.3	Ponte em viga de seção caixão .....	18
2.3	Pontes em concreto pré-moldado .....	19
2.4	Ações nas pontes.....	22
2.2.1	Ações devido às cargas permanentes .....	22
2.2.2	Ações devido às cargas variáveis .....	22
2.2.3	Ações devido às cargas excepcionais .....	25
2.2.4	Coefficientes de carga vertical .....	25
2.2.4.1	Coefficiente de impacto vertical (Civ).....	25
2.2.4.2	Coefficiente do número de faixas (Cnf).....	25
2.2.4.3	Coefficiente de impacto adicional (Cia). .....	26
2.5	Métodos de cálculo para pontes.....	26
2.5.1	Método de Guyon-Massonet .....	27
2.5.2	Método de Engesser-Courbon.....	29
2.5.3	Método de Fauchart.....	33
2.5.4	Método de Leonhardt .....	35
2.6	Método dos Elementos Finitos .....	37
3.1	Definição da superestrutura .....	43
3.2	Definição do trem-tipo de flexão pela NBR 7188 .....	46
3.2.1	Definição dos coeficientes de majoração de carga móvel .....	47
3.2.1.1	Cálculo dos coeficientes de impacto vertical .....	48
3.2.1.2	Cálculo do coeficiente de número de faixas.....	48
3.2.1.3	Definição do coeficiente de impacto adicional.....	48
3.3	Dimensionamento através do método teórico de Engesser-Courbon .....	49
3.3.1	Coefficientes de repartição transversal por Engesser-Courbon no software <i>Ftool</i> .....	50
3.3.1.1	Obtenção dos coeficientes da longarina V1 .....	51

3.3.1.1.1	Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V1	52
3.3.1.1.2	Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V1.....	56
3.3.1.2	Obtenção dos coeficientes da longarina V2 .....	56
3.3.1.2.1	Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V2	58
3.3.1.2.2	Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V2.....	61
3.3.1.3	Obtenção dos coeficientes da longarina V3 .....	62
3.3.1.3.1	Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V3	63
3.3.1.3.2	Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V3.....	66
3.3.1.4	Obtenção dos coeficientes da longarina V4 .....	67
3.3.1.4.1	Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V4	68
3.3.1.4.2	Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V4.....	71
3.4	Dimensionamento através do Método dos Elementos Finitos .....	72
3.4.1	Atribuição das cargas e processamento de resultados para a longarina V1	76
3.4.1.1	Cálculo do trem-tipo de flexão para a longarina V1 utilizando o Método dos Elementos Finitos.....	82
3.4.1.2	Cálculo do momento fletor via MEF para a longarina V1.....	84
3.4.2	Atribuição das cargas e processamento de resultados para a longarina V3	85
3.4.2.1	Cálculo do trem-tipo de flexão para a longarina V3 utilizando o Método dos Elementos Finitos.....	86
3.4.2.2	Cálculo do momento fletor via MEF para a longarina V3.....	89

<b>4</b>	<b>RESULTADOS E ANÁLISES</b> .....	90
4.1	Resultados para a longarina V1 .....	90
4.2	Resultados para a longarina V3 .....	92
4.3	Análise para a longarina V1 .....	95
4.4	Análise para a longarina V3 .....	96
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	98
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	100

## 1 INTRODUÇÃO

Pontes são superestruturas conhecidas como Obras de Arte Especiais (OAEs) que tem como função principal vencer obstáculos durante o percurso de uma estrada. Os obstáculos podem ser naturais como rios e vales, ou até mesmo criados pelo homem, como a passagem acima de outra via ou a transposição sobre um vale, são denominados pela NBR 7188:2013 como viadutos. Existem ainda pontes de passagem exclusiva para pedestres ou ciclistas, estas chamadas passarelas.

A ponte é constituída por três principais partes: infraestrutura, mesoestrutura e superestrutura. A infraestrutura contém os elementos de fundação da ponte, como tubulões, sapatas, estacas, etc, e irá receber os esforços da mesoestrutura, que são os pilares e encontros. Segundo Pfeil (1979), a superestrutura, composta por lajes e vigas, é o elemento de suporte imediato da estrada, que se torna a parte útil da obra, a ponto de vista de finalidade.

O projeto de concepção para uma ponte é extremamente complexo, e leva em conta diversos fatores. Conforme Marchetti (2008), os principais fatores levados em conta na construção de uma ponte são a sua funcionalidade satisfazendo as exigências da região em que irá ser empregada, segurança estrutural quanto aos esforços nela aplicados, a estética em relação ao ambiente em que se situará, econômica, e a durabilidade conforme a vida útil prevista em projeto.

Na construção de uma ponte, existem diversas técnicas de construção que podem ser adotadas. Este processo fica a critério do projetista, que levará em conta as solicitações do local onde será construída esta ponte.

Diante da complexidade que se tem em uma obra de uma estrutura deste porte, a cada dia tem-se utilizado mais de recursos tecnológicos nesta área, o que acarreta na otimização da concepção da superestrutura e conseqüentemente possível melhor desempenho e durabilidade.

É visando aprimorar os recursos teóricos já existentes nesta área que o presente trabalho, através das pesquisas realizadas, fará uma comparação entre métodos de cálculo teóricos e computacionais para a obtenção de uma seção de ponte empregando vigas pré-moldadas, visto que são amplamente utilizadas na atualidade, propondo uma melhor solução para esta seção. Este trabalho torna-se de suma importância no âmbito da engenharia de pontes, pois no Brasil não há padrões normativos que regem modelos de cálculo de distribuição de cargas em grandes estruturas.

Outro ponto a ser considerado sobre a presente pesquisa é que no Brasil atualmente existem poucos estudos publicados nesta área, o que pode acarretar na limitação da utilização de algum método aqui sugerido.

Diante destas situações, busca-se com este estudo aprimorar as técnicas conhecidas até agora para a determinação destes parâmetros, em que o foco será na obtenção da melhor solução para uma seção de viga pré-moldada, tendo em vista que este modelo é comumente utilizado em pontes de pequenos e médios vãos, que são a maioria dos casos que se encontram no Brasil.

## **1.1 Justificativa**

Pontes são elementos estruturais importantíssimos e indispensáveis para o desenvolvimento econômico de um país, pois são elas que permitem o deslocamento de veículos sobre obstáculos que o inviabilizariam. Estas estruturas estão diariamente expostas a ações provindas de cargas móveis e permanentes que merecem a devida atenção na concepção de seu projeto.

Atualmente, não existem muitos estudos voltados a compreender e otimizar os processos de cálculo adotados para pontes rodoviárias. Por isso, este trabalho visa estudar um caso de estrutura dotada de múltiplas vigas pré-moldadas visando a contribuição de estudos nesta área da engenharia.

Com a constante evolução de softwares voltados à cálculo de estruturas, o objetivo é sempre buscar uma solução que adote um método computacional que se aproxime o máximo possível da estrutura real, obtendo assim resultados mais precisos em seu cálculo.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivos gerais**

Este trabalho tem como objetivo contribuir para o estudo de pontes rodoviárias pré-moldadas dotadas de múltiplas vigas utilizando as mesmas como tabuleiro da estrutura, aprimorando assim o conhecimento nesta área através de um estudo aprofundado no assunto.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

São tidos como objetivos específicos deste trabalho, a partir dos objetivos gerais:

- Revisar brevemente os tipos de pontes assim como seus métodos construtivos utilizados atualmente;
- Descrever algumas das utilizações, vantagens e desvantagens da utilização de concreto pré-moldado em estruturas de pontes rodoviárias;
- Revisar modelos de cálculo adotados para pontes em múltiplas vigas;
- Estudar e comparar resultados obtidos entre métodos de obtenção de coeficientes de repartição;
- Aplicação dos modelos de cálculo de Engesser-Courbon e Método dos Elementos Finitos para o caso de uma ponte dotada de múltiplas longarinas em concreto pré-moldado;
- Comparar os resultados obtidos neste estudo;
- Apresentar as conclusões obtidas após a comparação entre os métodos adotados;

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Denomina-se ponte a estrutura destinada a transpor obstáculos contidos no leito de uma via, como rios, vales, outras vias etc. Quando o objetivo da ponte for de transcender uma via, ou seja, o objetivo não é um curso d'água, esta leva o nome de viaduto (PFEIL, 1979).

A formação de uma ponte se dá, basicamente, em três elementos: a superestrutura, mesoestrutura e infraestrutura.

Mendes (2017), traz as definições de superestrutura como sendo a parte da obra que recebe os carregamentos diretos referentes ao tráfego; mesoestrutura construída basicamente pelos aparelhos de apoio e pilares, recebendo as cargas da superestrutura; e infraestrutura, que são as fundações da ponte, responsáveis por absorver os esforços da mesoestrutura e transferi-los ao solo.

### 2.1 Histórico das pontes

É difícil a determinação da data exata de quando foi construída a primeira ponte, pois muitos elementos não resistiram até a concepção dos registros históricos. Porém acredita-se que devido à necessidade que os humanos tinham antigamente de eventualmente transpor rios, riachos, etc., provavelmente as primeiras pontes construídas pelo homem eram formadas por troncos de madeira e pedras.

Também eram bastante utilizadas na antiguidade pontes em formato de arco, já no período antes de Cristo, estas predominaram até o século XVIII. Este tipo de arranjo utilizado para construções em materiais do tipo blocos em pedra e tijolos facilita o dimensionamento da estrutura quanto à tração, pois a tensão (de tração) na estrutura é quase nula.

De acordo com Leonhardt (1979), ao fim do século XVIII, surgiram as pontes em arco com ferro fundido, que surgiram da necessidade de estruturas que suportassem maiores cargas devido ao peso das ferrovias que estavam em ascensão. Foram surgindo então novos materiais no mercado, como o ferro forjado e o aço, e assim foram construídas as primeiras pontes viga contendo vãos maiores que 100 m.

A partir de 1900 começaram a ser construídas estruturas em concreto. Primeiramente o concreto tinha apenas a função de substituição da pedra anteriormente utilizada. Apenas em 1912 foram confeccionadas as primeiras pontes em viga e pórtico, porém ainda com pequenos vãos chegando ao máximo próximo a 30 m (LEONHARDT, 1979).

Conforme Leonhardt (1979), nos anos seguintes, acontece o surgimento do concreto protendido e ser muito utilizado como material de construção, mais precisamente alguns anos após o fim da Segunda Guerra Mundial, por volta de 1948. As vigas em concreto protendido conseguiam atingir vãos de até 230 m.

## 2.2 Tipos de pontes

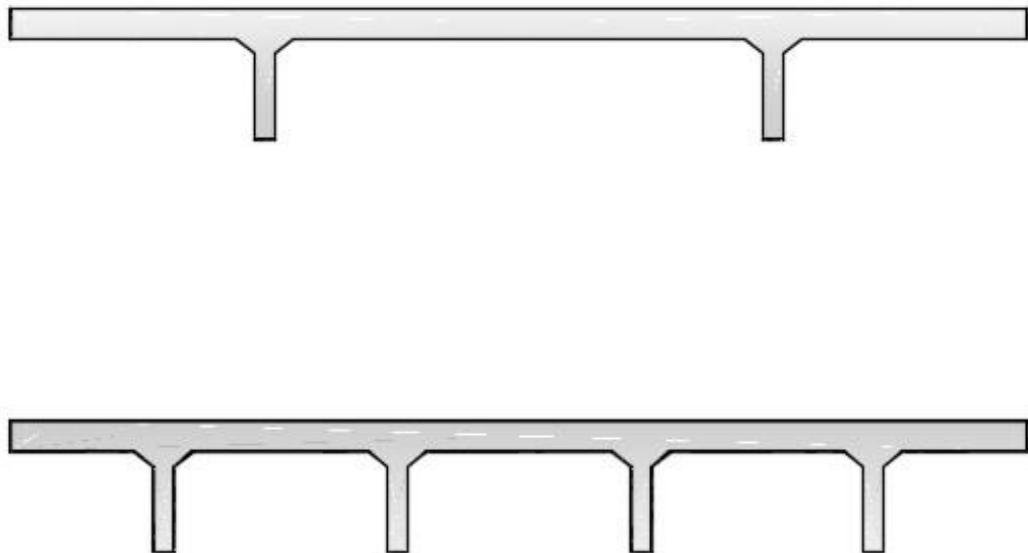
As pontes podem ser classificadas de diversas formas, como quanto ao material em que será construída, tipo estrutural, finalidade, entre outros.

### 2.2.1 Classificação das pontes quanto ao tipo estrutural

#### 2.2.1.1 Ponte em viga

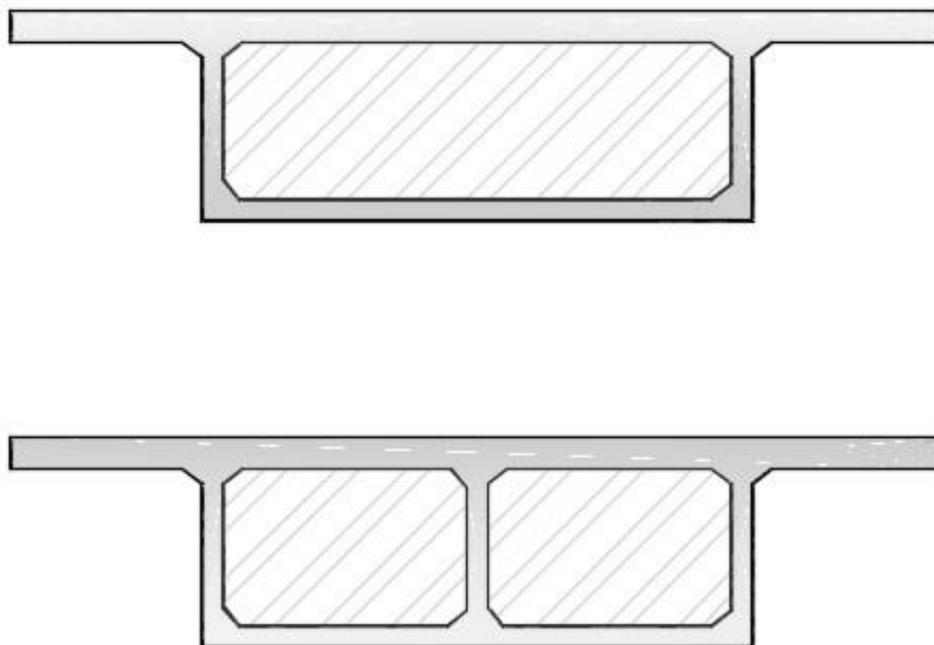
Pontes em viga são caracterizadas estruturalmente por uma estrutura apoiada sobre pilares, tendo então, no tabuleiro, solicitação de tração em sua parte inferior, e compressão na superior. Segundo Quadros (2013), este tipo de ponte é tido como o mais antigo, pois tendo uma tora de árvore apoiada sobre as margens de um rio pode-se definir como uma ponte em viga. Este tipo de ponte pode ser classificado em diferentes maneiras, conforme a disposição que se encontram as vigas na seção transversal.

**Figura 1 - Exemplos de seções simplificadas de pontes em viga.**



Fonte: Adaptada pelo autor de acordo com a obra de Pfeil (1979).

**Figura 2 - Exemplos de seções simplificadas de pontes em viga seção caixão.**

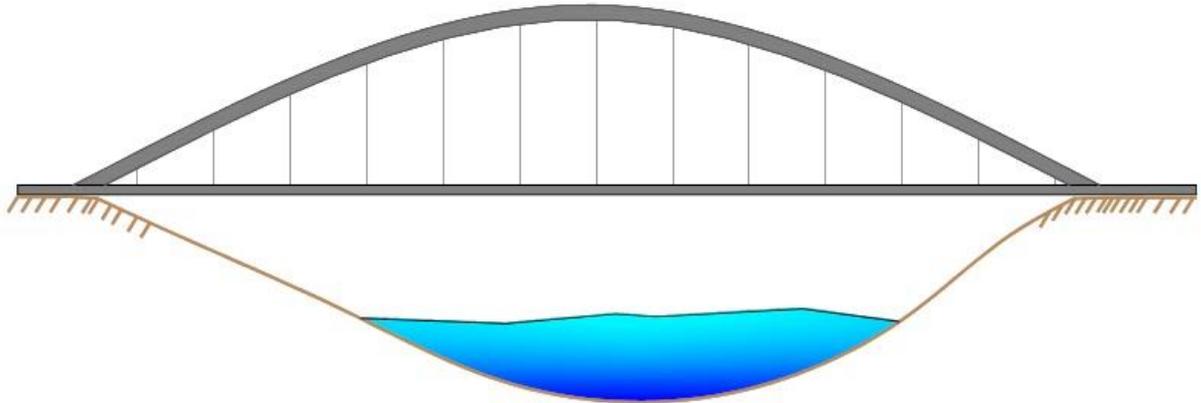


Fonte: Adaptada pelo autor de acordo com a obra de Pfeil (1979).

### **2.2.1.2 Ponte em arco**

Este modelo de ponte, segundo Leonhardt (1979), tem sua forma curva desenvolvida a partir da linha de pressões, devido ao peso próprio, é o tipo estrutural que mais se encaixa quando os materiais utilizados na construção são materiais denominados “maciços”, como pedra e concreto, levando em consideração as condições de resistência do terreno, e que as fundações absorvam o forte empuxo gerado pelo arco. Atualmente, este tipo de ponte encontra-se em desuso, devido ao pouco aproveitamento de carga útil em relação ao grande peso próprio que este tipo de estrutura possui, além de possuir uma difícil execução.

**Figura 3 - Seções longitudinais simplificadas de pontes em formato de arco.**

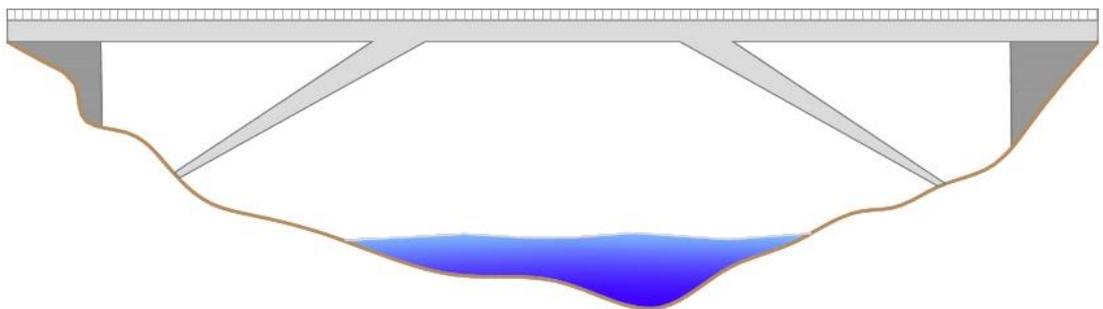


Fonte: desenvolvida pelo autor com base na obra de Pfeil (1979).

### 2.2.1.3 Ponte em pórtico

São definidas como pontes em pórtico quando a ligação entre superestrutura e infraestrutura transmitir momentos fletores, segundo El Debs e Takeya (2007). Neste tipo de estrutura, os limites da viga podem ser engastados nas paredes de encontro, diminuindo assim, o momento máximo positivo gerado no centro da viga através dos momentos de engaste.

**Figura 4 - Exemplo de ponte em estrutura de pórtico.**



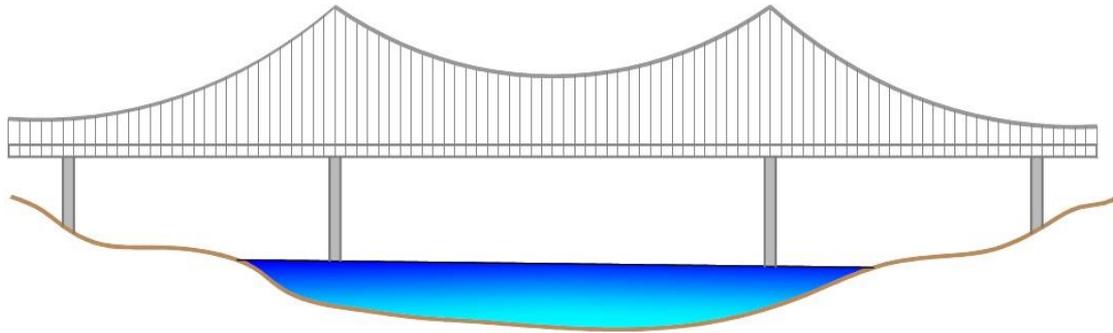
Fonte: Desenvolvida pelo autor com base na obra de Leonhardt (1979).

### 2.2.1.4 Ponte pênsil

Conforme Mendes (2017), as pontes pênsis são um sistema estrutural onde o tabuleiro é sustentado por cabos metálicos atirantados, ligados a dois principais cabos maiores, chamados cabos portantes parabólicos que se ligam às torres de sustentação. A transferência das cargas às torres e ancoragens é feita através de tração. Para vãos entre 600 a 800m, as pontes pênsis são economicamente viáveis.

Neste tipo de ponte, a estrutura fica demasiadamente vulnerável a esforços de torção gerados pelo vento em grandes velocidades. Parte-se então na premissa de projeto que em pontes pênsis deve-se ter alta rigidez no tabuleiro, a fim de evitar os movimentos vibratórios e oscilatórios.

**Figura 5 - Ponte pênsil**



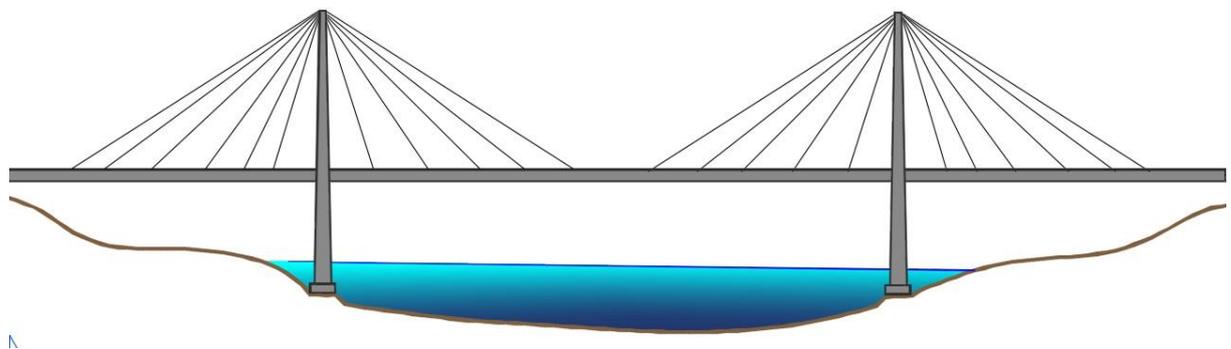
Fonte: desenvolvida pelo autor (2018).

#### 2.2.1.5 Ponte estaiada

Nas pontes do tipo estaiadas, o tabuleiro é suspenso através de cabos inclinados (estais) que são fixados em torres, conforme Leonhardt (1979). A ponte pode ter diferentes tipos de disposição dos cabos, podendo ser: em arco, em leque ou leque modificado. Quanto maior a quantidade de cabos, mais esbeltas as vigas podem ser.

Segundo Leonhardt (1979), o tipo de ponte estaiada em formato de leque é o mais eficiente levando em conta os requisitos técnicos e econômicos de construção.

**Figura 6 - Ponte estaiada.**



Fonte: Desenvolvida pelo autor com base na obra de Mendes (2017).

#### 2.2.2 Classificação das pontes quanto ao tipo construtivo

As pontes podem ser classificadas conforme seus métodos construtivos de duas maneiras: sistemas construtivos com concreto armado moldado no local e sistemas construtivos com elementos pré-moldados em concreto armado.

#### **2.2.2.1 Sistemas com concreto armado moldado *in situ***

Podem ser executados com fôrmas colocadas sobre escoramentos fixos, deslizantes ou em balanços sucessivos.

##### **2.2.2.1.1 Fôrmas sobre escoramentos fixos**

É o tipo de escoramento mais antigo, podendo até ser denominado como tradicional. Conforme Mendes (2017), este tipo de sistema é executado no local com as fôrmas sobre os escoramentos e concretadas utilizando a técnica usual, com as deformações sendo compensadas com contraflechas. Os escoramentos são constituídos de pontaletes pouco espaçados, podendo ser metálicos ou de madeira.

Segundo Leonhardt (1979), deve-se ter cuidado com a compressão gerada nas juntas pelas contraflechas, e que uma maneira de evitar isto seria aplicando uma camada de argamassa. A retirada do escoramento deve ser cuidadosa a fim de não produzir solicitações prejudiciais à estrutura da ponte.

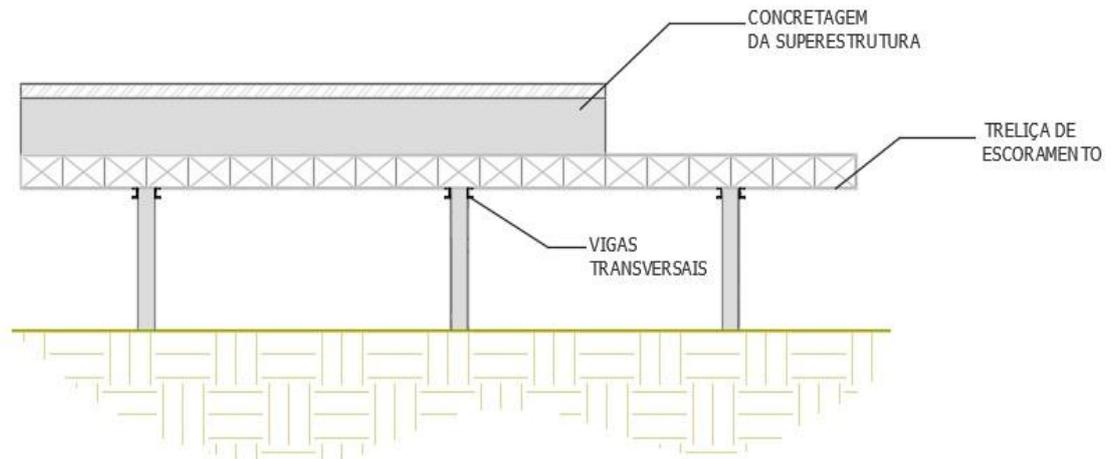
##### **2.2.2.1.2 Fôrmas sobre escoramentos deslizantes**

Este tipo de processo torna-se muito vantajoso quando há mais de três vãos com seções transversais iguais, o terreno for plano, o solo tiver uma resistência considerável e a superestrutura da ponte não estiver muito alta em relação ao terreno, tendo os pilares pouca altura (MENDES, 2017). Ainda conforme Mendes (2017), este processo é geralmente aplicado em terrenos acidentados, como em encostas ou beiras de rio, pois isenta o uso de escoramentos em contato com o solo.

Conforme Leonhardt (1979), a concretagem é executada da seguinte maneira: concretase um vão da ponte de cada vez, e no caso das vigas contínuas, até o ponto em que o momento seja zero no vão seguinte. Após executado este processo, as fôrmas são retiradas junto ao escoramento após realizada a protensão do vão, e passa-se ao vão seguinte.

Os escoramentos utilizados nesta técnica consistem em um sistema de treliças metálicas móveis que acompanham a concretagem na medida em que vai avançando. Esta técnica, segundo Mendes (2017), também pode aparecer em forma de vigas metálicas transversais que são fixadas nos pilares de apoio da treliça.

**Figura 7 - Fôrmas sobre escoramentos deslizantes com treliça de lançamento**

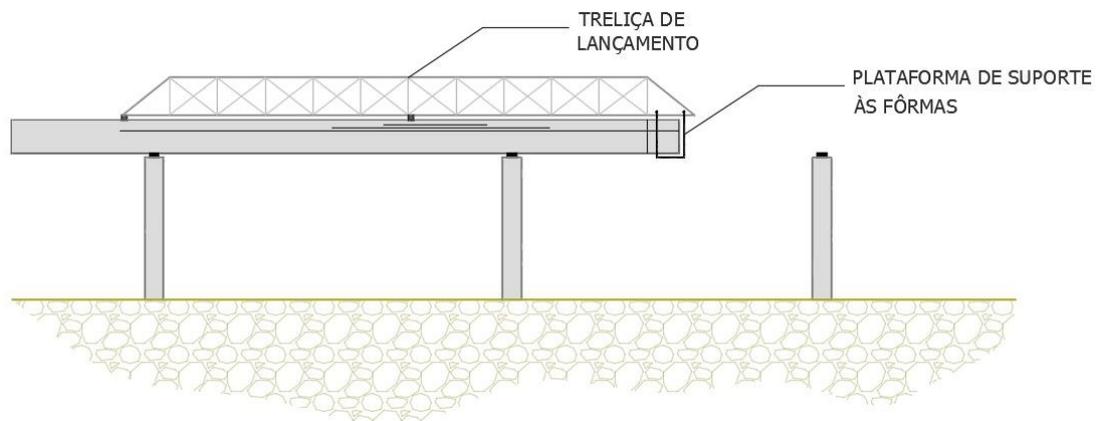


Fonte: Desenvolvido pelo autor com base na obra de Mendes (2017).

### 2.2.2.1.3 Fôrmas em balanços sucessivos

Este processo é bastante utilizado para pontes de grandes vãos. Conforme Leonhardt (1979), a execução é simples, realizada a partir de um escoramento e fôrmas em balanço, a concretagem é executada a cada 3 dias, em um trecho que contenha de 3 a 5 m de comprimento. Os cabos tensionados são dispostos na laje superior e no entorno, e então tensionados nas juntas de concretagem para absorverem os momentos gerados pelo balanço. O balanço, por sua vez, obrigatoriamente, deve ser contrabalanceado pelo avanço paralelo dos outros vãos. A estabilidade depende do engastamento do balanço no pilar inicial ou por apoios sobre as fundações.

**Figura 8 - Sistema de escoramento em balanços sucessivos com treliça de lançamento sobre a ponte.**



Fonte: Desenvolvido pelo autor com base na obra de Mendes (2017).

## 2.2.2.2 Sistemas com elementos pré-moldados em concreto ou protendido

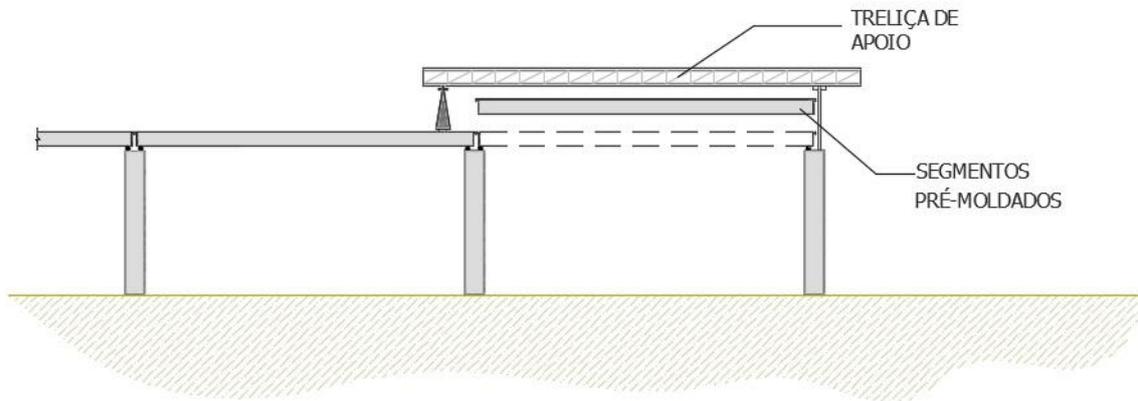
### 2.2.2.2.1 Elementos pré-moldados sobre vão inteiro

A execução de pontes com elementos pré-moldados torna-se economicamente interessante quando se tem muitos vãos idênticos de acordo com o projeto. Também é necessário neste tipo de projeto, analisar se na região em que se vai construir a ponte dispõe-se do equipamento necessário para içamento e transporte dos elementos, além de vias de acesso adequadas para conduzir a peça até o local.

A pré-moldagem da peça, de acordo com Leonhardt (1979), pode ser feita de duas maneiras: em fábrica, através de bancadas de protensão, ou por cabos de protensão, do jeito mais comum. Quando a ponte a ser construída tem tamanho considerável, torna-se vantajoso a elaboração de uma fábrica no canteiro de obras.

A colocação da peça no devido vão é feita através de uma treliça de apoios provisórios que proporciona a colocação do elemento no local (MENDES, 2017).

**Figura 9 - Lançamento de elementos pré-moldados de comprimento de vão.**



Fonte: Desenvolvido pelo autor com base nas obras de Leonhardt (1979) e Mendes (2017).

#### **2.2.2.2.2 Segmentos pré-moldados com balanços sucessivos**

O processo de segmentos pré-moldados é tido como uma opção quando se pretende atingir grandes vãos em pontes de grande comprimento, como por exemplo, a ponte Rio-Niterói, com seus mais de 13 km de extensão.

As aduelas pré-moldadas têm seu comprimento projetado de acordo com a disposição dos elementos de transporte e elevação da região em que será construída a ponte. O processo consiste em pendurar estes segmentos sobre treliças, ou apoiada sobre as mesmas, até que possam ter sua protensão realizada.

A desvantagem deste tipo de sistema está nas juntas que são necessárias, pois não podem ser executadas armaduras longitudinais porque a mesma atravessaria a junta, e teria de ser deixado um espaçamento de no mínimo 50 cm, o que leva a ter que dimensionar a protensão para superar os momentos das cargas de utilização e variações de temperatura não produzam esforços de tração sobre a junta.

### **2.2.3 Classificação das pontes quanto à seção transversal**

Conforme as orientações de Leonhardt (1979), a escolha da seção transversal das pontes depende de diversos fatores, sendo eles: tamanho do vão, altura disponível ou esbeltez requerida, escolha de processo construtivo envolvendo material e equipamentos disponíveis na região da construção, fator econômico, e a relação entre a carga móvel e peso próprio que essa estrutura irá possuir.

### 2.2.3.1 Ponte em laje

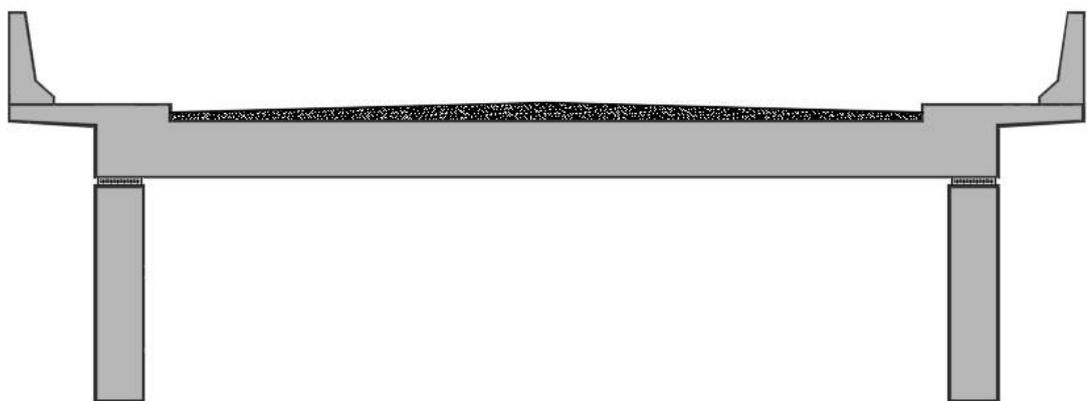
Em seções transversais de pontes de laje, podem ser executadas lajes maciças ou elementos vazados, e ainda com elementos pré-moldados.

Conforme El Debs e Takeya (2007), em seções transversais de lajes maciças, o tabuleiro e o sistema estrutural principal formam um único elemento. A principal característica neste tipo de ponte é a facilidade na execução das fôrmas, armaduras e concretagem, porém, em compensação, apresenta um alto consumo de concreto e elevado peso próprio. As pontes em laje maciça ainda possuem uma boa distribuição dos esforços. Este modelo de seção transversal geralmente é usual em pontes de pequenos vãos, e especialmente indicada para pontes esconsas ou de largura variável.

Ainda de acordo com El Debs e Takeya (2007), quando a altura de seção de projeto tiver dimensão maior que 60 cm, recomenda-se a utilização de uma seção vazada ou oca, podendo assim utilizar-se um maior vão e diminuindo consumo de concreto e peso próprio da estrutura da ponte. No procedimento de adicionar aberturas na laje, tem-se uma maior dificuldade na execução da mesma, tendo sua vantagem de facilidade na execução diminuída, porém o bom comportamento da seção transversal continua praticamente igual ao da laje maciça.

Ainda pode-se executar pontes de laje com elementos pré-moldados, que vencem o vão inteiro (EL DEBS e TAKEYA, 2007).

**Figura 10 - Seção transversal de ponte em laje.**



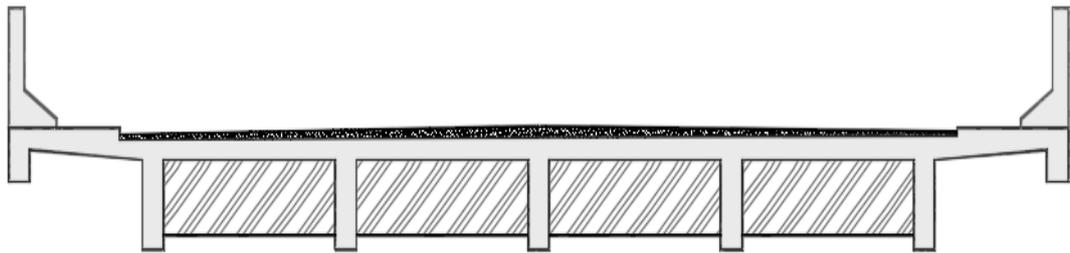
Fonte: Figura elaborada pelo autor de acordo com a obra de Mendes (2017).

### 2.2.3.2 Ponte em vigas T

As pontes em seção de viga T, são adequadas para construções em concreto armado ou parcialmente protendido, ainda mais se a estrutura for submetida a suportar esforços relativos à momentos fletores positivos devido a grande força de compressão que o tabuleiro exerce sobre a viga.

As vigas em formato T podem ser pré-moldadas ou moldadas *in situ* (LEONHARDT, 1979). Pode-se executar um alargamento na parte inferior da alma, formando uma seção tipo I, porém em termos de execução de fôrmas e armaduras, torna-se mais difícil, por isso prefere-se utilizar uma alma reta. O alargamento na parte de baixo da alma só é usualmente adotado quando a altura das vigas for superior a 2 metros.

**Figura 11 - Ponte de seção em viga T dotada de múltiplas vigas.**



Fonte: confeccionado pelo autor com base na obra de Leonhardt (1979).

Conforme Leonhardt (1979), em rodovias, geralmente são feitas duas pontes juntas e separadas por um canteiro central. Caso existam 3 ou mais almas, necessita-se a adoção de transversinas, que irão ajudar na distribuição mais uniforme da carga.

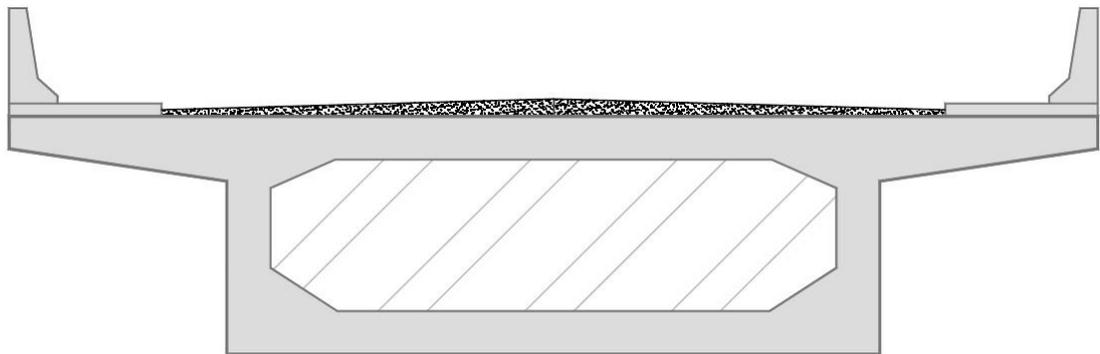
De acordo com El Debs e Takeya (2007), as pontes em viga T em forma de elementos pré-moldados são bem usuais ultimamente. Nestes casos, um número maior de longarinas e alargamento da porção de baixo da alma podem ser adotados, e tende-se a diminuir o peso dos elementos através deste aumento do número de vigas. Os elementos deste tipo podem ser executados de duas maneiras: pré-moldados em canteiro com pós-tração, ou pré-moldado em fábrica com pré-tração.

### **2.2.3.3 Ponte em viga de seção caixão**

Também chamada de seção celular, este tipo de viga é formado pela adição de uma laje inferior entre duas vigas de seção T. Esta laje adicional, melhora a distribuição dos esforços horizontais, tornando-se então apropriada para aplicação em vigas contínuas protendidas. Atualmente, este modelo de ponte é bastante utilizado, exceto para vencer vãos menores e para as executáveis com vigas de seção T pré-moldadas. (EL DEBS e TAKEYA, 2007).

Ainda de acordo com El Debs e Takeya (2007), até mesmo em modelos de ponte protendida sobre apoios simples, a seção caixão é interessante, pois nestes casos a laje de baixo servirá como mesa de compressão para suportar a carga de peso próprio da estrutura. Além disso, estes elementos possuem uma boa rigidez à torção, que faz com que sejam utilizadas em pontes curvas e retas que são formadas por um só pilar. Este modelo de seção de ponte é bastante utilizado ultimamente.

**Figura 12 - Seção caixão unicelular.**



Fonte: Adaptado pelo autor através da obra de Mendes (2017).

### **2.3 Pontes em concreto pré-moldado**

Segundo as definições da ABNT NBR 9062:2017 – Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado, o elemento pré-moldado é aquele cujo sua moldagem é realizada previamente fora do local de sua utilização.

Atualmente, no mundo inteiro, o concreto pré-moldado (CPM) é muito utilizado em estruturas em função de suas vantagens. Segundo El Debs (2017), uma das maneiras de reduzir o atraso na construção civil, quando comparado à outras áreas, é com o uso de estruturas pré-moldadas.

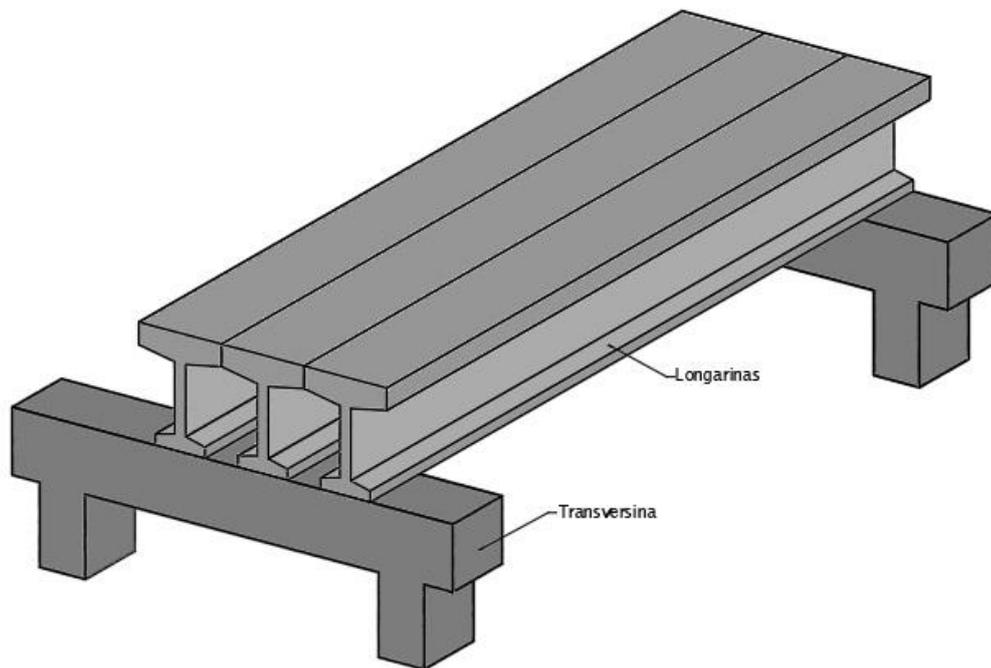
Conforme El Debs (2017), quando são utilizados elementos pré-moldados, consegue-se otimização no desperdício de materiais, mais agilidade na concepção da estrutura e maior controle de qualidade dos materiais utilizados.

O CPM também é amplamente empregado nas construções de infraestrutura urbana e de estradas, principalmente na concepção de pontes. Neste tipo de construção torna-se favorável a utilização de elementos pré-moldados, de modo que o principal item a ser levado em conta é a estrutura em si. Também são fatores que favorecem o emprego de pré-moldados em pontes o

fato da agilidade no processo e condições de impor padronizações na obra, bem como o fato de ser sempre uma construção em grande escala (EL DEBS, 2017).

O uso de elementos pré-moldados em pontes se dá, principalmente, na sua superestrutura, onde podem ser aplicados tanto na direção longitudinal da estrutura quanto em sua direção transversal, conforme demonstra a Figura 13 abaixo. No item 2.2.2.2 do presente trabalho constam as principais formas de montagem das estruturas em CPM.

**Figura 13 - Exemplo de longarinas e transversinas em elementos pré-moldados.**



Fonte: adaptado pelo autor de El Debs (2017).

O fato desse tipo construtivo também não demandar o uso de cimbramento também torna-se vantajoso em relação a outros. O escoramento nestas estruturas acaba se tornando caro e dificultoso quando tem de se vencer um vão sobre águas.

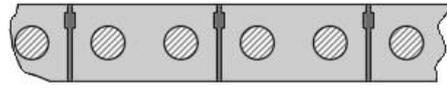
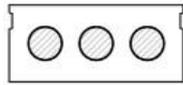
No Brasil, torna-se vantagem a implantação de pontes em CPM devido ao tamanho da maioria dos vãos ser de pequeno à médio, sendo possível a utilização dos elementos utilizados serem produzidos em fábrica e levados ao local de utilização.

Outra vantagem do emprego de pré-moldados nas pontes é que geralmente o acesso à área em que será colocado o elemento é de fácil acesso, levando em conta que o transporte das peças muitas vezes dificulta as condições de sua utilização, como em grandes centros por exemplo.

Existem diversos tipos de seções que podem ser adotadas neste tipo de construção (Figura 14), e a escolha vai depender de diversos fatores, como a disponibilidade da seção na região a ser utilizada, vão a ser vencido, aspectos econômicos, entre outros.

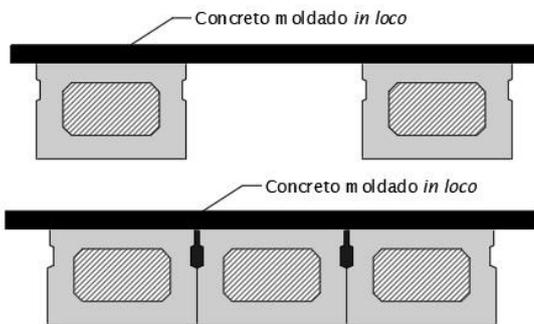
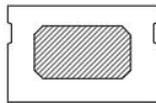
**Figura 14 - Tipos de seções usuais em pontes de concreto pré-moldado e exemplos de arranjos possíveis.**

**Seção tipo painel alveolar**



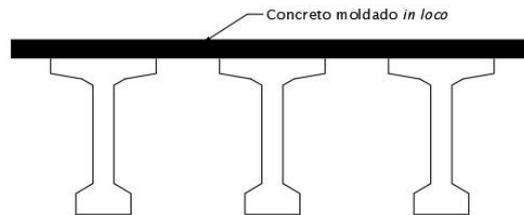
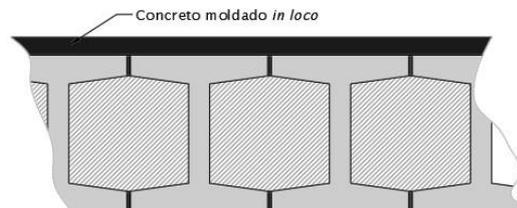
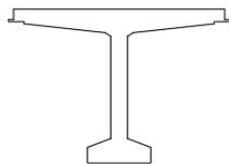
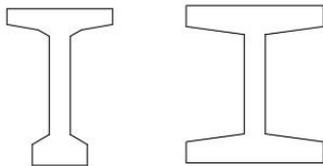
Arranjo dos elementos na estrutura

**Seção tipo caixa**



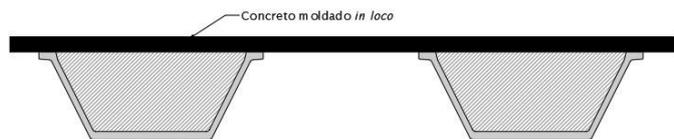
Arranjo dos elementos na estrutura

**Seção I e similares**



Arranjo dos elementos na estrutura

**Seção U**



Arranjo dos elementos na estrutura

## **2.4 Ações nas pontes**

Segundo Pfeil (1979), a ponte conta com diversos tipos de solicitações, sendo elas: solicitações devido ao peso próprio da estrutura, solicitações devido às cargas úteis, solicitações devido à fenômenos naturais e solicitações devido às deformações internas.

### **2.2.1 Ações devido às cargas permanentes**

Conforme as diretrizes da NBR 7187:2003 – Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido – Procedimento, as ações consideradas como ações permanentes em pontes devem ser as ações que podem ser consideradas como frequentes ao longo da vida útil da estrutura. Também são consideradas como permanentes as cargas que aumentam ao decorrer do tempo. São consideradas ações permanentes, entre outras:

- a) Cargas devido ao peso próprio da estrutura;
- b) Cargas provindas da pavimentação, trilhos, dormentes, lastros, revestimentos, guarda rodas, guarda corpos e dispositivos de sinalização;
- c) Empuxos de terra e de água;
- d) Forças de protensão;
- e) Deformações do concreto como fluência e retração, por variação da temperatura e deslocamento dos apoios.

O peso próprio mínimo previsto pela NBR 7187:2003 para estruturas em concreto simples é  $24 \text{ kN/m}^3$ , e para concreto armado ou concreto protendido adota-se  $25 \text{ kN/m}^3$ .

Quanto às cargas correspondentes ao peso de pavimento, utiliza-se como valor mínimo de peso específico  $24 \text{ kN/m}^3$ . Pressupõe-se uma carga adicional de  $2 \text{ kN/m}^2$  considerando um recapeamento que poderá ocorrer na estrutura, porém esta carga pode ser descartada em caso de pontes com amplos vãos.

Para pontes em concreto armado segundo a orientação de Mendes (2017), o peso próprio da estrutura definido previamente no projeto inicial não pode ser excedido em mais de 5% no projeto definitivo.

### **2.2.2 Ações devido às cargas variáveis**

Conforme a NBR 7187:2003, algumas ações variáveis a serem consideradas são:

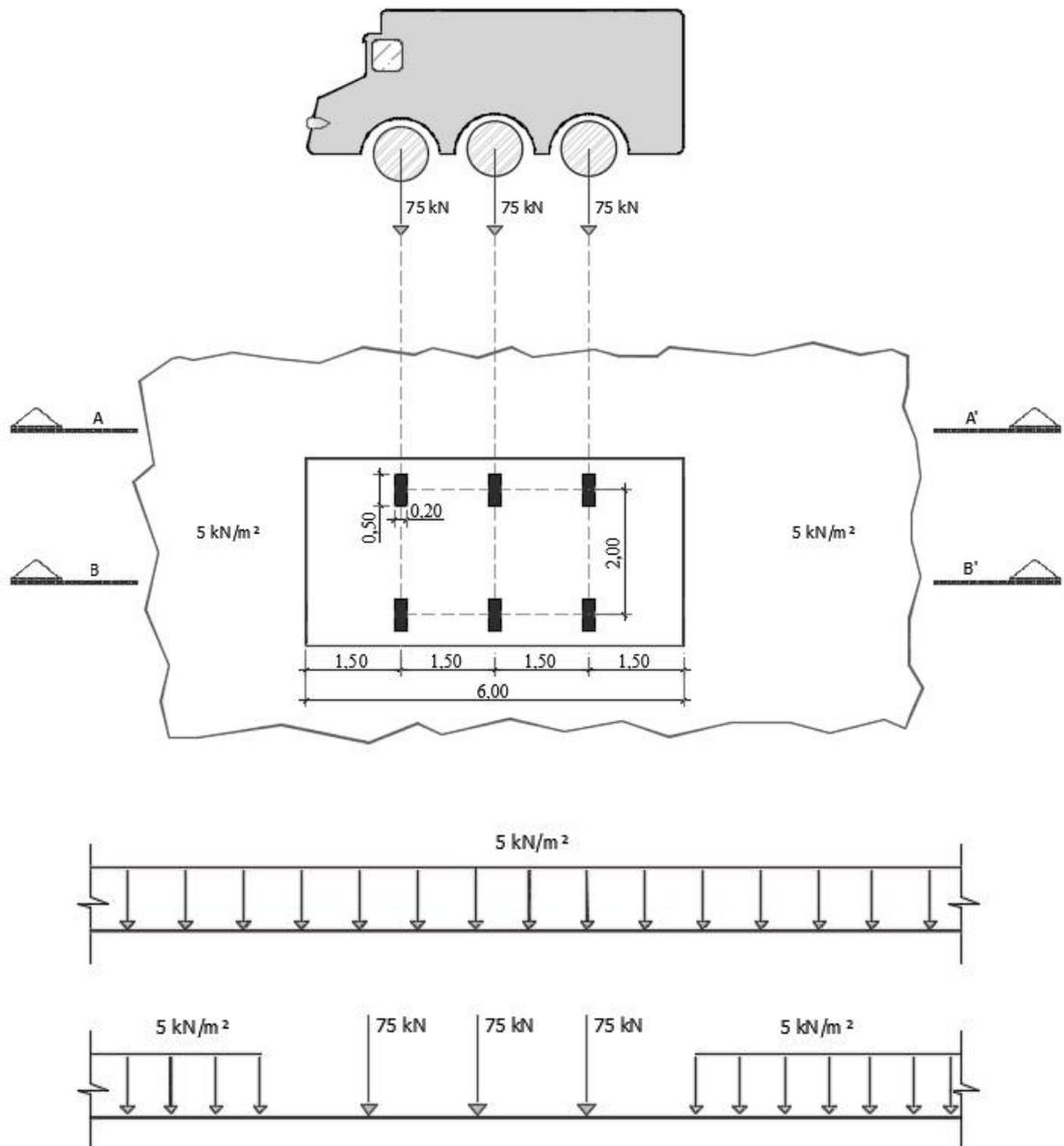
- a) Cargas móveis;

- b) Cargas de construção;
- c) Cargas de vento;
- d) Empuxo de terra provocado por cargas móveis;
- e) Efeito dinâmico da água;
- f) Variações de temperatura.

A principal carga variável a ser considerada em uma estrutura são as cargas móveis rodoviárias, definidas como trem-tipo. A norma que regulamenta as ações provenientes de cargas móveis é a NBR 7188:2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas, e segundo o escopo da mesma “*Esta Norma define os valores característicos básicos das cargas móveis rodoviária de veículos sobre pneus e ações de pedestres, em projeto de pontes, viadutos, galerias, passarelas e edifícios-garagem*” (NBR 7188:2013 p. 1).

A NBR 7188:2013 também define o trem-tipo padrão brasileiro adotado para dimensionamento de pontes sendo o TB-450, que estabelece um veículo tipo de 450 kN com seis rodas de 75 kN, três eixos de carga distantes a 1,5 m (Figura 15), tendo em torno de si uma carga distribuída de 5 kN/m<sup>2</sup>.

**Figura 15 - Vista lateral, dimensões em planta e composição de cargas do trem-tipo usual TB-45.**



Fonte: Desenvolvido pelo autor com base nas diretrizes da NBR 7188:2013.

De acordo com Mendes (2017), o estudo de cargas móveis em pontes depende da seção transversal adotada. O trem-tipo é fornecido pelas normas, e em função deste se calcula o trem-tipo final em função do número de longarinas, da ocorrência ou não de laje inferior, e principalmente das dimensões do tabuleiro. Quando modificadas as proporções da seção transversal resultará em um novo trem-tipo. O cálculo do trem-tipo pode ser dimensionado em função da torção ou da flexão.

### 2.2.3 Ações devido às cargas excepcionais

Ações excepcionais são aquelas proveniente de cargas incomuns à estrutura. Consideram-se como cargas anormais as que são provenientes de um acidente sobre a estrutura ou que atinja a mesma, explosões, e fenômenos da natureza como chuvas intensas, enchentes, sismos, furacões, etc.

Conforme as diretrizes da NBR 7187:2003, deve ser verificada a segurança quanto a choques de objetos móveis contra pilares onde há possibilidade destas colisões. O proprietário da obra pode dispensar esta verificação caso já tenha sido previsto em projeto elementos que garantem a segurança da estrutura nestas situações.

### 2.2.4 Coeficientes de carga vertical

A norma NBR 7188:2013 traz recomendações de coeficientes a serem adicionados nas cargas verticais. Estes coeficientes são: coeficiente de impacto vertical ( $C_{iv}$ ), o coeficiente do número de faixas ( $C_{nf}$ ) e o coeficiente de impacto adicional ( $C_{ia}$ ).

#### 2.2.4.1 Coeficiente de impacto vertical ( $C_{iv}$ )

De acordo com a definição da NBR 7188:2013 o coeficiente de impacto vertical é o que amplifica a ação de uma carga estática na ponte, transformando a ação em dinâmica para simbolizar o movimento dos automóveis sobre a ponte.

Segundo Mendes (2017), o valor adotado para estruturas dotadas de vãos menores que 10 m seria  $C_{iv} = 1,35$ . Já para estruturas com vãos entre 10 e 200 m o coeficiente é definido através da equação abaixo:

$$C_{iv} = 1 + 1,06 \left( \frac{20}{L_{iv} + 50} \right) \quad (1)$$

sendo

$L_{iv}$  o vão em metros, conforme o tipo de estrutura.

Em estruturas onde os vãos serão maiores que 200 m, deve-se realizar estudos para obtenção deste coeficiente (MENDES, 2017).

#### 2.2.4.2 Coeficiente do número de faixas ( $C_{nf}$ )

Conforme as diretrizes da NBR 7188:2013, o coeficiente do número de faixas determina a probabilidade da carga móvel ocorrer em relação ao número de faixas da ponte. O coeficiente deve ser obtido através da seguinte equação:

$$C_{nf} = 1 - 0,05 (n - 2) > 0,98 \quad (2)$$

sendo

$n$  = número inteiro de faixas de tráfego a serem dispostas sobre o tabuleiro. Acostamentos e faixas de segurança não são considerados faixas de tráfego da rodovia.

O coeficiente de número de faixas não deve ser aplicado no dimensionamento transversais ao sentido do tráfego, como lajes e transversinas.

#### **2.2.4.3 Coeficiente de impacto adicional ( $C_{ia}$ ).**

A NBR 7188:2013 traz a definição do coeficiente de impacto adicional como sendo o “coeficiente destinado à majoração da carga móvel característica devido à imperfeição e/ou descontinuidade da pista de rolamento, no caso de juntas de dilatação e nas extremidades das obras, estruturas de transição e acessos” (NBR 7188:2013 p. 3).

Diante disso, a NBR 7188:2013 recomenda que as cargas sejam majoradas nas regiões críticas da estrutura a uma distância horizontal à junta menor que 5 m para cada lado da junta ou descontinuidade estrutural através dos coeficientes:

$C_{ia} = 1,25$ , para obras em concreto ou mistas;

$C_{ia} = 1,15$ , para obras em aço

## **2.5 Métodos de cálculo para pontes**

A distribuição transversal de cargas em tabuleiros de pontes dotados de múltiplas vigas tem o objetivo de determinar a porção da carga horizontal que está sobre a laje está descarregando em cada viga da seção. Entre estes métodos de análise, destacam-se alguns como o método de Guyon-Massonet, Engesser-Courbon, Fauchart e Leonhardt como exemplos de métodos teóricos, e Método dos Elementos Finitos (MEF) como exemplo de método computacional (BATISTA, 2013).

Os processos teóricos, também chamados de métodos aproximados, são os métodos onde que o cálculo é feito “manualmente” para encontrar os esforços nos elementos constituintes do tabuleiro formado por múltiplas vigas. Estes processos, permitem que se

encontre o resultado através de técnicas de cálculo que consideram simplificações no cálculo dos esforços da estrutura.

Atualmente, com o constante avanço tecnológico, os métodos mais utilizados são programas computacionais desenvolvidos e aprimorados com a capacidade de realizar a análise muito mais rápida e muitas vezes mais eficaz dos tabuleiros de pontes, como muitos estudos comprovam. A utilização destes métodos através de softwares computacionais está se tornando cada vez mais comum no âmbito da engenharia das estruturas, fazendo com que se faça necessário

### **2.5.1 Método de Guyon-Massonet**

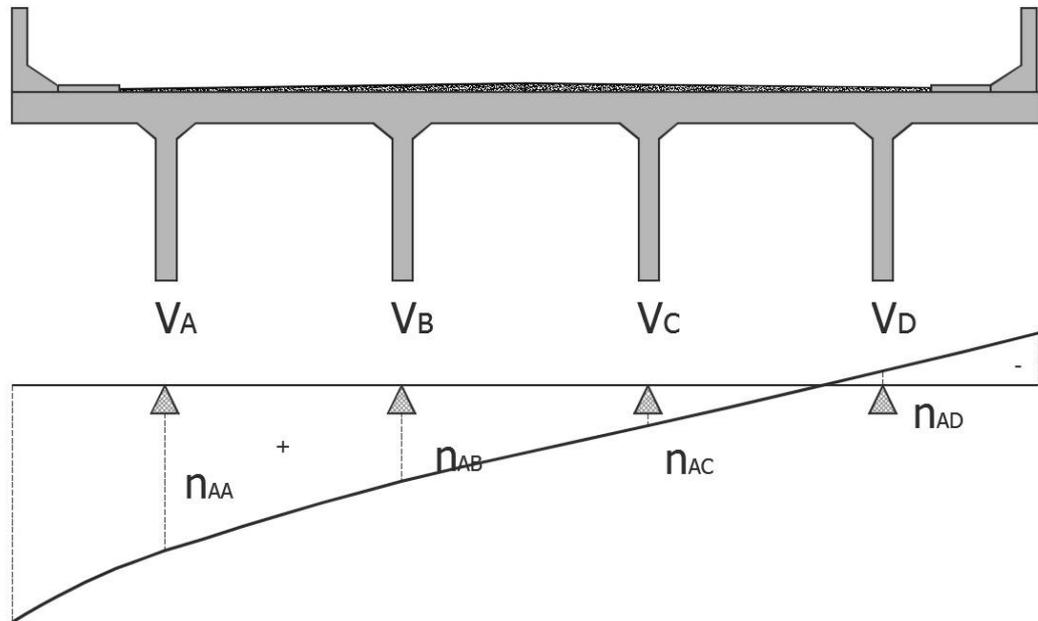
O método dos coeficiente de distribuição transversal elaborado por Guyon-Massonet é baseado em uma série de relações entre a rigidez à torção e à flexão de acordo com o número de longarinas e transversinas presentes na seção transversal da ponte. Estas relações foram desenvolvidas primeiramente por Guyon e mais tarde tabeladas e aperfeiçoadas por Massonet, que posteriormente também teve a contribuição de Barés.

Nesta metodologia, o cálculo dos esforços e deslocamentos proposto por Guyon-Massonet tem sua base fundamentada na hipótese de que a estrutura do tabuleiro composta por longarinas, transversinas e laje, seja considerada como uma placa. Esta placa tem sua rigidez e resistência distinta em ambos os sentidos, longitudinal e transversal (MEDINO, 2016).

Em seu livro, Mendes (2017), considera que o cálculo dos coeficientes através do método de Guyon-Massonet apesar de se tratar de uma simplificação ainda seja muito trabalhoso. O objetivo é dispensar o cálculo completo de uma grelha, porém mantendo seus aspectos básicos, pois a utilizada para grelhas ortogonais é igual à equação utilizada para lajes ortótropas.

Cada viga terá sua própria linha de influência de reação de apoio que definirá os coeficientes para as demais vigas da seção. Caso a seção transversal da estrutura não seja simétrica, terá de ser calculado para cada viga a sua devida linha de influência de reação de apoio, obtendo assim coeficientes de repartição transversal diferentes para cada uma delas.

**Figura 16 - Coeficientes de repartição transversal para a viga  $V_A$ .**



Fonte: Adaptado pelo autor de Mendes (2017).

A curva demonstrada na Figura 14 foi obtida através do método de Guyon-Massonet e expressa a linha de influência de reação de apoio da viga  $V_A$ , e os coeficientes de repartição transversal estão denominados como  $n_{AA}$ ,  $n_{AB}$ ,  $n_{AC}$  e  $n_{AD}$  e representam as seguintes reações:

$n_{AA}$  = reação na viga  $V_A$  quando a carga unitária está sobre  $V_A$ ;

$n_{AB}$  = reação na viga  $V_A$  quando a carga unitária está sobre  $V_B$ ;

$n_{AC}$  = reação na viga  $V_A$  quando a carga unitária está sobre  $V_C$ ;

$n_{AD}$  = reação na viga  $V_A$  quando a carga unitária está sobre  $V_D$ ;

Ocorrendo a seguinte condição, caso a carga aplicada sobre  $V_A$  seja unitária:

$$\begin{aligned} n_{AA} + n_{AB} + n_{AC} \\ + n_{AD} \\ = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Esses valores de  $n_{AA}$ ,  $n_{AB}$ ,  $n_{AC}$  e  $n_{AD}$  encontram-se relacionados nas tabelas elaboradas por Massonet, de acordo com as variadas rigidezes à torção e flexão e número de longarinas e transversinas presentes no tabuleiro.

As relações entre as rigidezes à torção e flexão tabeladas por Massonet fornecem parâmetros que resultam nos coeficientes de distribuição transversal da viga. Os parâmetros utilizados na tabela são:

- 1) Parâmetro de rigidez à flexão

$$K_f = \frac{J_{f1}}{J_{ft}} \left( \frac{L}{2L_t} \right)^3 \quad (4)$$

onde

$J_{f1}$  = momento de inércia à flexão da longarina;

$J_{ft}$  = momento de inércia à flexão da transversina;

$L$  = vão das longarinas;

$L_t$  = segmento de transversina.

2) Parâmetro de rigidez à torção

$$K_t = \frac{1}{8L_1} \frac{EJ_{ft}}{GJ_{t1}} \quad (5)$$

onde

$EJ_{ft}$  = rigidez à flexão da transversina;

$GJ_{t1}$  = rigidez à torção das longarinas.

A partir da obtenção destes parâmetros, são obtidas as tabelas de coeficientes de repartição transversais, onde leva-se em conta a quantidade de longarinas e transversinas juntamente da aplicação de carga unitária sobre cada nó da grelha.

Definidas as linhas de influência da longarina analisada, adiciona-se carga ao tabuleiro e calcula-se os trem-tipo nas faixas dentro e fora do veículo, então obtêm-se o trem-tipo final de flexão. Cada viga principal terá seu trem-tipo, tendo assim suas linhas de influência independentes da outra (MENDES, 2017).

## 2.5.2 Método de Engesser-Courbon

De acordo com Medino (2016), o método de Engesser-Courbon utiliza em sua base nos princípios de cálculo de grelhas na distribuição do carregamento em seções dotadas de múltiplas vigas. Por se tratar de um recurso de simplificação de processos de cálculo, o método é aplicável e oferece resultados mais confiáveis em estruturas que respeitem as seguintes restrições:

- 1) O vão da estrutura deve ser o dobro ou maior do que a largura da seção transversal;
- 2) A altura da transversina deve ter a mesma ordem de grandeza das longarinas; e
- 3) As espessuras da laje e longarinas não devem ser grandes.

Engesser e Courbon propuseram em seus estudos que a rigidez das vigas transversinas seria infinita em comparação às longarinas, admitindo assim um comportamento de barras

rígidas, e sua deformação seria então linear, podendo ser expressa pela equação de primeiro grau:

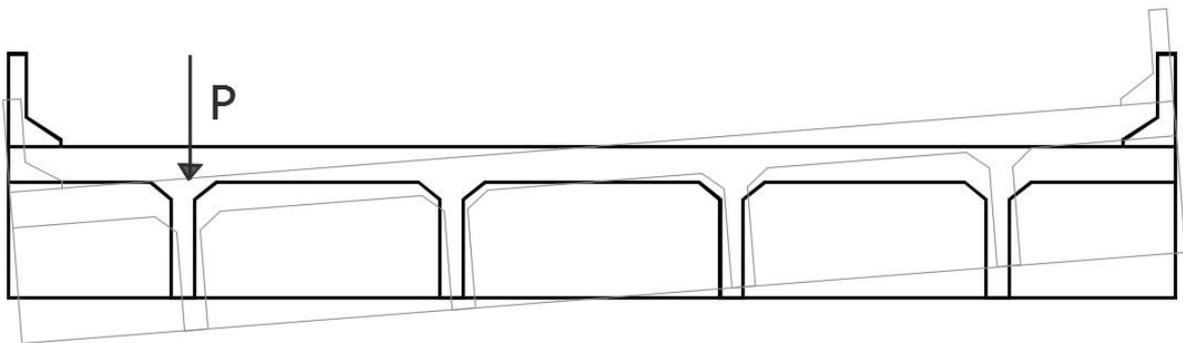
$$y = ax + b \quad (6)$$

Conforme Medino (2016), além das recomendações citadas anteriormente, a estrutura ainda deve respeitar hipóteses referentes à Teoria das estruturas. Também devem ser levadas em conta:

- As longarinas têm sua inércia constante, são paralelas e interligadas pela transversina;
- As transversinas possuem apoios simples sobre as longarinas e tem sua rigidez à flexão considerada infinita;
- São desprezados os efeitos de torção nas vigas; e
- O trabalho longitudinal das lajes não é considerado.

A hipótese de rigidez infinita transversalmente proposta por Engesser e Courbon propõe que qualquer deformação na viga será sempre reta, sem nenhum tipo de deflexões ou curvas, isso se dá devido à suposição das transversinas terem comportamento de barras rígidas, deformando a viga linearmente (MENDES, 2017).

**Figura 17 - Deformação de tabuleiro de ponte considerando a hipótese de rigidez transversal infinita.**

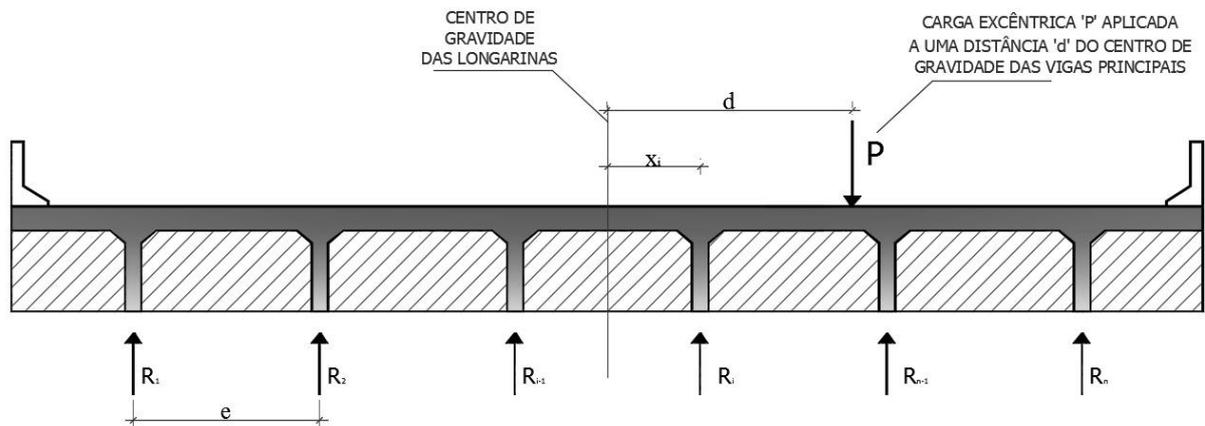


Fonte: Desenvolvido pelo autor conforme Mendes (2017) e Deuschle (2016).

Ao admitir a hipótese de que as transversinas são sólidos rígidos, o problema torna-se de fácil resolução, pois as deformações serão lineares, como demonstradas na Figura 15 e os deslocamentos descritos através da equação (6) de primeiro grau.

No esquema abaixo proposto (Figura 16) por Mendes (2017), trata-se de uma transversina cortada por  $n$  longarinas e uma carga concentrada é aplicada a uma distância aleatória do centro de gravidade da seção.

**Figura 18 - Transversina cortada por n longarinas e suas respectivas reações.**



Fonte: Desenvolvido pelo autor com base na obra de Mendes (2017).

sendo

$n$  = número de longarinas;

$i$  = ordem da transversina;  $e$

$R_i$  = reações relativas aos vínculos elásticos com as longarinas.

De acordo com Deuschle (2016), as reações causadas pela carga aplicada na viga em cada longarina,  $R_i$ , são determinadas através da equação do equilíbrio de forças, considerando uma carga pontual  $P$  com uma distância  $d$  do centro de gravidade da seção. Através da equação abaixo, pode-se determinar o valor da reação de cada longarina em função da carga aplicada:

$$P_i = \frac{P}{n} \pm \frac{P \cdot e \cdot x_i}{\sum x_i^2} \quad (7)$$

sendo

$P_i$  = Parcela da carga concentrada “ $P$ ” que atua na viga “ $i$ ”;

$P$  = Carga concentrada em análise;

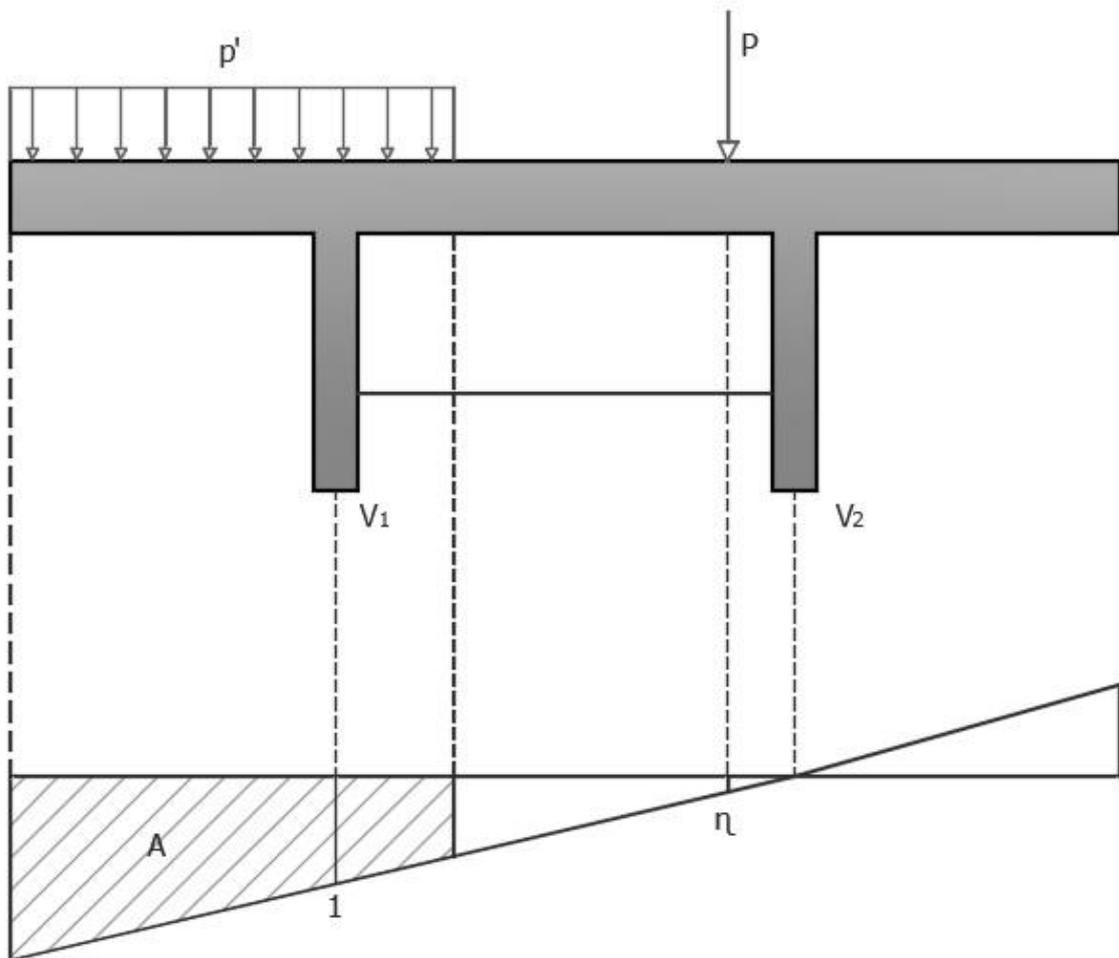
$n$  = Número de vigas longarinas;

$e$  = excentricidade da carga, medida a partir do centro de gravidade das longarinas;  $e$

$x_i$  = distância da longarina “ $i$ ” até o centro de gravidade das longarinas.

Obtendo então a partir da equação a reação em cada viga para a carga em determinada posição, traça-se a linha de influência para cada viga presente na longarina, a partir da colocação da carga  $P$  em diferentes posições.

Figura 19 - Linha de influência de distribuição transversal para  $V_A$ .



Fonte: Desenvolvido pelo autor de acordo com Nunes (2017 apud Taguti 2002).

A carga distribuída de multidão é considerada apenas nas regiões da seção transversal onde o efeito da mesma é desfavorável à análise, obtendo então a reação da viga através da equação (8), descrita abaixo, que leva em conta a carga aplicada  $P_i$  multiplicada pelo coeficiente de repartição  $\eta$  adicionado à parcela da carga distribuída  $p'$  multiplicada pela área do coeficiente de repartição  $A$  (NUNES, 2017).

$$R_i = P_i \cdot \eta_i + p' \cdot A \quad (8)$$

onde

$R_i$  = Reação da viga “i”;

$P_i$  = Parcela da carga concentrada “P” que atua na viga “i”;

$\eta_i$  = Coeficiente de repartição transversal;

$p'$  = Carga distribuída de multidão; e

$A$  = Área do coeficiente de repartição transversal.

Em um estudo recentemente publicado por Oliveira et al. (2018), que analisa resultados referentes ao método de Engesser-Courbon comparando a outros métodos de cálculo clássicos e numéricos, concluiu que o método, por apresentar uma hipótese onde considera-se que o elemento transversal é infinitamente rígido, os resultados obtidos através de Engesser-Courbon foram grandemente divergentes quanto aos resultados alcançados com os outros métodos comparados. Observou-se ainda, que a simplificação que o método faz para obter seus resultados não permite que se alterem os valores dos coeficientes de distribuição em relação ao aumento do número de transversinas, porém quando adicionados parâmetros de rigidez na estrutura analisada ocorrem reduções na diferença encontrada no ensaio.

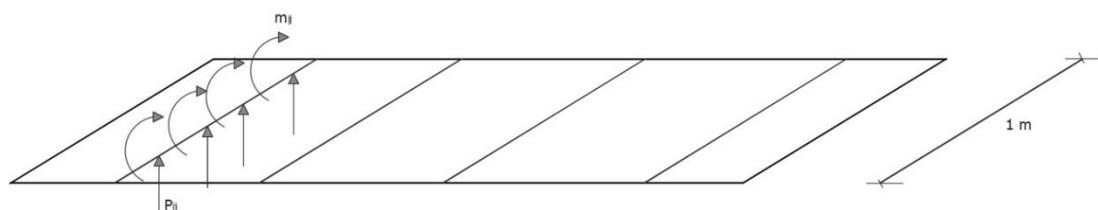
### 2.5.3 Método de Fauchart

De acordo com Stucchi (2006), para solucionar um problema de uma ponte dotada de múltiplas vigas contendo apenas transversinas nos apoios, consideram-se as seguintes hipóteses para aplicação do método de Fauchart:

- As longarinas trabalham de acordo com os parâmetros básicos de resistência dos materiais;
- As longarinas são biapoiadas;
- A inércia das longarinas é constante; e
- A movimentação no sentido longitudinal da laje é desprezada.

O método desenvolvido por Fauchart baseia-se em um sistema simples de cálculo que transforma o elemento bidimensional em unidimensional que representa 1 metro de largura da seção transversal da estrutura, o que simplifica grande parte do problema. Utiliza-se esta metodologia quando se faz necessário analisar tabuleiros de ponte onde é necessário considerar a possibilidade de deformação da laje (MOURA et al, 2016).

**Figura 20 - Faixa unitária utilizada no processo de Fauchart.**



Fonte: Adaptado pelo autor conforme Stucchi (2006).

O cálculo da distribuição das cargas é realizado através de uma faixa unitária de laje retirada do vão central da longarina, estas, por sua vez, são substituídas por apoios flexíveis. Primeiramente são calculados os coeficientes de mola axial e de rotação das longarinas e cálculo da inércia e área da laje (SANTOS, REAL e MOURA, 2015). A constante de molas é calculada através do vão, rigidez à torção e rigidez à flexão das longarinas (Equação 9 e 10).

$$k_v = \left(\frac{\pi}{L}\right)^4 EI_L \quad (9)$$

e também

$$k_t = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 GJ \quad (10)$$

sendo

L = Comprimento do vão;

$I_L$  = Inércia da seção;

J = Inércia polar da seção;

E = Módulo de elasticidade;

G = Módulo de elasticidade transversal;

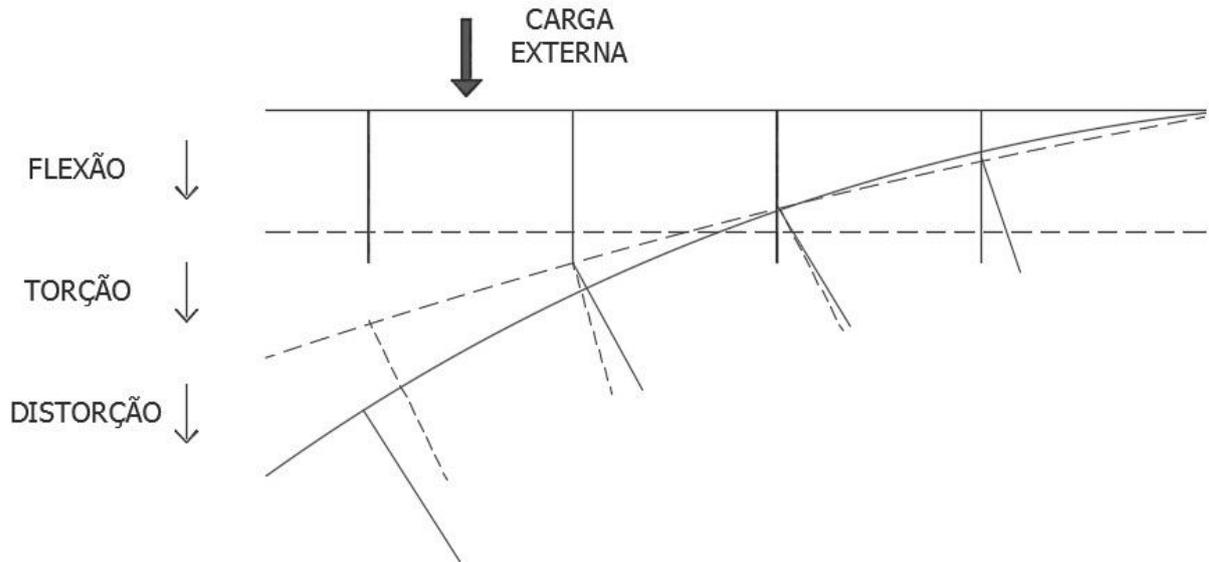
$k_v$  = Coeficiente de mola vertical; e

$k_t$  = Coeficiente de mola transversal.

Conforme Stucchi (2006), a obtenção das linhas de influência assim como as solicitações na laje, calcula-se através da resolução de uma viga sobre apoios flexíveis dispendo a carga unitária ao longo da seção da viga. Deve-se levar em consideração ao menos uma posição para cada viga ou seção considerada importante.

Considerando uma ponte como uma peça única de seção aberta com 4 nervuras, a solução de Fauchart leva em conta a flexão do conjunto, torção uniforme e flexo-torção e a deformação da seção transversal não constante e flexão variável não-linear (STUCCHI, 2006).

**Figura 21 – Deformação da seção transversal pelo método de Fauchart.**



Fonte: Adaptado pelo autor segundo Succhi (2006).

Ainda de acordo com Stucchi (2006), deve-se levar em conta que ao desprezar a torção e admitir a rigidez infinita da laje de ligação como uma transversina rígida o processo de Fauchart é determinado igualmente ao método de Engesser-Courbon. Sendo assim, o processo de Engesser-Courbon uma particularidade do método de Fauchart.

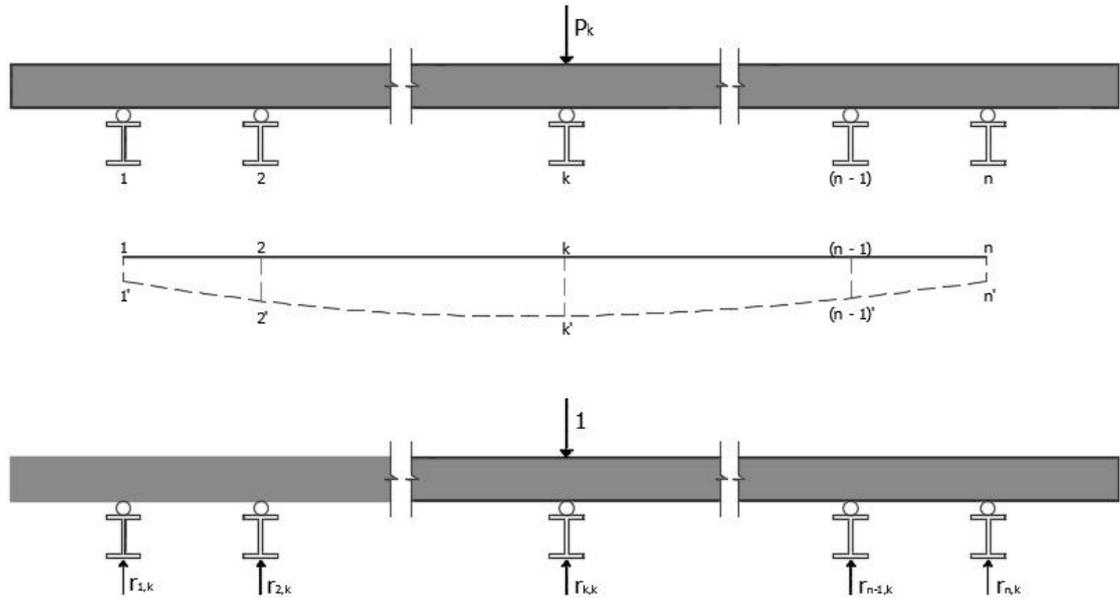
#### 2.5.4 Método de Leonhardt

De acordo com Souza (2015), no método desenvolvido por Leonhardt, além de seguir as hipóteses básicas de teoria das estruturas, ainda devem ser consideradas as seguintes recomendações:

- Todas as transversinas serão representadas por uma única transversina apoiada no centro das longarinas;
- As transversinas são simplesmente apoiadas nas longarinas e flexíveis,
- As transversinas são igualmente espaçadas;
- Não se consideram os efeitos de torção nas vigas longarinas; e
- As longarinas têm momento de inércia constante em toda sua extensão.

Neste método, a rigidez das vigas não é considerada infinita, portanto considera-se que a carga é distribuída entre elas de modo a obter-se uma deformação não-linear. Leonhardt analisou as pontes como se fossem grelhas, conforme segue o esquema abaixo.

Figura 22 - Esquema do método de Leonhardt.



Fonte: Adaptado pelo autor (2018).

Segundo Souza (2015), na bibliografia, encontram-se tabelas produzidas por Martin (1981), onde através do grau de rigidez da estrutura obtido através da Equação (11), pode-se obter os coeficientes de repartição da seção. As tabelas são dependentes da inércia das longarinas e transversina e relação do afastamento entre as longarinas e vão.

$$\zeta = \frac{\eta}{(2.\lambda)^3} = \frac{J_T}{J_L} \cdot \left(\frac{L}{2.\varepsilon}\right)^3 \quad (11)$$

sendo

$L$  = comprimento do tabuleiro;

$\varepsilon$  = afastamento das longarinas;

$J_T$  = inércia das transversinas; e

$J_L$  = inércia das longarinas.

Os coeficientes obtidos através das tabelas de Martin (1981), são então as ordenadas do quanto de deslocamento vertical a longarina teve após a aplicação da carga, e correspondem às inúmeras posições de carga unitária que atuam na transversina, por isso, o método considera que as transversinas são representadas por uma só transversina no centro das longarinas, pois assim consegue-se determinar exatamente os coeficientes de repartição da estrutura (MELO, 2016).

De acordo com Melo (2016), Leonhardt através de ensaios demonstrou diversos tipos de transversinas que podem ser substituídas por uma única transversina fictícia, onde pode-se majorar seu momento por um fator  $i$ , fornecido pela tabela a seguir.

**Tabela 1 – Valores de coeficiente de majoração  $i$ .**

Número de transversinas reais	$i$
1 ou 2	1,00
3 ou 4	1,60
5 ou mais	2,00

Fonte: Adaptado pelo autor de acordo com Melo (2016, apud Martin 1981).

Inserindo este coeficiente de majoração na Equação (12), tem-se:

$$\zeta = \frac{i}{(\psi_v)^3} \cdot \frac{J_T}{J_L} \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot \varepsilon}\right)^3 \quad (12)$$

## 2.6 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um procedimento utilizado para a resolução de problemas complexos onde seria necessário utilizar-se de solução através de equações diferenciais, que tornam o cálculo complexo e extenso. O MEF é o método computacional utilizado na engenharia para a resolução aproximada de problemas onde se há particularidades na estrutura, por exemplo, nas condições de contorno e nas tensões aplicadas sobre ela.

A grande vantagem da utilização deste método no âmbito da engenharia, além de simplificar a obtenção da resposta do problema é que as fórmulas utilizadas são programadas de maneira genérica, podendo-se assim, aproveitá-las para resolver problemas diferentes.

Segundo Martha (1994), a resolução do problema a partir do MEF baseia-se em uma situação onde são determinadas equações diferenciais de acordo com as variáveis da estrutura dentro de determinado domínio, obedecendo as limitações dentro deste domínio.

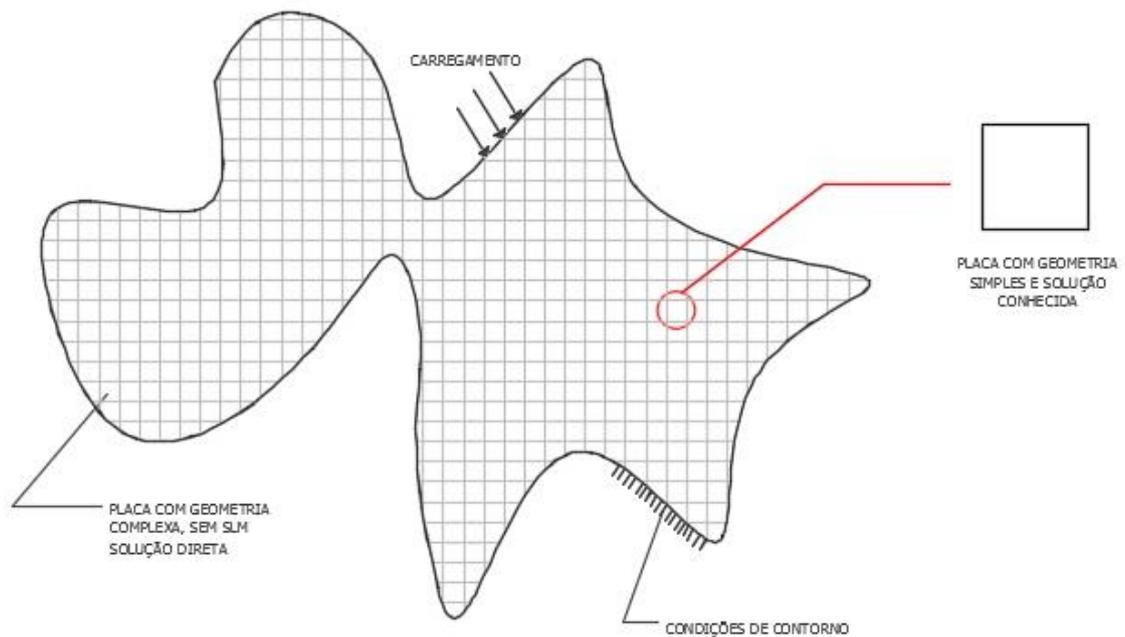
De acordo com Donin (2015), a ideia do método é obter a solução da equação diferencial através da discretização da estrutura contínua, dividindo-a em várias subestruturas de forma geométrica conhecida e solução simplificada.

Em termos de nomenclatura, estas subdivisões da estrutura em pequenas partes denominadas elementos. Estes, são unidos por pontos conectados, chamados de nós. O deslocamento que é fornecido através do método é calculado através de equações de rigidez conforme estes nós são deslocados e força obtida entre estes elementos (GAVIOLI, 1998).

A quantidade de elementos e nós interfere diretamente na precisão do resultado do problema, pois a solução é dada a partir da resolução de sistemas lineares, onde o número de nós consiste no número de incógnitas deste sistema, sendo assim, quando maior a quantidade de nós, mais perto da exatidão estará o resultado.

Como exemplo, Donin (2015) cita uma placa de área irregular onde se encontra sob esforços de flexão (Figura 21). Não existiria uma maneira de calcular com exatidão este problema utilizando-se dos princípios básicos da física e matemática. Sendo assim, aplicando o Método dos Elementos Finitos pode-se dividir a placa em diversos subdomínios retangulares, onde conhece-se o procedimento de solução para o cálculo aproximado dos deslocamentos desta placa.

**Figura 23 - Placa de formato irregular sob esforços de flexão com a aplicação da malha de elementos finitos.**



Fonte: Adaptado pelo autor de acordo com Donin (2015).

Pode-se então utilizar a equação diferencial que determina os deslocamentos de uma placa retangular sob esforços de flexão, sendo:

$$\frac{\partial^4 w^0}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w^0}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w^0}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{p}{D} \quad (13)$$

onde  $p$  é o carregamento e  $D$  a rigidez à flexão da placa expressa por:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (14)$$

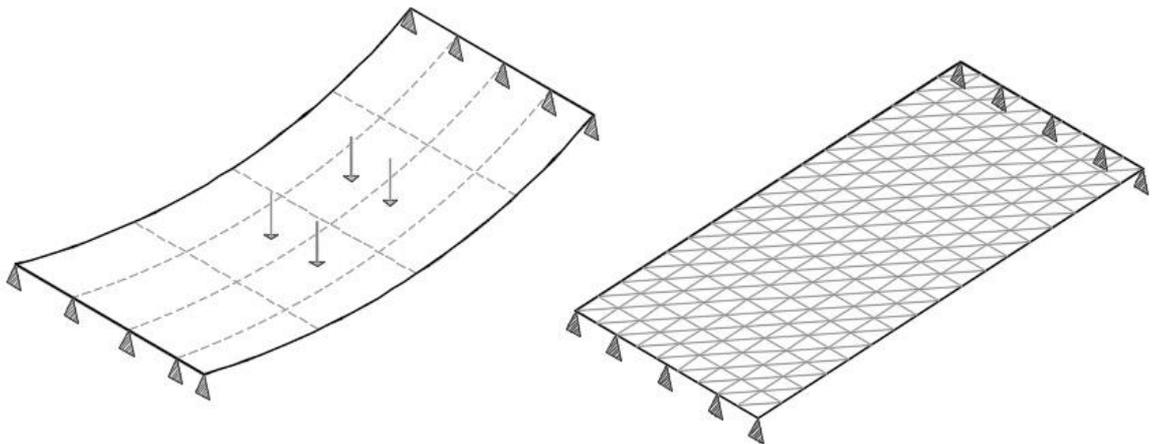
Obtendo a solução para esta equação referente à um subdomínio, agrupa-se então juntamente aos outros subdomínios, dando forma novamente a estrutura original (DONIN, 2015).

Em seus estudos, Donin (2015) adotou etapas para facilitar a aplicação do MEF em análise de estruturas, a seguir, o procedimento está descrito em 6 etapas:

1) *Discretização do domínio*

A etapa de discretização consiste propriamente na criação da malha, composta pelos elementos, nós e ligação entre os mesmos. Os nós são criados em função da quantidade adotada e pelo estabelecimento das coordenadas de localização relativas ao sistema de referência global aderido. Dentro dos elementos, existe um sistema de coordenadas chamadas locais, onde se constitui a solução elementar do problema.

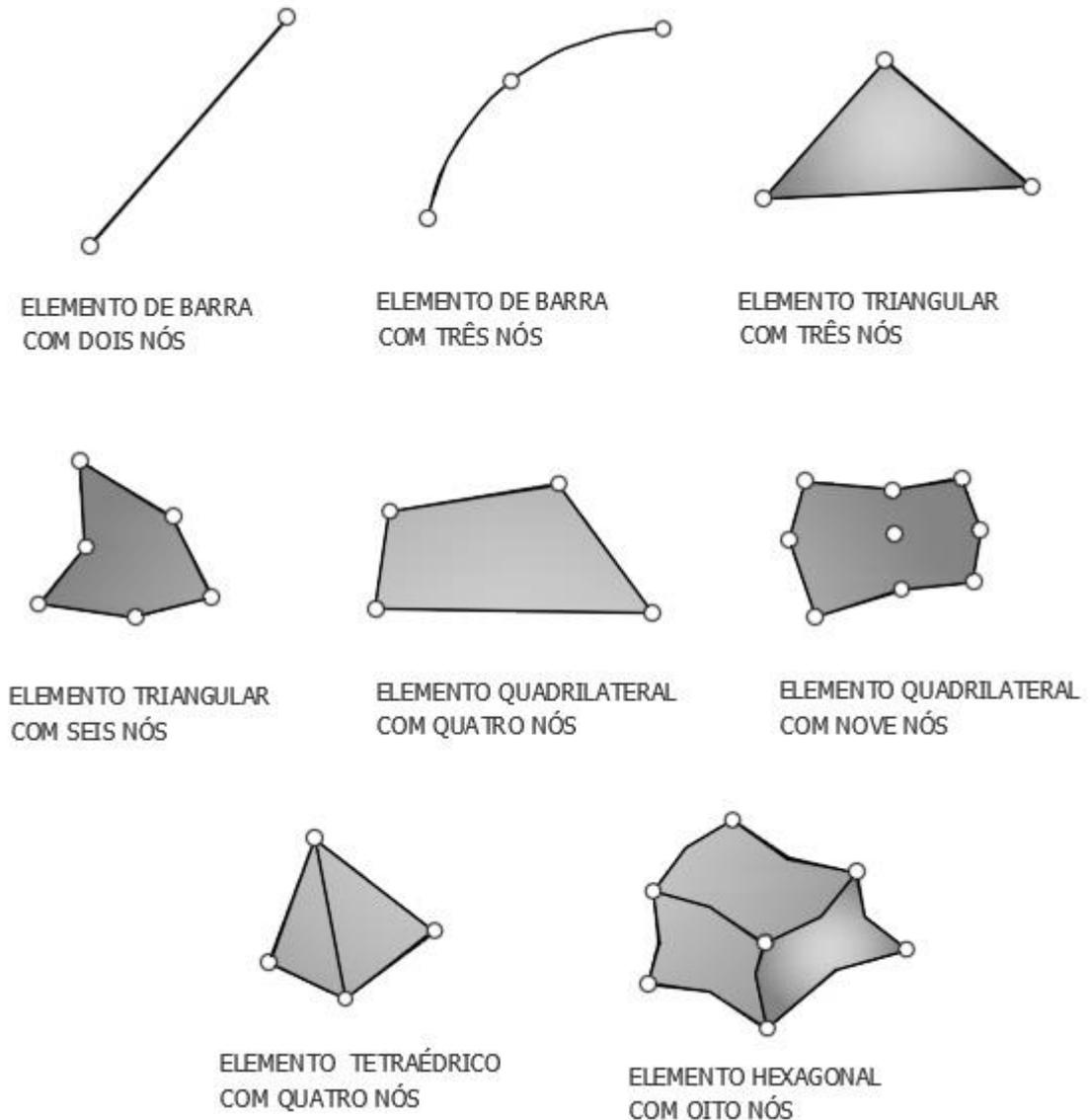
**Figura 24 - Discretização de tabuleiro de laje**



Fonte: Elaborado pelo autor de acordo com Gavioli (1998).

A escolha tipo de elemento para a discretização do meio contínuo irá influenciar na precisão do resultado encontrado. Podem-se adotar elementos unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais. Para Souza (2004), a escolha do tamanho dos elementos deve ser criteriosa, pois esta também irá determinar diretamente na convergência da solução e ainda recomenda que em elementos de duas e três dimensões adote-se uma razão unitária entre a maior e menor dimensão do elemento.

**Figura 25 - Tipos de elementos finitos.**



Fonte: Desenvolvido pelo autor baseado em Souza (2003) e Donin (2015).

Assim como o tipo do elemento e seu tamanho, outro fator relevante na precisão do resultado será o número de nós adotados, pois quando maior o número de elementos formados, mais exata a solução, no entanto existem limites para esta melhoria nas respostas (SOUZA, 2004).

Em regiões onde há maior número de tensões aplicadas, Souza (2004) recomenda que se utilize malhas mais refinadas, a fim de melhorar a determinação das deformações nestas áreas.

De acordo com Donin (2007 apud Gomes e Donin, 2002), não se pode ter certeza de qual o tamanho a ser adotado para os elementos para que se tenha uma boa solução e não há

consenso entre os autores sobre esta questão, então faz-se sempre testes de convergência até que se consiga o resultado aproximado do ideal.

2) *Determinação da solução do elemento – nível elementar;*

Após definido a malha, define-se o tipo de método que será adotado para a solução das incógnitas obtidas nos nós. As equações lineares obtidas nesta etapa podem ser resolvidas por meio de dois tipos de métodos: métodos diretos ou métodos iterativos. Optando por algum destes métodos, obtêm-se um sistema de equações que representará o equilíbrio da estrutura através da relação das forças aplicadas nestes nós e deslocamentos consequentes desta aplicação por meio da matriz de rigidez. As deformações, tensões e esforços são obtidos a partir dos conceitos da Teoria da Elasticidade (DONIN, 2015).

De acordo com Souza (2004), métodos diretos são aqueles têm um limite no número de operações aritméticas para solucionar o problema. Porém, o maior problema de adotar este tipo de método é que geralmente este tem erros de truncamento, não fornecendo assim bons resultados. Pode-se destacar como exemplo de método direto de convergência o Método de Gauss.

Os métodos iterativos são os que se iniciam com uma aproximação e após consecutivas iterações obtêm-se soluções cada vez melhores. São exemplo de métodos iterativos o Método de Gauss-Seidel e o Método de Newton (SOUZA, 2004).

Independente do método escolhido para solucionar o problema, o resultado será um sistema de equações algébricas. Quando se trata de análise de elementos estáticos, o sistema de equações resultará no equilíbrio da estrutura, definido pela equação do deslocamento (Equação 15).

$$K^e \cdot U^e = F^e \quad (15)$$

onde

$K^e$  = Matriz de rigidez elementar;

$U^e$  = vetor elementar dos deslocamentos nodais; e

$F^e$  = vetor elementar das forças nodais.

Essa equação matricial é a que determina a relação das forças carregadas nos nós da estrutura e seus respectivos deslocamentos, por meio da matriz de rigidez obtida. As incógnitas do sistema são determinadas através da Teoria da Elasticidade com o cálculo das tensões, deformações e esforços na estrutura (DONIN, 2015).

Cada nó do elemento e seus respectivos graus de liberdade, determinarão a ordem do sistema de equações obtido.

3) *Determinação da solução da malha por inteiro (estrutura) – nível global;*

Uma vez obtidas as equações para cada elemento individualmente na etapa elementar, faz-se então a compilação de todas estas equações encontradas para a obtenção de uma só matriz de rigidez, que será a da estrutura como um todo, formada pela malha de elementos finitos. O resultado encontrado é uma matriz parecida com a do elemento, porém maior. O tamanho desta matriz é em função do número de graus de liberdade da estrutura, considerando que o número total de graus de liberdade da estrutura se dá pela razão entre o número total de nós contidos na malha e número de graus de liberdade por cada nó. (DONIN, 2015). A dimensão do elemento é obtida por:

$$K \cdot U = F \quad (16)$$

onde

K= Matriz de rigidez global (estrutura);

U = vetor global dos deslocamentos nodais (incógnitas); e

F = vetor global das forças nodais (forças aplicadas à estrutura).

4) *Imposição das condições de contorno;*

De acordo com Donin (2015), na etapa de imposição das condições de contorno modifica-se o sistema de equações encontrado para que se enquadre nas condições da estrutura, através da estipulação de valores para os deslocamentos. O procedimento irá reduzir as incógnitas do sistema, facilitando assim a resolução.

5) *Resolução do sistema de equações – obtenção das incógnitas nos nós (deslocamentos)*

Para a resolução do sistema de equações, será escolhido um dos métodos citados no item 2, por onde serão obtidos os deslocamentos em cada nó. Nesta etapa não adota-se a solução por método direto por meio da equação dos deslocamentos devido ao grande número de incógnitas que seriam geradas. Donin (2015) cita alguns métodos mais utilizados como sendo: Método de Gauss, Método de Cholesky, Método de Jacobi, Método de Gauss-Seidel. O método para ser considerado eficiente deve levar em conta que a matriz de rigidez é simétrica e esparsa.

6) *Cálculo dos resultados para todas as variáveis do problema.*

Para finalizar, faz-se a determinação de outras variáveis mecânicas que estão presentes no problema, utilizando, por exemplo, em problemas de estática a Teoria da Elasticidade, através do cálculo das deformações e cálculo das tensões pela Lei de Hooke.

### 3 METODOLOGIA

Baseado nas pesquisas realizadas e descritas anteriormente, a metodologia aplicada neste trabalho é de cunho comparativo, buscando obter o dimensionamento do protótipo de uma ponte pré-moldada composta por múltiplas vigas em concreto armado.

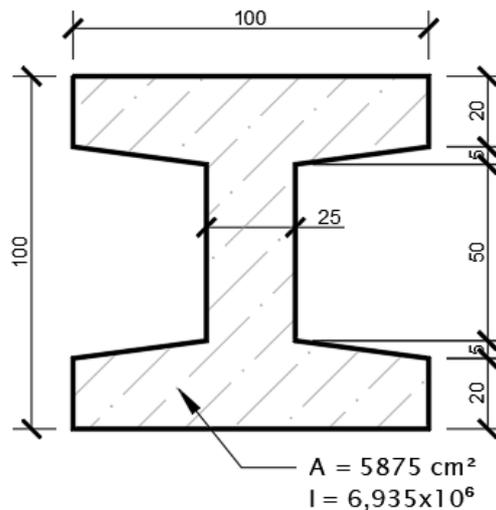
O estudo tem seu fundamento na comparação entre os métodos de cálculo teórico de Engesser-Courbon, que considera a seção transversal da ponte como um elemento rígido, onde a deformação se dá sempre por uma reta inclinada, sem deflexão da transversal central e método numérico através da análise por elementos finitos utilizando software *Ansys*.

#### 3.1 Definição da superestrutura

A seção transversal da ponte foi definida em 8,07 m, com duas faixas de rolamento de 3,60 m cada, e duas barreiras do tipo New Jersey de 40 cm de largura em sua maior dimensão.

As longarinas serão do tipo pré-moldadas e terão seu comprimento estipulado de 10 m. A seção será do tipo I, com largura da mesa contendo 1,00 m e altura total 1,00 m. Abaixo, nas Figuras 26, 27, 28 e 29 demonstram-se, respectivamente, a seção transversal adotada para as 8 longarinas da estrutura, a seção transversal formada pelas vigas, a seção longitudinal da ponte e uma vista isométrica como um todo, para facilitar o entendimento.

**Figura 26 - Seção transversal da longarina.**

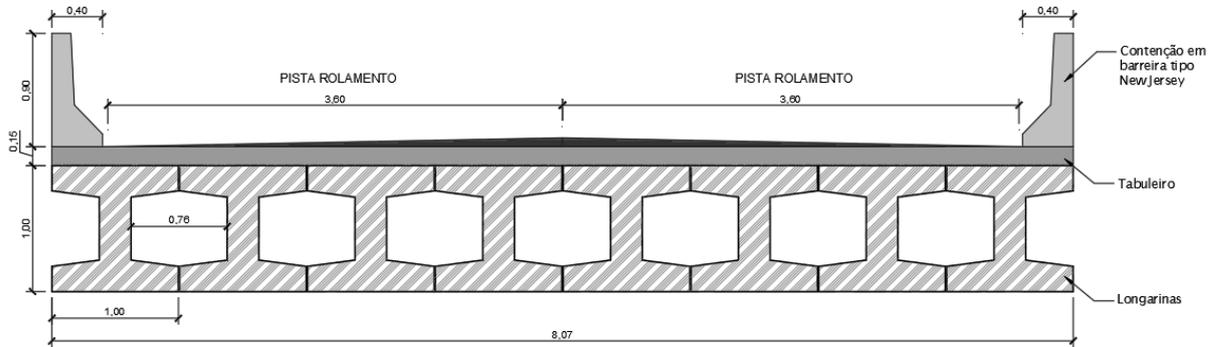


Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

O trabalho propõe utilizar as próprias vigas servindo de tabuleiro da ponte, para isto então, adotou-se 8 longarinas dispostas lado a lado na seção transversal, considerando um

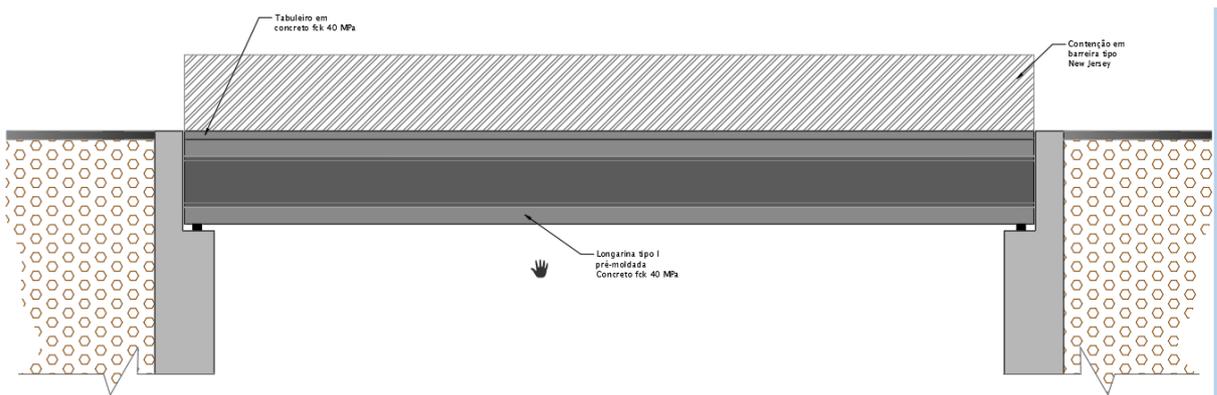
espaçamento construtivo de 1 cm entre as mesas, ligadas entre si pelo concreto utilizado na concretagem do tabuleiro, conforme Figura 27.

**Figura 27 - Seção transversal da ponte.**



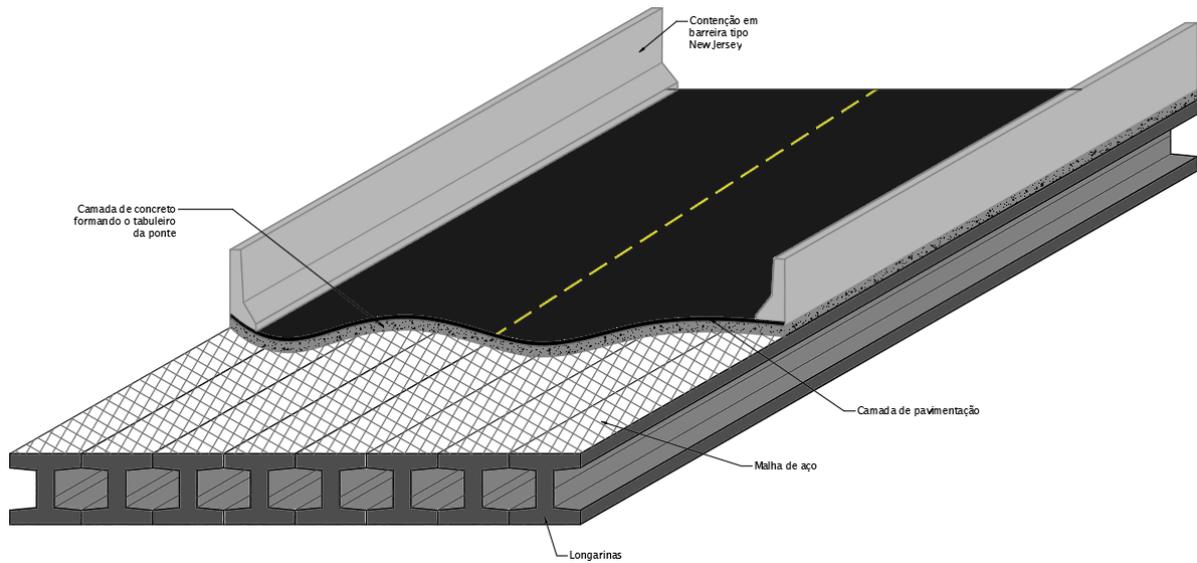
Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

**Figura 28 - Vista longitudinal da estrutura.**



Fonte: Elaborada pelo autor (2019).

**Figura 29 - Vista isométrica do protótipo da ponte analisada no trabalho.**



Fonte: do autor (2019).

O trem tipo rodoviário adotado é o TB-450, conforme as diretrizes da Norma Brasileira ABNT NBR 7188:2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes. As 8 vigas principais serão constituídas em concreto pré-moldado C40,  $f_{ck} = 40$  MPa, apresentando o módulo de elasticidade inicial adotado conforme cálculo sugerido pela NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, demonstrado abaixo na Equação 17 e Coeficiente de Poisson de 0,2.

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (17)$$

utilizada para  $f_{ck}$  de 20 MPa a 50 MPa.

Adotando então  $f_{ck} = 40$  MPa e agregado da mistura basalto  $\alpha_E = 1,2$ :

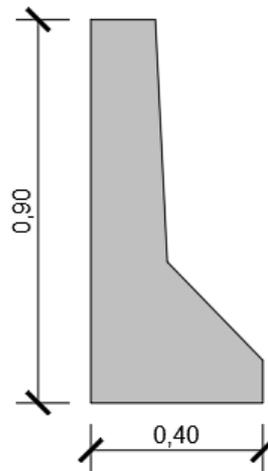
$$E_{ci} = 1,2 \times 5600 \sqrt{40}$$

$$E_{ci} \cong 42500 \text{ MPa}$$

No tabuleiro será utilizado uma camada de 15 cm de concreto  $f_{ck} = 40$  MPa com malha de aço, para solidarização das longarinas.

As barreiras de contenção são do tipo New Jersey, pré-moldadas, e seguem as diretrizes fornecidas no Anexo B da norma DNIT 109/2009 – Obras complementares – Segurança no tráfego rodoviário – Projeto de barreiras de concreto – Procedimento.

**Figura 30 - Barreira New Jersey pré-moldada utilizada.**



Fonte: Elaborado pelo autor conforme as diretrizes do DNIT (2009).

### 3.2 Definição do trem-tipo de flexão pela NBR 7188

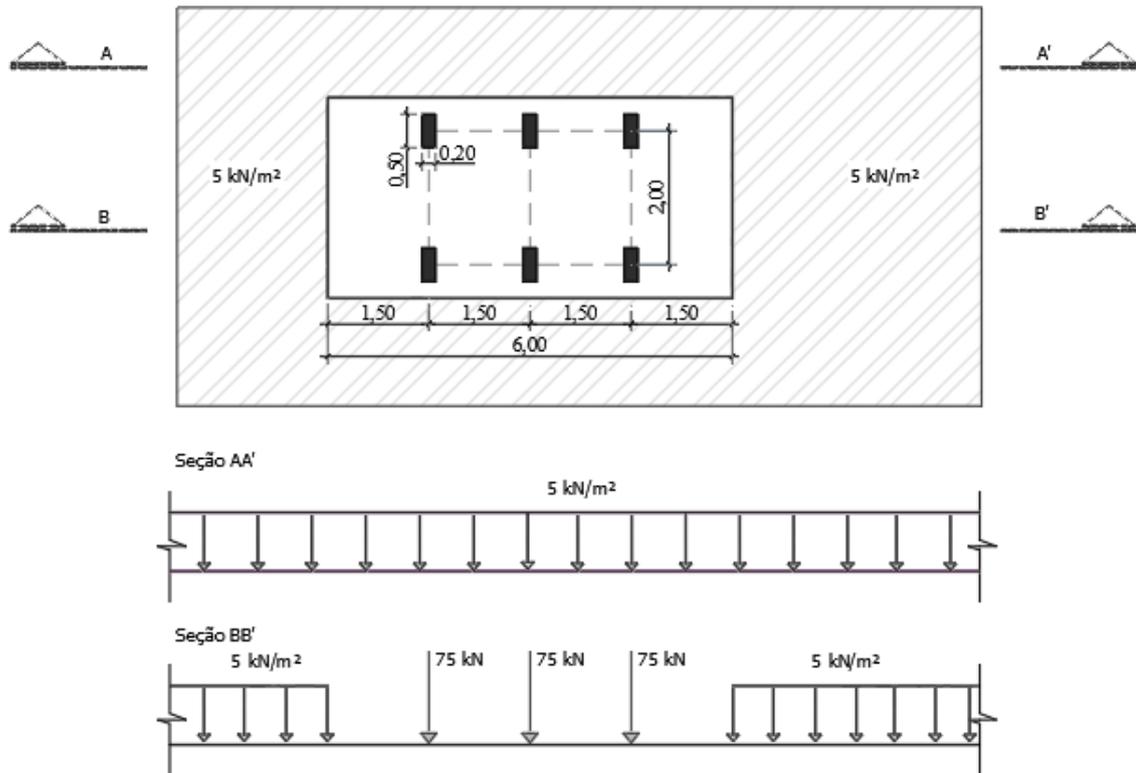
Com a obtenção das reações a partir dos métodos de Engesser-Courbon e MEF, analisados posteriormente, que serão os coeficientes de repartição transversal das longarinas, obteve-se o trem-tipo final e simplificado para as longarinas V1, V2, V3 e V4, que, considerando a seção transversal da ponte simétrica, serão idênticas, respectivamente, às longarinas V8, V7, V6 e V5.

Com os resultados das linhas de influência das reações de apoio as vigas V1 à V8, realizou-se as análises dos cortes das seções que passam dentro e fora da faixa do trem-tipo, com as cargas determinadas pela NBR 7188:2013.

Determinadas as reações, obtêm-se o trem tipo final longitudinal de flexão, e, com isso, pode-se definir o trem-tipo simplificado para cada longarina e o seu respectivo cálculo do momento fletor máximo na seção.

Abaixo, consta a disposição das cargas segundo as diretrizes da NBR 7188:2013 – Carga móvel rodoviária e de pedestres e pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas, que define os parâmetros para a obtenção dos resultados no cálculo do trem-tipo.

**Figura 31 - Parâmetros de definição do trem-tipo de flexão pela NBR 7188.**



Fonte: Elaborado pelo autor com base em ABNT NBR 7188 (2013).

### 3.2.1 Definição dos coeficientes de majoração de carga móvel

No cálculo das cargas móveis sobre a estrutura da ponte, deve-se levar em conta a ação do trem-tipo sobre o elemento estrutural considerado.

Com isso, as ações das cargas concentradas e distribuídas sobre a ponte são expressas através de valor numérico determinado pelas linhas de influência, que possibilitam as verificações de dimensionamento e de estabilidade da estrutura.

O cálculo leva em consideração a obtenção de três coeficientes, que, multiplicados entre si, dão origem a um novo coeficiente, denominado coeficiente de impacto total, através da Equação 18, descrita abaixo.

$$\phi = C_{iv} \times C_{nf} \times C_{ia} \quad (18)$$

onde:

$C_{iv}$  = coeficiente de impacto vertical;

$C_{nf}$  = coeficiente de número de faixas;

$C_{ia}$  = coeficiente de impacto adicional.

Nos itens abaixo, constam os cálculos referentes a cada coeficiente, e posteriormente, o coeficiente de impacto total.

### 3.2.1.1 Cálculo dos coeficientes de impacto vertical

Considerando o vão da ponte  $L_{iv} = 10$  m, segue abaixo o cálculo do coeficiente de impacto vertical.

$$C_{iv} = 1 + 1,06 \left( \frac{20}{L_{iv} + 50} \right)$$

$$C_{iv} = 1 + 1,06 \left( \frac{20}{10 + 50} \right)$$

$$C_{iv} \cong 1,3533$$

### 3.2.1.2 Cálculo do coeficiente de número de faixas

Levando em conta que a seção transversal da ponte conta com um número de faixas igual a 2, têm-se:

$$C_{nf} = 1 - 0,05 (n - 2) > 0,98$$

$$C_{nf} = 1 - 0,05 (2 - 2) > 0,98$$

$$C_{nf} = 1,00 > 0,98$$

Sendo  $C_{nf} = 1,00$ , está dentro do parâmetro determinado pela NBR 7188:2013, que determina que este valor deva ser maior do que 0,98.

### 3.2.1.3 Definição do coeficiente de impacto adicional

O coeficiente de impacto adicional leva em conta o material utilizado na superestrutura. Considerando que o material utilizado é o concreto, têm-se  $C_{ia} = 1,25$ .

### 3.2.1.4 Cálculo do coeficiente de impacto total

Obtidos os coeficientes intermediários, pode-se então calcular o coeficiente de impacto total para a estrutura, tendo então:

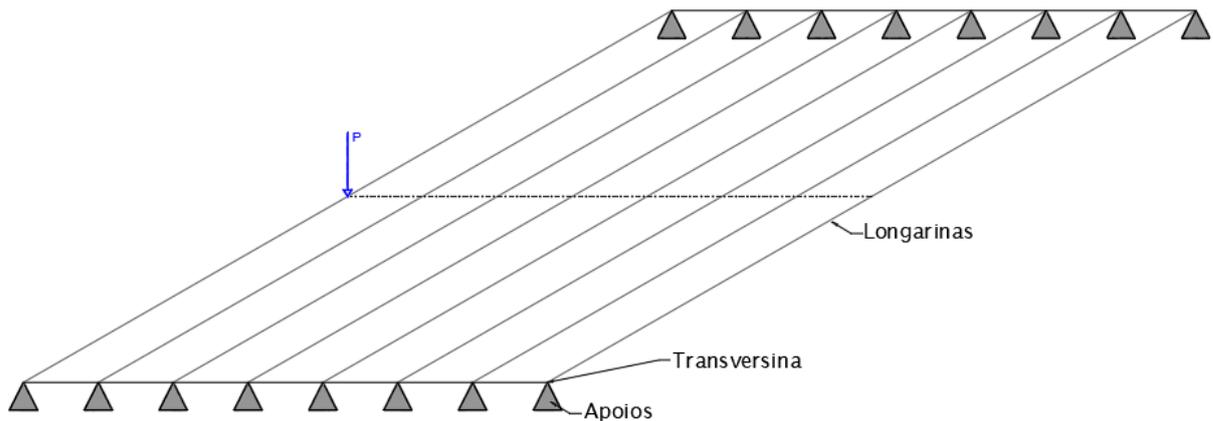
$$\phi = 1,3533 \times 1,00 \times 1,25$$

$$\phi \cong 1,69$$

### 3.3 Dimensionamento através do método teórico de Engesser-Courbon

O método de Engesser-Courbon consiste na obtenção de um trem-tipo final para cada longarina presente na seção da ponte, considerando a rigidez à flexão das transversinas e ou seção transversal tendo então uma deformação reta sob atuação da carga submetida.

**Figura 32 - Esquema simplificado da estrutura da ponte e carga aplicada.**

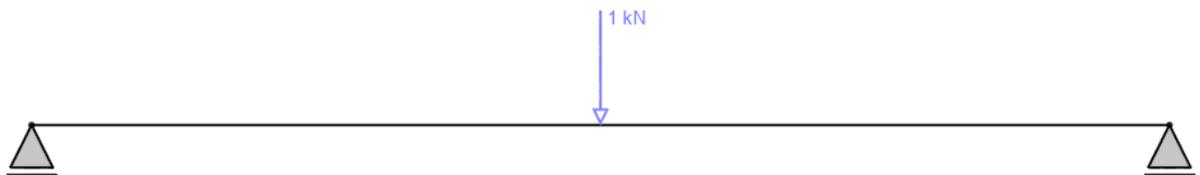


Fonte: autor (2019).

Neste trabalho, considerou-se como se todo o tabuleiro fosse uma transversina, de deformação transversal reta, sem curvas ou inflexões.

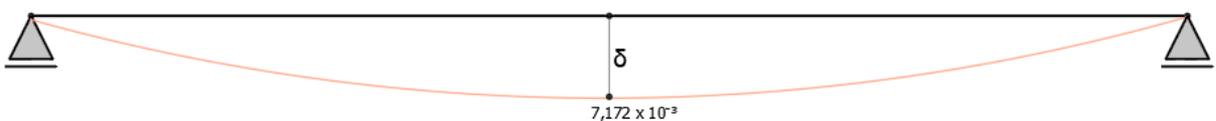
Inserindo então a seção longitudinal no software *Ftool* parâmetros da seção obtido anteriormente na Equação 17  $Ecs = 42.500 \text{ MPa}$  e coeficiente de Poisson adotado 0,2, e as propriedades da mesma  $A = 5.875,00 \text{ cm}^2$ ,  $I = 6.835 \times 10^{-6} \text{ cm}^4$ , aplicou-se uma carga central concentrada longitudinalmente de valor  $P = 1 \text{ kN}$  (Figura 33), para a obtenção do deslocamento no centro do vão (Figura 34).

**Figura 33 - Aplicação da carga unitária no centro da longarina.**



Fonte: do autor (2019).

**Figura 34 - Deslocamento obtido através da aplicação da carga unitária na longarina.**



Fonte: do autor (2019).

Obteve-se o deslocamento  $\delta = 0,007172$  mm, cujo valor é idêntico para as demais 7 longarinas da estrutura.

Considerando que a rigidez à flexão da viga é o inverso da sua flexão, a força necessária para produzir uma variação no comprimento temos através da Equação 19:

$$k = \frac{1}{\delta} \quad (19)$$

Onde:

K – Rigidez;

$\delta$  – Deformação = flexão.

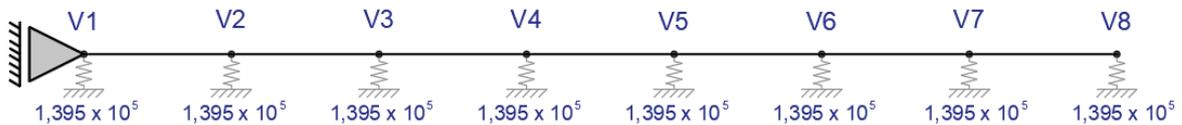
Aplicando os valores, temos então:

$$k = \frac{1}{0,007172 \times 10^{-3}}$$

$$k = 139431,121 \text{ kN/m}$$

Sendo este valor  $k = 139431,121$  kN/m igual para todas as 8 longarinas da ponte.

**Figura 35 - Apoios rígidos distribuídos nas 8 longarinas que compõem a seção transversal da estrutura.**



Fonte: do autor (2019).

### 3.3.1 Coeficientes de repartição transversal por Engesser-Courbon no software *Ftool*

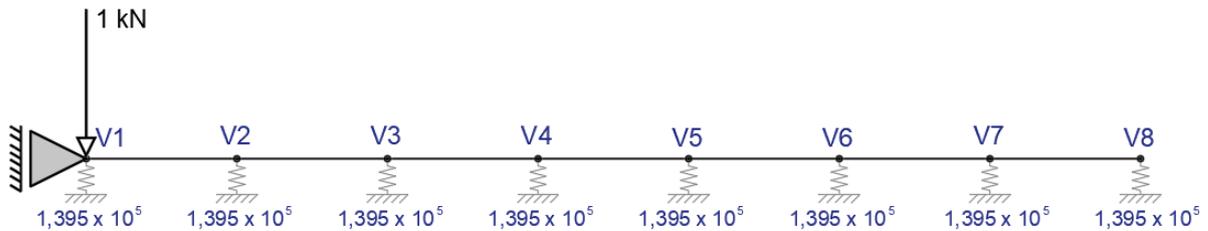
Para a obtenção dos coeficientes de repartição na seção transversal da estrutura da ponte, inseriu-se no centro geométrico da longarina um apoio do tipo mola elástica, com valor de rigidez igual à encontrada anteriormente através da Equação 19.

Para o modelo da ponte do presente trabalho, considerando a seção simétrica, os valores dos coeficientes encontrados para as longarinas V1, V2, V3 e V4 serão iguais, respectivamente, aos correspondentes às longarinas V8, V7, V6 e V5.

### 3.3.1.1 Obtenção dos coeficientes da longarina V1

Para obter os coeficientes correspondentes à primeira longarina (V1), aplicou-se a carga unitária sobre a mesma, conforme demonstra a Figura 36, demonstrada abaixo.

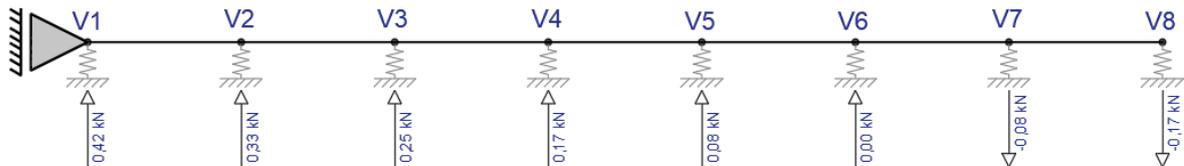
**Figura 36 - Carga unitária aplicada sobre longarina V1.**



Fonte: autor (2019).

E obteve-se então, os valores das reações correspondentes em cada longarina.

**Figura 37 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V1.**



Fonte: autor (2019).

As reações calculadas nas longarinas foram as seguintes:

$$R_{V1-1} = 0,42 \text{ kN}$$

$$R_{V2-1} = 0,33 \text{ kN}$$

$$R_{V3-1} = 0,25 \text{ kN}$$

$$R_{V4-1} = 0,17 \text{ kN}$$

$$R_{V5-1} = 0,08 \text{ kN}$$

$$R_{V6-1} = 0,00 \text{ kN}$$

$$R_{V7-1} = -0,08 \text{ kN}$$

$$R_{V8} = -0,17 \text{ kN}$$

Tendo então, a soma de todas elas o valor da carga unitária  $P = 1 \text{ kN}$ , conforme demonstração abaixo:

$$\sum R_V = R_{V1} + R_{V2} + R_{V3} + R_{V4} + R_{V5} + R_{V6} + R_{V7} + R_{V8} = P$$

$$\sum R_V = 0,42 + 0,33 + 0,25 + 0,17 + 0,08 + 0,00 + (-0,08) + (-0,17) = 1$$

$$\sum R_V = 1 \text{ kN}$$

Os deslocamentos encontrados nas vigas através da aplicação da carga unitária foram:

$$\delta_{V1-1} = 2,9890 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V2-1} = 2,3912 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V3-1} = 1,7934 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V4-1} = 1,1956 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

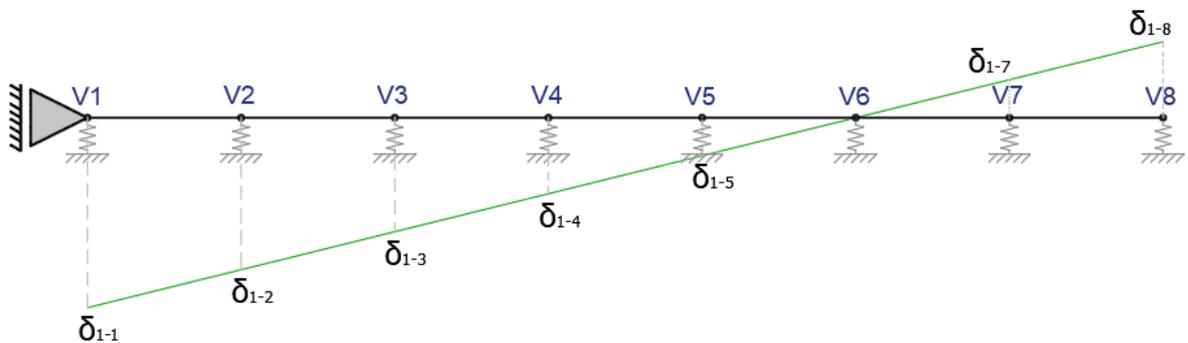
$$\delta_{V5-1} = 5,9780 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V6-1} = 2,3335 \times 10^{-11} \text{ mm}$$

$$\delta_{V7-1} = 5,9780 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V8-1} = 1,1956 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

**Figura 38 - Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V1.**



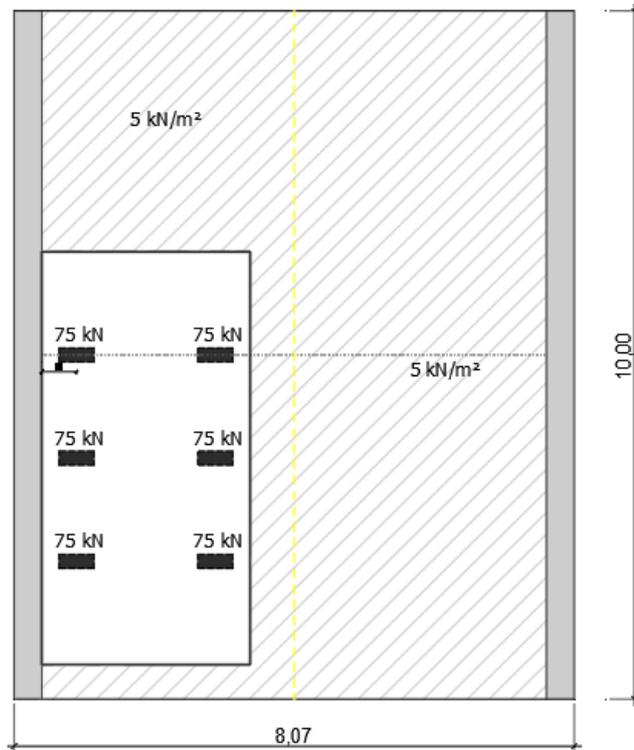
Fonte: autor (2019).

### 3.3.1.1.1 Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V1

No cálculo do trem-tipo para cada uma das longarinas é necessário posicionar o trem-tipo em relação à referida viga, e verificar os esforços resultantes desta ação.

Para a determinação do trem-tipo de flexão da longarina V1, optou-se por localizar o trem-tipo no centro longitudinal da ponte e ao extremo esquerdo da seção transversal, conforme demonstrado na Figura 39 abaixo.

**Figura 39 - Vista superior da localização do trem-tipo sobre a ponte.**

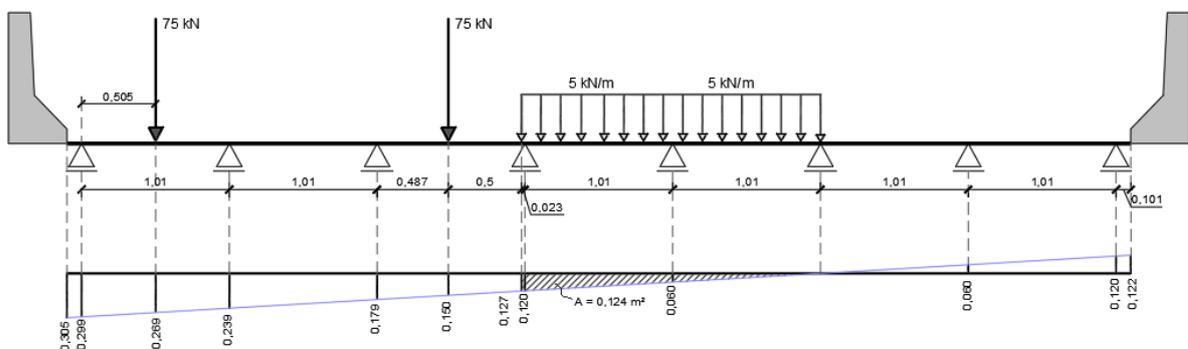


Fonte: do autor (2019).

Através dos coeficientes de repartição transversal demonstrados anteriormente, calculou-se então as demais reações sobre a longarina. Para obter os demais coeficientes, exportou-se os diagramas de deslocamento gerados no *Ftool* em escala para o software *AutoCAD*, tendo assim as respectivas áreas e distâncias necessárias.

Os resultados do trem-tipo de flexão na faixa que passa dentro da seção do trem-tipo estão demonstrados a seguir na Figura 40.

**Figura 40 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V1 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

Obtidos então os coeficientes, deu-se início ao cálculo do trem-tipo de flexão para a seção que passa dentro da faixa.

$$RP = 75 \times (0,269 + 0,150)$$

$$RP = 31,425 \text{ kN}$$

Para a carga de multidão, temos:

$$RP_1 = 5 \times 0,124$$

$$RP_1 = 0,620 \text{ kN/m}$$

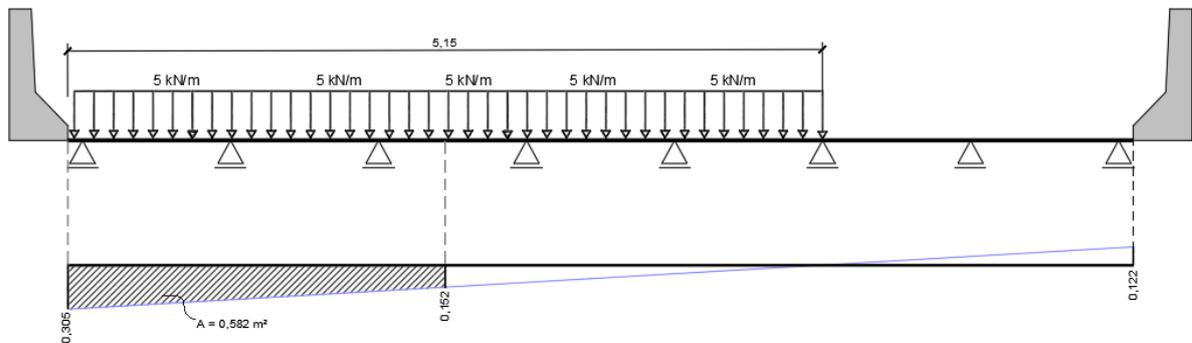
onde:

RP – Carga da roda do veículo-tipo;

RP<sub>1</sub> – Carga de multidão distribuída dentro da faixa do veículo-tipo.

Na análise da faixa que passa fora do veículo-tipo, temos somente a carga de distribuição na pior situação, para a longarina V1.

**Figura 41 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V1 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

Obtendo então para a carga de multidão:

$$RP_2 = 5 \times 0,582$$

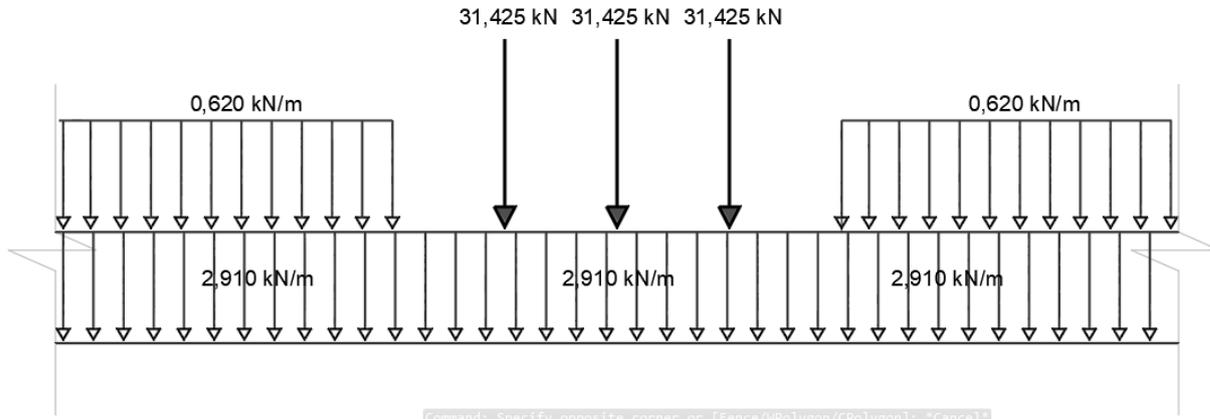
$$RP_2 = 2,910 \text{ kN/m}$$

onde:

RP<sub>2</sub> – Carga de multidão distribuída fora da faixa do veículo-tipo.

Através dos valores de RP, RP<sub>1</sub> e RP<sub>2</sub> calculados anteriormente, temos o trem-tipo de flexão final na longarina V1, exemplificado na figura abaixo.

**Figura 42 - Trem-tipo final de flexão para V1.**



Fonte: do autor (2019).

É permitido, e usualmente utilizado, a simplificação destas cargas obtidas, dando origem assim a um trem-tipo de flexão simplificado. Esta simplificação é dada pela unificação das cargas distribuídas.

Sendo assim, a carga vertical do veículo tipo simplificada fica:

$$RP' = RP - \left( RP_2 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 31,425 - \left( 2,910 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 25,605 \text{ kN}$$

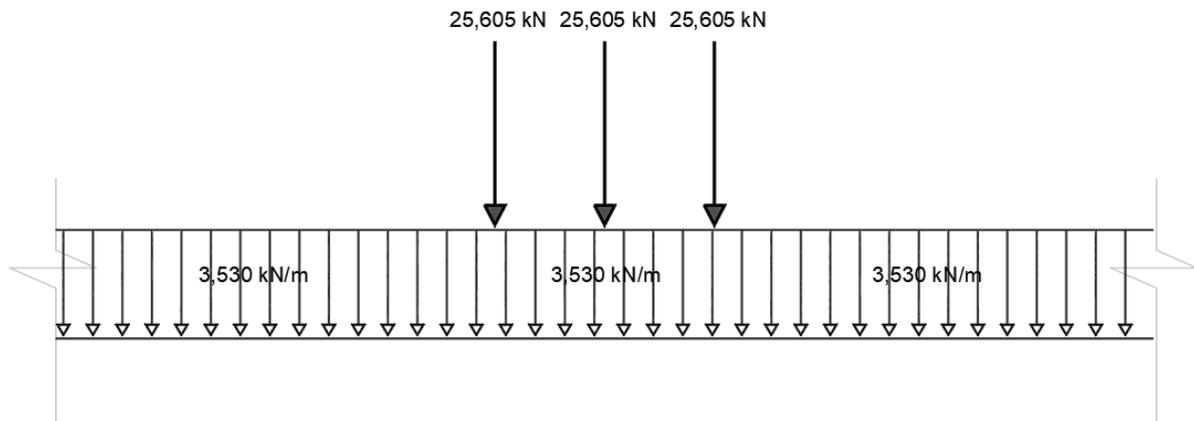
E a carga vertical referente à carga de multidão distribuída:

$$RP_2' = RP_1 + RP_2$$

$$RP_2' = 0,620 + 2,910$$

$$RP_2' = 3,530 \text{ kN/m}$$

**Figura 43 - Trem-tipo longitudinal simplificado.**

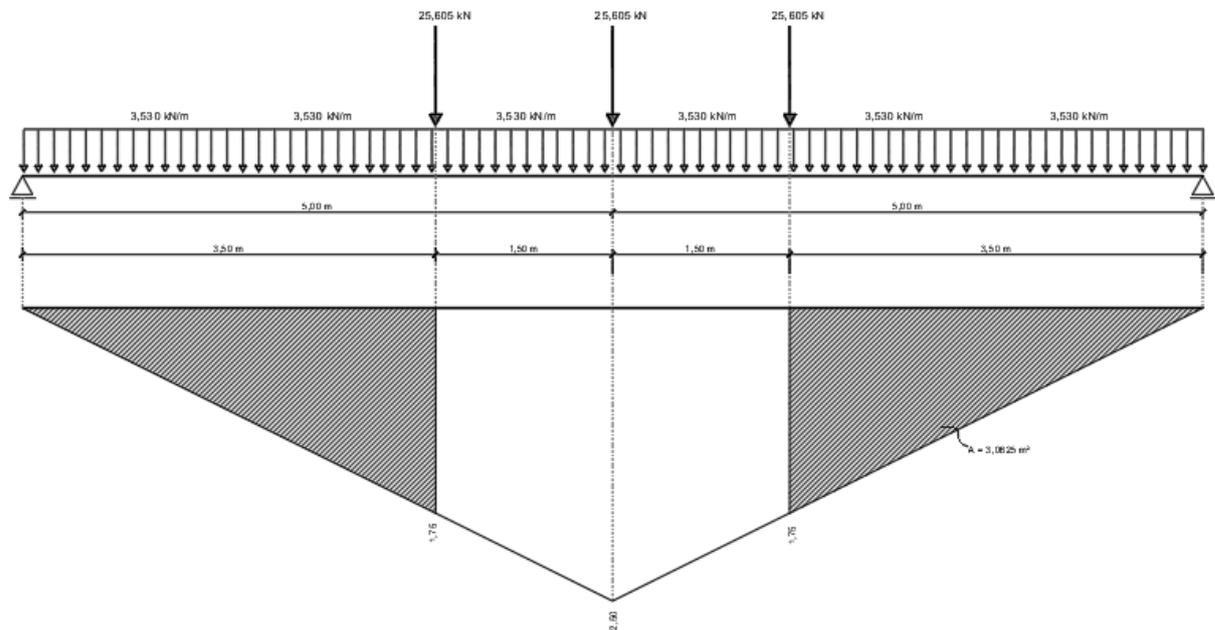


Fonte: do autor (2019).

### 3.3.1.1.2 Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V1

Para a obtenção das linhas de influência dos momentos para a viga V1, aplicou-se no software *Ftool* as cargas de trem tipo simplificado calculadas, obtendo os coeficientes demonstrados abaixo.

**Figura 44 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V1 com a aplicação das cargas móveis.**



Fonte: do autor (2019).

Tem-se então:

$$\phi M_+ = \phi \times [RP'(x_1 + x_2 + x_3) + (RP'_1 \times A)]$$

onde:

$\phi$  = coeficiente de impacto total

$x_1, x_2$  e  $x_3$  = coeficientes das cargas do veículo tipo

$A$  = área de influência da carga de multidão

Substituindo, então, temos:

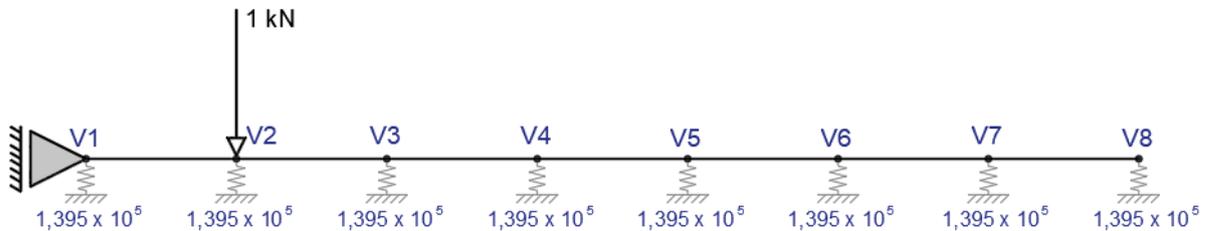
$$\phi M_+ = 1,69 \times [25,605 (1,75 + 2,50 + 1,75) + (3,530 \times 3,0625)]$$

$$\phi M_+ = 277,905 \text{ kN.m}$$

### 3.3.1.2 Obtenção dos coeficientes da longarina V2

Para obter os coeficientes correspondentes à primeira longarina (V2), aplicou-se a carga unitária sobre a mesma, conforme demonstra a Figura 45, demonstrada abaixo.

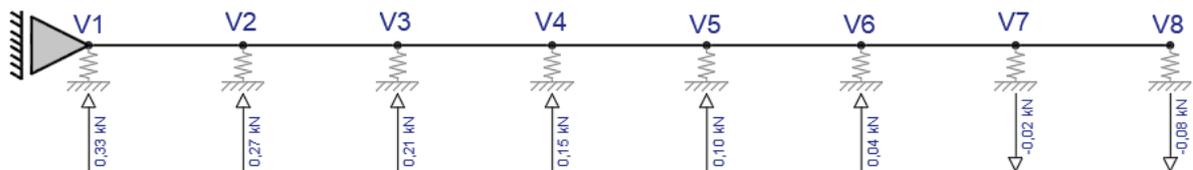
**Figura 45 - Carga unitária aplicada sobre longarina V2.**



Fonte: autor (2019).

E obteve-se então, os valores das reações correspondentes em cada longarina.

**Figura 46 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V2.**



Fonte: autor (2019).

As reações calculadas nas longarinas foram as seguintes:

$$R_{V1-2} = 0,33 \text{ kN}$$

$$R_{V2-2} = 0,27 \text{ kN}$$

$$R_{V3-2} = 0,21 \text{ kN}$$

$$R_{V4-2} = 0,15 \text{ kN}$$

$$R_{V5-2} = 0,10 \text{ kN}$$

$$R_{V6-2} = 0,04 \text{ kN}$$

$$R_{V7-2} = -0,02 \text{ kN}$$

$$R_{V8-2} = -0,08 \text{ kN}$$

Tendo então, a soma de todas elas o valor da carga unitária  $P = 1 \text{ kN}$ , conforme demonstração abaixo:

$$\sum R_V = R_{V1} + R_{V2} + R_{V3} + R_{V4} + R_{V5} + R_{V6} + R_{V7} + R_{V8} = P$$

$$\sum R_V = 0,33 + 0,27 + 0,21 + 0,15 + 0,10 + 0,04 + (-0,02) + (-0,08) = 1$$

$$\sum R_V = 1 \text{ kN}$$

Os deslocamentos encontrados nas vigas através da aplicação da carga unitária foram:

$$\delta_{V1-2} = 2,3912 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V2-2} = 1,9642 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V3-2} = 1,5372 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V4-2} = 1,1102 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

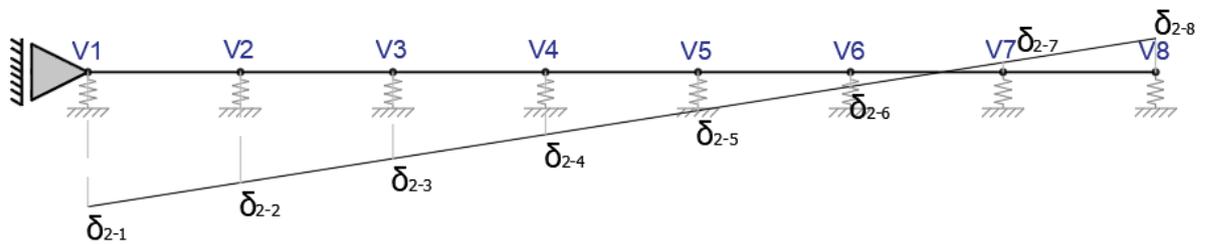
$$\delta_{V5-2} = 6,8320 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V6-2} = 2,5620 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V7-2} = 1,7080 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V8-2} = 5,9780 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

**Figura 47- Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V2.**



Fonte: autor (2019).

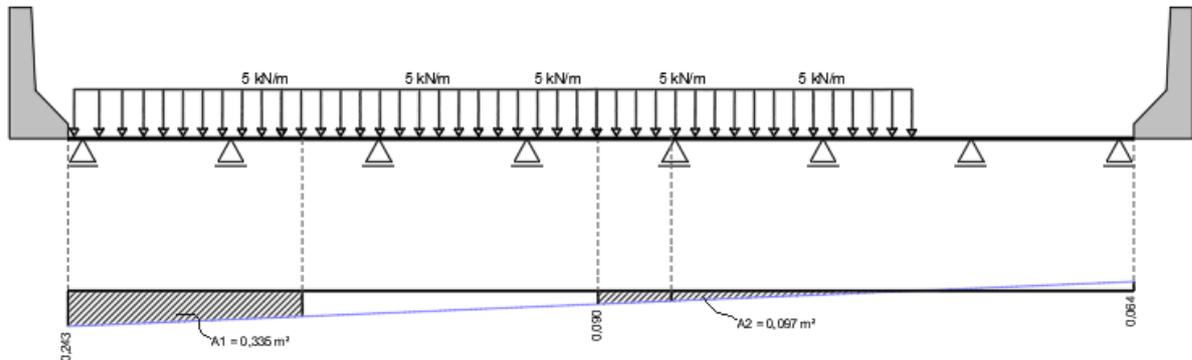
### 3.3.1.2.1 Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V2

Para a determinação do trem-tipo de flexão da longarina V2, posicionou-se o trem-tipo no centro longitudinal da ponte e entre as longarinas V2 e V3, conforme demonstrado na Figura 48 abaixo.



$$RP_1 = 1,475 \text{ kN/m}$$

**Figura 50 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V2 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

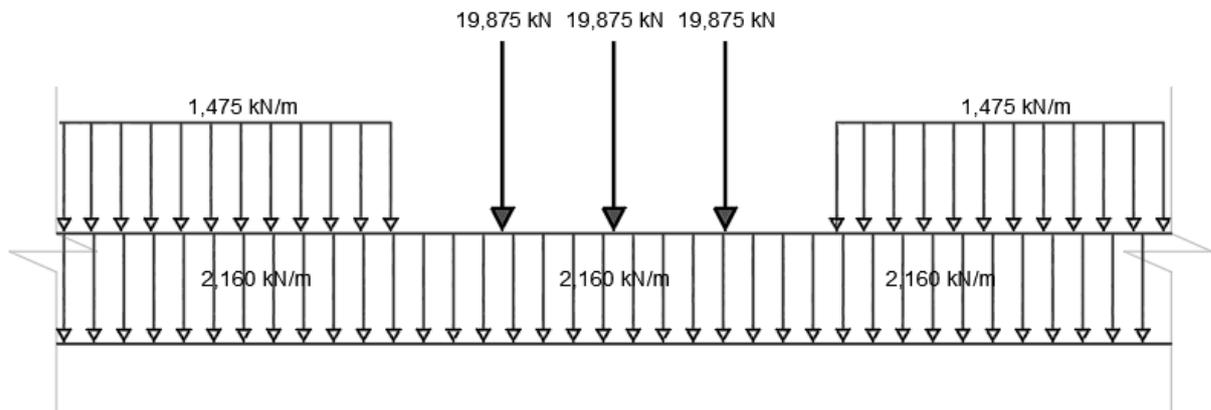
Obtendo então para a carga de multidão:

$$RP_2 = 5 \times (0,335 + 0,097)$$

$$RP_2 = 2,160 \text{ kN/m}$$

Através dos valores de  $RP$ ,  $RP_1$  e  $RP_2$  calculados anteriormente, temos então o trem-tipo de flexão final na longarina V2, exemplificado na figura abaixo.

**Figura 51 - Trem-tipo final de flexão para V2.**



Fonte: do autor (2019).

Calculando então o veículo-tipo simplificado:

$$RP' = RP - \left( RP_2 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 19,875 - \left( 2,160 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 15,555 \text{ kN}$$

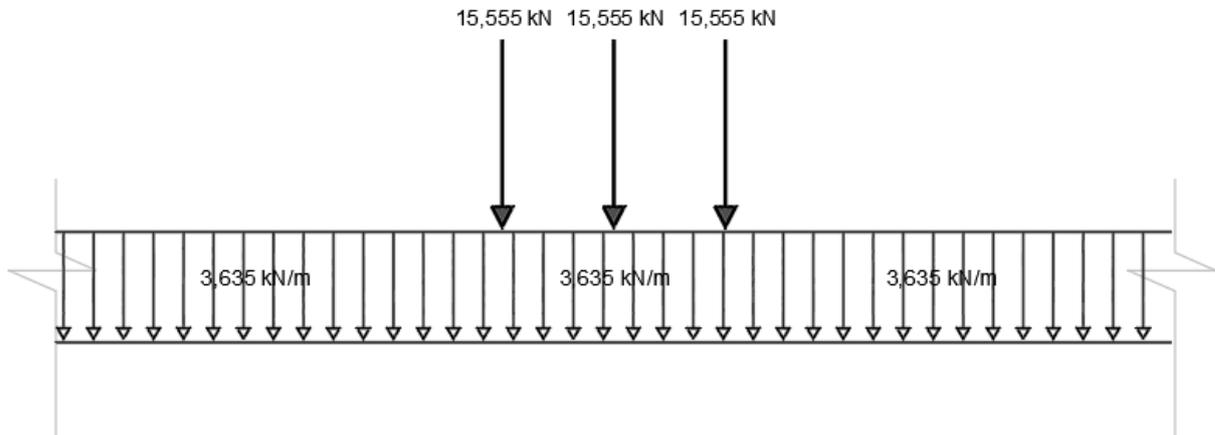
E a carga vertical referente à carga de multidão distribuída:

$$RP_2' = RP_1 + RP_2$$

$$RP_2' = 1,475 + 2,160$$

$$RP_2' = 3,635 \text{ kN/m}$$

**Figura 52 - Trem-tipo longitudinal simplificado.**

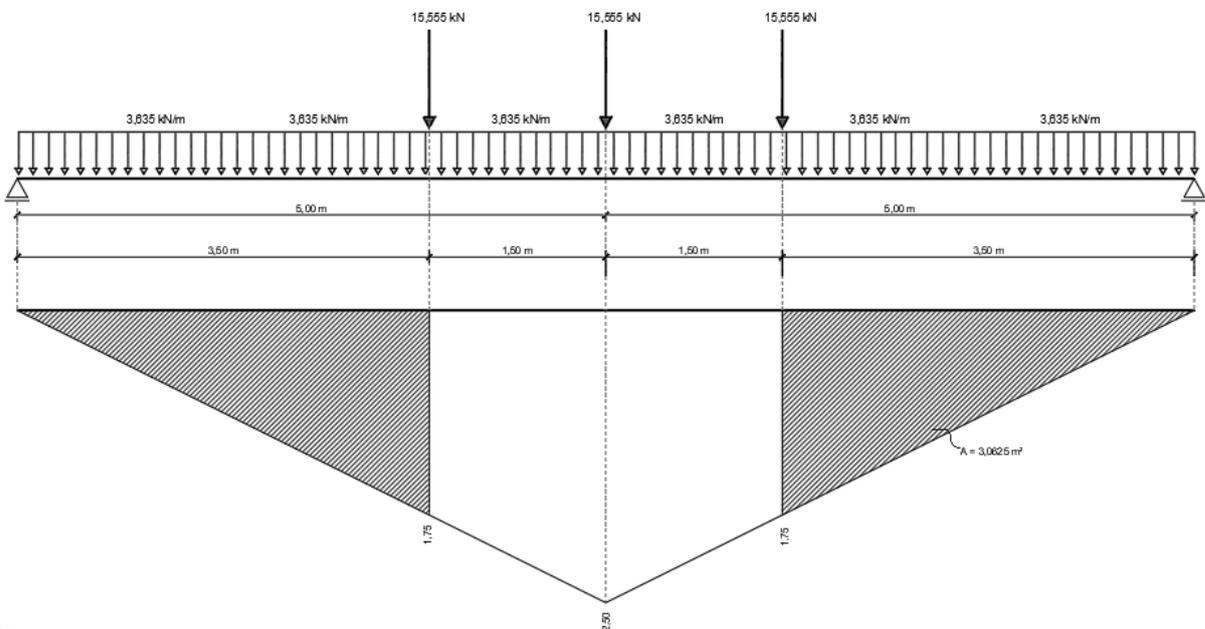


Fonte: do autor (2019).

### 3.3.1.2.2 Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V2

Calculando então a linha influência dos momentos máximos para a longarina V2 temos:

**Figura 53 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V2 com a aplicação das cargas móveis.**



Fonte: do autor (2019).

Substituindo:

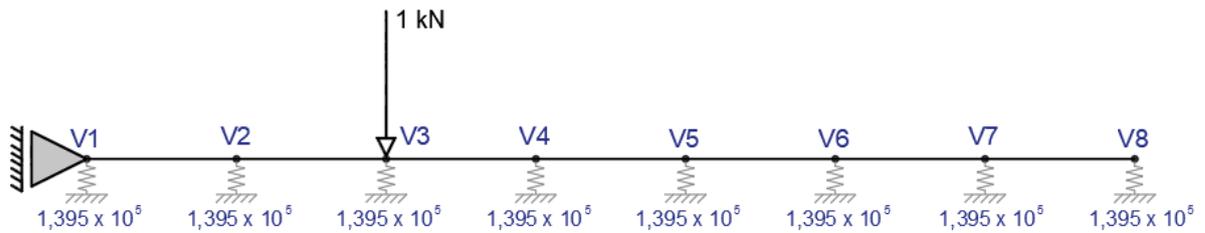
$$\phi M_+ = 1,69 \times [15,555(1,75 + 2,50 + 1,75) + (3,635 \times 3,0625)]$$

$$\phi M_+ = 176,541 \text{ kN.m}$$

### 3.3.1.3 Obtenção dos coeficientes da longarina V3

Para obter os coeficientes correspondentes à primeira longarina (V3), aplicou-se a carga unitária sobre a mesma, conforme demonstra a Figura 54, demonstrada abaixo.

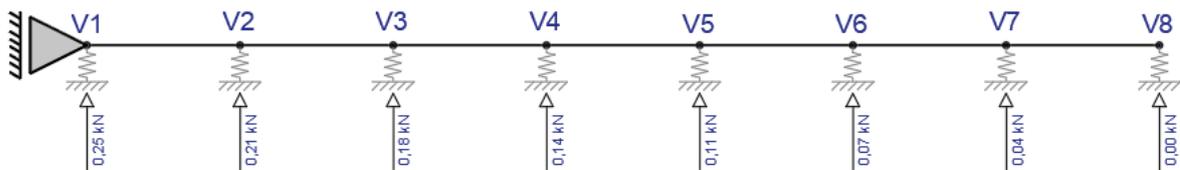
**Figura 54 - Carga unitária aplicada sobre longarina V3.**



Fonte: autor (2019).

E obteve-se os valores das reações correspondentes em cada longarina.

**Figura 55 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V3.**



Fonte: autor (2019).

As reações calculadas nas longarinas foram as seguintes:

$$R_{V1-3} = 0,25 \text{ kN}$$

$$R_{V2-3} = 0,21 \text{ kN}$$

$$R_{V3-3} = 0,18 \text{ kN}$$

$$R_{V4-3} = 0,14 \text{ kN}$$

$$R_{V5-3} = 0,11 \text{ kN}$$

$$R_{V6-3} = 0,07 \text{ kN}$$

$$R_{V7-3} = 0,04 \text{ kN}$$

$$R_{V8-3} = 0,00 \text{ kN}$$

Tendo então, a soma de todas elas o valor da carga unitária  $P = 1 \text{ kN}$ , conforme demonstração abaixo:

$$\begin{aligned} \sum R_V &= R_{V1} + R_{V2} + R_{V3} + R_{V4} + R_{V5} + R_{V6} + R_{V7} + R_{V8} = P \\ \sum R_V &= 0,25 + 0,21 + 0,18 + 0,14 + 0,11 + 0,07 + 0,04 + 0,00 = 1 \\ \sum R_V &= 1 \text{ kN} \end{aligned}$$

Os deslocamentos encontrados nas vigas através da aplicação da carga unitária foram:

$$\delta_{V1-3} = 1,7934 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V2-3} = 1,5372 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V3-3} = 1,2810 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\delta_{V4-3} = 1,0248 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

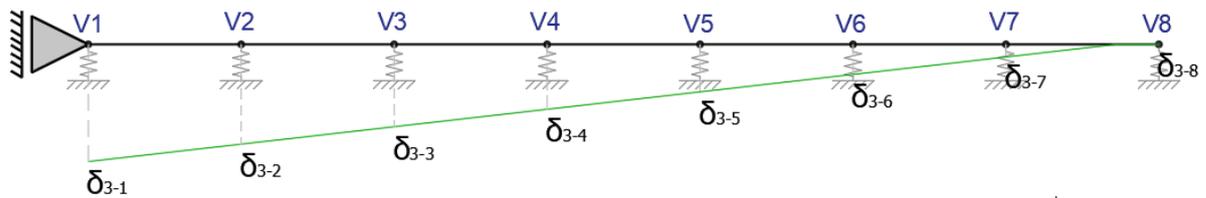
$$\delta_{V5-3} = 7,0860 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V6-3} = 5,1240 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V7-3} = 2,5620 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

$$\delta_{V8-3} = 3,6872 \times 10^{-10} \text{ mm}$$

**Figura 56 - Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V3.**

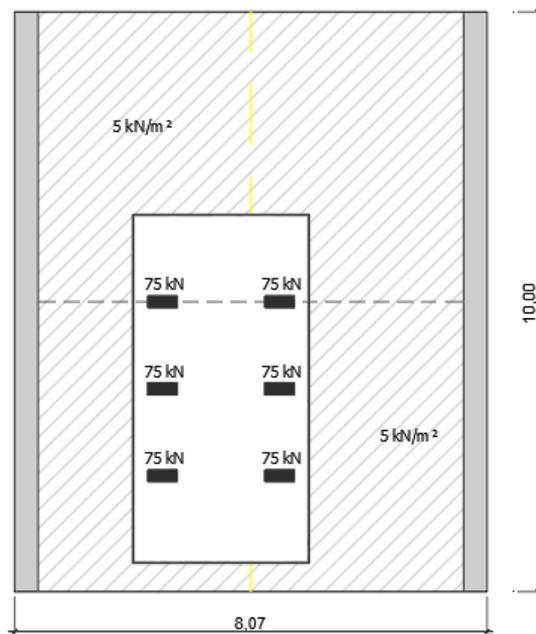


Fonte: autor (2019).

### 3.3.1.3.1 Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V3

Para a determinação do trem-tipo de flexão da longarina V3, posicionou-se o trem-tipo no centro longitudinal da ponte sobre a longarina V3, conforme demonstrado na Figura 57 abaixo.

**Figura 57 - Vista superior do trem-tipo sobre a ponte.**

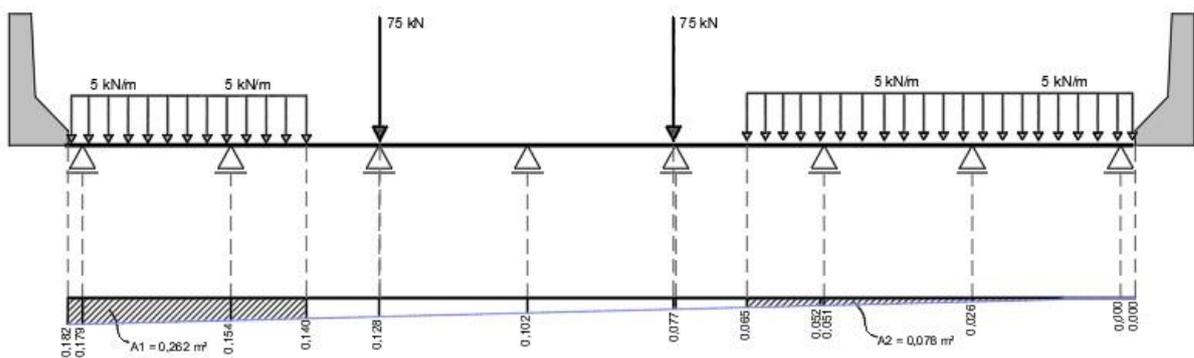


Fonte: autor (2019).

Então repetiu-se o processo descrito nas longarinas anteriores para a obtenção dos coeficientes da longarina V3.

Os resultados do trem-tipo de flexão na faixa que passa dentro da seção do trem-tipo estão demonstrados a seguir na Figura 58.

**Figura 58 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V3 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

Obtidos então os coeficientes, deu-se início ao cálculo do trem-tipo de flexão para a seção que passa dentro da faixa.

$$RP = 75 \times (0,128 + 0,077)$$

$$RP = 15,375 \text{ kN}$$

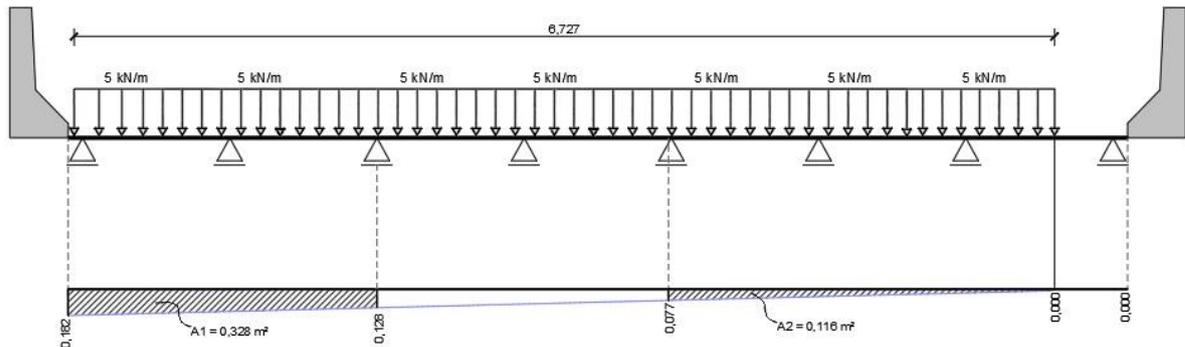
Para a carga de multidão, temos:

$$RP_1 = 5 \times (0,262 + 0,078)$$

$$RP_1 = 1,700 \text{ kN/m}$$

Na análise da faixa que passa fora do veículo-tipo, temos somente a carga de distribuição na pior situação para a longarina V3.

**Figura 59 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V3 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

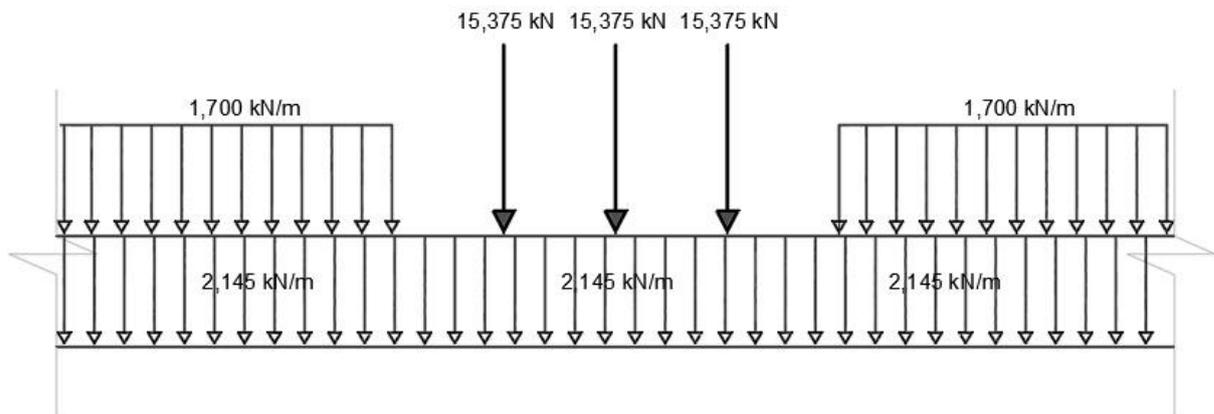
Obtendo então para a carga de multidão:

$$RP_2 = 5 \times (0,323 + 0,106)$$

$$RP_2 = 2,145 \text{ kN/m}$$

Através dos valores de RP, RP<sub>1</sub> e RP<sub>2</sub> calculados anteriormente, temos então o trem-tipo de flexão final na longarina V3, exemplificado na figura abaixo.

**Figura 60 - Trem-tipo final de flexão para V3.**



Fonte: do autor (2019).

Calculando então o veículo-tipo simplificado:

$$RP' = RP - \left( RP_2 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 15,375 - \left( 2,145 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 11,085 \text{ kN}$$

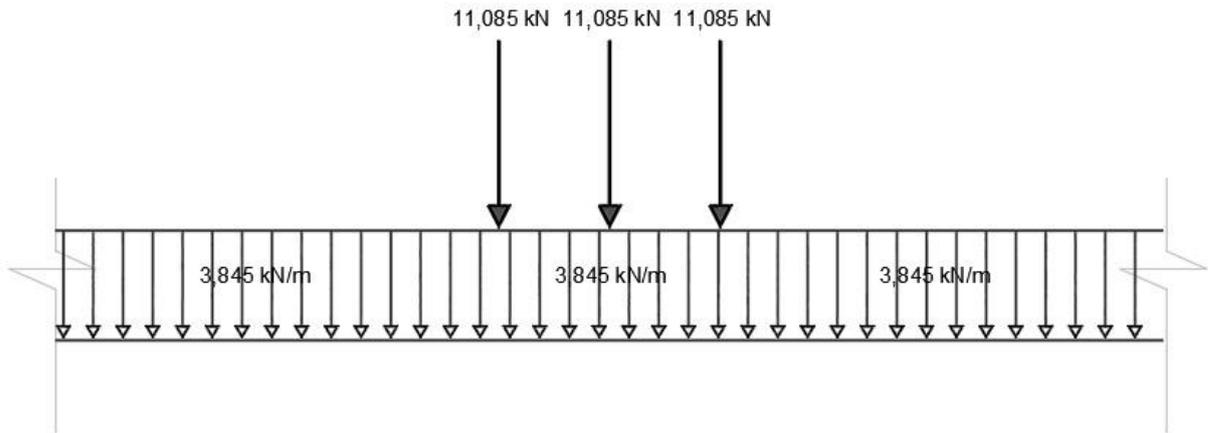
E a carga vertical referente à carga de multidão distribuída:

$$RP_2' = RP_1 + RP_2$$

$$RP_2' = 1,700 + 2,145$$

$$RP_2' = 3,845 \text{ kN/m}$$

**Figura 61 - Trem-tipo longitudinal simplificado.**

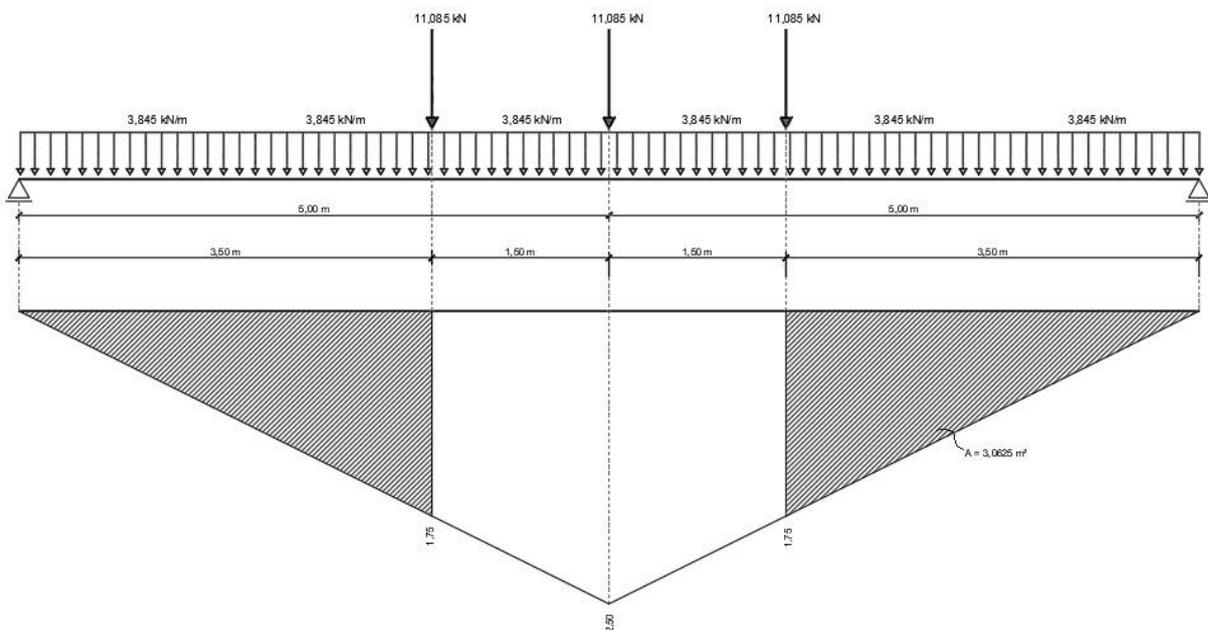


Fonte: do autor (2019).

### 3.3.1.3.2 Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V3

Calculando então a linha influência dos momentos máximos para a longarina V3 temos:

**Figura 62 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V3 com a aplicação das cargas móveis.**



Fonte: do autor (2019).

Tem-se:

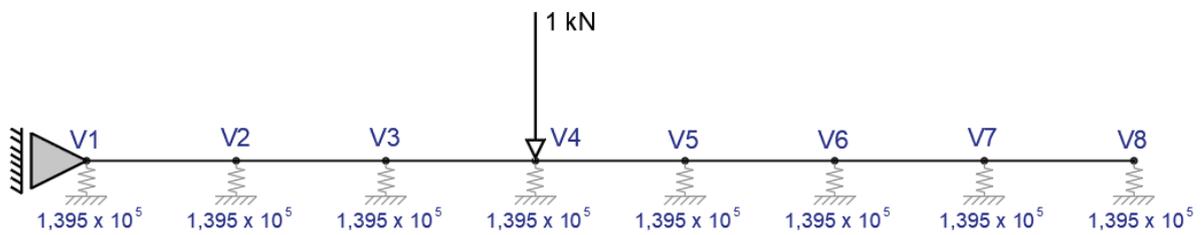
$$\phi = 1,69 \times [11,085 (1,75 + 2,50 + 1,75) + (3,845 \times 3,0625)]$$

$$\phi M_{+} = 132,302 \text{ kN.m}$$

### 3.3.1.4 Obtenção dos coeficientes da longarina V4

Para obter os coeficientes correspondentes à primeira longarina (V4), aplicou-se a carga unitária sobre a mesma, conforme demonstra a Figura 63, demonstrada abaixo.

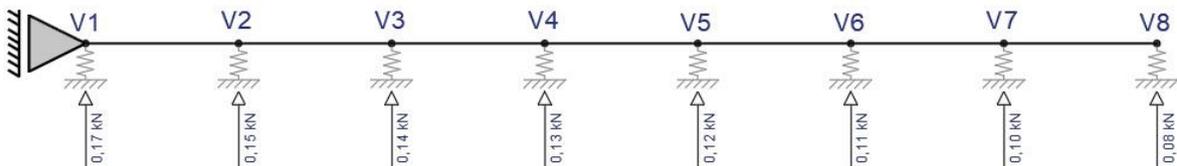
**Figura 63 - Carga unitária aplicada sobre longarina V4.**



Fonte: autor (2019).

E obteve-se então, os valores das reações correspondentes em cada longarina.

**Figura 64 - Reações obtidas nas longarinas com a aplicação da carga unitária sobre V4.**



Fonte: autor (2019).

As reações calculadas nas longarinas foram as seguintes:

$$R_{V1-4} = 0,17 \text{ kN}$$

$$R_{V2-4} = 0,15 \text{ kN}$$

$$R_{V3-4} = 0,14 \text{ kN}$$

$$R_{V4-4} = 0,13 \text{ kN}$$

$$R_{V5-4} = 0,12 \text{ kN}$$

$$R_{V6-4} = 0,11 \text{ kN}$$

$$R_{V7-4} = 0,10 \text{ kN}$$

$$R_{V8-4} = 0,08 \text{ kN}$$

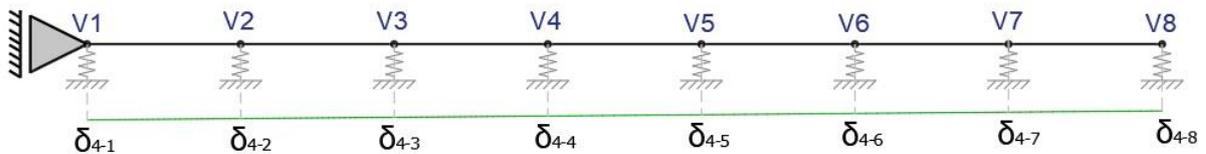
Tendo então, a soma de todas elas o valor da carga unitária  $P = 1 \text{ kN}$ , conforme demonstração abaixo:

$$\begin{aligned}\sum R_V &= R_{V1} + R_{V2} + R_{V3} + R_{V4} + R_{V5} + R_{V6} + R_{V7} + R_{V8} = P \\ \sum R_V &= 0,17 + 0,15 + 0,14 + 0,13 + 0,12 + 0,11 + 0,10 + 0,08 = 1 \\ \sum R_V &= 1 \text{ kN} = 1 \text{ kN ok!}\end{aligned}$$

Os deslocamentos encontrados nas vigas através da aplicação da carga unitária foram:

$$\begin{aligned}\delta_{V1-4} &= 1,1956 \times 10^{-3} \text{ mm} \\ \delta_{V2-4} &= 1,1102 \times 10^{-3} \text{ mm} \\ \delta_{V3-4} &= 1,0248 \times 10^{-3} \text{ mm} \\ \delta_{V4-4} &= 9,3940 \times 10^{-4} \text{ mm} \\ \delta_{V5-4} &= 8,5400 \times 10^{-4} \text{ mm} \\ \delta_{V6-4} &= 7,6860 \times 10^{-4} \text{ mm} \\ \delta_{V7-4} &= 6,8320 \times 10^{-4} \text{ mm} \\ \delta_{V8-4} &= 5,9780 \times 10^{-4} \text{ mm}\end{aligned}$$

**Figura 65 - Deslocamentos obtidos pela carga unitária aplicada sobre V4.**

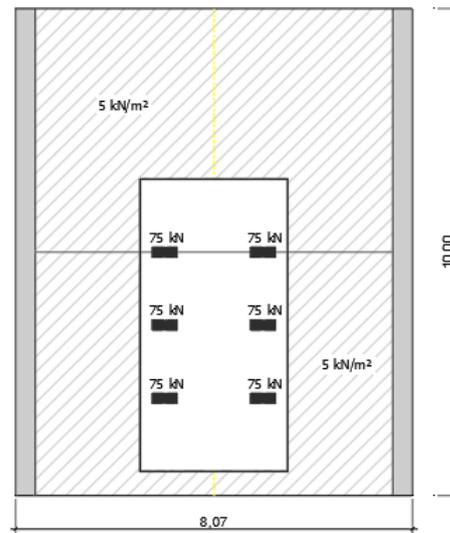


Fonte: autor (2019).

#### 3.3.1.4.1 Cálculo do trem-tipo de flexão por Engesser-Courbon para a longarina V4

Para a determinação do trem-tipo de flexão da longarina V4, posicionou-se o trem-tipo no centro longitudinal da ponte entre as longarinas V3 e V4, conforme demonstrado na Figura 66 abaixo.

**Figura 66 - Vista superior do trem tipo em relação à longarina V4.**

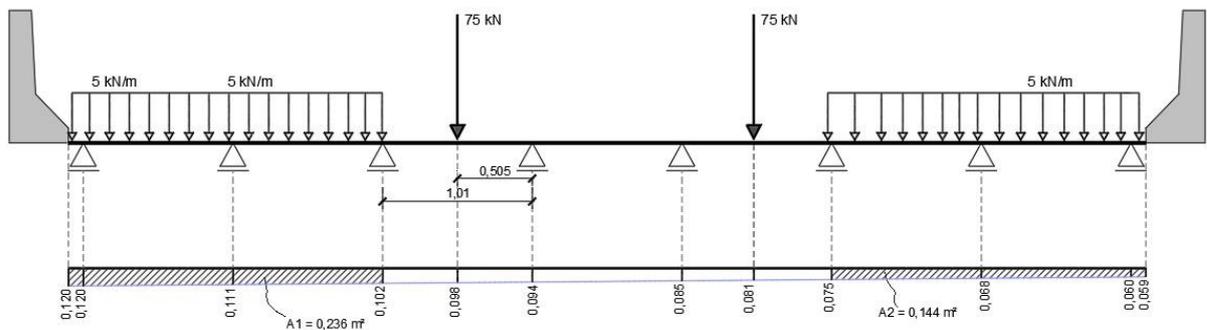


Fonte: autor (2019).

Então repetiu-se o processo descrito anteriormente nas longarinas anteriores para a obtenção dos coeficientes da longarina V4.

Os resultados do trem-tipo de flexão na faixa que passa dentro da seção do trem-tipo estão demonstrados a seguir na Figura 67.

**Figura 67 – Seção dentro do trem-tipo de flexão em relação à longarina V4 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

Obtidos então os coeficientes, deu-se início ao cálculo do trem-tipo de flexão para a seção que passa dentro da faixa.

$$RP = 75 \times (0,098 + 0,081)$$

$$RP = 13,4265 \text{ kN}$$

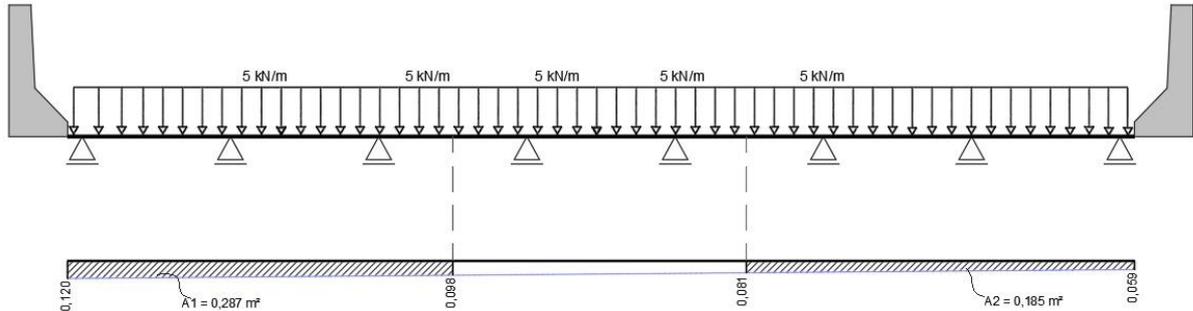
Para a carga de multidão, temos:

$$RP_1 = 5 \times (0,236 + 0,144)$$

$$RP_1 = 1,900 \text{ kN/m}$$

Na análise da faixa que passa fora do veículo-tipo, temos somente a carga de distribuição na pior situação, para a longarina V4.

**Figura 68 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V4 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

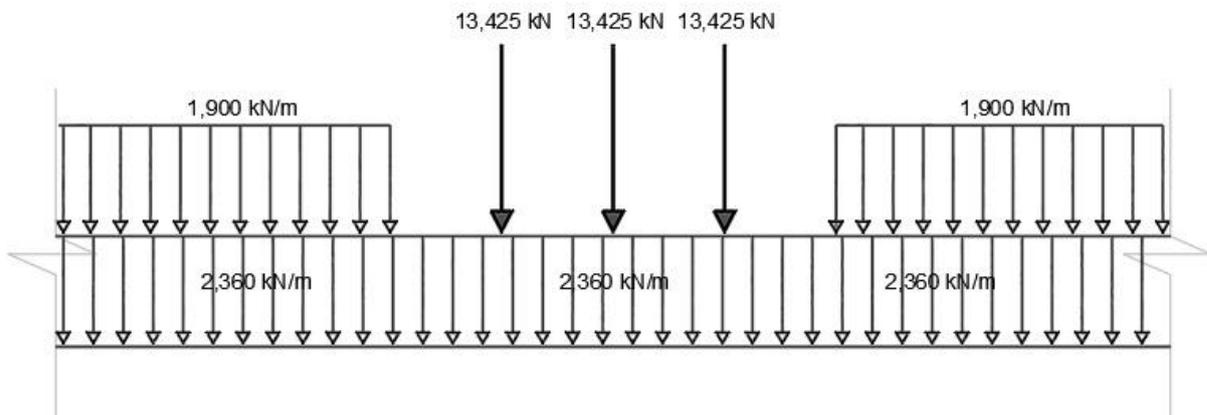
Obtendo então para a carga de multidão:

$$RP_2 = 5 \times (0,287 + 0,185)$$

$$RP_2 = 2,360 \text{ kN/m}$$

Através dos valores de  $RP$ ,  $RP_1$  e  $RP_2$  calculados anteriormente, temos então o trem-tipo de flexão final na longarina V4, exemplificado na figura abaixo.

**Figura 69 - Trem-tipo final de flexão para V4.**



Fonte: do autor (2019).

Calculando então o veículo-tipo simplificado:

$$RP' = RP - \left( RP_2 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 13,425 - \left( 2,360 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 8,705 \text{ kN}$$

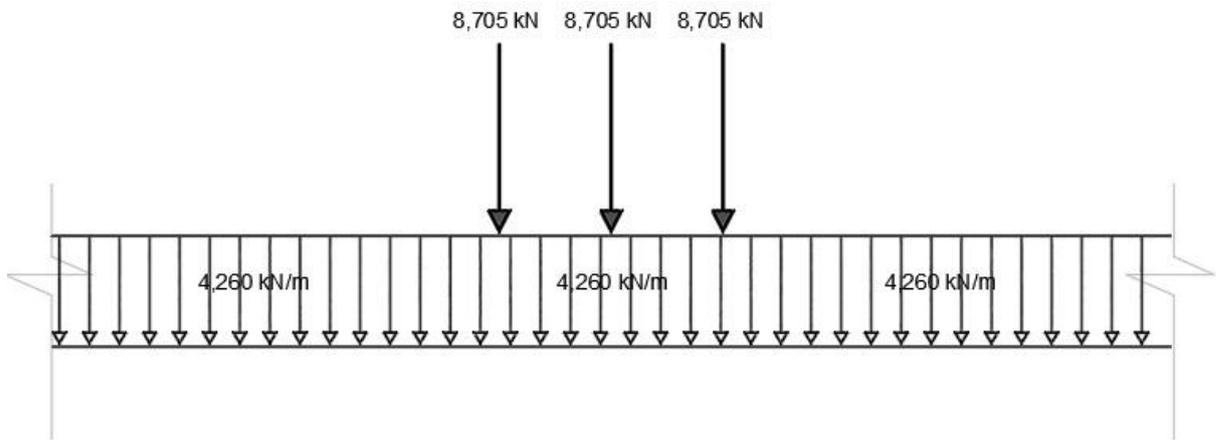
E a carga vertical referente à carga de multidão distribuída:

$$RP_2' = RP_1 + RP_2$$

$$RP_2' = 1,900 + 2,360$$

$$RP_2' = 4,260 \text{ kN/m}$$

**Figura 70 - Trem-tipo longitudinal simplificado.**

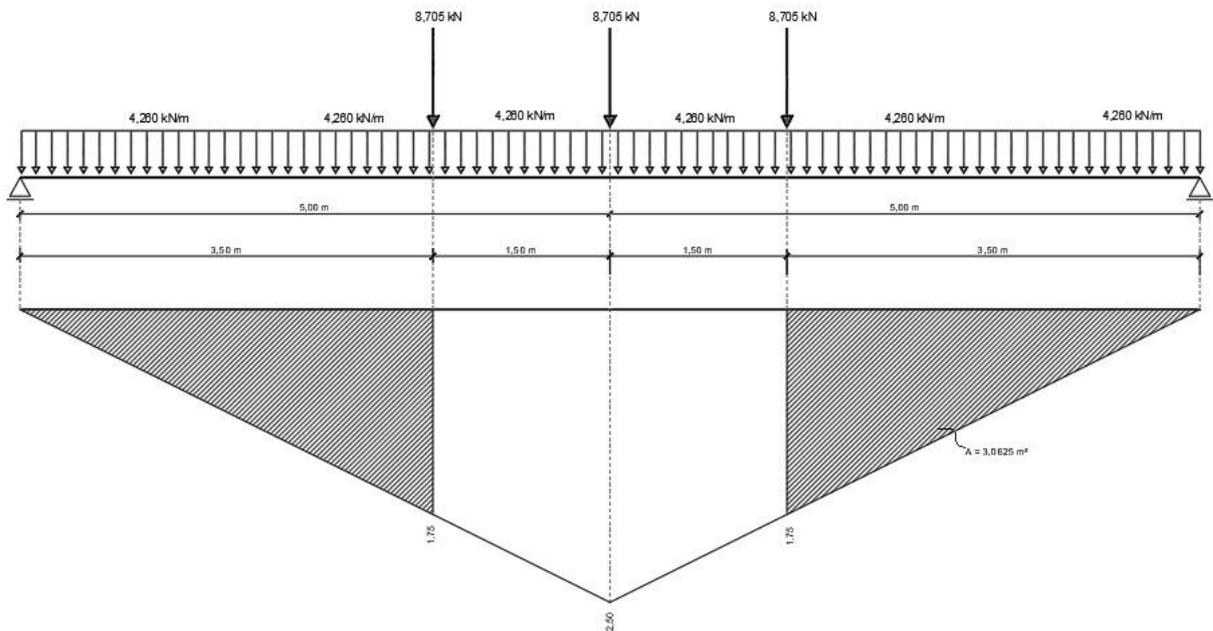


Fonte: do autor (2019).

### 3.3.1.4.2 Cálculo dos momentos máximos devidos à carga móvel por Engesser-Courbon para a longarina V4

Calculando a linha influência dos momentos máximos para a longarina V4 temos:

**Figura 71 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V4 com a aplicação das cargas móveis.**



Fonte: do autor (2019).

Substituindo:

$$\phi M_+ = 1,69 \times [8,705 (1,75 + 2,50 + 1,75) + (4,260 \times 3,0625)]$$

$$\phi M_+ = 110,317 \text{ kN.m}$$

### 3.4 Dimensionamento através do Método dos Elementos Finitos

Atualmente, existe uma infinidade de softwares que dimensionam estruturas através do MEF, pois tornou-se uma ferramenta aliada na resolução de problemas complexos da área da engenharia.

A ponte a ser dimensionada no presente trabalho está dentro destes padrões, e por isso, resolveu-se empregar o software *Ansys* para a contribuição no seu dimensionamento, pois deseja-se obter o dimensionamento realizado em toda a geometria da ponte. Para isto, utilizou-se o software em sua versão *Mechanical APDL 16.1 Academic*.

O processo utilizado no *Ansys* para a obtenção dos coeficientes de repartição transversal consiste basicamente no mesmo utilizado e descrito anteriormente, através da aplicação de uma carga unitária de valor 1 kN no centro longitudinal da longarina, para a obtenção de parâmetros de comparação entre os dois métodos.

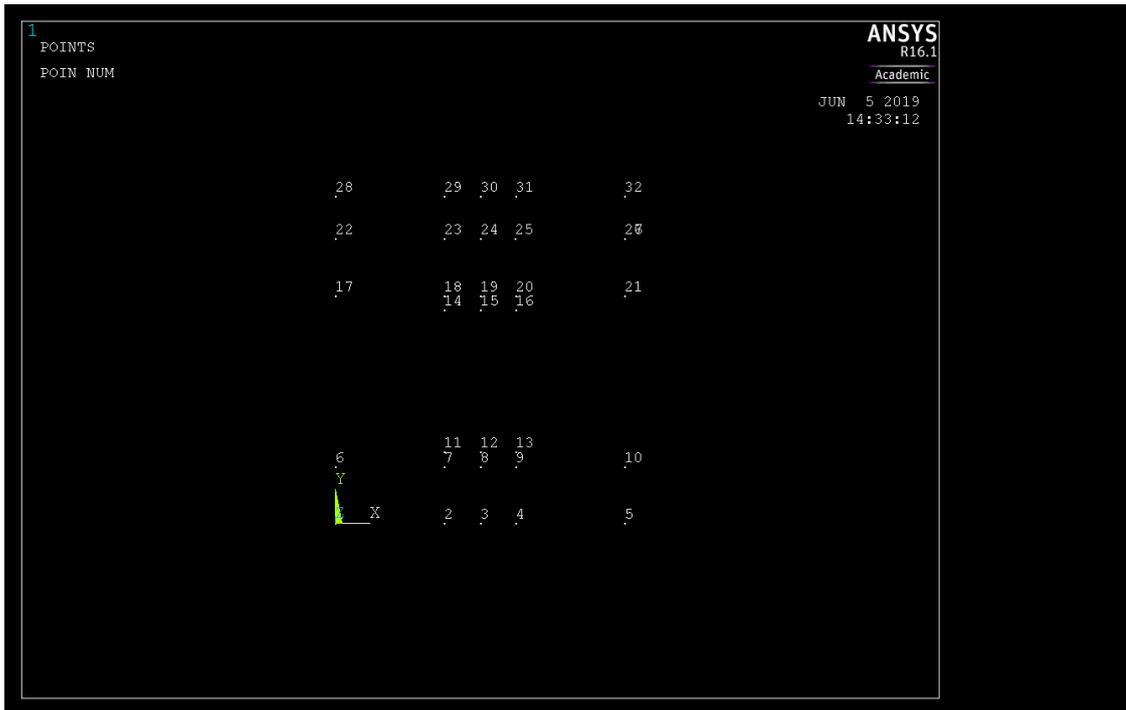
A seguir, estão descritas as etapas utilizadas para a obtenção do resultado final do presente trabalho.

Para a análise da superestrutura selecionou-se o modo de análise estrutural, através do elemento *SOLID 285*, que contém 4 nós de 3 graus de liberdade cada.

As propriedades mecânicas do material adotadas foram de material linear, elástico e isotrópico, tendo como valores para módulo de elasticidade calculado anteriormente (Equação 17)  $E = 42.500 \text{ MPa}$  e coeficiente de Poisson adotado  $\nu = 0,2$ .

Começou-se então o lançamento da geometria estrutura através de *keypoints* por coordenadas, dando início à seção transversal da viga, conforme Figura 72 abaixo.

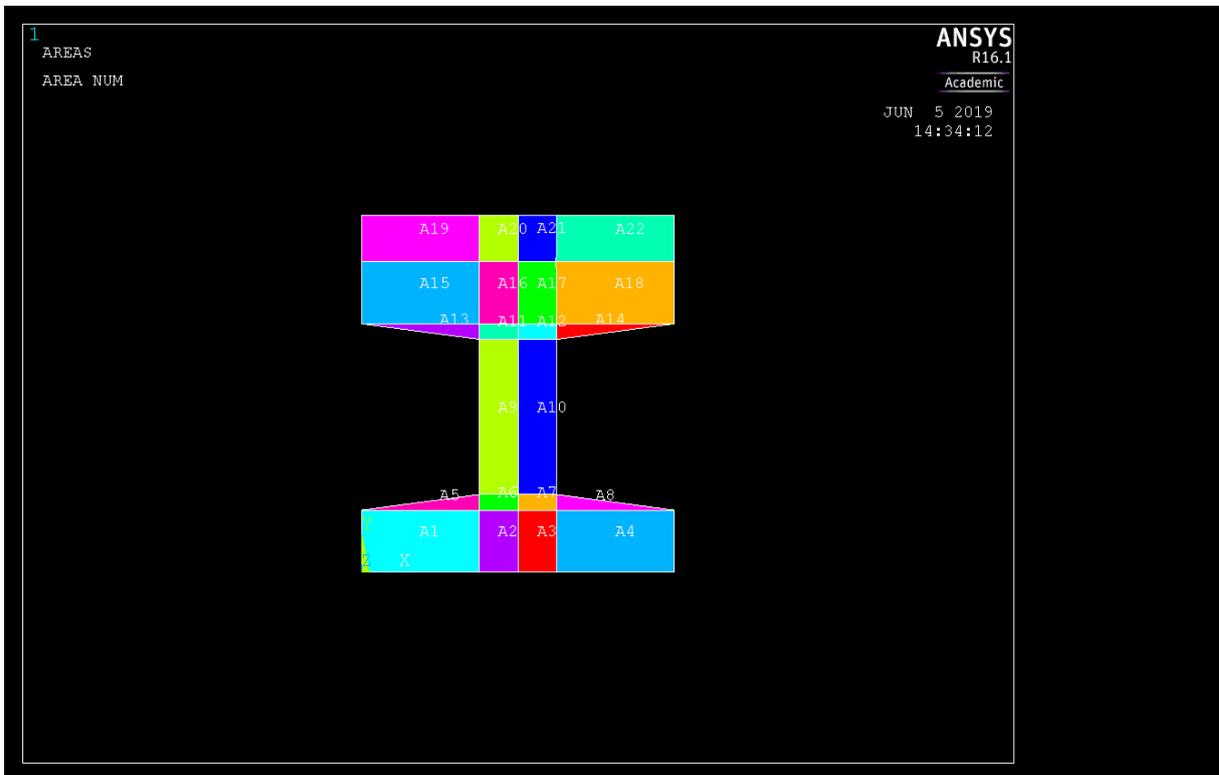
**Figura 72 - Keypoints inseridas no Ansys por coordenadas**



Fonte: Extraído do *Ansys* pelo autor (2019).

Através das *keypoints* inseridas, criaram-se áreas entre elas, formando a seção da longarina.

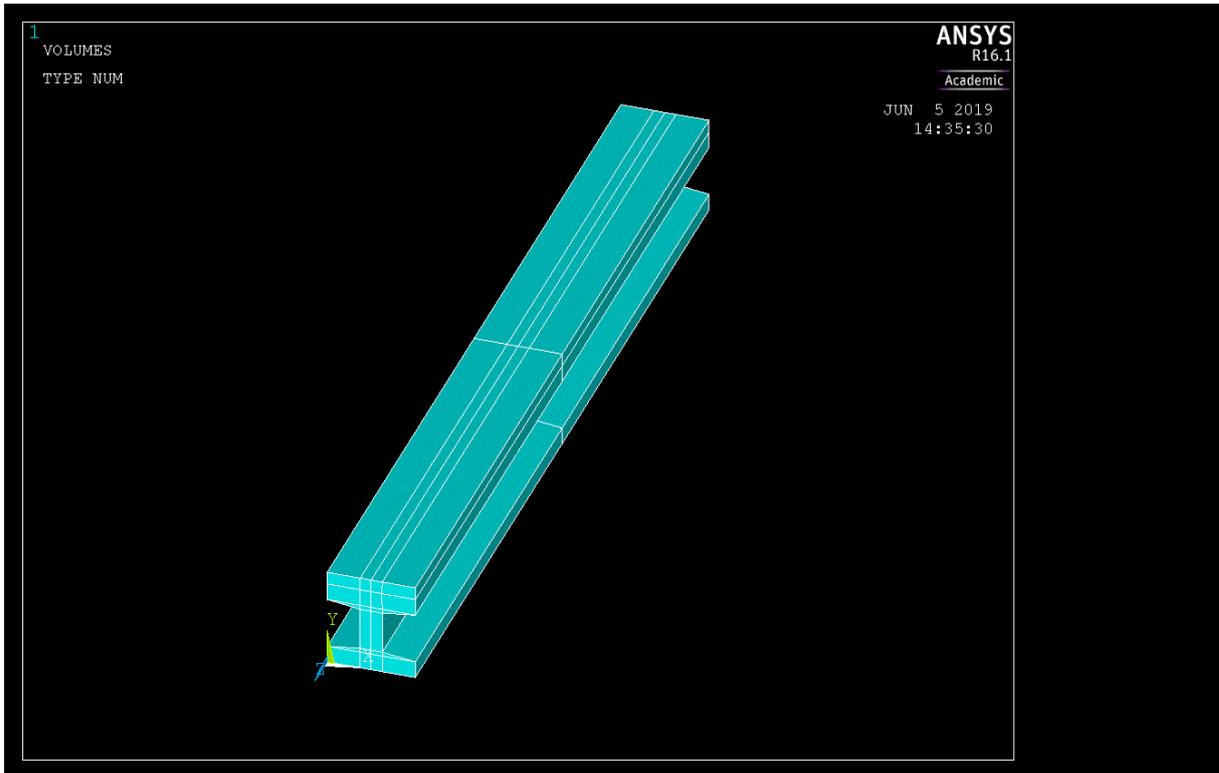
**Figura 73 - Áreas criadas**



Fonte: Autor (2019).

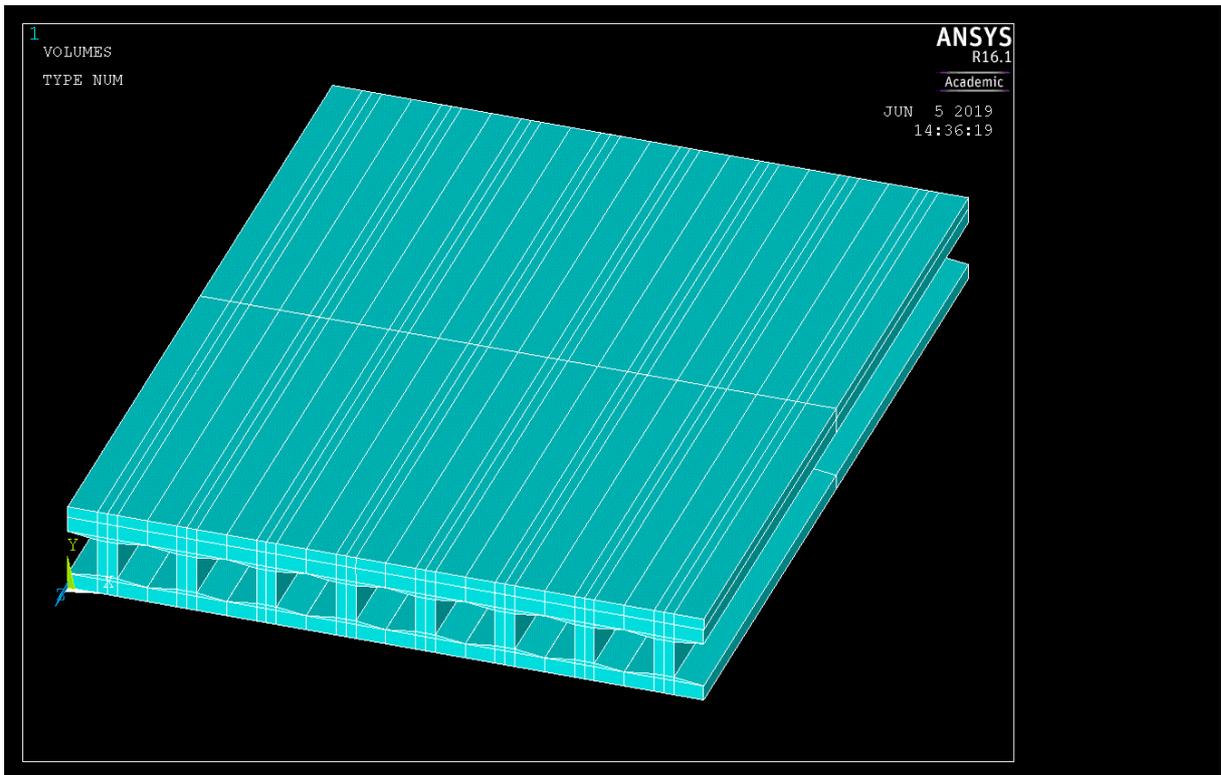
Após o processo de criação das áreas, foi iniciado o processo de lançamento da estrutura da ponte por completo, utilizando os comandos *Extrude* (Figura 70) selecionando todas as áreas criadas anteriormente para dar o comprimento total da longarina no eixo Z e *Copy* para inserir as 8 longarinas definidas para formação da ponte, conforme mostram Figuras 71 e 72 abaixo.

**Figura 74 - Longarina extrudada e formação de volume.**



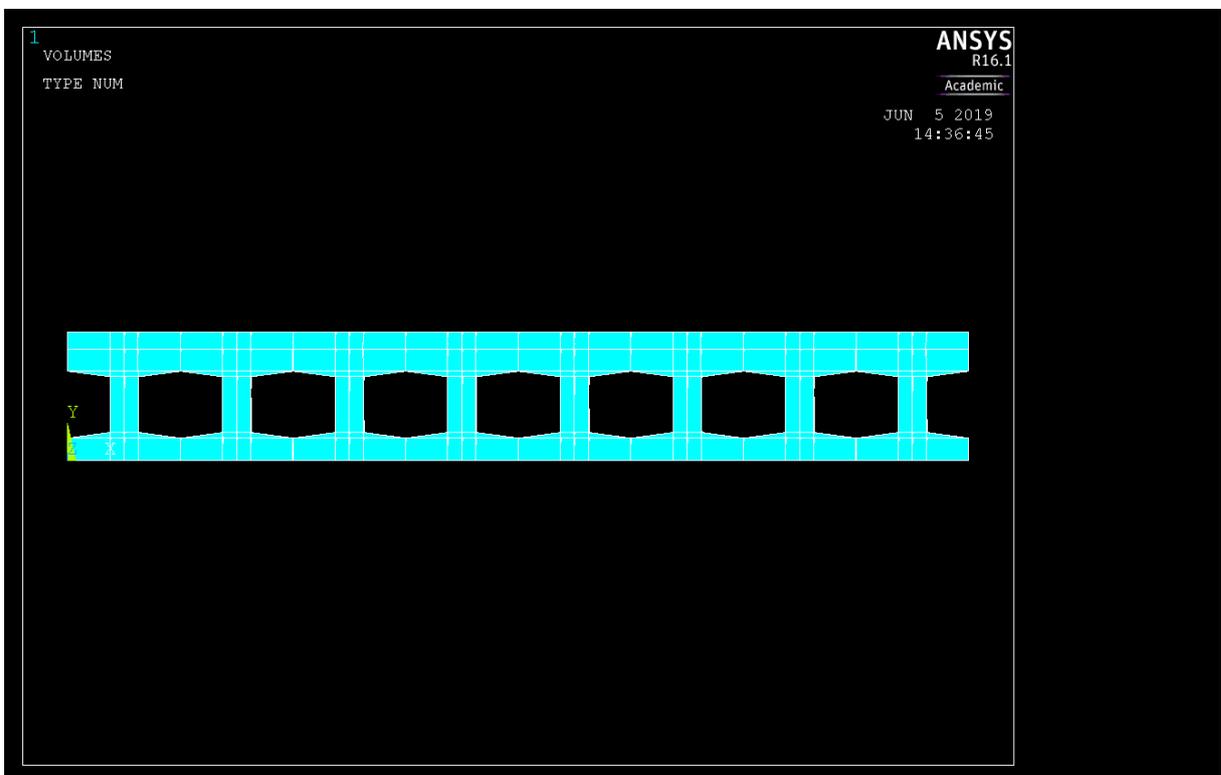
Fonte: Extraído do software pelo autor (2019).

**Figura 75 - Seção da superestrutura lançada no Ansys.**



Fonte: Autor (2019).

**Figura 76 - Vista frontal das longarinas lançadas.**

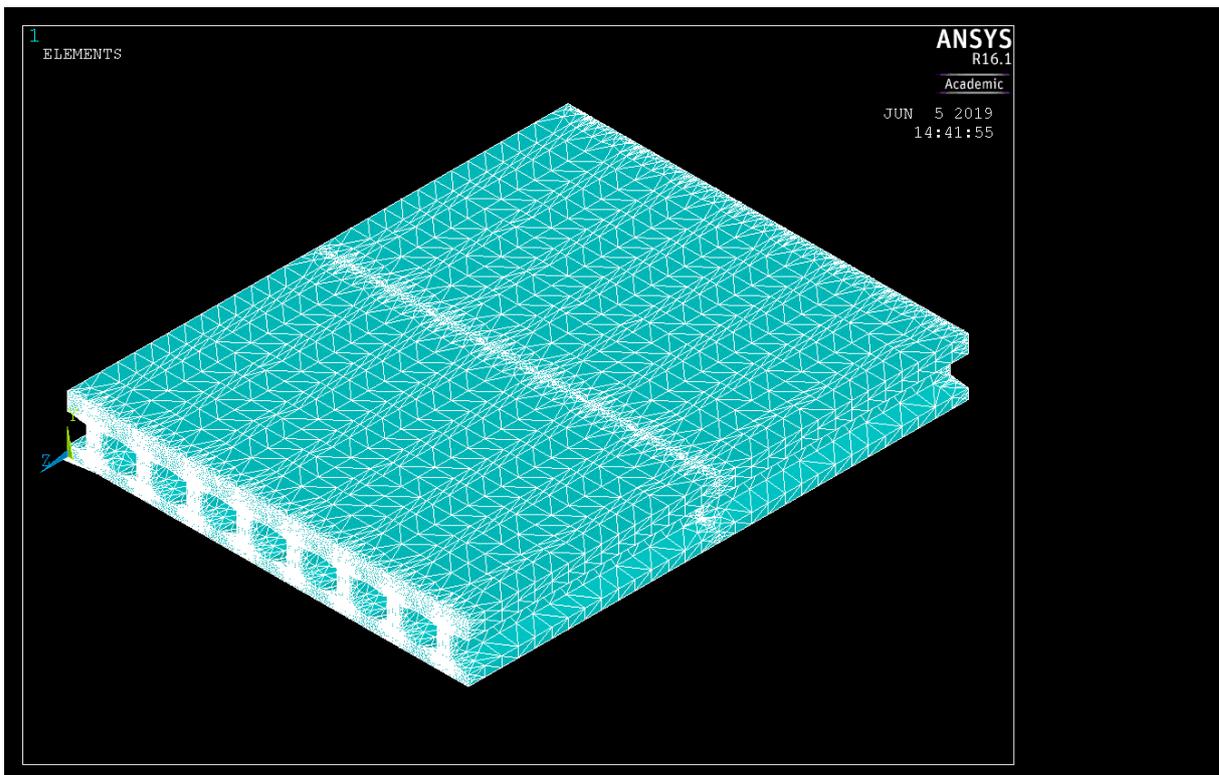


Fonte: Retirado do Ansys pelo autor (2019).

A estrutura foi lançada de modo que futuramente pudessem ser aplicadas as cargas unitárias pontuais nas posições desejadas, através das linhas de auxílio que possibilitavam esta precisão para o posterior cálculo do trem-tipo comparativo com o método calculado anteriormente.

Inseriu-se então a malha escolhida para a formação dos nós da estrutura, no caso deste trabalho, como mencionado anteriormente, a atribuída foi a *SOLID 285*. A dimensão escolhida para a discretização da malha de elementos finitos foi 15 cm.

**Figura 77 - Longarinas com aplicação da malha de elementos finitos.**



Fonte: Retirado do *Ansys* pelo autor (2019).

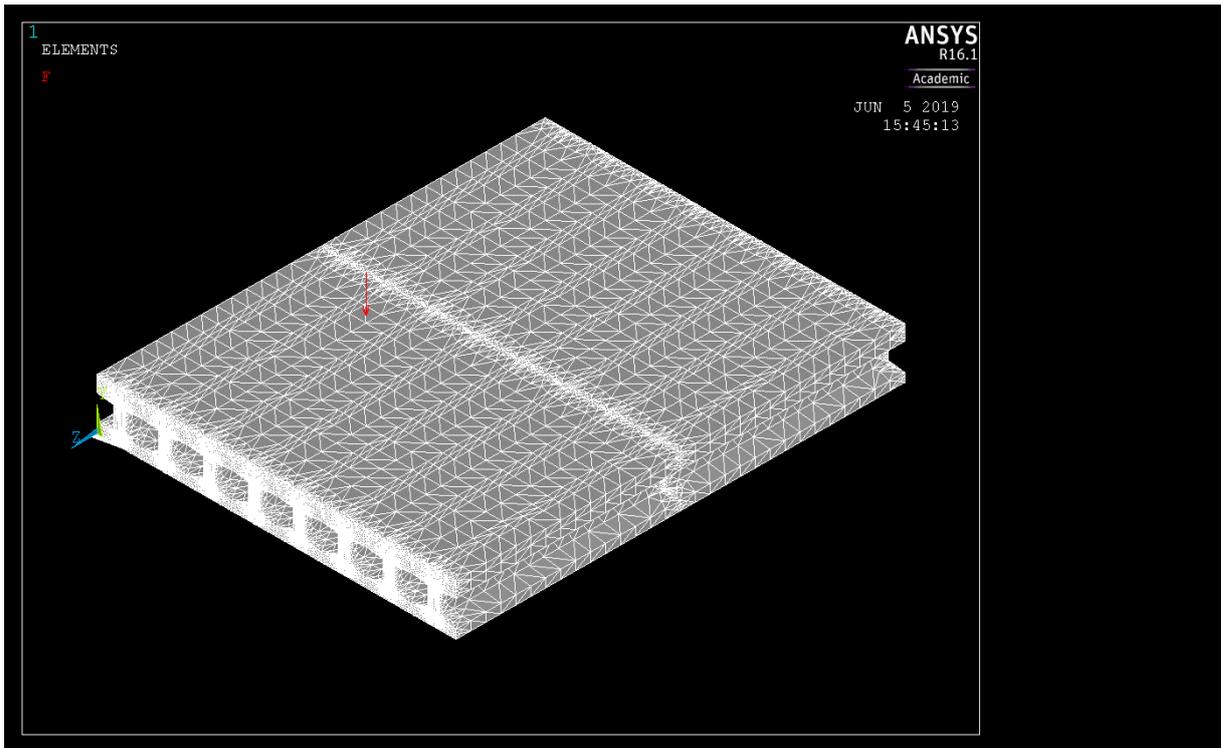
Deu-se então início à fase de aplicações das cargas para a obtenção dos resultados para a futura comparação entre os métodos.

Para o dimensionamento via MEF, escolheu-se as vigas V1 e V3 para a aplicação das cargas e obtenção de suas respectivas reações, deslocamentos, coeficientes de repartição e momentos máximos. As cargas foram aplicadas nos mesmos locais que haviam sido locadas no método analisado anteriormente, buscando maior fidelidade na comparação entre os métodos.

### **3.4.1 Atribuição das cargas e processamento de resultados para a longarina V1**

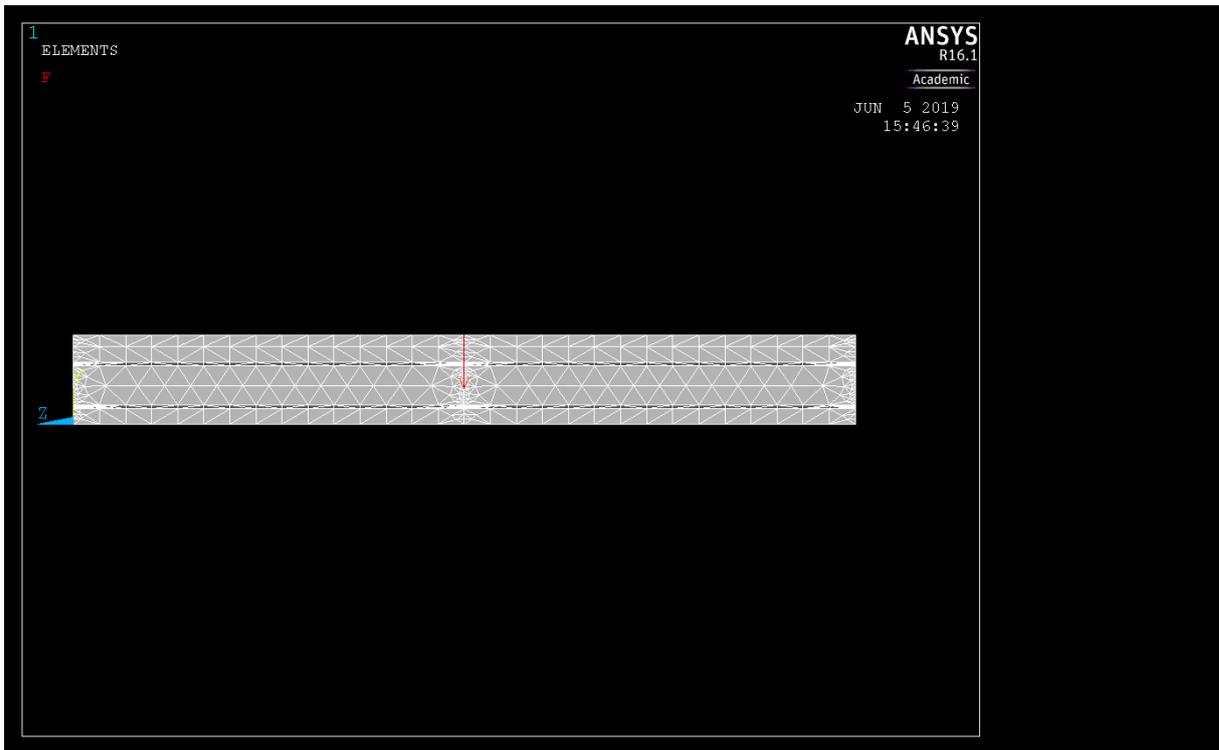
O processo de aplicação de carga, para o caso da longarina V1, consistiu na aplicação de uma carga unitária no centro longitudinal entre as vigas V1 e V2 da estrutura, com o intuito de obter as devidas reações geradas em cada uma das 8 longarinas e seus respectivos deslocamentos.

**Figura 78 - Vista isométrica da aplicação da carga na ligação entre as longarinas V1 e V2.**



Fonte: extraído do *Ansys* pelo autor.

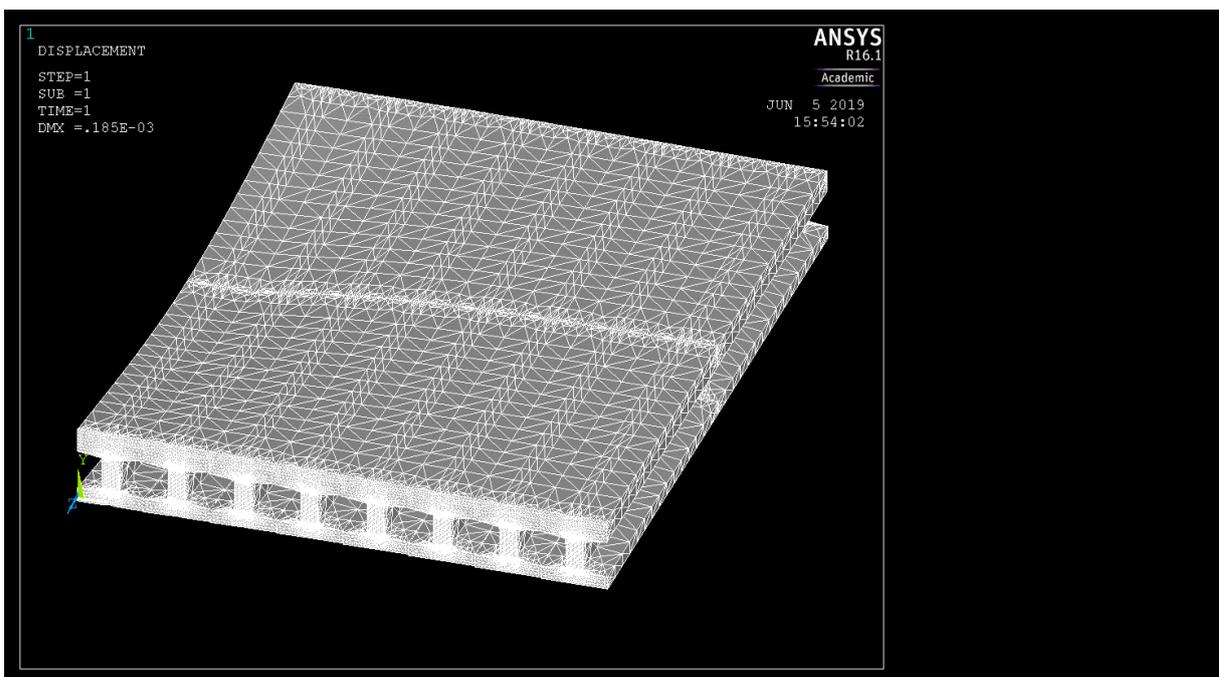
**Figura 79 - Vista lateral da carga aplicada.**



Fonte: extraído do *Ansys* pelo autor.

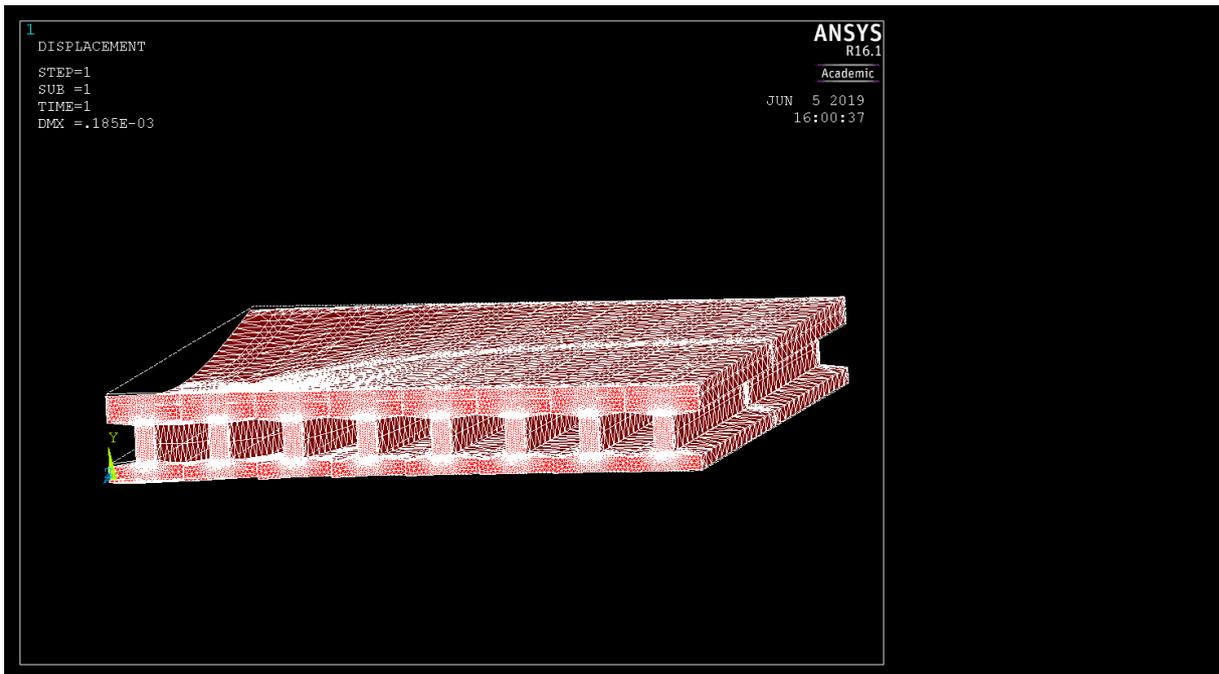
A seguir, pode-se, então obter a deformação da estrutura gerada pela aplicação da carga. As figuras a seguir demonstram as deformações plotadas do software.

**Figura 80 - Deformação obtida pela aplicação da carga unitária.**



Fonte: extraído do software de modelagem computacional *Ansys* (2019).

**Figura 81 - Vista das formas deformada e indeformada da estrutura.**



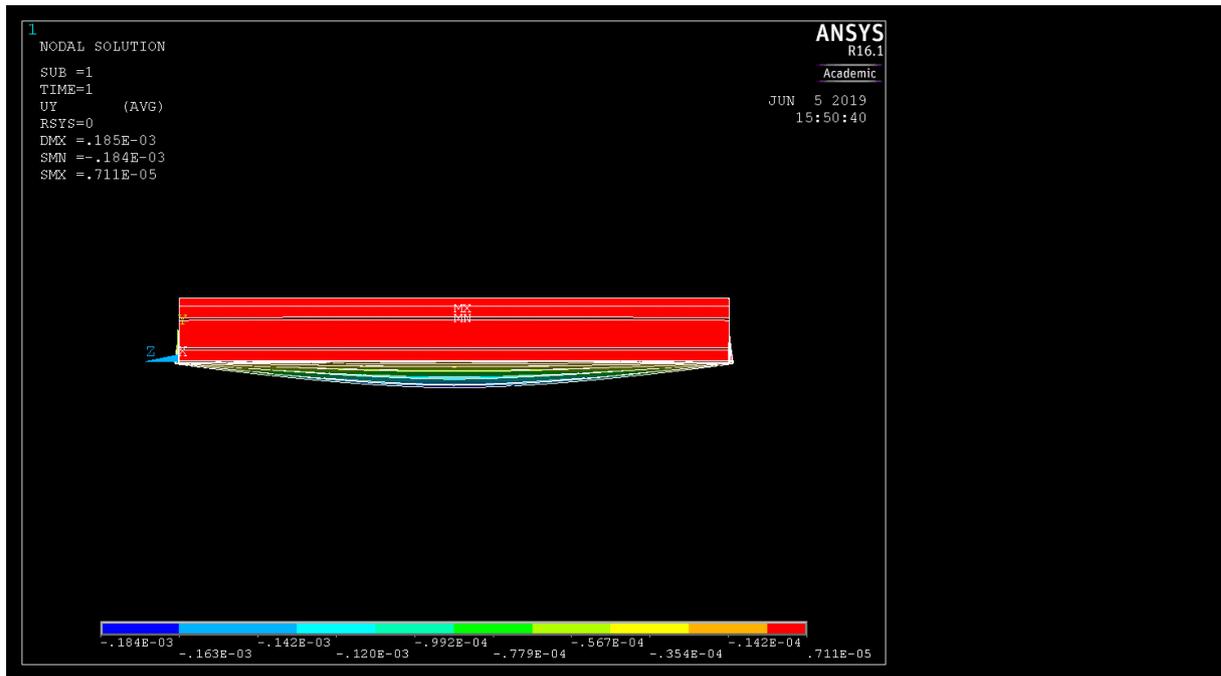
Fonte: extraído do software de modelagem computacional Ansys (2019).

**Figura 82 - Vista frontal da deformação das longarinas.**



Fonte: extraído do software de modelagem computacional Ansys (2019).

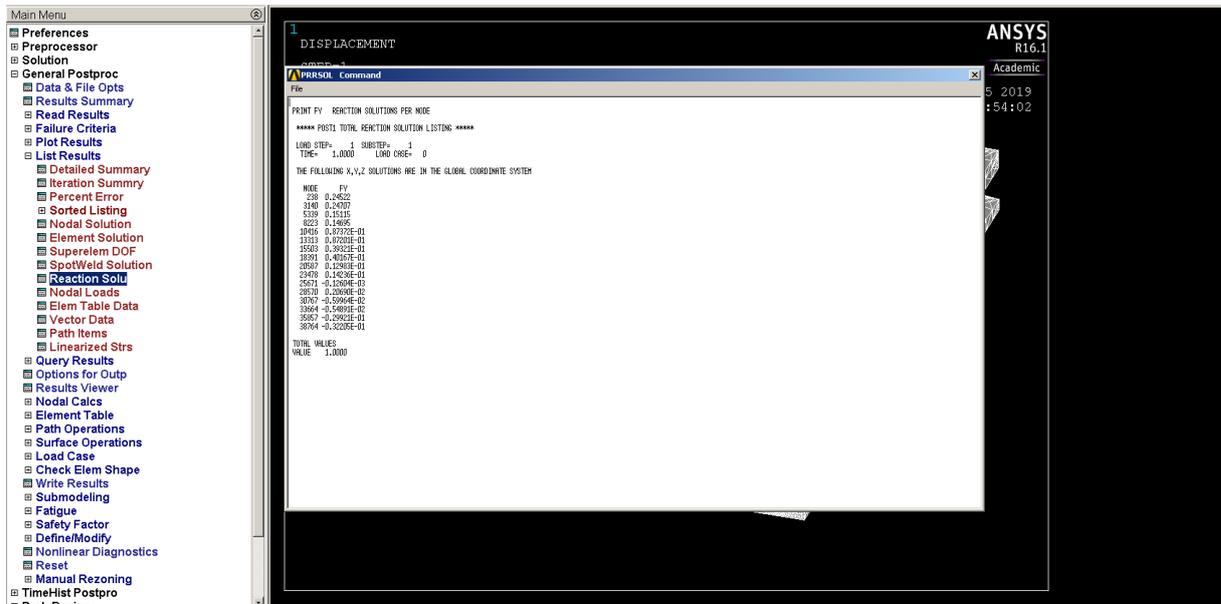
**Figura 83 - Vista lateral da deformação causada pela carga unitária na estrutura.**



Fonte: extraído do software de modelagem computacional Ansys (2019).

Para a obtenção das reações geradas pela aplicação da carga nas 8 longarinas, utilizou-se então o comando de plotagem de reações geradas nos nós onde foram aplicados os apoios nas extremidades das longarinas.

**Figura 84 - Obtenção das reações geradas nos 16 apoios da estrutura.**



Fonte: extraído do software Ansys (2019).

A concepção dos resultados referentes às tensões geradas na estrutura na direção Y foram obtidos através das tensões por nó fornecidas pelo software. Pode-se observar que as

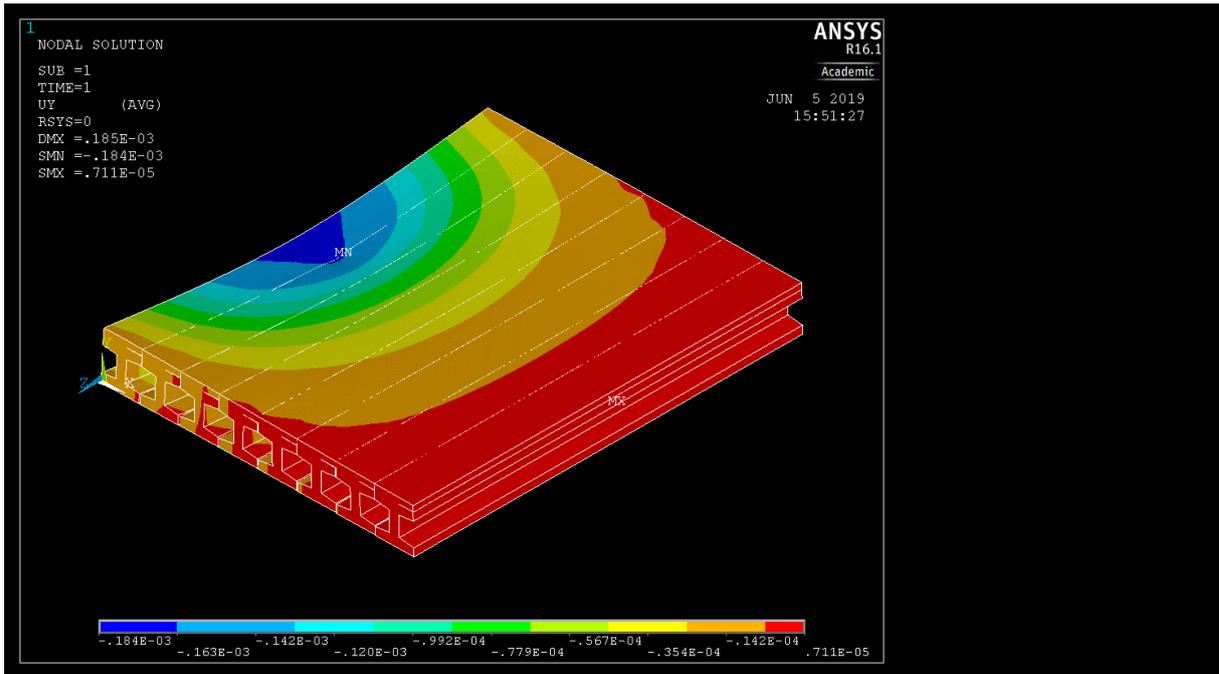
maiores tensões atingidas foram no local da aplicação da carga unitária, tendo então, os seguintes resultados para tensão máxima, mínima e deslocamento máximo, respectivamente:

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,00000711 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{mín}} = - 0,000184 \text{ kN/cm}^2$$

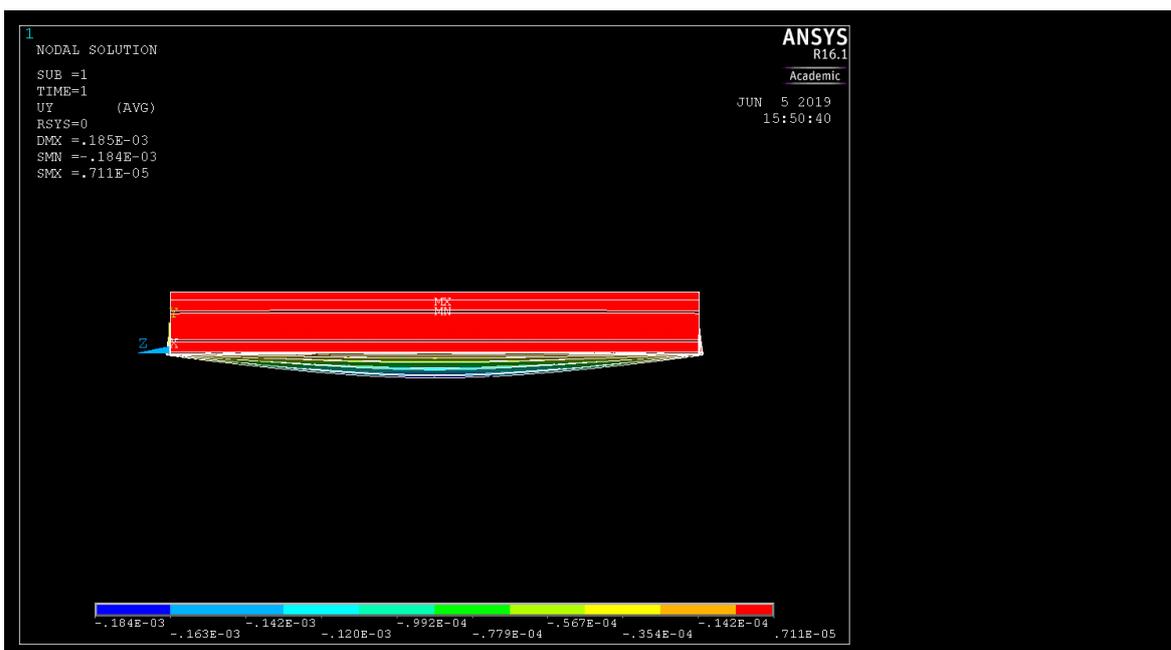
$$\delta_{\text{máx}} = 0,000185$$

**Figura 85 - Tensões máximas e deslocamentos gerados na estrutura.**



Fonte: extraído do software Ansys (2019).

**Figura 86 - Vista lateral dos deslocamentos e tensões geradas na estrutura.**



Fonte: extraído do software Ansys (2019).

### 3.4.1.1 Cálculo do trem-tipo de flexão para a longarina V1 utilizando o Método dos Elementos Finitos

O modelo de obtenção dos coeficientes de repartição para o cálculo do trem-tipo foi o mesmo descrito e demonstrado anteriormente para a obtenção via método de Engesser-Courbon.

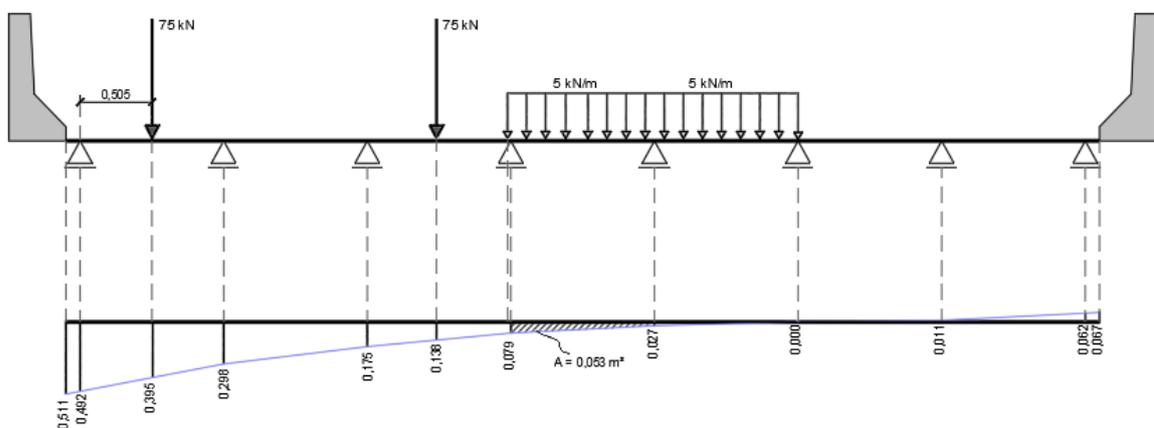
Por se tratar de um software tridimensional, as reações obtidas no *Ansys* com a locação da carga unitária no centro são dadas para os dois apoios das extremidades da longarina em seus respectivos nós. Por este motivo, realizou-se a soma das duas para a obtenção dos coeficientes de repartição transversal.

Para a resultante dos deslocamentos causados pela força unitária, utilizou-se a mesma sequência do método anterior, inseriu-se a seção transversal da estrutura com uma mola elástica para cada local onde está localizado o centro da longarina. Aplica-se então a carga unitária, e tem-se o deslocamento causado pela mesma em cada viga. Exportando este arquivo em escala para o software *Autocad* e tem-se os coeficientes de repartição transversal.

Para o caso da V1, foi localizado o trem tipo no centro das vigas V1 e V2, considerando que esta seria a pior hipótese para a estrutura, a localização também condiz com a utilizada para o cálculo da V1 pelo método de Engesser-Courbon, para a futura comparação.

Analisando então a faixa que passa dentro do veículo-tipo temos:

**Figura 87 - Análise cortando dentro da faixa do veículo-tipo.**



Fonte: autor (2019).

Obtidos então os coeficientes, deu-se início ao cálculo do trem-tipo de flexão para a seção que passa dentro da faixa.

$$RP = 75 \times (0,395 + 0,138)$$

$$RP = 39,975 \text{ kN}$$

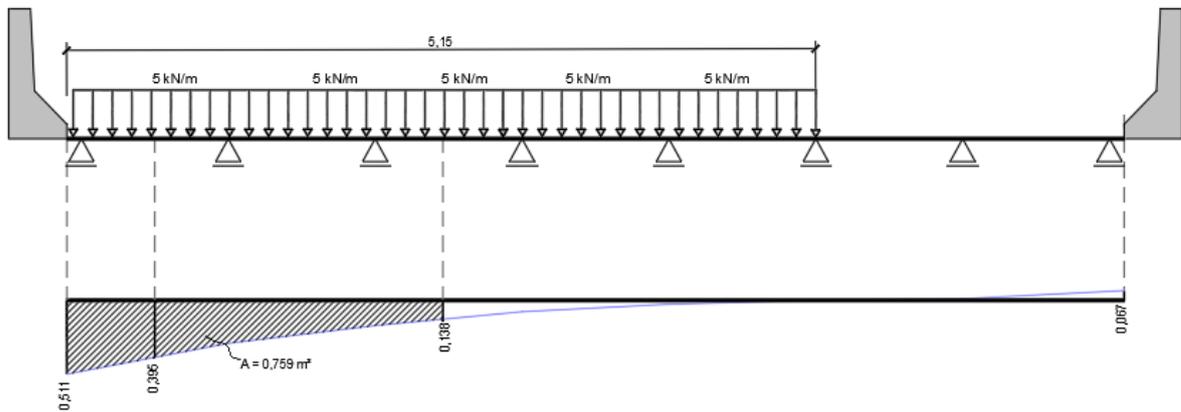
Para a carga de multidão, temos:

$$RP_1 = 5 \times 0,053$$

$$RP_1 = 0,265 \text{ kN/m}$$

Na análise da faixa que passa fora do veículo-tipo, temos somente a carga de distribuição na pior situação, para a longarina V1.

**Figura 88 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V1 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

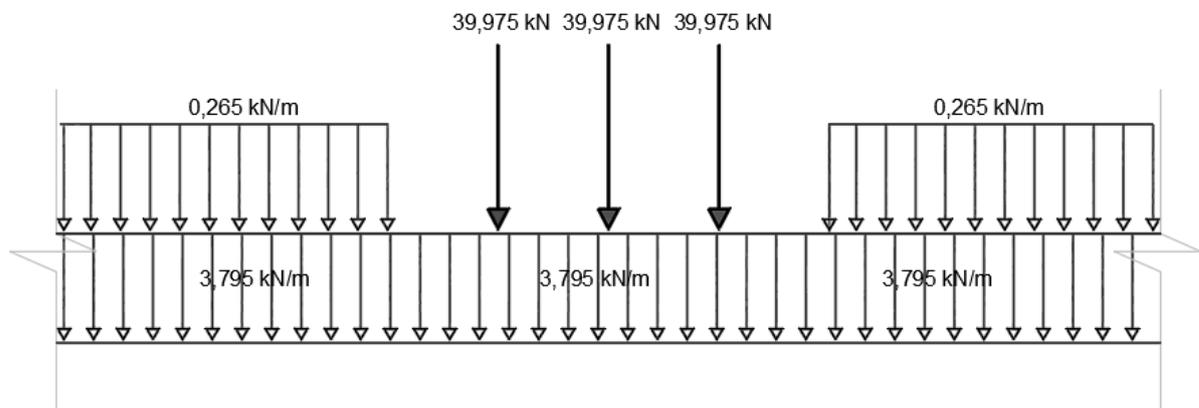
Obtendo então para a carga de multidão:

$$RP_2 = 5 \times 0,535$$

$$RP_2 = 3,795 \text{ kN/m}$$

Através dos valores de RP, RP<sub>1</sub> e RP<sub>2</sub> calculados anteriormente, temos então o trem-tipo de flexão final na longarina V1, exemplificado na figura abaixo.

**Figura 89 - Trem-tipo final de flexão para V1.**



Fonte: do autor (2019).

Sendo assim, a carga vertical do veículo tipo simplificada fica:

$$RP' = RP - \left( RP_2 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 39,975 - \left(3,795 \times \frac{6}{3}\right)$$

$$RP' = 32,385 \text{ kN}$$

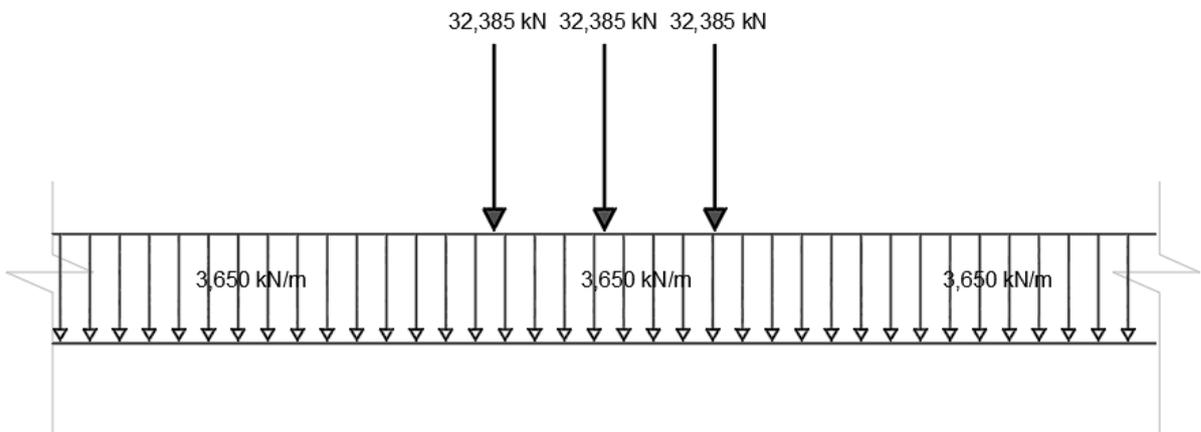
E a carga vertical referente à carga de multidão distribuída:

$$RP_2' = RP_1 + RP_2$$

$$RP_2' = 0,265 + 3,385$$

$$RP_2' = 3,650 \text{ kN/m}$$

**Figura 90 - Trem-tipo longitudinal simplificado.**

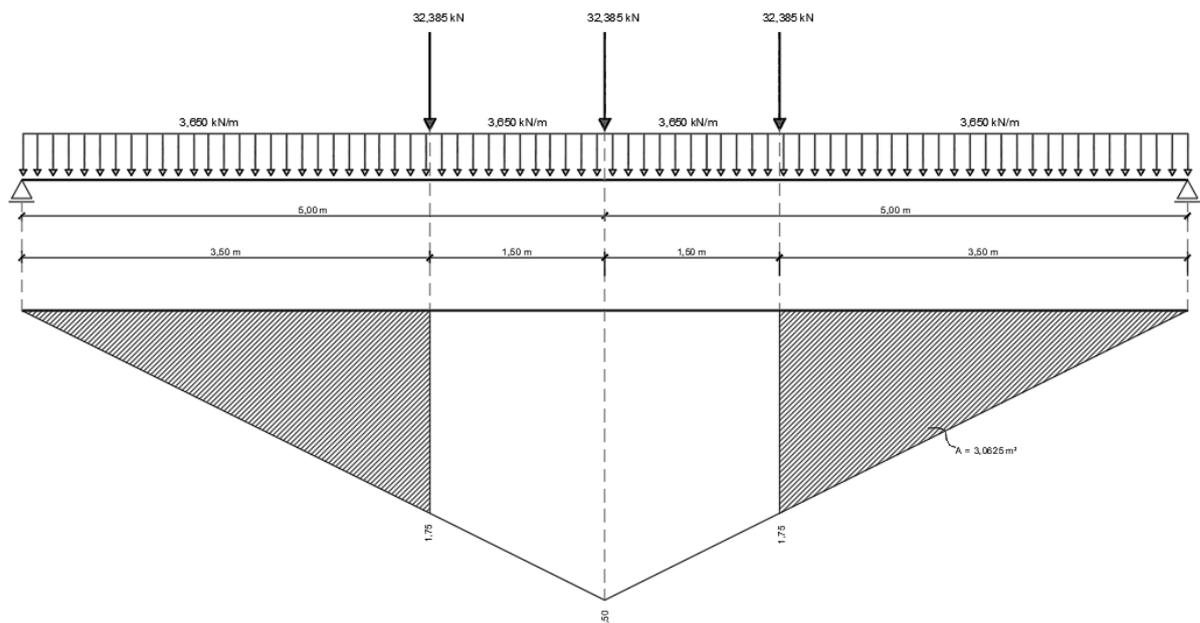


Fonte: do autor (2019).

### 3.4.1.2 Cálculo do momento fletor via MEF para a longarina V1

Calculando a linha influência dos momentos máximos para a longarina V1 temos:

**Figura 91 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V1 com a aplicação das cargas móveis.**



Fonte: do autor (2019).

Substituindo:

$$\phi M_+ = 1,69 \times [32,385 (1,75 + 2,50 + 1,75) + (3,650 \times 3,0625)]$$

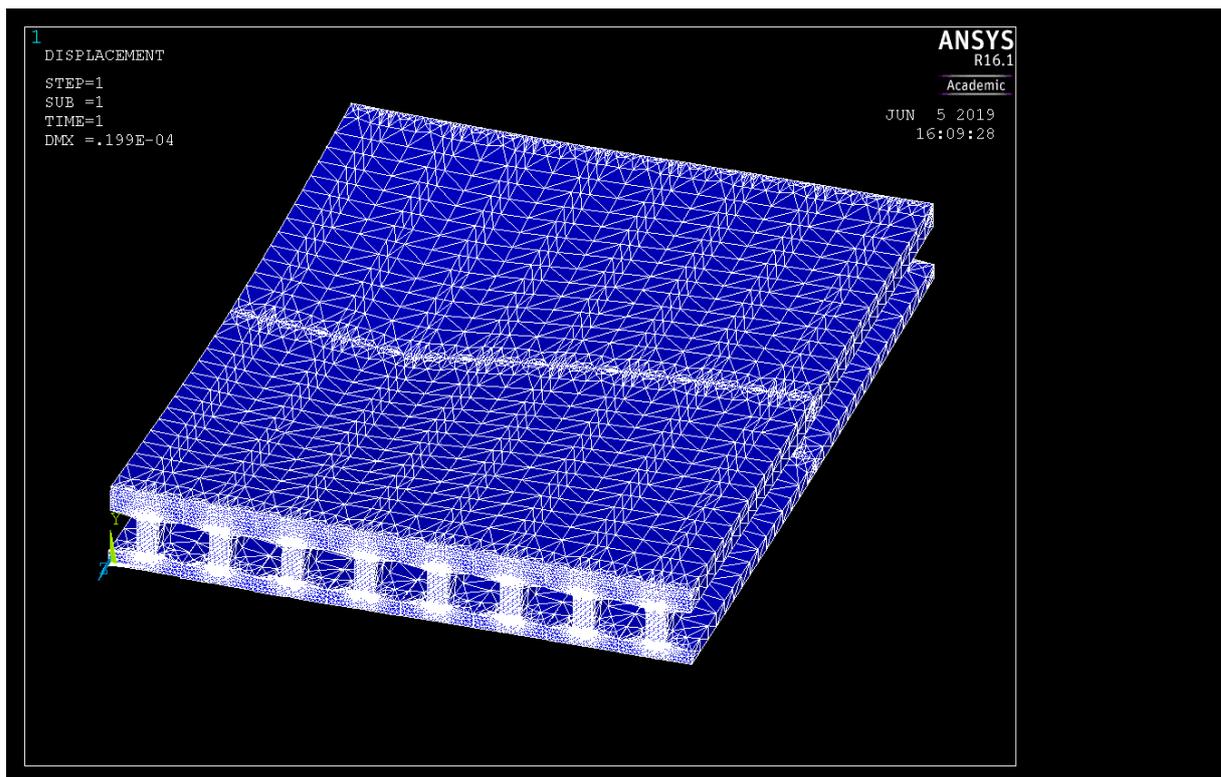
$$\phi M_+ = 347,274 \text{ kN.m}$$

### 3.4.2 Atribuição das cargas e processamento de resultados para a longarina V3

O processo de aplicação de carga, na longarina V3 consistiu na aplicação de uma carga unitária no centro longitudinal sobre a viga V3 da estrutura, com o intuito de obter as devidas reações geradas em cada uma das 8 longarinas e seus respectivos deslocamentos.

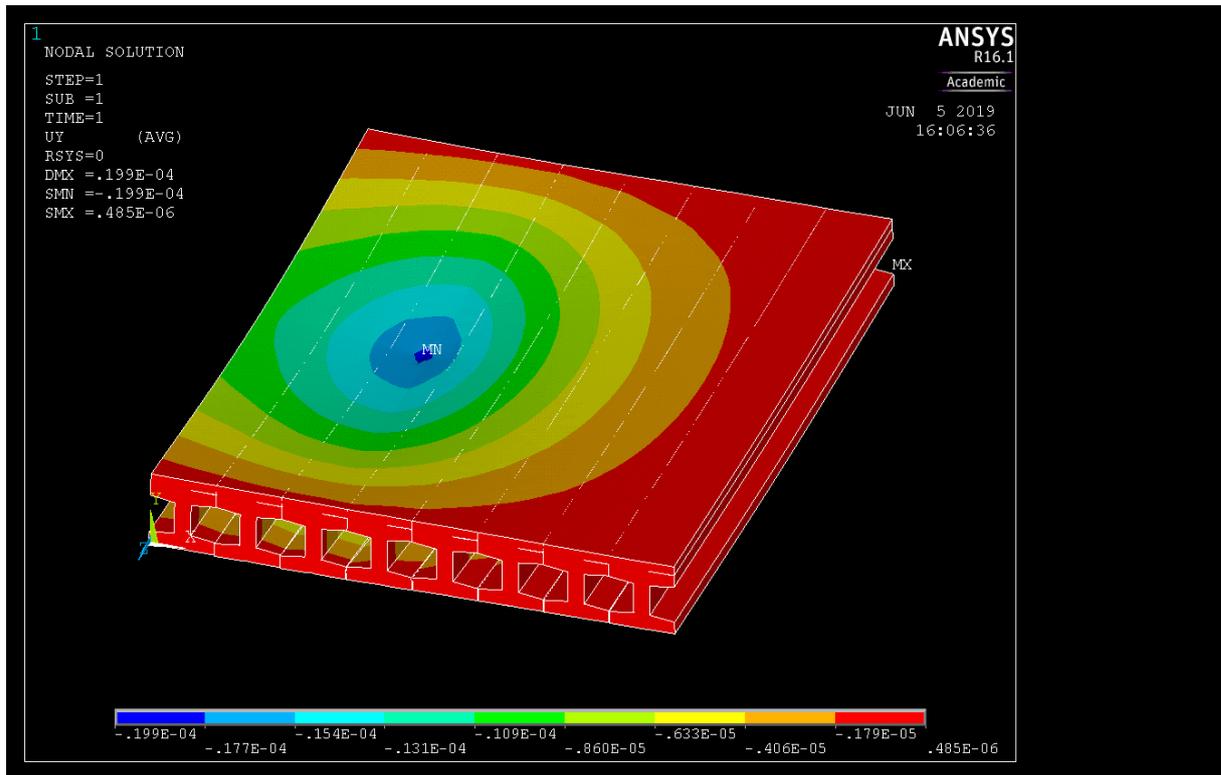
A seguir, pode-se, então obter a deformação da estrutura gerada pela aplicação da carga. As figuras a seguir demonstram as deformações plotadas do software.

**Figura 92 - Deformação obtida pela aplicação da carga unitária.**



Fonte: extraído do software de modelagem computacional Ansys (2019).

**Figura 93 - Vista das formas deformada e indeformada da estrutura.**



Fonte: extraído do software de modelagem computacional Ansys (2019).

Para a obtenção das reações geradas pela aplicação da carga nas 8 longarinas, utilizou-se então o comando de plotagem de reações geradas nos nós onde foram aplicados os apoios nas extremidades das longarinas.

A concepção dos resultados referentes às tensões geradas na estrutura na direção Y foram obtidos através das tensões por nó fornecidas pelo software. Pode-se observar que as maiores tensões atingidas foram no local da aplicação da carga unitária, tendo então, os seguintes resultados para tensão máxima, mínima e deslocamento máximo, respectivamente:

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,0000199 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{mín}} = - 0,0000199 \text{ kN/cm}^2$$

$$\delta_{\text{máx}} = 0,000000485$$

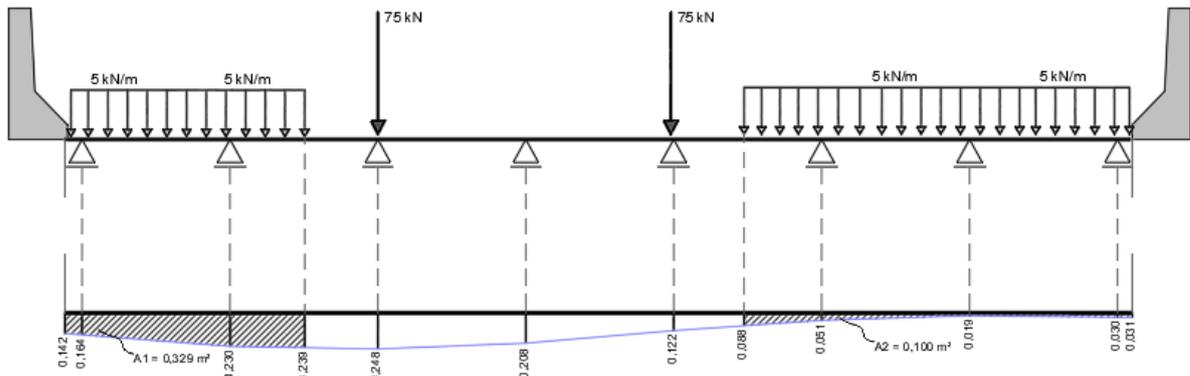
### **3.4.2.1 Cálculo do trem-tipo de flexão para a longarina V3 utilizando o Método dos Elementos Finitos**

Para a obtenção das reações na estrutura repetiu-se o processo descrito anteriormente para a longarina V1.

Para a longarina V3, foi localizado o trem tipo no centro geométrico da viga V3, considerando que seria a pior hipótese para a estrutura. A localização condiz com a utilizada no cálculo da longarina V3 através do método de Engesser-Courbon.

Analisando então a faixa que passa dentro do veículo-tipo temos:

**Figura 94 - Análise cortando dentro da faixa do veículo-tipo.**



Fonte: autor (2019).

Obtidos então os coeficientes, deu-se início ao cálculo do trem-tipo de flexão para a seção que passa dentro da faixa.

$$RP = 75 \times (0,248 + 0,122)$$

$$RP = 27,750 \text{ kN}$$

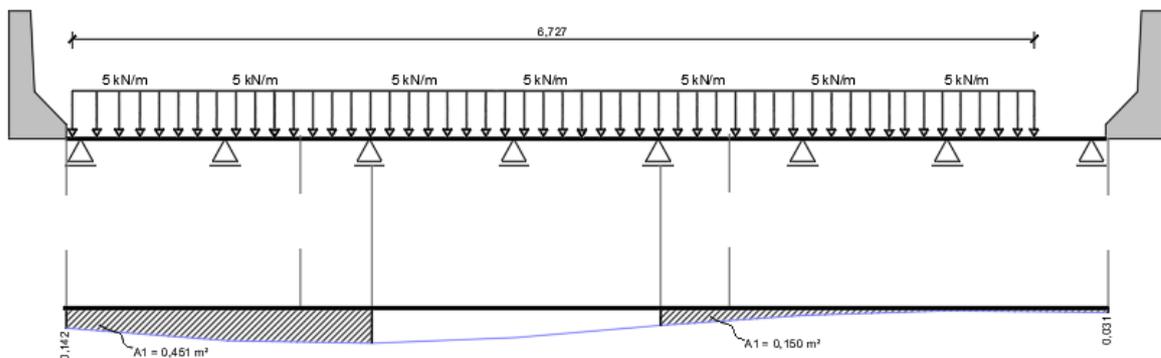
Para a carga de multidão, temos:

$$RP_1 = 5 \times (0,329 + 0,100)$$

$$RP_1 = 2,145 \text{ kN/m}$$

Na análise da faixa que passa fora do veículo-tipo, temos somente a carga de distribuição na pior situação, para a longarina V3.

**Figura 95 - Seção fora do veículo-tipo de flexão em relação à longarina V3 e respectivos deslocamentos.**



Fonte: do autor (2019).

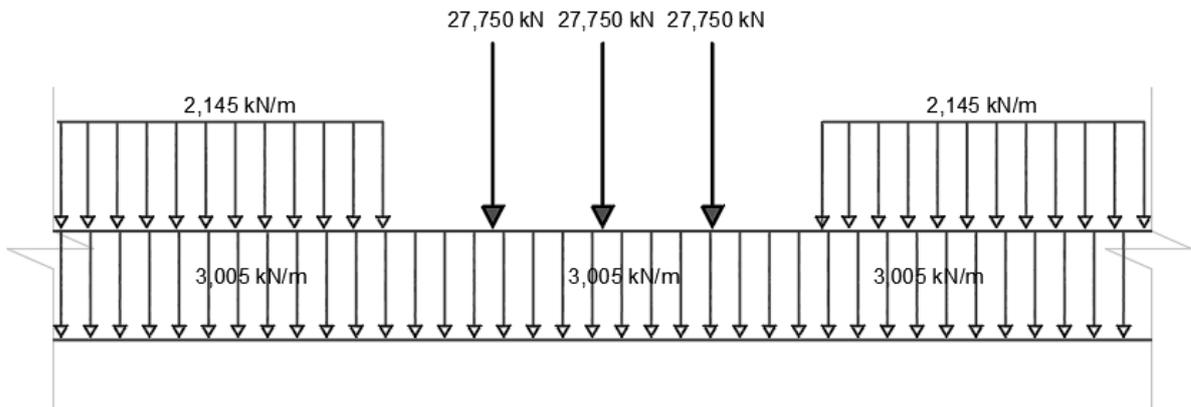
Obtendo então para a carga de multidão:

$$RP_2 = 5 \times (0,451 + 0,150)$$

$$RP_2 = 3,005 \text{ kN/m}$$

Através dos valores de  $RP$ ,  $RP_1$  e  $RP_2$  calculados anteriormente, temos então o trem-tipo de flexão final na longarina V3, exemplificado na figura abaixo.

**Figura 96 - Trem-tipo final de flexão para V3.**



Fonte: do autor (2019).

Sendo assim, a carga vertical do veículo tipo simplificada fica:

$$RP' = RP - \left( RP_2 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 27,750 - \left( 3,005 \times \frac{6}{3} \right)$$

$$RP' = 21,740 \text{ kN}$$

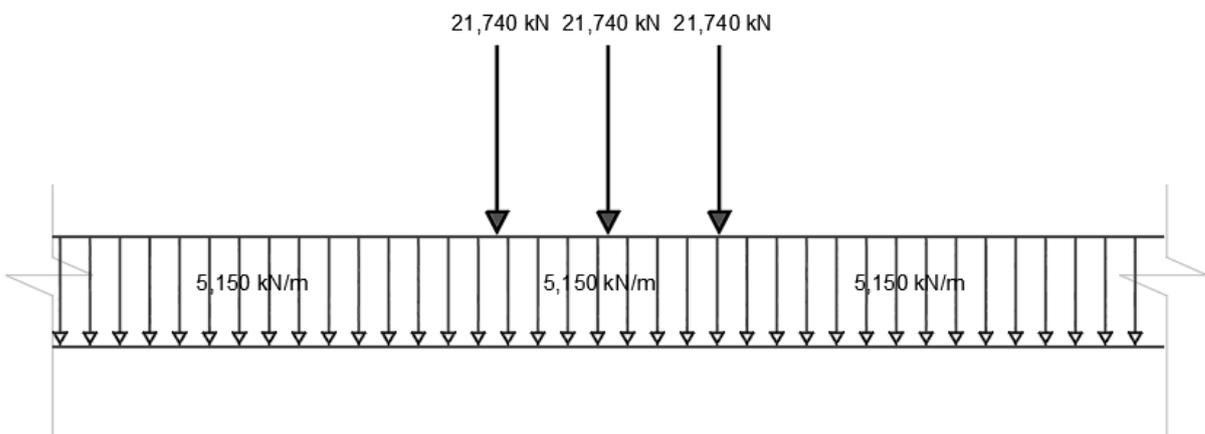
E a carga vertical referente à carga de multidão distribuída:

$$RP_2' = RP_1 + RP_2$$

$$RP_2' = 2,145 + 3,005$$

$$RP_2' = 5,150 \text{ kN/m}$$

**Figura 97 - Trem-tipo longitudinal simplificado.**

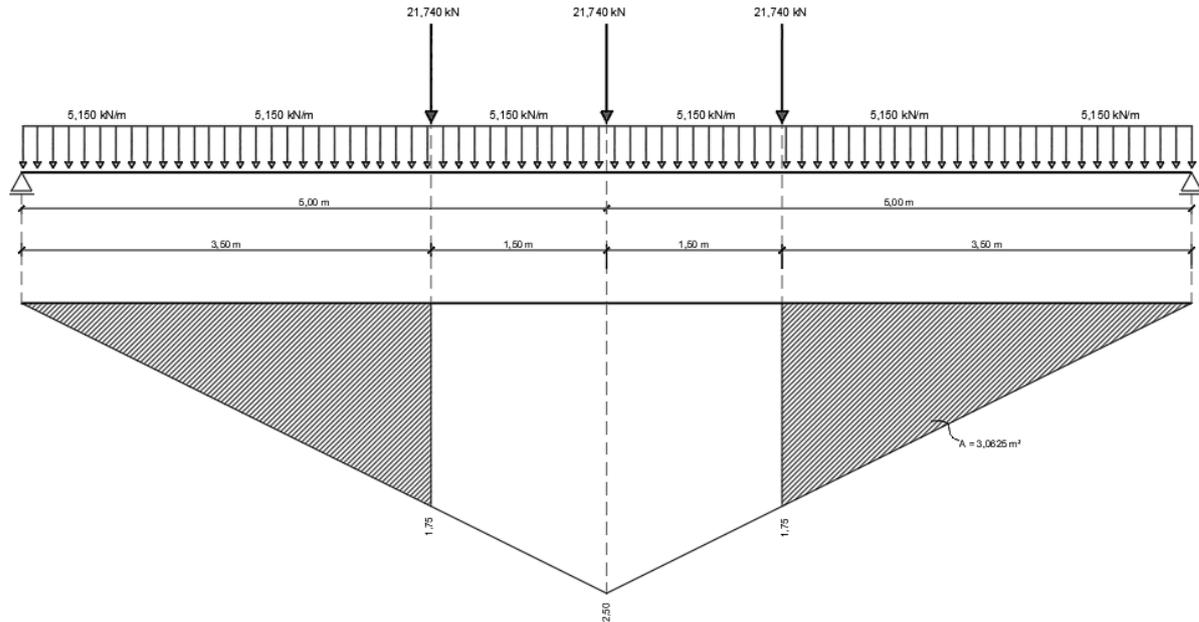


Fonte: do autor (2019).

### 3.4.2.2 Cálculo do momento fletor via MEF para a longarina V3

Calculando a linha influência dos momentos máximos para a longarina V3 temos:

**Figura 98 – Linhas de influência dos momentos máximos obtidos para a longarina V3 com a aplicação das cargas móveis.**



Fonte: do autor (2019).

Substituindo:

$$\phi M_+ = 1,69 \times [21,740 (1,75 + 2,50 + 1,75) + (5,150 \times 3,0625)]$$

$$\phi M_+ = 247,098 \text{ kN.m}$$

## 4 RESULTADOS E ANÁLISES

Neste capítulo estão descritos os principais resultados obtidos nos cálculos para a obtenção dos trens-tipo de flexão e momentos em cada longarina. Considerando que cada longarina possui seu veículo-tipo de flexão e que a ponte tem simetria, os resultados para a longarina V1 é igual para a longarina V8, assim como V2 igual à V7, V3 igual à V6 e V4 igual à V5.

### 4.1 Resultados para a longarina V1

As reações obtidas quando a carga era aplicada sobre a longarina V1 estão descritas e tabeladas abaixo.

**Tabela 3 – Reações obtidas através do método de Engesser-Courbon para a longarina V1**

<i>Longarina</i>	<i>Reações (Kn)</i>
<i>V1</i>	0,42
<i>V2</i>	0,33
<i>V3</i>	0,25
<i>V4</i>	0,17
<i>V5</i>	0,08
<i>V6</i>	0
<i>V7</i>	-0,08
<i>V8</i>	-0,17

Fonte: autor (2019).

**Tabela 4 – Reações obtidas nas longarinas através do Método dos Elementos Finitos utilizando o Ansys.**

<i>Longarina</i>	<i>Nó</i>	<i>Reação no nó</i>	<i>Soma das reações</i>
<b>VI</b>	238	0,24522	0,49229
	3140	0,24707	
<b>V2</b>	5339	0,15115	0,29810
	8223	0,14695	
<b>V3</b>	10416	$0,87372 \times 10^{-1}$	0,17467
	13313	$0,87201 \times 10^{-1}$	
<b>V4</b>	15503	$0,39321 \times 10^{-1}$	0,07949
	18391	$0,40167 \times 10^{-1}$	
<b>V5</b>	205287	$0,12983 \times 10^{-1}$	0,02722
	23478	$0,14236 \times 10^{-1}$	
<b>V6</b>	25671	$0,12604 \times 10^{-3}$	0,00194
	28570	$0,20690 \times 10^{-2}$	
<b>V7</b>	30767	$0,59964 \times 10^{-2}$	- 0,01148
	33664	$0,54891 \times 10^{-2}$	
<b>V8</b>	33664	$0,54891 \times 10^{-2}$	- 0,06212
	38764	$0,32205 \times 10^{-1}$	

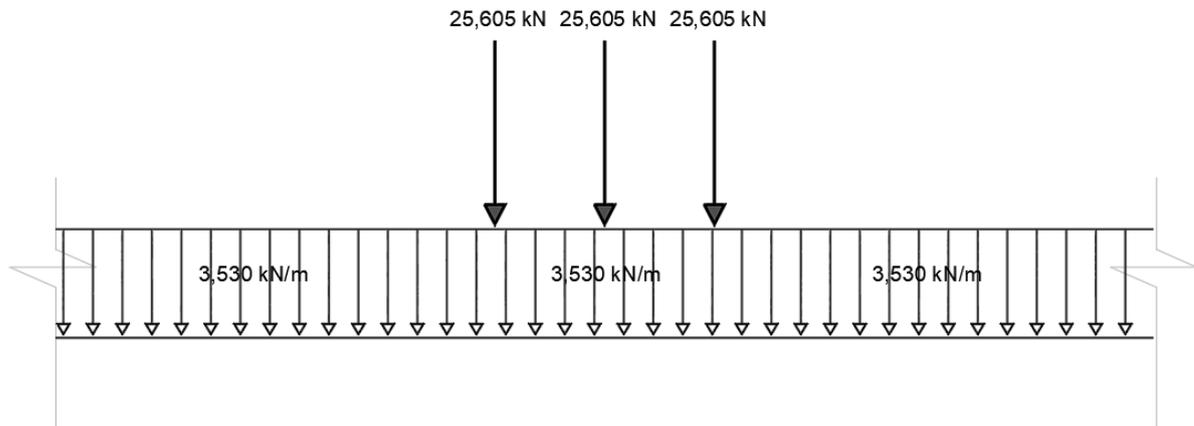
Fonte: do autor (2019).

**Tabela 5 – Trens-tipo de flexão para os métodos de Engesser-Courbon e Método dos Elementos Finitos**

<i>Longarina</i>	<i>Método</i>	<i>RP (kN)</i>	<i>RP1</i>	<i>RP2</i>	<i>RP'</i>	<i>RP1'</i>
<b>VI</b>	Engesser-Courbon	31,425	0,620	2,910	25,505	3,530
<b>VI</b>	MEF (Ansys)	39,975	0,265	3,795	32,385	3,650

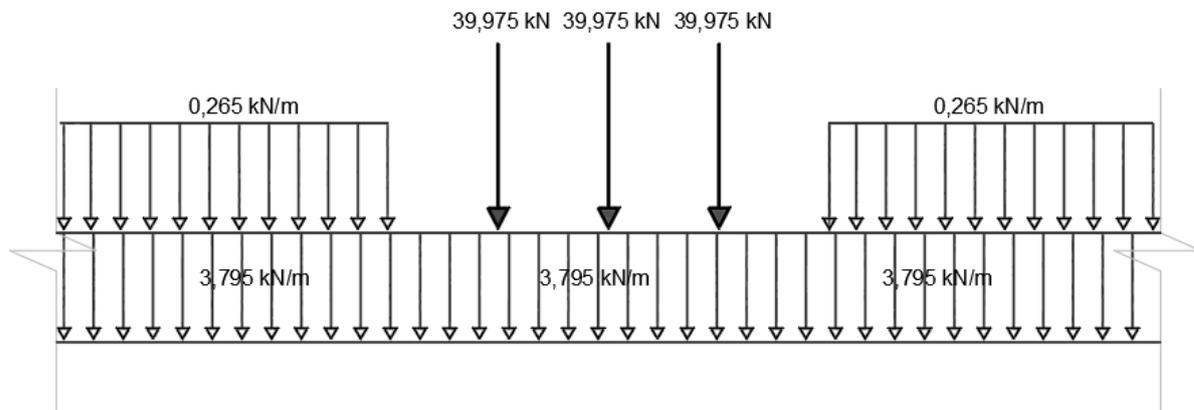
Fonte: autor (2019).

**Figura 99 - Trem-tipo simplificado obtido através de Engesser-Courbon.**



Fonte: Autor (2019).

**Figura 100 - Trem-tipo simplificado obtido via MEF.**



Fonte: autor (2019).

**Tabela 6 – Momentos obtidos pelos dois métodos.**

<i>Método</i>	<i>Momento máximo (kN.m)</i>
Engesser-Courbon	277,905
MEF ( <i>Ansys</i> )	347,274

Fonte: Autor (2019)

#### 4.2 Resultados para a longarina V3

Os resultados obtidos para a longarina V3 estão tabelados e figurados abaixo.

**Tabela 7 – Reações obtidas através do método de Engesser-Courbon para a longarina V3**

<i>Longarina</i>	<i>Reações</i>
<b>V1</b>	0,25
<b>V2</b>	0,21
<b>V3</b>	0,18
<b>V4</b>	0,14
<b>V5</b>	0,11
<b>V6</b>	0,07
<b>V7</b>	0,04
<b>V8</b>	0,00

Fonte: autor (2019).

**Tabela 8 – Reações obtidas nas longarinas através do Método dos Elementos Finitos utilizando o Ansys.**

<i>Longarina</i>	<i>Nó</i>	<i>Reação no nó</i>	<i>Soma das reações</i>
<b>V1</b>	238	$0,74569 \times 10^{-1}$	0,15122
	3140	$0,76651 \times 10^{-1}$	
<b>V2</b>	5339	0,11502	0,23013
	8223	0,11511	

<b>V3</b>	10416	0,12438	0,24815
	13313	0,12377	
<b>V4</b>	15503	0,10548	0,20803
	18391	0,10255	
<b>V5</b>	205287	$0,61796 \times 10^{-1}$	0,12197
	23478	$0,60170 \times 10^{-1}$	
<b>V6</b>	25671	$0,24377 \times 10^{-1}$	0,05144
	28570	$0,27060 \times 10^{-1}$	
<b>V7</b>	30767	$0,90979 \times 10^{-2}$	0,01901
	33664	$0,99130 \times 10^{-2}$	
<b>V8</b>	35857	$0,14718 \times 10^{-1}$	0,02995
	38764	$0,15232 \times 10^{-1}$	

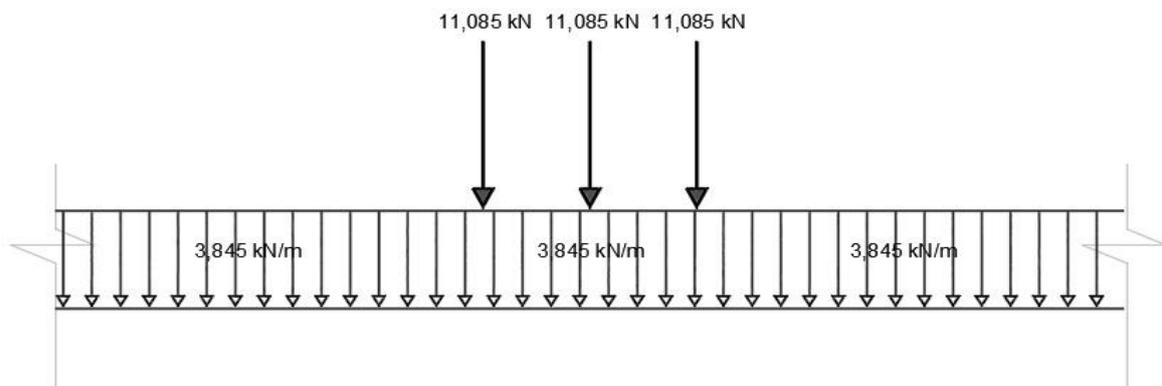
Fonte: autor (2019).

**Tabela 5 – Trens-tipo de flexão para os métodos de Engesser-Courbon e Método dos Elementos Finitos**

<i>Longarina</i>	<i>Método</i>	<i>RP (kN)</i>	<i>RP1 (kN/m)</i>	<i>RP2 (kN/m)</i>	<i>RP' (kN)</i>	<i>RP1' (kN/m)</i>
<b>VI</b>	Engesser-Courbon	15,375	1,700	2,145	11,085	3,845
<b>VI</b>	MEF (Ansys)	27,750	2,145	3,005	21,740	5,150

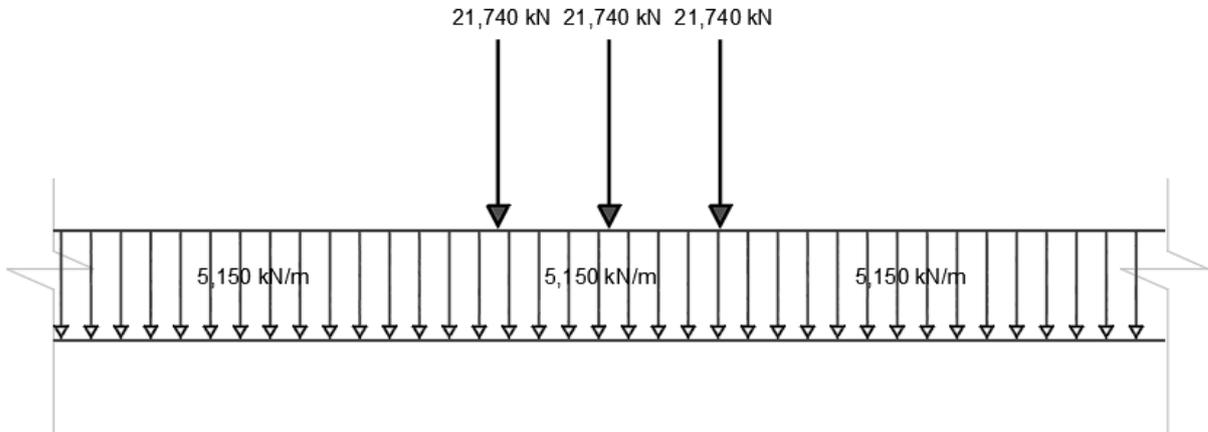
Fonte: autor (2019).

**Figura 101 - Trem-tipo simplificado obtido através de Engesser-Courbon.**



Fonte: Autor (2019).

**Figura 102 - Trem-tipo simplificado obtido via MEF.**



Fonte: autor (2019).

**Tabela 6 – Momentos obtidos pelos dois métodos.**

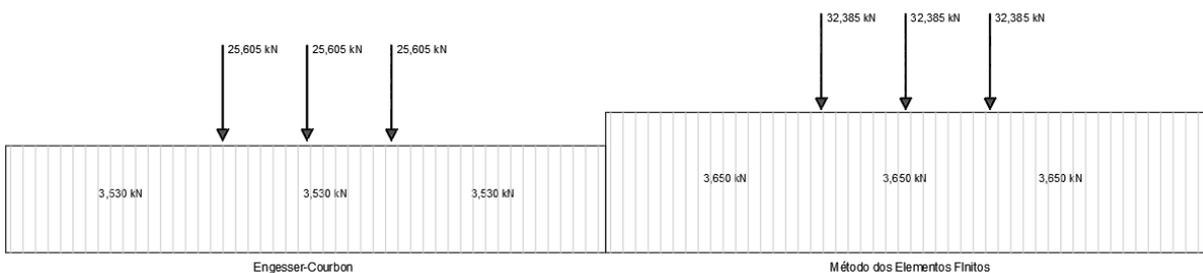
<i>Método</i>	<i>Momento máximo (kN.m)</i>
Engesser-Courbon	132,302
MEF ( <i>Ansys</i> )	247,098

Fonte: Autor (2019).

### 4.3 Análise para a longarina V1

A seguir encontram-se os trens-tipo de flexão e momento fletor máximo positivo, respectivamente obtidos para a longarina V1. Observa-se que nesse caso os valores resultantes para trem-tipo de flexão tanto de carga de roda quanto de carga distribuída de multidão para o método dos Elementos Finitos é superior em relação ao método de Engesser-Courbon.

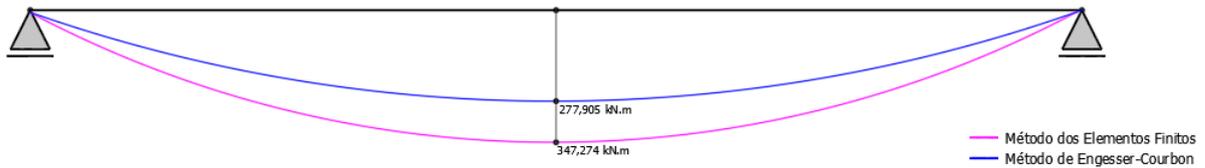
**Figura 103 - Trens-tipo de flexão simplificados para os dois métodos para a longarina V1.**



Fonte: Autor (2019).

Analisando os valores resultantes nota-se que o momento fletor positivo do trem-tipo simplificado via Método dos Elementos Finitos obteve maior valor. Conforme demonstra a Figura 104 abaixo.

**Figura 104 - Momentos obtidos para os dois métodos para a longarina V1.**



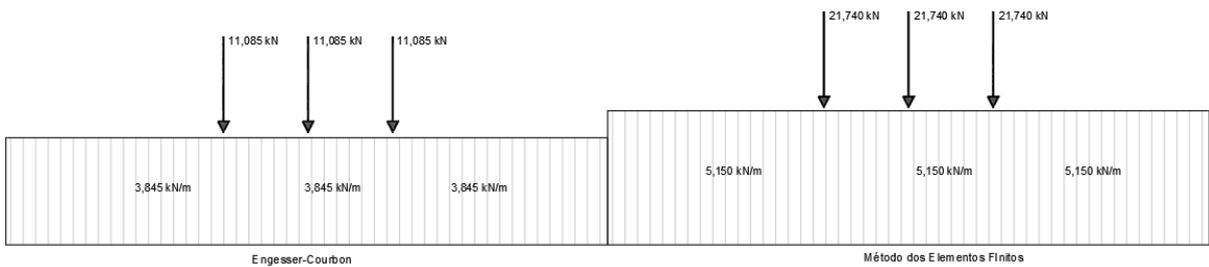
Fonte: Autor (2019).

#### 4.4 Análise para a longarina V3

Da mesma forma, compararam-se os trens-tipo encontrados para os dois diferentes métodos, desta vez os obtidos após carregamento da longarina V3.

Observando a figura abaixo, podemos notar que os valores obtidos no trem-tipo de flexão calculados através do MEF foram maiores que os calculados via Engesser-Courbon, como na longarina V1.

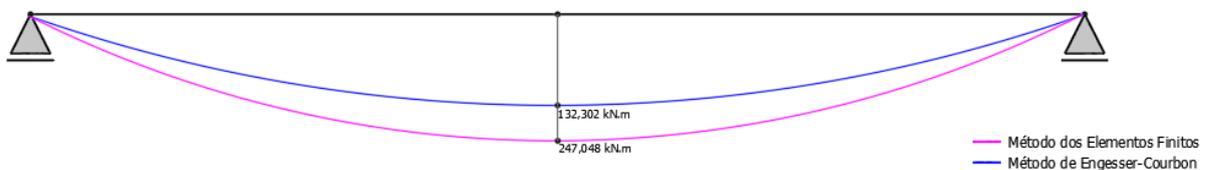
**Figura 105 - Trens-tipo de flexão obtidos nos dois métodos para a longarina V3.**



Fonte: Autor (2019).

Para os momentos, novamente o método de Engesser-Courbon obteve maiores valores, conforme demonstrado na Figura 107 abaixo.

**Figura 106 - Momentos fletores positivos encontrados para os dois métodos para a longarina V3.**



Fonte: Autor (2019).

Notou-se então através das análises que os valores obtidos para trem-tipo de flexão e momentos máximos positivos para os dois métodos são diferentes, e que os valores encontrados para as ambas as situações foram consideravelmente maiores utilizando o Método dos Elementos Finitos.

Também percebe-se que os momentos e trens-tipo obtidos nos resultados foram baixos, quando comparados a exemplos de pontes contendo menos longarinas, então conclui-se que a utilização de múltiplas vigas sem espaçamento entre elas permite que a estrutura tenha menores valores de momento, e conseqüentemente em um possível futuro cálculo de dimensionamento de armadura seria utilizada, provavelmente, uma área de aço baixa.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho de conclusão de graduação buscou analisar e comparar dois diferentes métodos para a composição de cargas móveis atuantes no tabuleiro de uma ponte rodoviária padrão TB-450. Através de um protótipo de uma estrutura, fez-se a aplicação dos métodos de Engesser-Courbon e Método dos Elementos Finitos através de software computacional para a determinação do veículo-tipo de flexão e momentos fletores máximos para algumas longarinas da estrutura.

Os resultados obtidos neste estudo foram considerados satisfatórios pois pode-se notar que o cálculo via MEF pode demonstrar maior fidelidade com a realidade, visto que leva em conta a interação entre os elementos da estrutura, alcançando assim o objetivo inicial deste trabalho.

A realização de estudos de grandes estruturas é de grande importância para a contribuição da formação acadêmica do aluno, tendo em vista a complexidade que envolve projetos destas obras de arte especiais.

Ao longo do trabalho, pode-se observar que no Brasil ainda há muitos locais com a necessidade da construção de pontes, estas, por sua vez, buscando cada vez menores custos e viabilidade construtiva, exigindo do profissional um nível intelectual avançado para seu dimensionamento. Estruturas deste porte são de extrema importância para a economia e sociedade de um país, tendo o papel de interligar cidades e possibilitar o acesso de insumos e pessoas a diversos locais.

Desta forma, pode-se concluir que, utilizando o método de Engesser-Courbon, os trens-tipo de flexão, assim como os momentos fletores obtidos são menores, porém, pensando que se trata de um modelo teórico de cálculo, e que não leva em conta os efeitos de torção causados nas vigas com o carregamento da estrutura.

Pode-se também observar que as deformações causadas nos dois casos quando aplicadas as cargas móveis foram diferentes, visto que o modelo de cálculo proposto por Engesser-Courbon leva em consideração que as deformações nas vigas serão sempre retas, com deformação linear, o que não aconteceu quando utilizadas as reações obtidas através do Método dos Elementos Finitos, onde pode-se observar que há variações nas reações e que elas não ocorrem somente de forma linear.

Considerando que o método de Engesser-Courbon trata-se de um modelo bem simplificado para a obtenção dos coeficientes de repartição transversal, pode-se dizer que os resultados obtidos com ele foram sim satisfatórios, porém diferentes dos encontrados com o

MEF, portanto, para melhores conclusões sugere-se que sejam feitos mais estudos comparando os dois métodos.

O Método dos Elementos Finitos constatou ser capaz de resolver problemas complexos, através de um programa computacional, permitindo a modelagem real da estrutura levando em conta a sua geometria e propriedade dos materiais, obtendo assim, possivelmente, resultados mais próximos do real.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7187:2003 – **Projeto de pontes de concreto armado e concreto protendido – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.
- \_\_\_\_\_. NBR 7188:2013. **Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro, 2013.
- \_\_\_\_\_. NBR 6118:2014. **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- \_\_\_\_\_. NBR 9062:2017. **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro, 2017.
- BATISTA, B. S. C. **Estudo comparativo de uma ponte com entre eixos de vigas constante e variável**. Monografia – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- DEUSCHLE, E. **Estudo de métodos clássicos e numéricos para a obtenção de esforços solicitantes em longarinas de pontes**. Monografia – Universidade Federal de Santa Catarina, 2016.
- DNIT 109:2009. **Obras complementares – Segurança no tráfego rodoviário – Projeto de barreiras de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2009.
- DONIN, C. **Curso de introdução à Análise de Estruturas via Método dos Elementos Finitos utilizando o Programa Ansys**. Santa Cruz do Sul: Universidade de Santa Cruz do Sul, 2015.
- DONIN, C. **Análise numérica de lajes nervuradas por meio do Método dos Elementos Finitos. Dissertação** – Universidade Federal de Santa Maria, 2007.
- EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2017. 456 p.
- EL DEBS, M. K.; TAKEYA, T. **Introdução às pontes de concreto – Notas de aula**. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2007.
- GAVIOLI, E.R. **Análise de tabuleiros de pontes formados por elementos pré-moldados mediante método da grelha: recomendações de projeto e comparação dos valores teóricos com experimentais**. Dissertação – Universidade de São Paulo, 1998.
- LEONHARDT, F. **Construções de concreto, vol. 6: Princípios básicos da construção de pontes de concreto**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2013. 241 p.
- MARCHETTI, O. **Pontes de concreto armado**. 1. ed. São Paulo: Blucher, 2008. 238 p.
- MARTHA, L. F. **Notas de aula do curso CIV 2118 – Método dos Elementos Finitos**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1994.
- MEDINO, U. A. **Análise comparativa entre os modelos analíticos de distribuição de cargas em tabuleiros de pontes com longarinas retas de Engesser-Courbon e Guyon-Massonet**

**com o modelo das reações de apoio proposto.** Monografia – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2016.

MELO, H. S. **Um estudo comparativo entre métodos analíticos clássicos e numérico (MEF) para o cálculo de tabuleiros de pontes em grelhas.** Dissertação – Universidade de Brasília, 2016.

MENDES, L. C. **Pontes.** 2. ed. Niterói: Eduff, 2017. 576 p.

MOURA, M. W. et al. **Comparação do Método de Fauchart e do Método dos Elementos Finitos na Avaliação da Distribuição de Esforços Transversais em Pontes Rodoviárias.** IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas - Rio de Janeiro, 2016.

NUNES, J. S. **Pontes de concreto armado: seção transversal com múltiplas longarinas.** Monografia – Universidade do Sul de Santa Catarina, 2017.

OLIVEIRA, C. J., et al. **Métodos de Distribuição de Cargas na Seção Transversal de Pontes com Vigamento Múltiplo: Correlação com Resultados Experimentais.** X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas – Rio de Janeiro, 2018.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado: Elementos de projeto, solicitações, dimensionamento.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979. 458 p.

QUADROS, H. S. **Projeto estrutural de ponte: Comparativo de seções vigas T pré-moldada e caixão moldada *in loco*.** Monografia – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013.

SANTOS, G. C.; REAL, M. V.; MOURA, M. W. **Aplicação do método de Fauchart no cálculo de tabuleiros de pontes.** Congresso de Iniciação Científica – 14ª Mostra da Produção Universitária.

SOUZA, C. F. P. **Análise da distribuição de momentos fletores em pontes bi-apoiadas.** Dissertação – Universidade de Santa Catarina, 2015.

SOUZA, R. A. **Concreto estrutural: Análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades.** Tese – Universidade de São Paulo – Escola Politécnica, 2004.

SOUZA, R. M. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor – Notas de aula.** Belém: Universidade Federal do Pará – Centro Tecnológico, 2003.

STUCCHI, F. R. **Pontes e grandes estruturas – Notas de aula.** São Paulo: Universidade de São Paulo – Escola Politécnica, 2006.