

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Magali da Silva

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES
E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE LAJES
NERVURADAS**

Santa Cruz do Sul

2019

Magali da Silva

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES
E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE LAJES
NERVURADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa
Cruz do Sul – UNISC, para a obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Ms. Christian Donin

Santa Cruz do Sul
2019

Magali da Silva

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES
E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE LAJES
NERVURADAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa
Cruz do Sul – UNISC, para a obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Ms. Christian Donin

Prof. M.Sc. Christian Donin
Professor orientador – UNISC

Prof. Dr. Eduardo Rizzatti
Professor examinador – UFSM

Prof. M.Sc. Henrique Rupp
Professor examinador – UNISC

Santa Cruz do Sul
2019

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me guiar e por me dar saúde, coragem e disposição para lidar e aprender com as dificuldades.

Agradeço a minha mãe, Beatriz, e aos meus avôs, Maria e Nelson, por todo amor e dedicação transmitidos a mim, pelos ensinamentos e por estarem sempre ao meu lado apoiando minha jornada.

Agradeço a minha tia, Juçara, pelo carinho e dedicação, por toda ajuda e prontidão a mim dedicados em todos os momentos.

Agradeço ao meu namorado, Augusto, pelo incentivo e carinho, pela compreensão e paciência nos momentos em que estive ausente.

Agradeço a todos os professores da graduação por todo o conhecimento transmitido, em especial, ao professor orientador Christian Donin, pela dedicação e prontidão no auxílio para a realização deste trabalho.

Agradeço aos colegas e amigos, pelos ensinamentos trocados e pelos momentos vividos.

Agradeço a meu chefe, Maiguel, pela paciência e compreensão em minhas ausências.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma fizeram parte dessa caminhada e a tornaram mais leve.

RESUMO

Devido ao crescente uso de grandes vãos, lajes nervuradas tem sido cada vez mais utilizadas e, dessa forma, tornaram-se objeto de pesquisas que visam o melhoramento dos procedimentos para a determinação de suas solicitações. O Método dos Pórticos Equivalentes, proposto pela NBR 6118:2014, estabelece um modelo de cálculo simplificado, que é aplicado a lajes que apresentam pilares com disposição regular, proporcionando a distribuição dos momentos fletores em faixas. O Método dos Elementos Finitos tem crescente utilização para análises estruturais, pois é um bom indicador do comportamento real da estrutura e, por isso, aumenta a precisão das análises. Dessa forma, este trabalho busca desenvolver um comparativo entre os métodos citados para a análise de lajes nervuradas. Além disso, uma laje nervurada foi dimensionada e detalhada utilizando as solicitações obtidas através das especificações normativas. Para essas aplicações, definiu-se como modelo um pavimento de um edifício de lojas composto por lajes lisas nervuradas. Para a aplicação do Método dos Pórticos Equivalentes, definiu-se um pórtico central para cada direção da laje e, posteriormente, lançou-se os mesmos no *software* Ftool, através do qual obteve-se os esforços cortantes e momentos fletores característicos de cálculo. A partir destes, fez-se a aplicação do método, o dimensionamento e o detalhamento da laje modelo. Já para a aplicação do Método dos Elementos Finitos, simulou-se o modelo através do *software* ANSYS 16.1, através do qual obteve-se as tensões normais incidentes na laje e, posteriormente, os respectivos momentos fletores. Por fim, comparou-se os momentos fletores obtidos através de ambos os métodos e verificou-se uma diferença significativa entre estes.

Palavras-chave: Concreto armado. Lajes nervuradas. Método dos Pórticos Equivalentes. Método dos Elementos Finitos.

ABSTRACT

Due to the increasing use of large spans, waffle slabs have been increasing, employed based on large-span is more required. Thus, waffle slab has been used as subject of researches in order to improve the procedures for determining their solicitations. The ACI Method, for Equivalent Framework, establishes a simplified calculation model, which is applied to slabs that have columns with regular arrangement, providing the distribution of bending moments in bands. The Finite Element method is increasingly used for structural analysis, as it is a good indicator of the actual behavior of the structure and, therefore, increases the accuracy of the analyzes. Thus, this work seeks to develop a comparison between the cited methods for the analysis of waffle slabs. In addition, a waffle slab was dimensioned and detailed using the requests obtained through the normative specifications. For these applications, the floor of a store building composed of smooth waffle slabs was defined as a model. For the application of the Equivalent Framework Method, a central porch was defined for each direction of the slab and, later, the same were launched in the software Ftool, through which the cutting forces and characteristic bending moments were obtained. From these, the method was applied, the dimensioning and the detailing of the model slab. For the application of the Finite Element Method, the model was simulated using the software ANSYS 16.1, through which the normal stresses incident on the slab were obtained and, subsequently, the respective bending moments. Finally, the bending moments obtained through both methods were compared and a significant difference was found between them, and those obtained through the normative method were higher.

Keywords: Reinforced concrete. Waffle slabs. Equivalent Framework Method. Finite Element Method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Etapas da análise via Elementos Finitos.....	19
Figura 2 - Simplificação de um problema	21
Figura 3 - Discretização	22
Figura 4 - Graus de liberdade.....	22
Figura 5 - Malha de elementos finitos	23
Figura 6 - Refinamento da malha	24
Figura 7 - Falha de elementos.....	25
Figura 8 - Bordas inconsistentes	25
Figura 9 - Tipos de elementos.....	26
Figura 10 - Aplicação de momento fletor.....	28
Figura 11 - Estrutura plana bidirecional.....	31
Figura 12 - Laje maciça	33
Figura 13 - Laje lisa.....	34
Figura 14 - Laje cogumelo.....	34
Figura 15 - Laje nervurada	35
Figura 16 - Lajes mistas	36
Figura 17 - Apoios contínuos.....	36
Figura 18 - Apoios discretos.....	37
Figura 19 - Laje armada em uma direção	38
Figura 20 - Laje armada em duas direções.....	39
Figura 21 - Laje nervurada normal	42
Figura 22 - Laje nervurada invertida.....	43
Figura 23 - Laje nervurada dupla	43
Figura 24 - Outros tipos de lajes nervuradas	44
Figura 25 - Lajes pré-fabricadas.....	45
Figura 26 - Tipos de elementos pré-fabricados	46
Figura 27 - Formas mais comuns para blocos de EPS	48
Figura 28 - Vãos efetivos para lajes	50
Figura 29 - Estado limite de descompressão parcial.....	57
Figura 30 - Faixas de lajes para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos. ...	61
Figura 31 - Método dos pórticos equivalentes.....	62
Figura 32 - Seção T com armadura simples.....	64

Figura 33 - Largura colaborante em seções T.....	65
Figura 34 - Comprimento de ancoragem necessário	70
Figura 35 - Ruptura por punção	75
Figura 36 - Perímetro crítico em pilares internos.....	77
Figura 37 - Perímetro crítico em pilares de borda	79
Figura 38 - Perímetro crítico em pilares de canto.....	80
Figura 39 - Verificações dos contornos C_1' e C_2'	81
Figura 40 - Armadura contra colapso progressivo.....	82
Figura 41 - Bordas livres e aberturas em lajes	83
Figura 42 - Disposição de armaduras	84
Figura 43 - Geometria da laje ensaiada por Selistre (2000).....	86
Figura 44 - Geometria da laje ensaiada por Dutra (2005).	88
Figura 45 - Geometria da laje ensaiada por Schwetz (2005).	89
Figura 46 - Geometria ensaiada por Schwetz, Gastal e Silva (2009).....	91
Figura 47- Geometria ensaiada por Schwetz (2011).....	93
Figura 48 - Geometria do modelo reduzido ensaiado por Schwetz (2011).	94
Figura 49 - Geometria da laje analisada por Fuchs (2017).	96
Figura 50 - Modelo proposto	98
Figura 51 - Pórticos adotados	99
Figura 52 - Seção transversal das nervuras.....	100
Figura 53 - Pórtico X segmentado para lançamento no Ftool	104
Figura 54 - Pórtico Y segmentado para lançamento no Ftool	104
Figura 55 - Seções dos pórticos X e Y	105
Figura 56 - Distribuição das faixas do pórtico X e Y	108
Figura 57 - Seções T do pórtico X.....	111
Figura 58 - Seções T do pórtico Y.....	111
Figura 59 - Elemento SOLID65	119
Figura 60 - Modelagem das nervuras e maciços.....	120
Figura 61 - Modelagem da capa.....	121
Figura 62 - Modelagem dos pilares	121
Figura 63 - Aplicação da malha de elementos finitos	122
Figura 64 - Aplicação do engastamento.....	123
Figura 65 - Aplicação do carregamento	124
Figura 66 - Deformações.....	125

Figura 67 - Tensões normais em função do eixo X	126
Figura 68 - Tensões normais em função do eixo Z	126
Figura 69 - Diagramas do pórtico X.....	128
Figura 70 - Diagramas do pórtico Y.....	129
Figura 71 – Distribuição dos momentos do pórtico X.....	130
Figura 72 - Distribuição dos momentos fletores do pórtico Y	131
Figura 73 - Armaduras negativas do pórtico X	134
Figura 74 - Armaduras positivas do pórtico X.....	135
Figura 75 - Armadura negativa do pórtico Y.....	136
Figura 76 - Armadura positiva do pórtico Y	137
Figura 77 - Pórtico X (eixo x).....	138
Figura 78 - Pórtico Y (eixo z).....	138
Figura 79 – Linhas de análise dos pórticos X e Y	139
Figura 80 - Diagramas de momentos fletores obtidos via MEF – Pórtico X	140
Figura 81 - Diagramas de momentos fletores obtidos via MEF – Pórtico Y	141
Figura 82 - Comparação dos diagramas do pórtico X	142
Figura 83 - Comparação dos diagramas do pórtico Y	143

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classe de agressividade ambiental.....	51
Tabela 2 - Relação entre classe de agressividade ambiental	52
Tabela 3 - Classes de resistência do concreto.....	63
Tabela 4 - Taxa mínima de armadura de flexão.....	69
Tabela 5 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo.....	74
Tabela 6 - Valores do coeficiente K.....	77
Tabela 7 - Valores de inércia.....	105
Tabela 8 - Momentos característicos do pórtico X	106
Tabela 9 - Momentos característicos do pórtico Y	106
Tabela 10 - Distribuição dos momentos característicos nas faixas do pórtico X.....	109
Tabela 11 - Distribuição dos momentos característicos nas faixas do pórtico Y.....	110
Tabela 12 - Posição da linha neutra e áreas de aço do pórtico X	112
Tabela 13 - Posição da linha neutra e áreas de aço do pórtico Y	112
Tabela 14 - Verificação ao cisalhamento na seção nervurada do pórtico X.....	113
Tabela 15 - Verificação ao cisalhamento nas seções dos apoios do pórtico X	114
Tabela 16 - Verificação ao cisalhamento nas seções dos apoios do pórtico Y	114
Tabela 17 - Verificação pelo modelo de cálculo I - Seção nervurada em X	115
Tabela 18 - Verificação pelo modelo de cálculo I - Seção apoiada em X.....	116
Tabela 19 - Verificação quanto a punção	118
Tabela 20 - Armaduras adotadas no pórtico X.....	132
Tabela 21 - Armaduras adotadas no pórtico Y	132
Tabela 22 - Comprimentos de ancoragem e armaduras de borda	133
Tabela 23 - Armaduras construtivas.....	133

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MPE	Método dos Pórticos Equivalentes
NBR	Normas Brasileiras

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Área e limitação do tema	15
1.2	Justificativa.....	15
1.3	Objetivos	16
1.3.1	Objetivo geral	16
1.3.2	Objetivos específicos	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1	Método dos elementos finitos.....	18
2.1.1	Tipos de análise	18
2.1.2	Etapas de análise	19
2.1.2.1	Análise preliminar	20
2.1.2.2	Pré-processamento.....	20
2.1.2.2.1	Tipos de Estruturas.....	20
2.1.2.2.2	Discretização	21
2.1.2.2.3	Malha	23
2.1.2.2.4	Tipos de elementos.....	25
2.1.2.2.5	Condições de contorno	26
2.1.2.2.6	Aplicação de forças	27
2.1.2.3	Processamento.....	28
2.1.2.4	Pós-processamento	29
2.1.3	Convergência.....	29
2.2	Lajes	30
2.2.1	Histórico.....	31
2.2.2	Tipos de Lajes	32
2.2.2.1	Quanto à forma.....	32
2.2.2.2	Quanto à natureza	32
2.2.2.2.1	Lajes maciças	33
2.2.2.2.2	Lajes nervuradas.....	34
2.2.2.2.3	Lajes mistas.....	35
2.2.2.3	Quanto ao tipo de apoio	36
2.2.2.4	Quanto ao tipo de armação	37
2.2.2.4.1	Armação em uma direção.....	37
2.2.2.4.2	Armação em duas direções.....	38

2.3	Lajes Nervuradas	39
2.3.1	Introdução.....	39
2.3.2	Vantagens e Desvantagens	40
2.3.3	Tipos de lajes nervuradas	41
2.3.3.1	Moldadas no local	41
2.3.3.2	Pré-moldadas.....	44
2.3.4	Elementos de enchimento	46
2.3.4.1	Blocos cerâmicos.....	47
2.3.4.2	Blocos de concreto celular.....	47
2.3.4.3	Blocos de EPS	48
2.3.5	Recomendações normativas.....	49
2.3.5.1	Vãos efetivos	49
2.3.5.2	Classe de agressividade ambiental – Cobrimento	50
2.3.5.3	Dimensões limites.....	53
2.3.5.4	Aberturas	53
2.3.5.5	Estado-limite último	54
2.3.5.6	Estados-limites de serviço	55
2.3.6	Métodos de cálculo	57
2.3.6.1	Teoria de placas	58
2.3.6.2	Analogia de grelhas	59
2.3.6.3	Pórticos equivalentes	60
2.4	Dimensionamento de lajes em concreto armado	62
2.4.1	Classes do concreto	62
2.4.2	Módulo de elasticidade do concreto	63
2.4.3	Dimensionamento à flexão	64
2.4.4	Comprimento de ancoragem.....	67
2.4.5	Armadura mínima.....	68
2.4.6	Verificação quanto ao cisalhamento	69
2.4.6.1	Verificação em lajes	69
2.4.6.2	Verificação em vigas.....	70
2.4.6.2.1	Modelo de cálculo I	71
2.4.6.2.2	Modelo de cálculo II	72
2.4.7	Flecha.....	73
2.4.7.1	Flecha imediata	73
2.4.7.2	Flecha deferida no tempo	74

2.4.8	Punção	74
2.4.8.1	Pilares internos com carregamento simétrico.....	76
2.4.8.2	Pilares internos com efeito de momento	77
2.4.8.3	Pilares de borda	78
2.4.8.4	Pilares de canto.....	79
2.4.8.5	Tensões resistentes nas superfícies críticas	80
2.4.8.6	Capitel	81
2.4.9	Colapso progressivo.....	81
2.5	Detalhamento de lajes em concreto armado	82
2.6	Pesquisas.....	84
3	METODOLOGIA	97
3.1	Definição do modelo para análise	97
3.1.1	Pré-dimensionamento.....	99
3.1.2	Carregamentos atuantes	101
3.2	Método dos pórticos equivalentes	103
3.2.1	Ferramenta de cálculo	103
3.2.2	Aplicação do método	107
3.3	Dimensionamento	110
3.3.1	Dimensionamento à flexão.....	110
3.3.2	Verificação quanto ao cisalhamento	112
3.3.3	Verificação quanto a punção.....	116
3.4	Método dos elementos finitos.....	118
3.4.1	Ferramenta de cálculo	118
3.4.2	Pré-processamento.....	119
3.4.2.1	Parâmetros.....	119
3.4.2.2	Modelagem.....	119
3.4.2.3	Discretização	122
3.4.3	Processamento.....	122
3.4.3.1	Condições de contorno	122
3.4.3.2	Carregamento atuante	123
3.4.4	Pós-Processamento	124
3.4.4.1	Deformações.....	125
3.4.4.2	Tensões.....	125
4	RESULTADOS E ANÁLISE.....	127

4.1	Método dos pórticos equivalentes	127
4.2	Dimensionamento e detalhamento	131
4.3	Método dos elementos finitos.....	137
4.4	Análise	141
5	CONCLUSÃO	144
	REFERÊNCIAS.....	145
	APÊNDICE A – Taxas de armadura dos pórticos da direção X	150
	APÊNDICE B – Taxas de armadura dos pórticos da direção Y	151
	APÊNDICE C – Momentos fletores da faixa interna do pórtico X - MEF..	152
	APÊNDICE D – Momentos fletores da faixa externa do pórtico X - MEF.	153
	APÊNDICE E – Momentos fletores da faixa interna do pórtico Y - MEF..	154
	APÊNDICE F – Momentos fletores da faixa externa do pórtico Y - MEF.	155

1 INTRODUÇÃO

Com a demanda crescente de projetos arquitetônicos arrojados e amplos, que requerem maiores vãos e a diminuição das dimensões da estrutura, bem como a necessidade de obras gerenciadas e, conseqüentemente, mais rápidas e com menos desperdícios, é necessário procurar soluções estruturais mais sofisticadas e racionais.

Desta forma, para atender a demanda requerida pelo mercado e por apresentar uma série de vantagens, a utilização de lajes nervuradas é crescente na construção civil.

Entretanto, os métodos clássicos ainda são utilizados para a análise de lajes nervuradas, o que muitas vezes não representa adequadamente o comportamento da estrutura e, conseqüentemente, não a dimensiona corretamente. Este dimensionamento, baseado em análises imprecisas, pode gerar estruturas superdimensionadas, aumentando assim o custo da edificação, ou subdimensionados, gerando patologias ou colapsos.

Sendo assim, a fim de fazer a correta análise da estrutura, bem como o correto dimensionamento da mesma, é pertinente fazer uso de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos, que garante uma análise precisa, visto que representa o real comportamento da estrutura.

1.1 Área e limitação do tema

Sendo a área de estruturas a de maior interesse para o autor, o estudo deste trabalho será desenvolvido nesta linha de conhecimento e abordará a aplicação do Método dos Elementos Finitos para a análise de lajes nervuradas de concreto armado.

1.2 Justificativa

A fim de atender as demandas do mercado, a utilização de lajes nervuradas vem crescendo e tem instigado o desenvolvimento de muitas pesquisas que buscam ampliar o estudo e a análise do comportamento das mesmas, bem como desenvolver melhores procedimentos para prever o seu comportamento e dimensionamento.

Tendo em vista as limitações apresentadas pelos métodos de cálculos existentes para a análise deste tipo de estrutura, é necessário fazer o estudo de seu comportamento através de métodos mais sofisticados.

Sendo assim, os métodos numéricos aproximados, como o Método dos Elementos Finitos, destacam-se ao apresentar maior versatilidade, visto que podem ser utilizados para a análise de estruturas complexas de qualquer geometria, carregamento e/ou condições de contorno.

Diante disso, o presente estudo tem por finalidade contribuir para as pesquisas referentes à aplicação do Método dos Pórticos Equivalentes para a análise e dimensionamento de lajes nervuradas de concreto armado, bem como para pesquisas referentes a aplicação do Método dos Elementos Finitos para análise das mesmas.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral o estudo, a aplicação e a comparação entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos para a análise de lajes nervuradas de concreto armado, através do desenvolvimento e análise de uma laje modelo.

1.3.2 Objetivos específicos

A fim de cumprir o objetivo geral proposto, o presente trabalho tem os objetivos específicos listados abaixo:

- Estudar os conceitos e a aplicabilidade do Método dos Elementos Finitos para a análise de estruturas;
- Fazer a revisão bibliográfica dos fundamentos de lajes, em especial sobre lajes nervuradas;
- Revisar as recomendações normativas para a determinação das solicitações de lajes nervuradas, bem como os métodos de cálculos utilizados para tal;
- Revisar as recomendações normativas pertinentes ao dimensionamento de lajes nervuradas;

- Buscar pesquisas teóricas, numéricas e experimentais referentes aos assuntos abordados;
- Desenvolver e analisar um modelo de laje nervurada empregando o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos, através do *software* ANSYS 16.1;
- Dimensionar a laje modelo a partir das solicitações obtidas pelo Método dos Pórticos equivalentes;
- Comparar os momentos fletores obtidos nas análises desenvolvidas através do Método dos Pórticos Equivalentes com os momentos fletores obtidos através do Método dos Elementos Finitos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Método dos elementos finitos

Segundo Alves Filho (2013), o Método dos Elementos Finitos (MEF) surgiu como um meio alternativo aos Métodos Analíticos Clássicos, que permitem a obtenção de respostas exatas quanto aos deslocamentos, deformações e tensões presentes nos infinitos pontos de uma estrutura, mas com aplicação limitada a estruturas simples.

Com esta premissa, para estruturas complexas, que possuem características atípicas e não são solúveis através de métodos analíticos, foram desenvolvidos os métodos aproximados, que tem caráter geral e podem ser aplicados a qualquer tipo de estrutura, independentemente da geometria, das propriedades do material, das condições de contorno e carregamento (ALVES FILHO, 2013; LOGAN, 2012).

O MEF é um método numérico aproximado que, através de equações diferenciais parciais, analisa e resolve muitos fenômenos que acontecem em meios contínuos e, por tratar-se de um método genérico de muita abrangência, pode ser aplicado a muitos problemas de engenharia (SOUZA, 2003).

De acordo com Kim e Sankar (2011) o MEF tornou-se popular ao resolver os mais variados problemas de engenharia através de programas computacionais versáteis e de fácil manipulação, exigindo do usuário pouco treinamento. Contudo, sua versatilidade torna-se arriscada quando o usuário não possui entendimento adequado sobre os fundamentos e limitações do método.

2.1.1 Tipos de análise

O MEF é elaborado e aplicado de acordo com as simplificações específicas a cada tipo de problema e, desta forma, é necessário levar em consideração as características pertinentes à estrutura em análise, como, por exemplo, geometria, materiais, comportamentos e cargas aplicadas (AZEVEDO, 2003; DONIN, 2015).

Com esta premissa, segundo Azevedo (2003) e Alves Filho (2012), tem-se os seguintes tipos de análise:

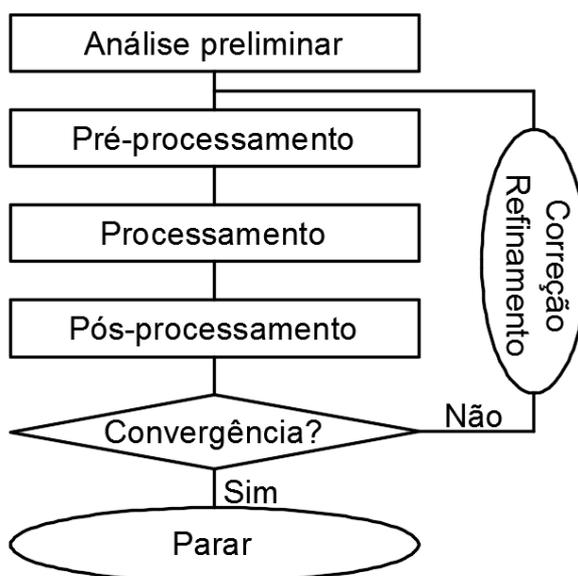
- a) Análise estática: desconsidera as forças de inércia, visto que a variação temporal da carga aplicada é tão lenta que se torna desprezível.

- b) Análise dinâmica: considera as forças de inércia, devido à aplicação de uma carga que varia rapidamente ao longo do tempo.
- c) Análise linear: desconsidera a deformação da geometria inicial, visto que as forças aplicadas geram deslocamentos tão pequenos que não influenciam em sua modificação, ou seja, considera que a geometria inicial é indeformável e que a relação entre tensões e deformações é linear. Em suma, trata-se da linearidade entre as grandezas envolvidas.
- d) Análise não linear: considera a deformação da geometria inicial, bem como as alterações das características e propriedades do material conforme o carregamento. Em resumo, a rigidez da estrutura varia de acordo com o estágio em que o carregamento se encontra e é necessário saber quais são as variáveis responsáveis por sua variação.

2.1.2 Etapas de análise

De acordo com Kim e Sankar (2011), os procedimentos para a análise de um problema estrutural via elementos finitos podem ser divididos em quatro etapas, conforme apresentado a seguir e ilustrado na figura 1.

Figura 1 - Etapas da análise via Elementos Finitos



Fonte: Adaptado pelo autor de Kim e Sankar (2011).

2.1.2.1 Análise preliminar

Apesar de a análise preliminar ser frequentemente desconsiderada, trata-se de umas das partes mais importantes da análise do método, já que a mesma fornecerá uma visão geral do problema e uma previsão do comportamento do modelo adotado. Para esta etapa, o problema em estudo é idealizado e buscam-se soluções aproximadas através de métodos analíticos, ou seja, análises de diagramas de corpo livre, equilíbrio de forças, bem como através das relações de *deformação x deslocamento* e *tensão x deformação*, fazendo assim a previsão de seu comportamento (KIM e SANKAR, 2011).

Conforme os autores citados, a análise preliminar melhora a compreensão do problema físico e através de seus resultados é possível traçar uma estratégia de modelagem no pré-processamento.

2.1.2.2 Pré-processamento

Kim e Sankar (2011) definem o pré-processamento como a fase de preparação do modelo que será analisado pelo MEF e, tendo em vista que o mesmo faz a análise matemática do problema físico, o usuário deve compreender o comportamento físico do problema para criar um modelo adequado.

Segundo Hutton (2004), o pré-processamento é a etapa de definição das características do problema, que serão abordadas posteriormente, como a geometria do problema, o tipo, as propriedades do material e da geometria dos elementos, a malha de elementos, as condições de contorno e as cargas aplicadas.

2.1.2.2.1 Tipos de Estruturas

Segundo Azevedo (2003), as estruturas podem ser classificadas como reticuladas, laminares ou sólidas, em função de sua geometria.

Estruturas reticuladas são estruturas em que uma das dimensões é predominante em relação às demais, isto é, a dimensão longitudinal é muito maior que as dimensões transversais (AZEVEDO, 2003; KIM e SANKAR, 2011).

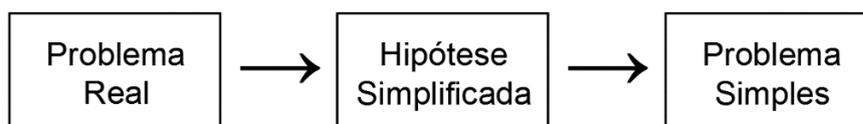
Laminares são as estruturas que possuem duas dimensões com a mesma ordem de grandeza, enquanto a terceira dimensão é muito inferior as demais. Estas, por sua

vez, podem ser classificadas como placa/casca, laje ou parede, de acordo com as ações aplicadas em suas superfícies. Além disso, as estruturas laminares podem ser bidimensionais, quando possuem superfícies planas, ou tridimensionais, quando possuem superfícies curvas (AZEVEDO, 2003; KIM e SANKAR, 2011).

2.1.2.2.2 Discretização

Alves (2007) explica que com a finalidade de solucionar um problema, é comum fazer a divisão do mesmo em problemas menores, que tenham características e condições equivalentes ao problema real e o simplifiquem, conforme demonstrado na figura 2.

Figura 2 - Simplificação de um problema

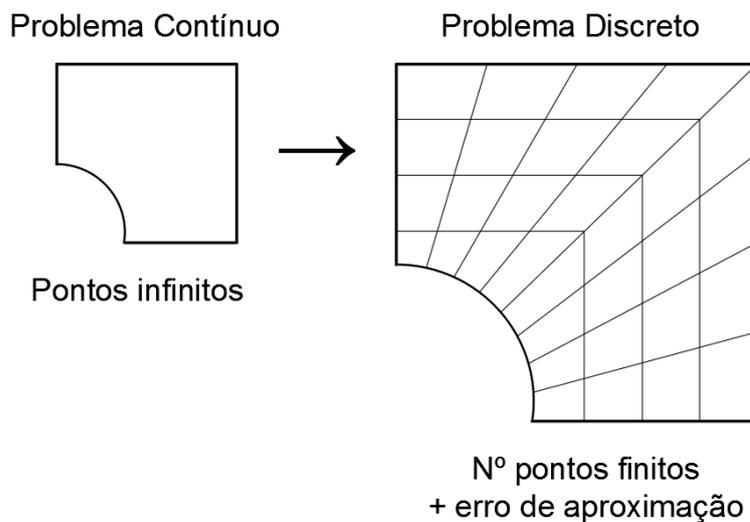


Fonte: Adaptado pelo autor de Alves (2007).

De acordo com o autor, independentemente do método utilizado para a resolução de um problema, todos acabam passando por uma etapa chamada de discretização, seja do domínio ou do contorno do problema.

Desta forma, como ilustrado na figura 3, a discretização é a divisão de uma estrutura contínua em um conjunto de elementos, de geometria simples e facilmente solucionável (KIM e SANKAR, 2011; DONIN, 2015).

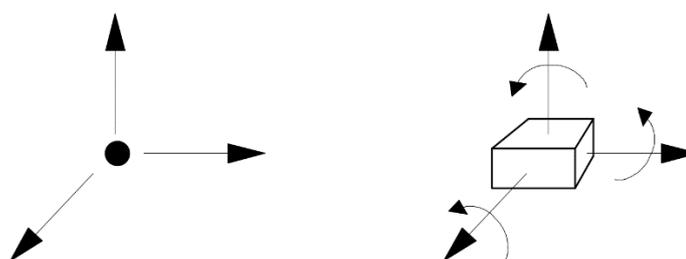
Os elementos gerados pela subdivisão da estrutura recebem o nome de “elementos finitos”, denominados desta forma para descrever que os mesmos possuem tamanho finito, enquanto no problema original, ou seja, antes da discretização, possuíam tamanhos infinitos. Além disso, os elementos se conectam através de pontos presentes em seus vértices, denominados “nós” (KIM e SANKAR, 2011; DONIN, 2015).

Figura 3 - Discretização

Fonte: Adaptado pelo autor de Alves (2007).

Kim e Sankar (2011) explicam que nos nós encontram-se os graus de liberdade, ou seja, as incógnitas referentes aos deslocamentos dos mesmos. Os graus de liberdade representam os deslocamento e/ou rotações e estes determinam a posição deslocada ou deformada, bem como a orientação do corpo ou do sistema (TSCIPTSCHIN, 2011).

O conceito de grau de liberdade é proveniente dos problemas de Mecânica e teve origem nas noções de movimentação da partícula. Esta ideia considera um ponto no espaço tridimensional, que apresenta três possíveis movimentos de translação e, conseqüentemente três graus de liberdade. Além disso, considera um corpo rígido no espaço tridimensional que possui a possibilidade de três movimentos de translação e três movimentos de rotação e possui, portanto, seis graus de liberdade. Estas considerações são ilustradas na figura 4 (SOUZA, 2003).

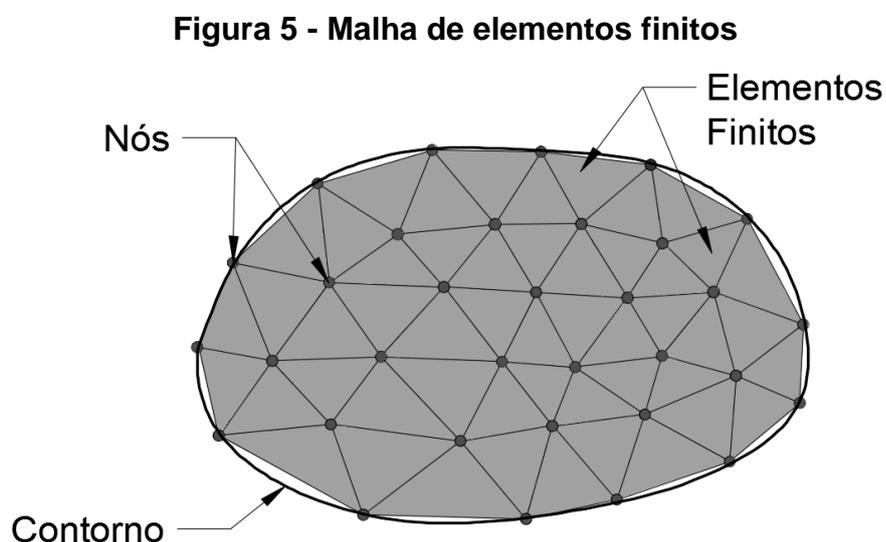
Figura 4 - Graus de liberdade

Fonte: Adaptado pelo autor de Souza (2003).

Segundo Souza (2003), o número e o posicionamento dos nós e, conseqüentemente, o número de graus de liberdade, definem o comportamento de um elemento. Além disso, salienta que os movimentos e deslocamentos dos nós são as principais incógnitas do método.

2.1.2.2.3 Malha

De acordo com Souza (2003) e Donin (2015), define-se como malha de elementos finitos a união de todos os elementos finitos com seus pontos nodais, conforme ilustrado na figura 5.



Fonte: Adaptado pelo autor de Souza (2003).

A análise via MEF deve utilizar um modelo que represente adequadamente o comportamento do problema físico e, portanto, a qualidade da malha está relacionada a qualidade da solução obtida (KIM e SANKAR, 2011).

A malha de elementos finitos deve ser coerente e reproduzir o comportamento real da estrutura em análise, o que, por sua vez, induz ao refinamento da malha, ou seja, ao aumento da quantidade de elementos e nós presentes na mesma (KIM e SANKAR, 2011; DONIN, 2015).

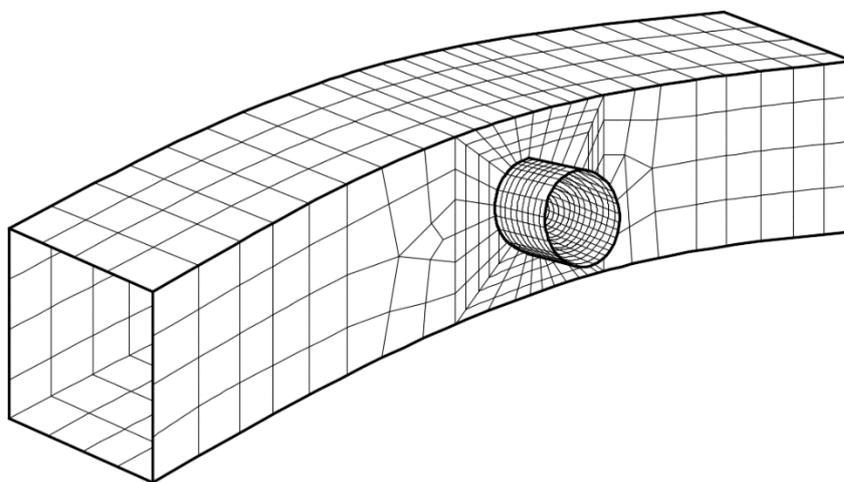
De acordo com Souza (2003), a solução dada pelo MEF se aproxima da solução exata quando o tamanho dos elementos tende a zero e, por consequência, a quantidade de nós tende ao infinito.

Os autores salientam que é importante levar em consideração, ao definir a malha de elementos finitos, a precisão requerida para solucionar o problema, visto que, conforme a malha é refinada e se aproxima da estrutura real, maior será o conjunto de equações responsáveis pela obtenção da solução e, conseqüentemente, maior será o tempo de processamento computacional (SOUZA, 2003; DONIN, 2015).

Logan (2012) destaca que a definição do tamanho dos elementos da malha é de suma importância para o processamento da análise e, por isso, os elementos devem ser pequenos o bastante para gerar resultados satisfatórios e grandes o bastante para reduzir o esforço computacional.

O usuário deve fazer a definição dos tamanhos dos elementos com base em seu conhecimento de engenharia, prevendo o comportamento da estrutura e adequando a disposição da malha a fim de o simular corretamente. Como demonstrado na figura 6, o usuário pode refinar a malha somente em pontos de interesse, como, por exemplo, em local com aplicação de forças ou forma peculiar, a fim de acompanhar a variação da solução que ocorrerá nestes locais (KIM e SANKAR, 2011; DONIN, 2015).

Figura 6 - Refinamento da malha



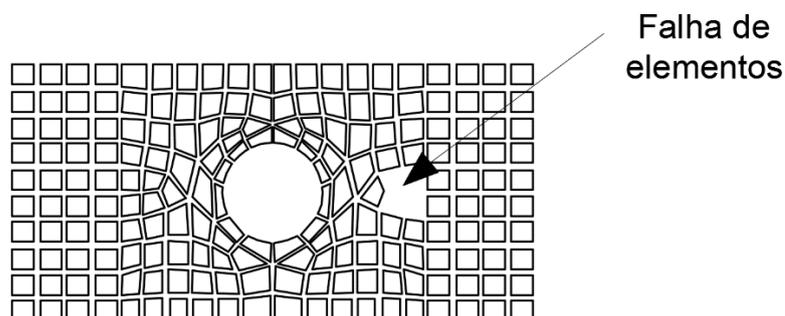
Fonte: Adaptado pelo autor de SAE - Sistemas de Análise Estrutural Ltda.

Segundo Kim e Sankar (2011), a qualidade da malha depende de fatores como o formato, o tamanho, a razão de forma e o controle dos elementos. A razão de forma diz respeito a relação entre as dimensões do elemento, sendo o quadrado, de razão igual a 1, considerado o elemento de razão perfeita. Já o controle de elementos se refere à escolha adequada dos locais onde a malha será refinada.

Além disso, os autores apontam que é importante verificar os possíveis erros do modelo criado, onde os mais comuns são:

- a) a duplicação de nós: ocorre quando os nós ficam sobrepostos e resultam na “rachadura” no modelo, isto é, gerando superfícies livres.
- b) falta de elementos: ocorre principalmente quando a malha é gerada manualmente e são difíceis de identificar, conforme figura 7.

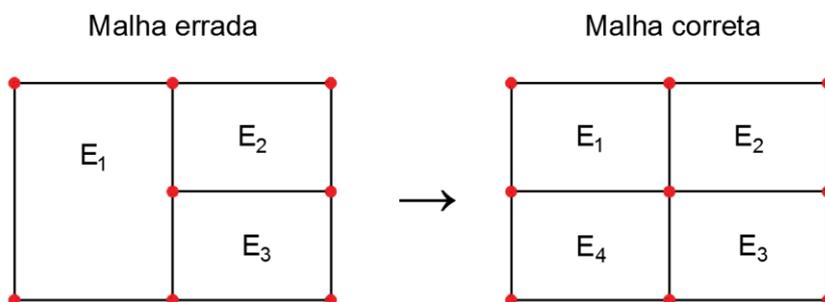
Figura 7 - Falha de elementos



Fonte: Adaptado pelo autor de Kim e Sankar (2011).

- c) bordas inconsistentes: ocorre quando os elementos não estão todos conectados e os nós, localizados na mesma borda, não são compartilhados, como ilustra a figura 8.

Figura 8 - Bordas inconsistentes



Fonte: Adaptado pelo autor de Kim e Sankar (2011).

2.1.2.2.4 Tipos de elementos

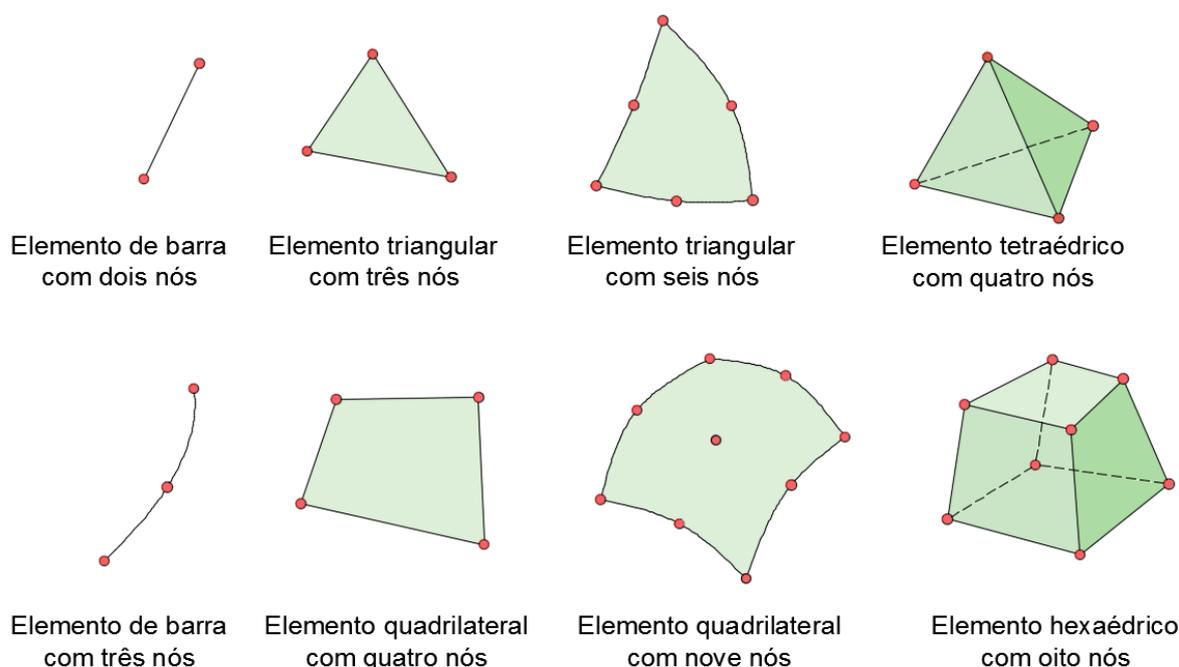
Um problema pode ser modelado de maneiras diferentes e com diferentes tipos de elementos, no entanto não é qualquer modelo ou tipo de elemento que se adequa

à resolução do mesmo, já que cada elemento tem diferentes características (KIM e SANKAR, 2011).

Segundo Logan (2012) a escolha dos elementos depende das características da estrutura em análise, bem como do quão refinada deve ser a solução. Além disso, a escolha quanto ao tipo, a quantidade e o tamanho dos elementos, é uma das principais tarefas do usuário e está diretamente ligada a qualidade da solução do problema.

Conforme apresentado na figura 9, existem diversos tipos de elementos e, em função do tipo de estrutura em análise, estes podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais (SOUZA, 2003; DONIN,2015).

Figura 9 - Tipos de elementos



Fonte: Adaptado pelo autor de Souza (2003).

2.1.2.2.5 Condições de contorno

Segundo Kim e Sankar (2011), após a concepção do modelo que será aplicado à estrutura, é necessário implementar as condições de contorno, isto é, especificar as condições e restrições referentes aos apoios e movimentações da estrutura.

Os autores explicam que, independentemente do quão refinada for a malha, os erros nas condições de contorno não são reduzidos. Além disso, salientam que

quaisquer tensões inexplicáveis podem ser geradas por conta de condições de contorno aplicadas erroneamente.

De acordo com Logan (2012), existem dois tipos de condições de contorno, as condições homogêneas e as não homogêneas. As condições de contorno homogêneas são mais comuns e ocorrem em locais de movimentação totalmente impedida. Já as condições não homogêneas ocorrem quando há valores de deslocamentos específicos, isto é, quando a movimentação não é impedida.

2.1.2.2.6 Aplicação de forças

Kim e Sankar (2011) relatam que, na prática, as estruturas recebem aplicações de forças da mais variadas formas e complexidades e estas podem ser simplificadas ou aplicadas diretamente no problema em análise.

De acordo com os autores, no MEF geralmente são aplicados três tipos de forças, tais como: forças concentradas nos nós, forças distribuídas na superfície ou na borda e forças de corpo.

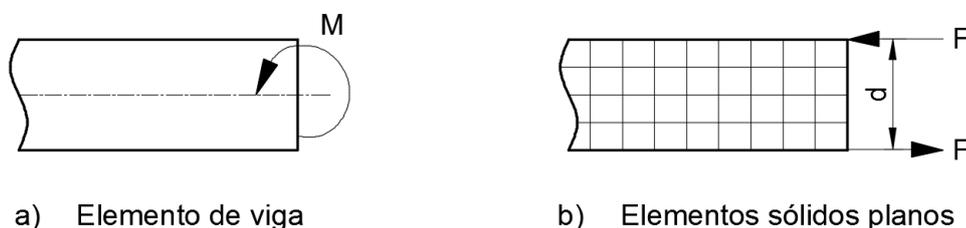
Segundo Kim e Sankar (2011) e Pacheco (2013), as forças concentradas são aplicadas em um ponto e, teoricamente, geram uma tensão extremamente grande no mesmo, visto que a área de aplicação é igual a zero. Entretanto, na prática, toda aplicação de força é “distribuída” e, em elementos finitos, a aplicação de uma força concentrada é a idealização de uma força distribuída em uma pequena região.

De acordo com Kim e Sankar (2011), no método é possível aplicar forças concentradas apenas em nós, tornando importante a verificação da existência do nó no local de aplicação da força e, quando não existir nó neste local, é possível fazer uso do cálculo da força nodal equivalente para os nós vizinhos. Em suma, toda aplicação de força deve ser convertida em força nodal equivalente, a fim de preencher o lado direito das equações matriciais de elementos finitos, ou seja, para completar o vetor das forças nodais constituinte do processo de cálculo.

Já as forças de corpo ou de superfície são normalmente variáveis ao longo da área ou do volume em que estão atuando (KIM e SANKAR, 2011). As cargas de superfície ocorrem devido à passagem de tensões entre elementos estruturais em contato, enquanto as cargas de corpo são aquelas geradas por ações distantes, como por exemplo a ação gravitacional ou eletromagnética (PACHECO, 2013).

Em alguns casos, é necessário usar métodos diferentes para aplicar um mesmo tipo de força, como para a aplicação de um *momento*, por exemplo. Além disso, esta aplicação está relacionada ao tipo de elemento escolhido para representar a estrutura. Para a aplicação de um *momento fletor*, considerando uma estrutura que pode ser representada por um elemento de viga ou por elementos sólidos planos, é possível fazer, respectivamente, a aplicação direta do momento ou a aplicação de forças que produzem um efeito equivalente ao efeito causado pelo momento na estrutura real. A figura 10 ilustra esta aplicação (KIM e SANKAR, 2011).

Figura 10 - Aplicação de momento fletor



Fonte: Adaptado pelo autor de Kim e Sankar (2011).

2.1.2.3 Processamento

De acordo com Kim e Sankar (2011), os programas de análise de elementos finitos geralmente ocultam do usuário todo o processamento de cálculo por trás dos resultados.

Para Chandrupatla e Belegundu (2002), a análise do processamento envolve uma ampla variedade de dados e, portanto, estes devem ser tratados sistematicamente e devem ser claramente aplicados.

De acordo com Hutton (2004), o processamento gera a solução através da elaboração de um sistema algébrico de equações em forma de matriz, onde calcula as variáveis primárias e, através delas, calcula as variáveis derivadas delas.

Além disso, Kim e Sankar (2011) explicam que o processamento, ou seja, a constituição das matrizes de rigidez dos elementos, da matriz de rigidez global, dos vetores das forças aplicadas, da eliminação das linhas e colunas, bem como a resolução das equações matriciais, ocorre automaticamente em função das informações fornecidas no pré-processamento.

2.1.2.4 Pós-processamento

O pós-processamento é a etapa de visualização e interpretação dos resultados da análise. Nesta fase é possível analisar, através dos resultados, quais são os efeitos provenientes da aplicação de cargas à estrutura, bem como a qualidade da malha aplicada ao problema. Esta análise deve levar em consideração os conhecimentos de engenharia do usuário, a fim de determinar se a solução obtida é fisicamente razoável (HUTTON, 2004; KIM e SANKAR, 2011).

Segundo Kim e Sankar (2011), é nesta fase que o usuário pode fazer a verificação das discrepâncias entre os resultados encontrados via elementos finitos e os resultados esperados, obtidos na análise preliminar.

Embora a verificação da solução pareça uma tarefa interminável, visto que são obtidos resultados para cada elemento e nó, os *softwares* de análise de elementos finitos podem classificar os resultados em ordem crescente ou decrescente para qualquer componente escolhido, facilitando assim a análise dos resultados (HUTTON, 2004).

Ademais, o pós-processamento fornece ao usuário resultados gráficos referentes as análises feitas na estrutura e, através deles, é possível compreender as deformações, bem como as distribuições de tensões da mesma. Além disso, é possível verificar se as condições de contorno foram feitas corretamente, bem como as aplicações de forças, visto que estes erros são facilmente visualizados nos resultados gráficos (KIM e SANKAR, 2011).

Além disso, Logan (2012) destaca que o usuário responsável pela análise dos resultados gastará tanto tempo verificando-os e analisando-os quanto foi gasto na preparação e aplicação dos dados.

2.1.3 Convergência

De acordo com Souza (2003), um ponto muito importante do MEF é a sua convergência, ou seja, sua capacidade de chegar a uma solução que seja equivalente a situação real.

Desta forma, a convergência, via elementos finitos, acontece quando o modelo utilizado para a análise resulta em solução que represente adequadamente o comportamento da estrutura real (KIM e SANKAR, 2011).

Logan (2012) explica que, para garantir a convergência, o elemento deve passar por um teste chamado *patch*, que exige que o elemento seja capaz de reproduzir as movimentações do corpo rígido, bem como das condições de deformação. Em suma, o teste *patch* verifica se os elementos satisfazem as exigências básicas de convergência, embora não indique o quanto um elemento funcionará em outras aplicações.

Tendo em vista situações que não possuem uma solução analítica, ou seja, situações em que não é possível obter uma solução exata através de métodos matemáticos, é impossível saber qual a precisão da análise gerada pelo método, já que não existe uma solução que possa ser usada como parâmetro. Desta forma, é possível fazer um estudo de convergência para verificar se os resultados da análise são confiáveis (KIM e SANKAR, 2011).

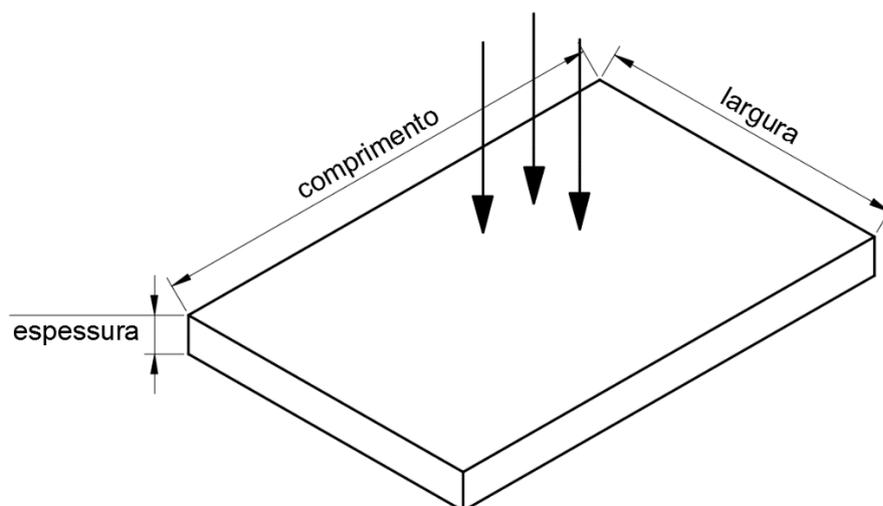
De acordo com os autores, o estudo de convergência é a avaliação dos resultados obtidos na análise de duas malhas, sendo elas, a malha original e uma malha com o dobro de elementos em regiões críticas, ou seja, regiões de cargas, contornos ou formas singulares. Se as malhas gerarem resultados iguais, é possível saber que a malha está adequada. Se as malhas gerarem resultados significativamente diferentes, é possível saber que a malha deve ser refinada.

Hutton (2004) salienta que a convergência não garante que a solução esteja correta, visto que, para ser considerada correta, a solução deve convergir, fazer sentido e, conseqüentemente, ser razoável, além de satisfazer adequadamente o comportamento físico do problema.

2.2 Lajes

Segundo a NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, lajes são elementos de superfície plana, também denominadas de placas de concreto, submetidos principalmente a ações normais a seu plano.

Lajes são estruturas planas bidirecionais, geralmente retangulares, onde a dimensão perpendicular à superfície é inferior as demais, ou seja, são estruturas de espessura muito inferior à largura e ao comprimento, conforme figura 11 (BOTELHO e MARCHETTI, 2015; CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Figura 11 - Estrutura plana bidirecional

Fonte: Adaptado pelo autor de Silva (2005).

De acordo com Borges (2007), lajes são os elementos estruturais que recebem diretamente grande parte das cargas verticais da estrutura. Além disso, sua função é transmitir as cargas verticais, provenientes da utilização da edificação, para as vigas e distribuir as ações horizontais para os elementos de contraventamento (ARAÚJO, 2014).

Já para Franca e Fusco (1997), as lajes de concreto armado têm dupla função estrutural, pois funcionam como placas, ao suportarem as forças verticais provenientes da edificação, e como chapas, ao formarem diafragmas rígidos horizontais responsáveis pela distribuição das cargas horizontais atuantes aos pilares. Destacam também que o comportamento de chapa é fundamental para o contraventamento da estrutura, especialmente para edifícios esbeltos, sendo então essencial para garantir a estabilidade global da estrutura.

2.2.1 Histórico

Segundo Carvalho e Pinheiro (2013), mesmo com o surgimento do concreto armado, a concepção de uma estrutura manteve o mesmo princípio usado a séculos para as construções em pedra e madeira. Nestas construções o assoalho recebia as cargas da estrutura e as transmitia para as vigas transversais, que, por sua vez, transmitia para as vigas mestras e aos pilares, respectivamente.

Vasconcellos (2004) conta que o inglês William Boutland Wilkinson foi o pioneiro na utilização de concreto armado, ao construir uma casa de campo onde empregou concreto reforçado com barras de aço e arames.

Posteriormente, em 1854, William patenteou um esquema de lajes que pode ser considerada a primeira laje nervurada da história. O sistema foi constituído por uma série de blocos de gesso, que serviam como suporte para a aplicação da capa de concreto, gerando assim um plano de laje na parte superior e uma série de nervuras na parte inferior. A laje possuía vão de 4 m em ambas as direções e a armadura, constituída de uma malha de barras de aço, foi colocada na parte inferior da camada de concreto (VASCONCELLOS, 2004).

Em 1906, com a iniciativa do engenheiro C. A. P. Turner, surgiu o sistema de lajes sem vigas e este foi empregado na construção do edifício C. A. Bovey Building em Minnesota. Atualmente empregado em todo o mundo, o uso do sistema de lajes sem vigas difundiu-se após a construção de um edifício de quatro pavimentos na Rússia, em 1908, e da execução de um edifício em Zurique, em 1910 por Maillart (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

2.2.2 Tipos de Lajes

Segundo Cunha e Souza (1998), existem diferentes tipos de lajes e estas podem ser classificadas de acordo com a sua forma, natureza, tipo de apoio e ao tipo de armação, como apresentado a seguir.

2.2.2.1 Quanto à forma

As lajes podem ser classificadas de acordo com sua geometria, sendo, portanto, retangulares, quadradas, triangulares, circulares, trapezoidais, entre outras (CUNHA e SOUZA, 1998).

2.2.2.2 Quanto à natureza

Em virtude dos materiais e das técnicas utilizadas para a execução das lajes, as mesmas podem ser classificadas de acordo com a sua natureza. Destaca-se que as

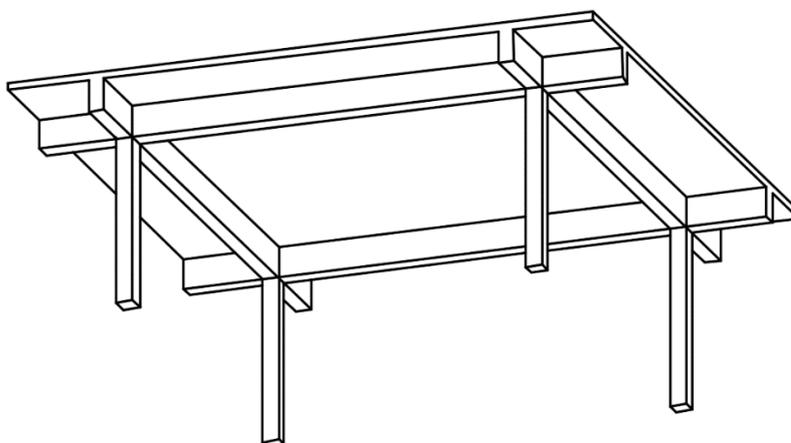
lajes podem ser maciças, nervuradas ou mistas, como apresentado a seguir (BASTOS, 2005).

Além disso, a escolha do tipo de laje a ser empregado é diretamente ligada ao projeto arquitetônico, visto que é preciso atender aos vãos definidos por ele, e deve levar em consideração as condições econômicas e de segurança pertinentes à execução (ARAÚJO, 2014).

2.2.2.2.1 Lajes maciças

Araújo (2014) destaca que lajes maciças são placas de concreto armado com espessura uniforme, apoiadas ao longo de seu contorno, podendo este ser constituído por vigas ou alvenarias, como apresentado na figura 12. Além disso, segundo Cunha e Souza (1998), as lajes maciças são as mais utilizadas em edificações e pontes.

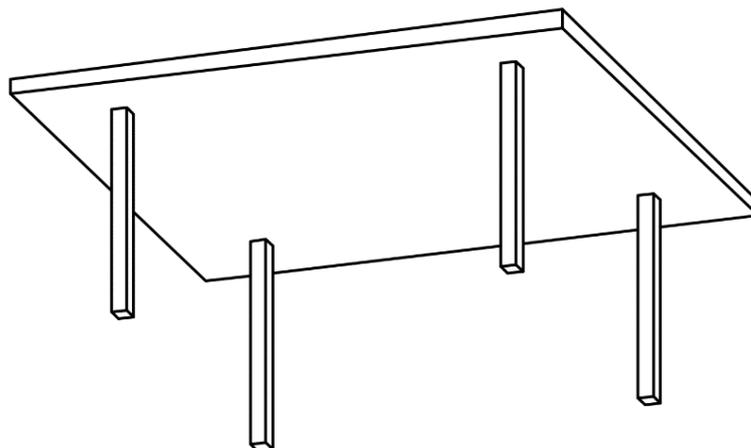
Figura 12 - Laje maciça



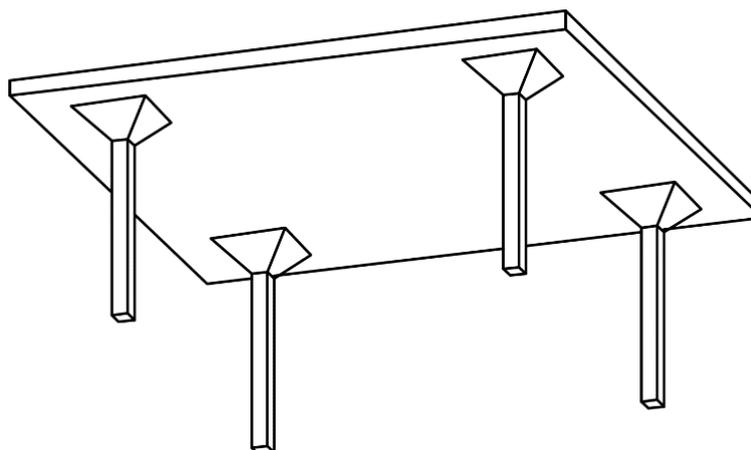
Fonte: Elaborado pelo autor.

Segundo Bastos (2005), as lajes lisas e as lajes cogumelo também são lajes maciças de concreto, no entanto elas diferem quanto ao tipo de elemento de apoio.

Enquanto as lajes maciças são apoiadas em vigas ou alvenarias, as lajes lisas são apoiadas diretamente sobre os pilares e as lajes cogumelo são apoiadas em pilares com capiteis, ou seja, em pilares com um aumento de seção gradual no topo, como ilustrado nas figuras 13 e 14 (CARVALHO e PINHEIRO, 2013; ARAÚJO, 2014).

Figura 13 - Laje lisa

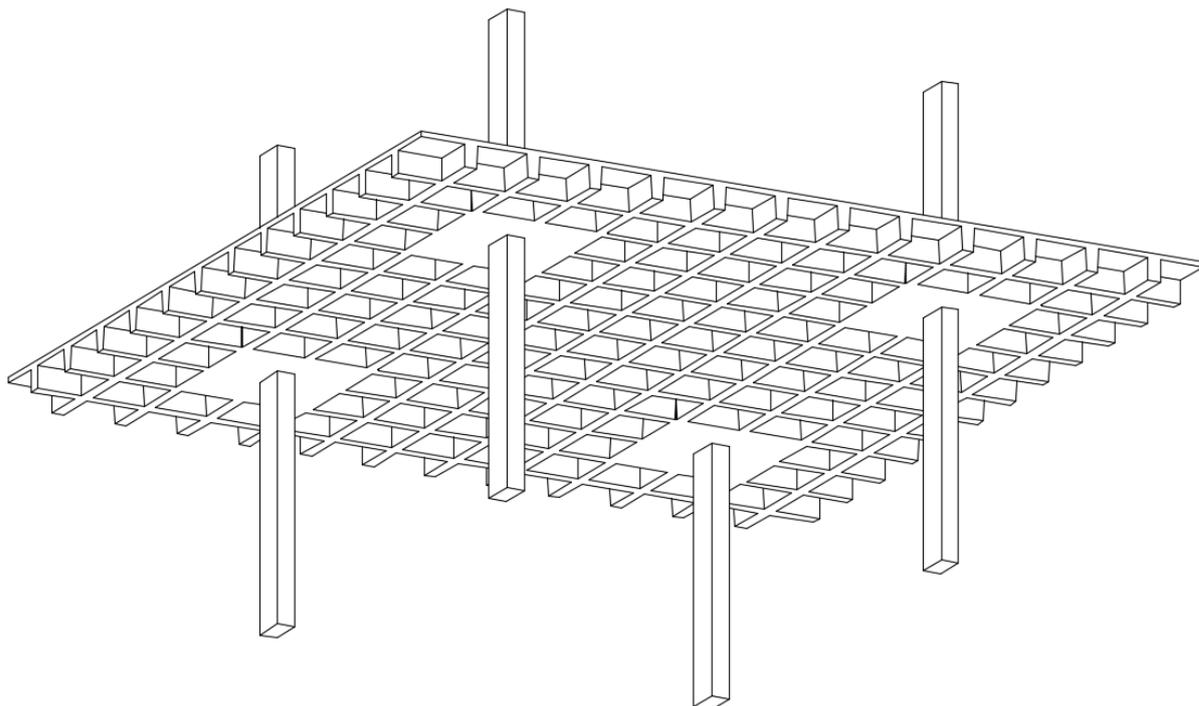
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 - Laje cogumelo

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.2.2.2 Lajes nervuradas

Segundo Guerrin e Lavaur (2002), lajes nervuradas são lajes finas apoiadas sobre nervuras que podem ser paralelas, ortogonais ou enviesadas, com espaçamentos grandes ou pequenos, de acordo com o dimensionamento das mesmas. A figura 15 ilustra.

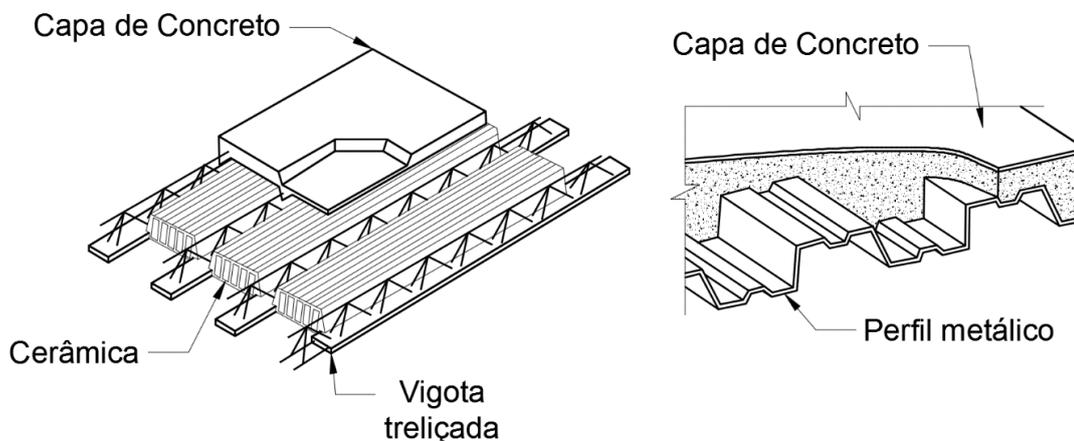
Figura 15 - Laje nervurada

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.2.2.2.3 Lajes mistas

São lajes semelhantes as nervuradas, onde a diferença está na dispensabilidade da utilização de mesa de concreto na região comprimida, além da obrigatoriedade de elementos de preenchimento que contribuirão para a resistência da laje (CUNHA e SOUZA, 1998).

Além disso, como ilustrado na figura 16, lajes mistas são aquelas executadas com diferentes tipos de materiais, tais como blocos cerâmicos, perfis metálicos, entre outros.

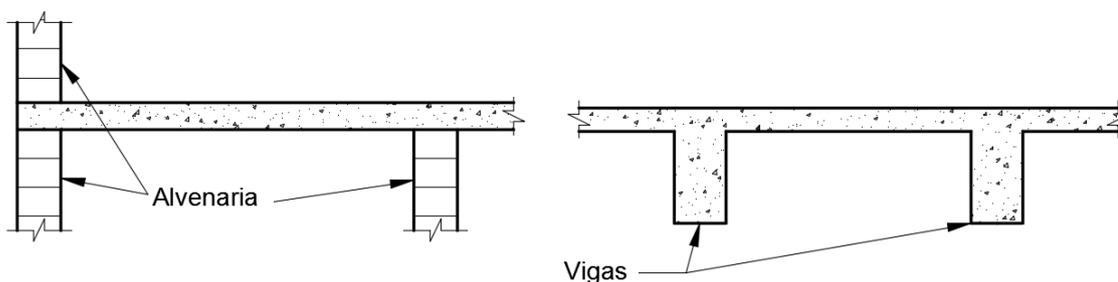
Figura 16 - Lajes mistas

Fonte: Adaptado pelo autor de Oliveira (2015).

2.2.2.3 Quanto ao tipo de apoio

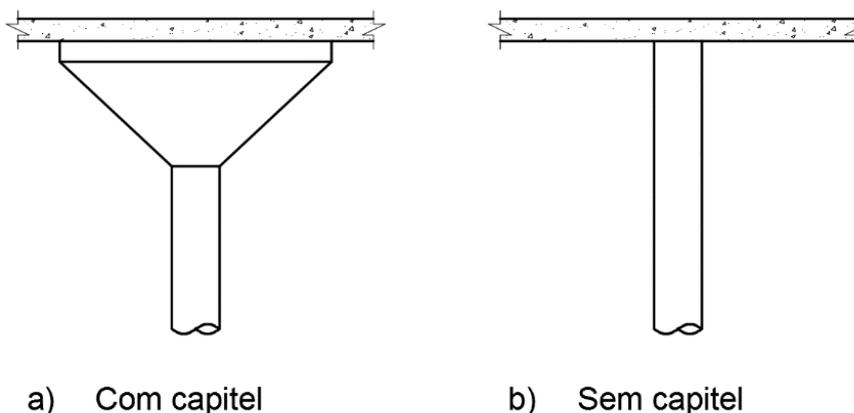
De acordo com Cunha e Souza (1998), as lajes podem ser classificadas de acordo com o tipo de apoio, podendo ter apoios contínuos, discretos ou diretamente sobre o solo.

Como ilustrado na figura 17, quando a laje se apoia sobre uma linha de vigas, alvenarias ou paredes de concreto, ocorrem os apoios contínuos. Além disso, as vigas que servem de apoio para a laje podem ser metálicas, de madeira, de concreto armado ou concreto protendido.

Figura 17 - Apoios contínuos

Fonte: Adaptado pelo autor de Cunha e Souza (1998).

Já os apoios discretos ocorrem quando a laje se apoia diretamente sobre pilares. Estas podem ser lajes cogumelo, quando apoiadas em pilares com capitéis, ou lajes lisas, quando apoiadas diretamente no pilar, conforme figura 18.

Figura 18 - Apoios discretos

Fonte: Adaptado pelo autor de Cunha e Souza (1998).

Apoios diretos sobre o solo ocorrem, como o próprio nome já diz, quando a laje se apoia diretamente sobre o solo, como em radieis, por exemplo.

2.2.2.4 Quanto ao tipo de armação

De acordo com Bastos (2005), a classificação das lajes quanto à direção da armadura principal é de suma importância para o seu dimensionamento.

As lajes podem ser classificadas em armadas em uma direção ou armadas em duas direções, de acordo com a relação entre as dimensões da mesma (CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Araújo (2014) salienta que a classificação pressupõe que as lajes estejam apoiadas em apoios rígidos ou quase rígidos, visto que considera que os momentos fletores máximos ocorrem no centro dos vãos em análise. Sendo assim, as considerações desta classificação não são aplicáveis para lajes apoiadas em vigas flexíveis, onde a distribuição dos momentos fletores ocorre de acordo com a rigidez das vigas do apoio, podendo, desta forma, gerar momentos mais significativos em outras situações.

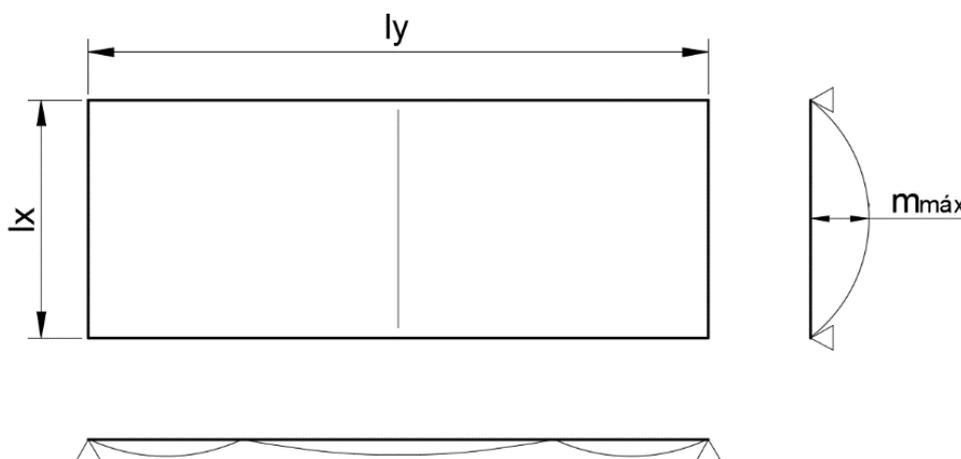
2.2.2.4.1 Armação em uma direção

Segundo Botelho e Marchetti (2015), lajes armadas em uma direção são aquelas que apresentam uma relação entre sua menor e maior dimensão superior a dois, ou

seja, uma das dimensões da laje é maior que o dobro da outra, como demonstrado na figura 19.

Nestes casos, a armação principal da laje ocorre na direção do menor vão (l_x), visto que os esforços solicitantes são mais acentuados nesta direção. Já na direção de maior vão (l_y), os esforços são bem menores e, portanto, desconsiderados nos cálculos. No entanto, embora o momento fletor gerado no maior vão (l_y) seja desconsiderado, é necessário adotar uma armação de distribuição nesta direção (BASTOS, 2005; ARAÚJO, 2014).

Figura 19 - Laje armada em uma direção



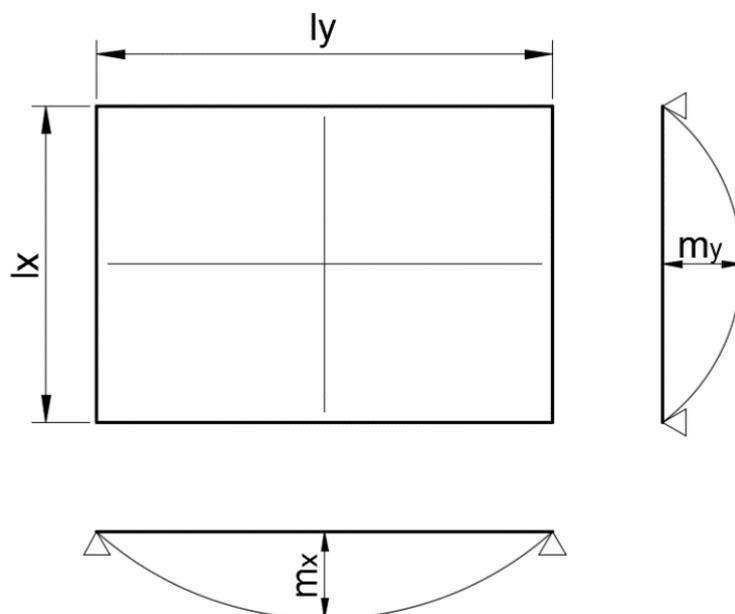
Fonte: Adaptado pelo autor de Cunha e Souza (1998).

2.2.2.4.2 Armação em duas direções

As lajes armadas em duas direções, também denominadas de lajes em cruz, são aquelas que possuem uma relação entre vãos inferior a dois, ou seja, possuem vãos de dimensões aproximadas, onde a maior dimensão não ultrapassa o dobro da outra, como ilustrado na figura 20. (BASTOS, 2005; ARAÚJO, 2014; BOTELHO e MARCHETTI, 2015).

Segundo Botelho e Marchetti (2015), nestes casos a laje é armada em ambas as direções a fim de resistir aos momentos fletores positivos que ocorrem no meio dos vãos das duas direções.

Figura 20 - Laje armada em duas direções



Fonte: Adaptado pelo autor de Cunha e Souza (1998).

2.3 Lajes Nervuradas

2.3.1 Introdução

Carvalho e Pinheiro (2013) explicam que o pavimento de um edifício é, geralmente, a parte da estrutura que mais consome concreto, visto que possui uma grande superfície. Sendo assim, é possível gerar grande economia fazendo um bom dimensionamento e reduzindo a espessura das lajes maciças.

Os autores destacam que as lajes maciças se tornam economicamente inviáveis em grandes vãos, visto que, para atender ao estado limite último e ao critério de pequenos deslocamentos transversais, a mesma terá uma grande espessura, o que aumentará consideravelmente seu peso próprio (CARVALHO e PINHEIRO, 2013; ARAÚJO, 2014). Desta forma é oportuno fazer uso de lajes nervuradas, que geralmente atendem a estes critérios, pois apresentam comportamento similar as lajes maciças, mas com a eficiência das vigas quanto à flexão, isto é, com grande inércia e peso próprio reduzido (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Sendo assim, segundo Franca e Fusco (1997), as lajes nervuradas foram a evolução natural da laje maciça e foram idealizadas a fim de diminuir, com a eliminação de grande parte do concreto, o peso próprio da estrutura e,

consequentemente, o custo da obra, além de gerar um aproveitamento mais eficiente da estrutura.

O item 14.7.7 da NBR 6118:2014 define lajes nervuradas como lajes cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras que podem ser preenchidas com material inerte. Além disso, as mesmas podem ser moldadas no local ou pré-moldadas.

Pinheiro e Razente (2003) definem lajes nervuradas como um conjunto de vigas que se cruzam e são solidarizadas por uma mesa de concreto, tendo assim um comportamento intermediário entre o de laje maciça e o de grelha.

Já para Selistre (2000), lajes nervuradas são como um conjunto de vigas “T”, espaçadas entre si e apoiadas diretamente sobre os pilares, ou seja, as nervuras são constituídas pelas almas das vigas “T” e as mesmas são ligadas entre si pelas mesas de concreto das vigas “T”, que são placas de pouca espessura que solidarizam a estrutura e que são comprimidas quando existem momentos positivos atuando.

2.3.2 Vantagens e Desvantagens

Para Albuquerque (1999), a principal vantagem da utilização de lajes nervuradas é a redução do peso próprio da estrutura, proveniente da redução do volume de concreto, e o aumento da inércia, resultante do aumento da espessura da laje.

De acordo com Pinheiro e Razente (2003), a redução do concreto e a consequente criação de nervuras, que podem ou não ser preenchidas com materiais de enchimento, proporcionou uma economia de matérias e de mão de obra, aumentando a viabilidade do sistema construtivo. Salaria ainda que o sistema pode ser industrializado, reduzindo as perdas e aumentando a produtividade e a racionalização da construção.

Segundo Carvalho e Pinheiro (2013), lajes nervuradas são vantajosas pois podem vencer grandes vãos, diminuindo a quantidade de pilares necessários à estrutura e aumentando, consequentemente, as possibilidades arquitetônicas da edificação.

O sistema de laje nervurada pode suportar grandes cargas e possui aplicação versátil, podendo ser aplicado em edificações comerciais, residenciais ou industriais. Além disso, podem ser executadas com tecnologias similares as empregadas nas

lajes maciças, de acordo com o tipo de laje nervurada, facilitando assim o processo executivo (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Para Araújo (2014) as lajes nervuradas geralmente necessitam de uma espessura total (h) de aproximadamente o dobro da espessura necessária para uma laje maciça. Sendo assim, embora a mesma seja responsável pelo aumento da altura total da edificação, ela se torna uma solução economicamente vantajosa por consumir menos concreto e aço, diminuindo conseqüentemente o peso próprio da estrutura e amenizando as sobrecargas das fundações. Entretanto, destacam que uma das principais desvantagens das lajes nervuradas é a dificuldade para a passagem de tubulações (CARVALHO e PINHEIRO, 2013; ARAÚJO, 2014).

2.3.3 Tipos de lajes nervuradas

De acordo com a definição da NBR 6118:2014, é possível classificar as lajes nervuradas em lajes moldadas no local ou em lajes pré-moldadas, como explicado a seguir.

2.3.3.1 Moldadas no local

Lajes nervuradas moldadas no local, também chamadas de lajes tradicionais, são aquelas executadas inteiramente na obra, com suas nervuras e mesas executadas no local definitivo da construção e, para tal, é necessário fazer uso de fôrmas e escoramentos (GUERRIN e LAVAU, 2002; SILVA, 2005, CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

As fôrmas, também chamadas de moldes, podem ser metálicas ou de polipropileno, além de terem dimensões variadas, tanto em planta quanto em corte, e suportarem as cargas provenientes da execução da laje (PINHEIRO e RAZENTE, 2003; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

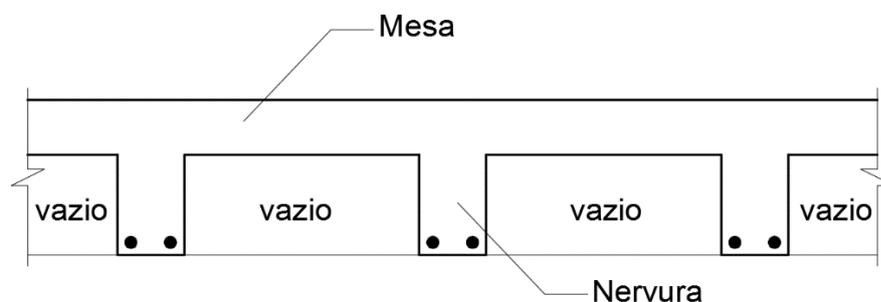
De acordo com Silva (2005), lajes nervuradas moldadas no local podem ser classificadas de diversas formas, sendo mais comum agrupá-las conforme o posicionamento das nervuras, seja em planta ou na seção transversal. Desta forma, é possível dividi-las em normais, invertidas e duplas.

As lajes nervuradas classificadas como normais, também denominadas de lajes nervuradas diretas, são aquelas que possuem a mesa de concreto localizada na parte

superior da seção, enquanto as nervuras estão localizadas na parte inferior. Nestes casos, os espaços entre as nervuras podem permanecer vazios, o que acarretará na utilização de fôrmas para sua execução, ou podem ser preenchidos por materiais de enchimento, que não possuem função estrutural e que servirão como forma para as nervuras (SILVA, 2005; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Carvalho e Pinheiro (2013) explicam que este tipo de laje possui uma seção em forma de “T”, como ilustrado na figura 21, e são, conseqüentemente, muito eficientes para suportar momentos positivos. Além disso, destacam que lajes nervuradas normais são as mais usuais em edificações.

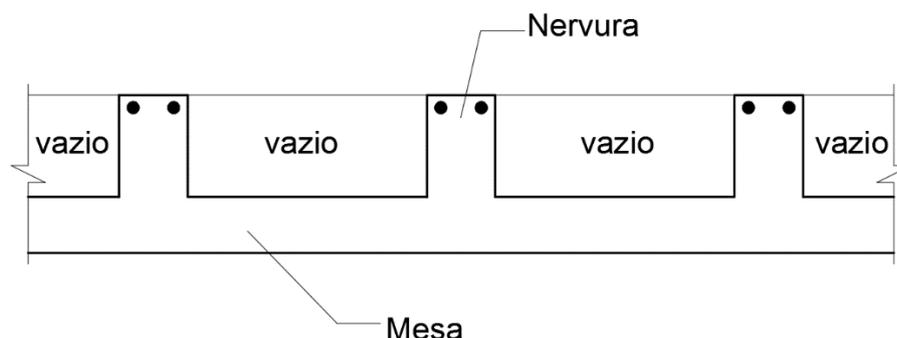
Figura 21 - Laje nervurada normal



Fonte: Adaptado pelo autor de Silva (2005).

As lajes nervuradas invertidas possuem nervuras na parte superior da seção, apresentando a mesa de concreto na parte inferior, como ilustrado na figura 22. Os espaçamentos geralmente ficam vazios neste tipo de laje, tornando necessária a utilização de fôrmas para sua concepção. Além disso, salientam que a utilização deste tipo de laje é restrita, embora seja recomendada para lajes em balanço, e está em desuso, já que são de difícil execução (SILVA, 2005; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

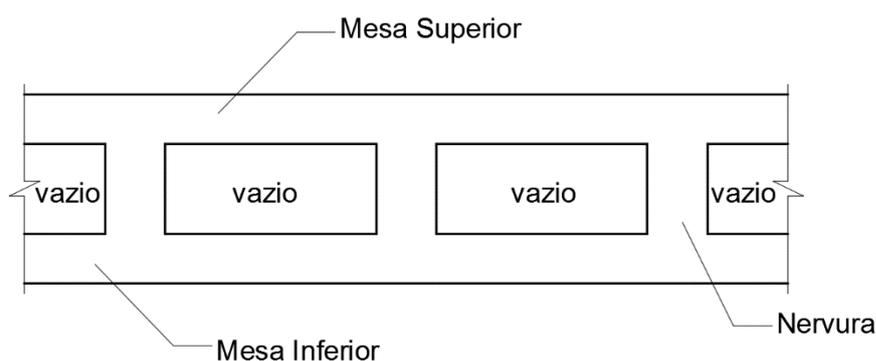
Figura 22 - Laje nervurada invertida



Fonte: Adaptado pelo autor de Silva (2005).

Já nas lajes nervuradas duplas existem duas mesas de concreto, uma inferior e outra superior, no meio das quais se encontram as nervuras, conforme figura 23. Os espaços entre elas podem ser preenchidos por materiais de enchimento, que servirão conseqüentemente como fôrma, ou permanecer vazios, sendo, portanto, necessária a utilização de fôrmas para sua execução, as quais serão perdidas no processo. Assim como as lajes nervuradas invertidas, estas estão em desuso devido à complexidade de sua execução (SILVA, 2005; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Figura 23 - Laje nervurada dupla



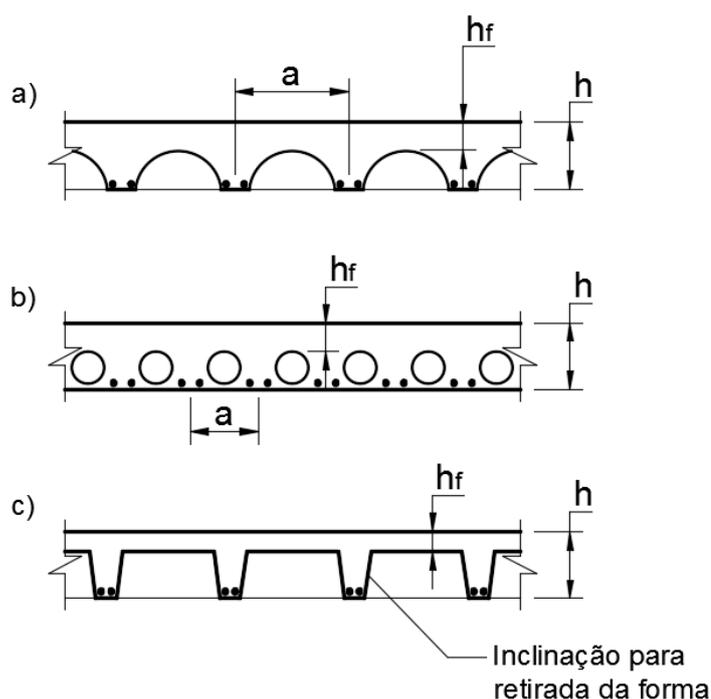
Fonte: Adaptado pelo autor de Silva (2005).

Segundo Carvalho e Pinheiro (2013), além dos tipos citados anteriormente, existem outros tipos de lajes nervuradas, como apresentado abaixo e ilustrado na figura 24:

- a) Laje nervurada meio tubo: quando o espaçamento entre nervuras possui o formato de meio círculo;

- b) Laje nervurada estrutubo: quando o espaçamento entre nervuras possui o formato de um círculo;
- c) Laje nervurada modulada: ocorre quando o espaçamento entre nervuras tem formato trapezoidal, onde a pequena inclinação do trapézio visa facilitar a desforma e, conseqüentemente, o reaproveitamento da mesma.

Figura 24 - Outros tipos de lajes nervuradas



Fonte: Adaptado pelo autor de Carvalho e Pinheiro (2013).

2.3.3.2 Pré-moldadas

Segundo Franca e Fusco (1997), as lajes nervuradas pré-fabricadas foram um avanço tecnológico quanto às lajes nervuradas moldadas no local e, além disso, foram a solução espontânea para a redução dos custos da construção civil, que aumentaram drasticamente com a supressão das florestas que proviam madeira para a fabricação de fôrmas e escoramentos, bem como com o aumento dos encargos da mão de obra e da crescente necessidade de construções mais baratas e rápidas, por conta da explosão demográfica.

Lajes pré-moldadas ou pré-fabricadas são aquelas moldadas parcial ou totalmente em fábricas, transportadas e montadas na obra, eliminando grande parte

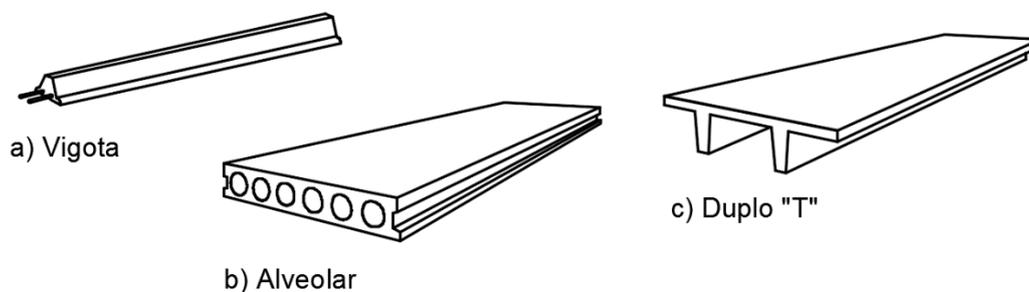
dos escoramentos necessários (GUERRIN e LAVAU, 2002; CARVALHO e FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Para Silva (2005), lajes nervuradas pré-moldadas são aquelas em que as nervuras da laje são construídas fora do lugar em que permanecerão ao longo de sua vida útil. Segundo o autor, a concepção deste tipo de laje envolve a utilização de vigotas pré-moldadas, elementos leves, que são dispostos entre as vigotas com a finalidade de fazer o enchimento da estrutura e servem, simultaneamente, como fôrma para a mesa da laje, aço e concreto para o capeamento da laje.

Em resumo, é a laje formada por nervuras pré-moldadas, elementos leves de enchimento e uma capa de concreto moldado in loco, formando uma seção de laje resistente a flexão (FRANCA e FUSCO, 1997).

De acordo com Carvalho e Pinheiro (2013), as lajes pré-fabricadas se dividem de acordo com o tipo de nervura utilizada, podendo ser nervuradas com vigotas, lajes alveolares ou duplo "T", também chamada de laje π , conforme figura 25.

Figura 25 - Lajes pré-fabricadas



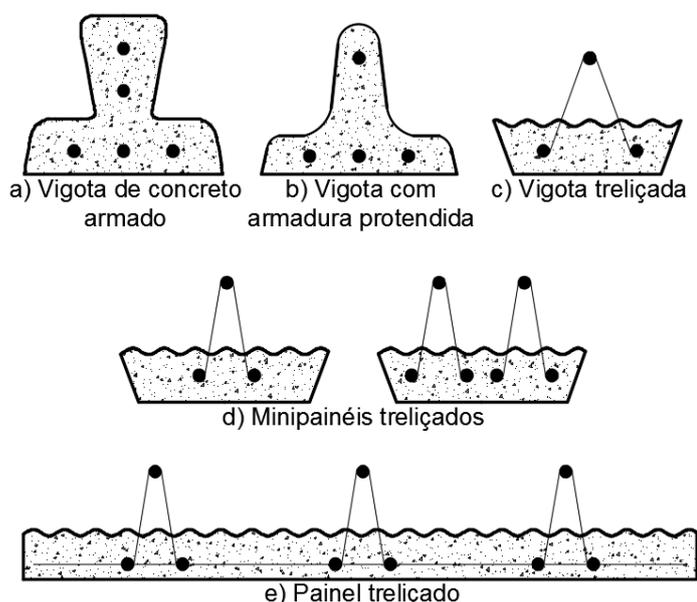
Fonte: Adaptado pelo autor de Cunha e Souza (1998).

O item 4.1 da NBR 14859-1:2016 – Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 1: vigotas, minipainéis e painéis – requisitos, cita os seguintes tipos de elementos estruturais pré-fabricados (figura 26):

- a) Vigota com armadura simples: elemento com armadura principal passiva, formada por fios ou barras;
- b) Vigota com armadura protendida: elemento com armadura principal ativa, constituída por fios aderentes;

- c) Vigota com armadura treliçada: são elementos com armadura treliçada eletrossoldada, sendo capaz de possuir armadura passiva, quando necessário;
- d) Minipainel treliçado: elemento de até 400 mm de largura, com uma ou duas armaduras treliçadas eletrossoldadas, podendo ou não ter armadura passiva inferior;
- e) Painel treliçado: trata-se de um elemento similar ao minipainel treliçado, que difere apenas na largura, sendo esta superior a 400 mm.

Figura 26 - Tipos de elementos pré-fabricados



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 14859-1.

2.3.4 Elementos de enchimento

As lajes nervuradas podem ou não ser preenchidas por materiais de enchimento, inertes e sem função estrutural, que farão parte da estrutura da laje após sua execução. Estes elementos servem para o preenchimento das nervuras, permitindo assim um acabamento plano para o teto, além disso, servem como fôrmas para execução da mesa da laje, bem como para as laterais das nervuras (SILVA, 2005).

Tendo em vista que uma das maiores vantagens das lajes nervuradas é a redução do peso próprio da estrutura, é recomendável que os materiais utilizados para

o enchimento possuam pouco peso próprio e que tenham custo inferior ao concreto (SILVA, 2005).

Pinheiro e Razente (2003) salientam que o material de enchimento deve ser o mais leve possível e deve ter resistência suficiente para suportar os procedimentos da execução, embora a mesma não seja considerada no dimensionamento da laje. Os materiais de enchimento mais usuais são os blocos cerâmicos, blocos de concreto celular e blocos de EPS (PINHEIRO e RAZENTE, 2003; SILVA, 2005).

2.3.4.1 Blocos cerâmicos

De acordo com Pinheiro e Razente (2003), os blocos cerâmicos vazados são tradicionalmente usados nas lajes nervuradas com vigotas pré-moldadas, visto que são de fácil execução. Além disso, destaca que os blocos cerâmicos são melhores isolantes térmicos se comparados ao concreto maciço.

Ainda que os blocos cerâmicos sejam usuais para a execução de lajes em edificações, seu peso próprio, embora inferior ao do concreto, é relativamente elevado, dificultando a redução do peso próprio da estrutura (PINHEIRO e RAZENTE, 2003; SILVA, 2005).

Silva (2005) explica que, embora possuam resistência suficiente para aguentar as cargas geradas por pessoas e equipamentos durante a execução, os blocos são facilmente quebrados, o que, por sua vez, dificulta o corte dos mesmos. Além disso, possuem um elevado coeficiente de absorção e necessitam ser constantemente molhados durante a concretagem para evitar a absorção da água do concreto.

Ademais, quando utilizados para enchimento de lajes nervuradas bidirecionais, o autor destaca que é necessário fazer a vedação dos furos dos blocos, a fim de evitar que o concreto penetre nos mesmos durante a concretagem e impedir um consumo maior de concreto (SILVA, 2005).

2.3.4.2 Blocos de concreto celular

De acordo com Silva (2005), o concreto celular é composto por areia média, cimento, fibras de polipropileno, água e bolhas de ar, assim transformando os blocos em elementos bastante leves, permitindo a redução do peso próprio da estrutura e

facilitando o manuseio. Além disso, o concreto celular é um material de baixa condutividade térmica, fazendo destes bons isolantes térmicos.

Embora o mercado disponibilize blocos de concreto celular de diversas medidas, estes podem ser fabricados com qualquer medida. Além disso, os blocos não quebram facilmente, possibilitando o corte através de serras (SILVA, 2005).

2.3.4.3 Blocos de EPS

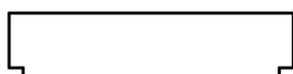
Segundo Pinheiro e Razente (2003) e Silva (2005), os blocos de EPS (poliestireno expandido), material plástico comumente chamado de isopor, têm características adequadas para a aplicação como enchimentos de lajes nervuradas e os mesmos tem ganhado espaço na construção civil, principalmente junto a vigotas treliçadas pré-moldadas.

Albuquerque (1999) explica que o EPS é um material extremamente leve, tendo mais de 90% de ar em sua composição, reduzindo, desta forma, o peso próprio da estrutura, além de ser facilmente transportado.

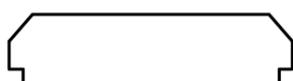
Franca e Fusco (1997) destacam que os blocos de EPS são obtidos a partir de peças grandes, das quais é possível produzir elementos das mais variadas formas. Embora as formas mais comuns sejam as apresentadas na figura 27, normalmente eles são produzidos em blocos com dimensões de 100 cm x 100 cm x 400 cm.

Figura 27 - Formas mais comuns para blocos de EPS

Blocos de EPS para
Lajes Nervuradas Unidirecionais



Seção 01

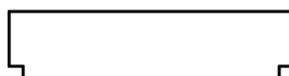


Seção 02

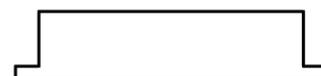


Seção 03

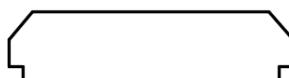
Blocos de EPS para
Lajes Nervuradas Bidirecionais



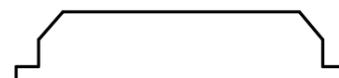
Seção 01



Seção 03



Seção 02



Seção 04

Fonte: Adaptado pelo autor de Franca e Fusco (1997).

Embora os blocos permitam uma grande facilidade de corte, eles apresentam boa resistência quanto aos esforços provenientes do manejo e das etapas do processo executivo da laje, além de manter uma vedação eficiente (FRANCA e FUSCO, 1997; PINHEIRO e RAZENTE, 2003).

O EPS possui coeficiente de absorção e módulo de elasticidade pequenos, favorecendo, respectivamente, a cura do concreto aplicado sobre ele e a distribuição adequada das cargas ao longo dos apoios, além de uma boa vedação das juntas dos blocos (FRANCA e FUSCO, 1997; ALBUQUERQUE, 1999; PINHEIRO e RAZENTE, 2003).

Ademais, a utilização de EPS como enchimento de lajes nervuradas permite uma finalização plana do teto, ou seja, da parte inferior da laje nervurada, permitindo assim que o mesmo esteja pronto para receber acabamento, como a aplicação de chapisco, reboco ou gesso. Além disso, o EPS promove um ótimo isolamento termo acústico (FRANCA e FUSCO, 1997; ALBUQUERQUE, 1999; PINHEIRO e RAZENTE, 2003; SILVA, 2005).

Franca e Fusco (1997) destacam ainda que os blocos de EPS são especialmente eficientes em lajes nervuradas bidirecionais, visto que os mesmos são extremamente leves e fazem uma boa vedação, impedindo que o concreto penetre em seu interior, como pode acontecer com os blocos cerâmicos.

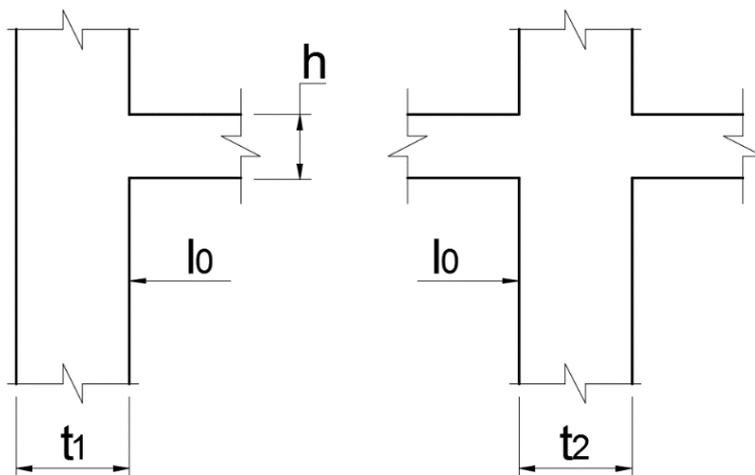
2.3.5 Recomendações normativas

2.3.5.1 Vãos efetivos

Segundo o item 14.7.2.2 da NBR 6118:2014, quando os apoios forem suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo de placas e lajes deve ser calculado através da seguinte fórmula:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (1)$$

Onde, a_1 é o menor valor entre $t/2$ e $0,3h$, enquanto a_2 é o menor valor entre $t/2$ e $0,3h$. A figura 28 ilustra.

Figura 28 - Vãos efetivos para lajes

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

2.3.5.2 Classe de agressividade ambiental – Cobrimento

De acordo com o item 6.4.1 da NBR 6118:2014, a agressividade ambiental está relacionada as ações físicas e químicas que atuam na estrutura de concreto, sem levar em consideração as ações mecânicas sofridas pela estrutura, tais como variação térmica e retração hidráulica.

Levando em consideração as condições do ambiente em que a estrutura de concreto armado está exposta, os projetos devem ser classificados de acordo com a tabela 1.

Tabela 1 - Classe de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a,b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a,b}	
IV	Muito Forte	Industrial ^{a,c}	Elevado
		Respingos de maré	

a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

De acordo com Botelho e Marchetti (2015), com o objetivo de aumentar a vida útil das estruturas de concreto armado, a NBR 6118:2014 fez uma importante contribuição a proteção das armaduras ao estipular os cobrimentos mínimos.

Segundo a norma, o cobrimento mínimo é o menor valor que deve ser respeitado ao longo de todo o elemento estrutural e é dado em função da classe de agressividade ambiental da construção, em relação ao ambiente em que a mesma será inserida.

Através da classe de agressividade da edificação, é possível identificar os cobrimentos mínimos exigidos para cada tipo de estrutura, conforme tabela 2.

Tabela 2 - Relação entre classe de agressividade ambiental e cobertura nominal

Tipo de Estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobertura nominal (mm)			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

^a Cobertura nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobertura da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobertura nominal ≥ 15 mm.

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobertura nominal ≥ 45 mm.

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

A norma ainda determina que, quando houver um rigoroso controle de qualidade e limites rigorosos para a verificação da variabilidade das medidas de cobertura durante a execução, é possível adotar $\Delta c = 5$ mm, desde que explicitadas em projeto. Sendo assim, é permitida a redução de 5 mm do cobertura nominal.

Além disso, os itens 7.4.7.4 e 7.4.7.5 estabelecem:

Os cobrimentos nominais e mínimos estão sempre referidos à superfície da armadura externa, em geral à face externa do estribo. O cobertura nominal de uma determinada barra deve sempre ser:

- a) $c_{nom} \geq f_{barra}$;
- b) $c_{nom} \geq f_{feixe} = f_n = f_n$;
- c) $c_{nom} \geq 0,5 f_{bainha}$.

A dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar em 20 % a espessura nominal do cobertura, ou seja: $d_{máx} \leq 1,2 c_{nom}$

2.3.5.3 Dimensões limites

De acordo com o item 13.2.4.2 da NBR 6118:2014, as lajes nervuradas devem atender algumas dimensões limites quanto às espessuras de mesa e nervura, tais quais:

A espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a $1/15$ da distância entre as faces das nervuras (l_0) e não menor que 4 cm.

O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm. Para tubulações com diâmetro F maior que 10 mm, a mesa deve ter a espessura mínima de $4 \text{ cm} + F$, ou $4 \text{ cm} + 2F$ no caso de haver cruzamento destas tubulações.

A espessura das nervuras não pode ser inferior a 5 cm.

Nervuras com espessura menor que 8 cm não podem conter armadura de compressão.

Ademais, a norma delimita também os espaçamentos entre nervuras citados a seguir:

- a) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- b) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- c) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

2.3.5.4 Aberturas

Carvalho e Pinheiro (2013) explicam que quaisquer furos ou aberturas feitas em elementos estruturais causam uma concentração de tensões em seus perímetros, podendo ser prejudiciais à estrutura.

A NBR 6118:2014 define furo como o orifício com dimensões pequenas se comparadas às dimensões da estrutura, enquanto aberturas são os orifícios de

maiores dimensões. Estabelece também que um conjunto de furos deve ser considerado como abertura.

Todavia, frequentemente é necessário fazer aberturas em lajes para a passagem de instalações prediais e, portanto, é necessário seguir as especificações da norma vigente a fim de não comprometer a estrutura (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

O item 13.2.5.1 da NBR 6118:2014 estabelece que, em qualquer caso, a distância mínima entre um furo e a face mais próxima da viga deve ser de 5 cm ou o dobro do cobrimento previsto para a face. Salienta ainda que a seção restante, após a execução do furo, deve resistir aos esforços previstos, bem como permitir uma boa concretagem. Além disso, determina que, para dispensa de verificação, devem ser respeitadas as seguintes condições:

- a) furos em zona de tração e a uma distância da face do apoio de no mínimo 2 h, onde h é a altura da viga;
- b) dimensão do furo de no máximo 12 cm e $h/3$;
- c) distância entre faces de furos, em um mesmo tramo, de no mínimo 2 h;
- d) cobrimentos suficientes e não seccionamento das armaduras.

A norma determina que sempre deve ser realizada a verificação de resistência e deformação para as lajes lisas e lajes cogumelo. Entretanto, para os demais tipos de lajes, essas verificações podem ser dispensadas quando forem armadas em duas direções, além de atenderem as seguintes condições:

- a) as dimensões da abertura devem corresponder no máximo a $1/10$ do vão menor (l_x);
- b) a distância entre a face de uma abertura e o eixo teórico de apoio da laje deve ser igual ou maior que $1/4$ do vão, na direção considerada; e
- c) a distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão.

2.3.5.5 Estado-limite último

A NBR 6118:2014 define estado-limite último como qualquer forma de ruína ou colapso estrutural que leve a interdição da edificação.

Os estados-limites últimos são, em suma, verificados durante toda a primeira fase de dimensionamento de uma estrutura e, a fim de garantir a segurança da mesma, são considerados, nos cálculos, coeficientes de majoração de cargas e minoração de resistências, entre outras coisas (ARAÚJO, 2014).

De acordo com a NBR 6118:2014, para garantir a segurança das estruturas de concreto armado, é necessário fazer as seguintes verificações quanto aos estados limites últimos:

- a) Quanto a perda de equilíbrio da estrutura, considerando-a como um corpo rígido;
- b) Para o esgotamento, total ou parcial, da capacidade resistente da estrutura, considerando solicitações normais e tangenciais, efeitos de segunda ordem, exposição ao fogo e ações sísmicas;
- c) Considerando solicitações dinâmicas;
- d) Quanto ao colapso progressivo;
- e) Para casos especiais, que podem ocorrer eventualmente.

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) salientam que os métodos de verificação dos estados limites são processos simplificados, chamados de semiprobabilísticos, visto que métodos probabilísticos seriam extremamente complexos.

Além disso, os autores explicam que se admite segurança em uma estrutura quando as solicitações de cálculo forem, no máximo, iguais a resistência da mesma de acordo com o estado-limite considerado.

Fernandes (2006) explica que, em uma seção de concreto submetida a solicitações normais, o estado-limite último pode ser atingido por deformação plástica excessiva da armadura, por esmagamento do concreto na flexão ou esmagamento do concreto na compressão.

2.3.5.6 Estados-limites de serviço

Os estados-limites de utilização são aqueles que verificam o comportamento da estrutura frente às condições de uso normal da mesma, ou seja, considerando o comportamento da estrutura diante de ações permanentes ou frequentes. Além disso, os ELS estão relacionados a durabilidade da edificação, bem como a sua aparência e ao conforto proporcionado o usuário (CAMACHO, 2005; ARAÚJO, 2014).

Leonhardt (1979) destaca que, em alguns casos, a deficiência da capacidade de utilização da estrutura é causada por erros de projeto ou devido a erros de execução.

Carvalho e Figueiredo Filho (2014) explicam que, de acordo com a NBR 8681:2003, os estados-limites de serviço ocorrem devido a ação combinadas e estas podem ter permanências diferentes na estrutura, tais quais:

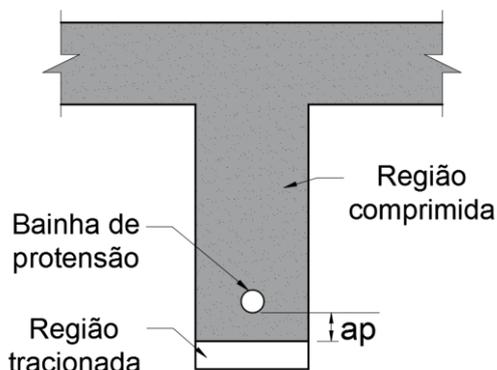
- a) combinações quase permanentes: combinações que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, da ordem da metade deste período;
- b) combinações frequentes: combinações que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura, da ordem de 10^5 vezes em 50 anos, ou que tenham duração total igual a uma parte não desprezível desse período, da ordem de 5%;
- c) combinações raras: combinações que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura.

Araújo (2014) explica que a verificação dos estados-limites de serviço consiste, basicamente, em comprovar a não ocorrência de deformações excessivas e fissurações inaceitáveis.

O item 3.2 da NBR 6118:2014 define que, para garantir a segurança da estrutura, é necessário fazer a verificação dos seguintes estados-limites de serviço:

- a) Formação de fissuras (ELS-F): condição em que se inicia a formação de fissuras, ocorrendo quando, na seção transversal, a tensão de tração máxima for igual a $f_{ct,f}$;
- b) Abertura de fissuras (ELS-W): ocorre quando as fissuras apresentam aberturas iguais as máximas permitidas;
- c) Deformação excessiva (ELS-DEF): estado em que as deformações atingem os limites permitidos;
- d) Descompressão (ELS-D): condição mais usual em concreto protendido e ocorre quando a tensão normal é nula em um ou mais pontos, não havendo tração no restante da seção;
- e) Descompressão parcial (ELS-DP): também usual a concreto protendido e, como ilustrado na figura 29, refere-se a compressão da seção transversal na região das armaduras ativas;

Figura 29 - Estado limite de descompressão parcial



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 14859-1.

- f) compressão excessiva (ELS-CE): usual durante a aplicação de protensão do concreto, ocorre quando as tensões de compressão atingem o limite;
- g) vibrações excessivas (ELS-CE): condição em que as vibrações chegam ao limite estabelecido.

2.3.6 Métodos de cálculo

De acordo com Silva, Figueiredo Filho e Carvalho (2003) durante muito tempo a análise de pavimentos de edifícios foi feita de maneira simplificada, já que para analisar um pavimento como um todo eram necessárias a resolução simultânea de uma grande quantidade de equações. Contudo, com o avanço tecnológico e o surgimento de programas para análise estrutural, é possível fazer a análise do comportamento do pavimento como um todo, além de considerar todas as variáveis pertinentes à estrutura em análise.

Já segundo Dias (2003), os métodos simplificados ainda são muito utilizados para a análise do comportamento estrutural de lajes nervuradas, pois, mesmo não representando o comportamento exato destas estruturas, são facilmente encontrados e resolvidos nos *softwares* difundidos no mercado.

Araújo (2014) salienta que, quando forem atendidas as recomendações normativas especificadas pela NBR 6118:2014, é possível analisar o comportamento estrutural de uma laje nervurada como se a mesma fosse uma laje maciça de espessura equivalente.

Além disso, Donin (2007) explica que existem diversos métodos de cálculo empregáveis para analisar o comportamento estrutural de lajes nervuradas, como a teoria de placas, o método dos elementos finitos, o método da analogia de grelhas e o método dos pórticos equivalentes.

2.3.6.1 Teoria de placas

De acordo com Cunha e Souza (1998) e Bastos (2015), a teoria de placas foi elaborada a partir da teoria matemática da elasticidade e, através da mesma, é possível determinar os valores das grandezas presentes em qualquer ponto da laje, tais como solicitações, tensões, deformações, deslocamentos, entre outros.

Contudo, segundo Cunha e Souza (1998) a teoria das placas é desvantajosa quando utilizada para a análise de estruturas com geometrias, carregamentos ou contornos complexos, visto que apresenta dificuldades para a obtenção da solução e, nos casos em que a encontra, resulta em um trabalhoso processo de cálculo.

Tendo em vista que as propriedades de flexão de uma placa variam em função de sua espessura e da grandeza das deflexões, os autores explicam que a partir desta premissa é possível analisar o elemento estrutural de acordo com três teorias distintas de cálculo, tais quais:

- a) Placas finas sujeitas a pequenas deflexões: são aquelas que sofrem deflexões tão pequenas quando comparadas a sua espessura e, portanto, considera-se que a deformação é desprezível, ou seja, que a placa permanece neutra.
- b) Placas finas sujeitas a grandes deflexões: nestes casos ocorrem deflexões grandes quando comparadas a espessura da placa e é importante levar em consideração o efeito de membrana, ou seja, a deformação da superfície média ocorrida em função da deflexão da placa, na derivação da equação geral, onde obtém-se equações de difícil solução.
- c) Placas espessas: aplicado a placas de grande espessura, principalmente nos casos em que as mesmas recebem a aplicação de intensas cargas concentradas. Esta teoria considera as placas como estruturas tridimensionais que podem ser solucionadas pela teoria da elasticidade e, além disso, não é possível desprezar as deformações e as tensões presentes na placa.

2.3.6.2 Analogia de grelhas

Timoshenko e Woinowsky (1959) *apud* Silva (2005) destacam que a teoria de grelhas, também chamada de analogia de grelhas equivalentes, foi utilizada pela primeira vez em 1932 por Marcus, a fim de calcular as solicitações de placas com bordas verticalmente indeslocáveis.

Segundo Araújo (2014), a teoria de grelhas é um método simplificado muito útil para a análise de lajes e através dele se admite que o material da laje possui comportamento elástico linear. Além disso, a analogia da grelha equivalente é o método numérico mais utilizado para a análise dessas estruturas, tendo em vista que está implementado em vários *softwares* presentes no mercado.

De acordo com Bocchi Jr. (1995), a utilização deste método para determinar as solicitações e os deslocamentos de lajes nervuradas foi impulsionada pela evolução da informática no cálculo de estruturas. Ademais, salienta que, tendo em vista que o método possui alto grau de hiperasticidade e deslocabilidade, a complexidade de resolução do mesmo foi sanada pelos programas rápidos e de fácil manipulação.

Figueiredo Filho (1989) explica que o método da analogia de grelhas consiste na substituição de uma laje por uma malha de vigas equivalentes, onde as cargas distribuídas se dividem entre as vigas e as cargas concentradas são aplicadas diretamente sobre as vigas ou nós.

O método divide uma laje em um número adequado de faixas, com larguras variáveis de acordo com a geometria do pavimento, que serão substituídas por elementos de barra em seus eixos, obtendo assim uma grelha equivalente ao pavimento em análise (SILVA, FIGUEIREDO FILHO e CARVALHO, 2003).

Ademais, é necessário fazer uso de *softwares* para a análise de lajes nervuradas, já que as mesmas geram, em função da grande quantidade de nervuras, grelhas complexas com grande quantidade de nós e barras, onde usualmente aplica-se seção em “T” para as nervuras e seção retangular para as vigas do pavimento (SILVA, 2005; DONIN, 2007).

Além disso, segundo Donin (2007) é importante definir adequadamente a rigidez e a malha equivalente, de forma a obter as solicitações e deformações correspondentes à estrutura real.

2.3.6.3 Pórticos equivalentes

De acordo com a NBR 6118:2014, quando os pilares da estrutura estiverem dispostos em fila regular e com vãos semelhantes, é possível utilizar pórticos equivalentes para calcular e obter os esforços solicitantes da mesma.

Segundo Figueiredo Filho (1989) o método consiste na representação de uma estrutura através de pórticos das duas direções dos planos ortogonais da mesma. Os pórticos são centrados nas linhas que unem o centro dos pilares e devem ter largura definida pelas linhas centrais dos painéis adjacentes.

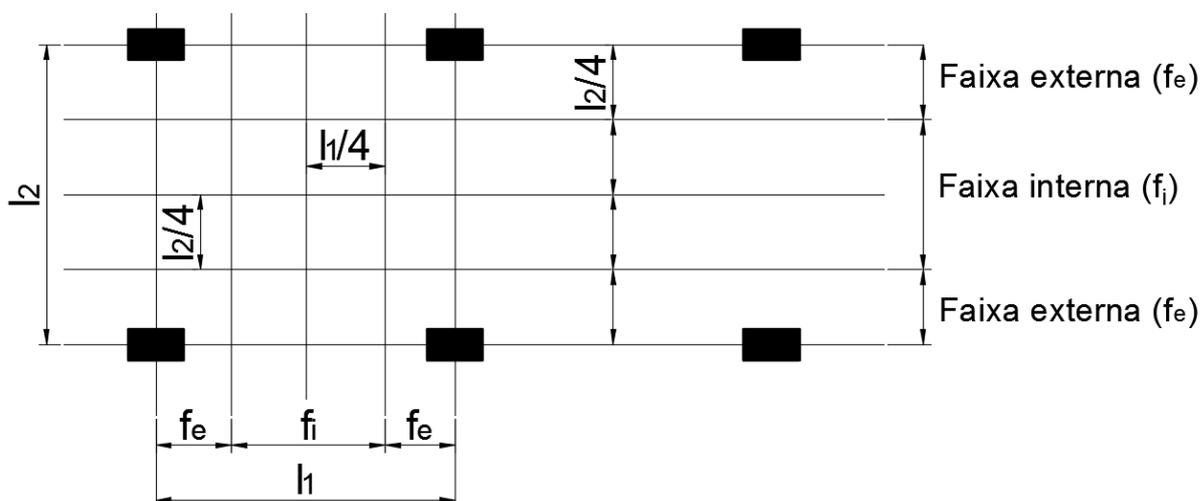
Já Cunha e Souza (1998) explicam que o método dos pórticos equivalentes, também chamado de método dos pórticos múltiplos, supõe a divisão da estrutura, em ambas as direções, em uma série de pórticos formados por um conjunto de colunas e barras, sendo a inércia dos elementos igual à da região da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares.

Ademais, os pórticos de cada direção são calculados de forma independente, com a aplicação da carga total e levando em consideração as hipóteses de arranjos de cargas que levarão a obtenção dos esforços mais desfavoráveis para a estrutura (CUNHA e SOUZA, 1998).

A NBR 6118:2014 salienta que se obtém os momentos fletores, para cada direção, através das maneiras citadas abaixo e estes devem ser distribuídos de acordo com as faixas da figura 30:

- a) 45 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

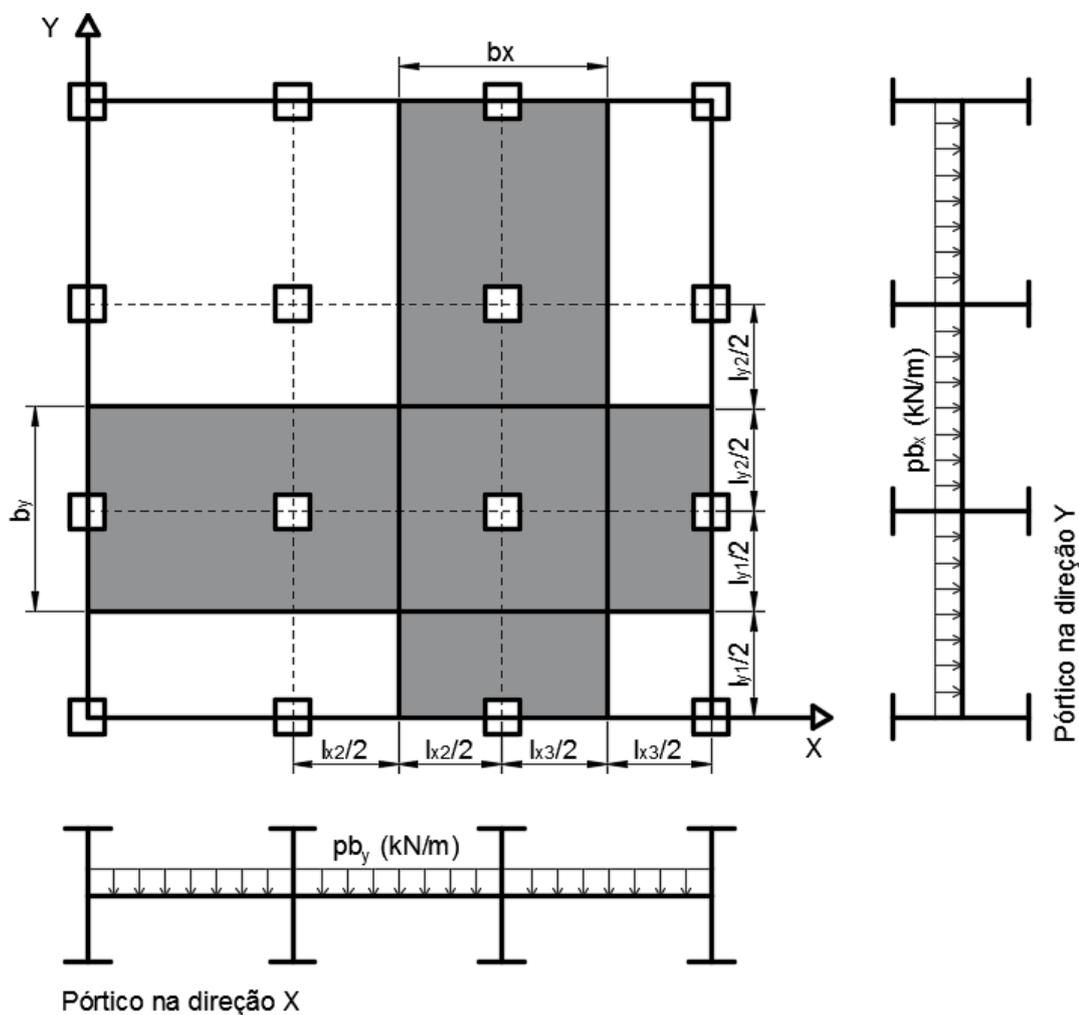
Figura 30 - Faixas de lajes para distribuição dos esforços nos pórticos múltiplos.



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

Já segundo Araújo (2014), a utilização do método dos pórticos equivalentes só é possível quando os vãos da laje possuírem dimensões similares, como ilustrado na figura 31. Em suma, este método de cálculo só deve ser utilizado quando a relação entre o maior e o menor vão for inferior a 30%.

Figura 31 - Método dos pórticos equivalentes.



Fonte: Adaptado pelo autor de Araújo (2014).

2.4 Dimensionamento de lajes em concreto armado

2.4.1 Classes do concreto

A NBR 8953:2015 é responsável pelas classificações do concreto, sendo estas feitas de acordo com a massa específica, a resistência à compressão axial e a consistência do concreto.

Conforme a tabela 3, a norma classifica os concretos com fins estruturais em grupo I e II, sendo esses determinados a partir da resistência à compressão obtida em ensaios de corpo de prova.

Tabela 3 - Classes de resistência do concreto

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão (Mpa)	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão (Mpa)
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

Entretanto, ressalta que concretos pertencentes a classe C20 ou que possuam resistências inferiores não são estruturais e, caso sejam utilizados, devem atender ao desempenho estipulado pelas NBR 6118:2014 e NBR 12655:2015.

2.4.2 Módulo de elasticidade do concreto

Também denominado como módulo de Young, o módulo de elasticidade é a razão entre a aplicação de força em corpo e a deformação imediata causada neste, sendo as propriedades materiais do corpo ensaio responsável pelo valor do módulo.

De acordo com NBR 6118:2014 o módulo de elasticidade do concreto deve ser obtido através de ensaios normatizados, sendo considerado o módulo de deformação inicial obtido aos 28 dias de idade.

Já para casos em que não forem realizados ensaios, admite-se como módulo de elasticidade inicial os resultados obtidos a partir das equações abaixo, sendo estas, respectivamente, para as classes de concreto C20 até C50 e C55 até C90.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (2)$$

$$E_{ci} = 21,5 \times 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (3)$$

Onde:

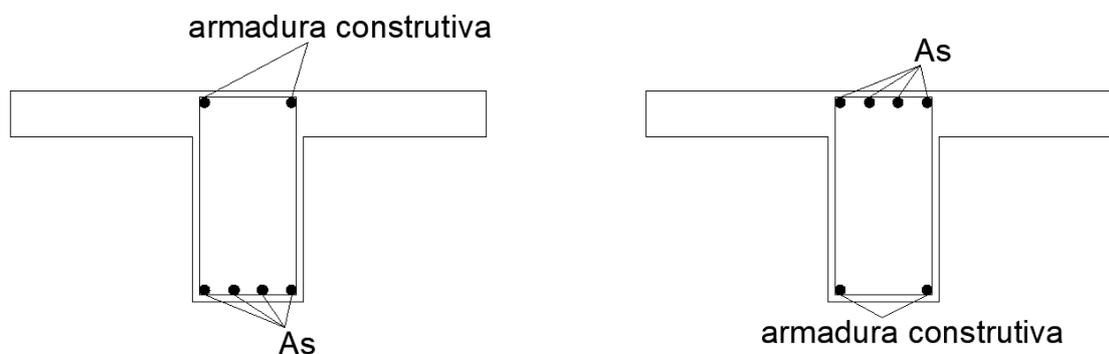
$$\alpha_E = 1,2, \text{ para basalto e diabásico;}$$

E_{ci} e f_{ck} dados em megapascal (MPa).

2.4.3 Dimensionamento à flexão

Segundo Donin (2015), seções T que possuem apenas armadura de flexão para resistir aos esforços de tração, situadas próximas a borda tracionada da seção e com armaduras construtivas na borda comprimida da seção, são também chamadas de seções T com armadura simples. A figura 32 abaixo ilustra essa disposição, tanto para momento fletor positivo como para momento fletor negativo.

Figura 32 - Seção T com armadura simples



a) para momento fletor positivo;

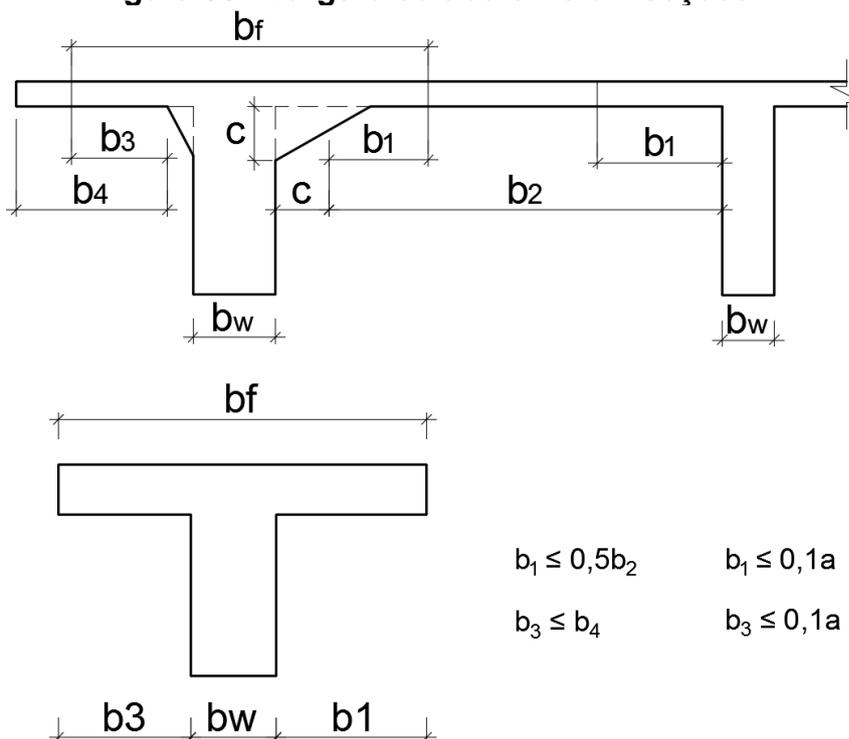
b) para momento fletor negativo.

Fonte: Adaptado pelo autor de Donin (2015).

Já de acordo com a NBR 6118:2014, quando a mesa da seção T encontra-se comprimida no dimensionamento da armadura de flexão, considera-se a contribuição desta no cálculo, sendo assim calculado como seção T ($bf \cdot h$).

Conforme figura 33, a largura bf deve ser definida em função da largura b_w da viga, sendo esta acrescida, para cada lado da viga em que exista laje colaborante, de no máximo 10% da distância entre as posições de momentos fletores nulos (DONIN, 2015).

Figura 33 - Largura colaborante em seções T



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

Além disso, a norma estabelece duas hipóteses para o dimensionamento de uma seção T, sendo estas em função da posição em que se encontra a linha neutra da seção transversal:

a) Linha neutra posicionada dentro da região da mesa:

Ocorre quando a posição da linha neutra, representada por $0,8x$, é menor ou igual a altura da mesa e, conseqüentemente, a seção comprimida de concreto será retangular e representada pela área $bf \cdot 0,8x$. Essa hipótese admite que o dimensionamento seja feito como se a seção fosse retangular, considerando para tal uma largura bf , ao invés de b_w , e uma seção $bf \cdot h$.

A partir desta hipótese, tem-se as seguintes equações de dimensionamento:

$$M_d = 0,68 \cdot b_w \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4x) \quad (4)$$

Onde:

b_w é a largura da seção;

x é a posição da linha neutra;

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão;

d é a altura útil;

M_d é o momento interno resistente, proporcionado pelo concreto comprimido;

Já para determinar a área de armadura tracionada, faz-se uso da seguinte equação:

$$A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd}(d - 0,4x)} \quad (5)$$

Onde:

A_s = Área da armadura longitudinal de tração;

σ_{sd} = Tensão solicitante de cálculo.

b) Linha neutra posicionada entre a mesa e 80% do valor de x :

Ocorre quando a posição da linha neutra é maior que a altura da mesa, ou seja, $0,8x > hf$. Nesta hipótese, a seção comprimida de concreto será composta por três retângulos, formando assim um "T".

Tendo em vista a não aplicabilidade das equações utilizadas para a seção retangular e visando simplificar o dimensionamento, definiu-se a seguinte sequência de cálculo:

O momento fletor total é composto por duas parcelas, sendo elas M_{1d} e M_{2d} , de forma que:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} \quad (6)$$

Determina-se o momento fletor referente a primeira parcela (M_{1d}), proporcionado pela armadura A_{s1} e pela mesa comprimida, através do equilíbrio dos momentos fletores na linha de ação da armadura A_{s1} :

$$M_{1d} = (b_f - b_w) h_f 0,85 f_{cd} (d - 0,5 h_f) \quad (7)$$

Onde:

b_f é a largura colaborante da mesa de uma viga;

h_f é a altura da mesa de uma viga;

Já para a determinação da segunda parcela do momento fletor total (M_{2d}) pode-se utilizar as equações propostas para uma seção retangular, a partir da aplicação da equação 4.

Através da determinação dos momentos fletores, obtém-se as respectivas parcelas de armadura, sendo estas A_{s1} e A_{s2} :

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd}(d - 0,5h_f)} \quad (8)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{f_{yd} (d - 0,4x)} \quad (9)$$

Onde:

f_{yd} é a resistência de cálculo do aço;

A partir das parcelas de armadura obtidas, calcula-se a área total de armadura:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (10)$$

2.4.4 Comprimento de ancoragem

O comprimento de ancoragem deve ser suficiente para garantir que os esforços da barra sejam transferidos para outra barra e/ou para o concreto, sendo, portanto, determinado pela NBR 6118:2014 e calculado pela equação 11 e 12.

$$l_b = \frac{\emptyset f_{yd}}{4 f_{bd}} \geq 25\emptyset \quad (11)$$

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín} \quad (12)$$

Onde:

f_{bd} é a resistência de aderência de cálculo da armadura passiva;

l_b é o comprimento de ancoragem básico;

$l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem necessário;

$l_{b,mín}$ é o comprimento de ancoragem mínimo, dado pelo maior valor entre $0,3l_b$, 10ϕ e 100 mm ;

$\alpha = 1,0$ para barras sem gancho;

$\alpha = 0,7$ para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao gancho $\geq 3\phi$;

$\alpha = 0,7$ quando houver barras transversais soldadas;

$\alpha = 0,5$ quando houver barras transversais soldadas e gancho com cobrimento no plano normal ao do gancho $\geq 3\phi$;

2.4.5 Armadura mínima

De acordo com a norma vigente, deve-se sempre respeitar a taxa mínima absoluta, sendo esta de 0,15% da área de concreto da seção analisada.

Já para a determinação da armadura mínima de tração, deve-se dimensionar a seção a partir de um momento fletor mínimo, sendo este dado pela equação 13:

$$M_{d,mín} = 0,8 W_0 f_{ctk,sup} \quad (13)$$

Onde:

$M_{d,mín}$ é o momento fletor mínimo da seção;

W_0 é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada, dado pela razão entre o momento de inercia da seção bruta e a distância da linha neutra até a face mais tracionada da seção;

$f_{ctk,sup}$ é a resistência característica superior do concreto à tração;

Como alternativa, pode-se atender a armadura mínima através da utilização das taxas mínimas estabelecidas pela tabela 4 abaixo:

Tabela 4 - Taxa mínima de armadura de flexão

Forma da Seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_s, min / A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$, $Y_c = 1,4$ e $Y_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

2.4.6 Verificação quanto ao cisalhamento

A NBR 6118:2014 indica duas hipóteses de cálculo para a verificação do cisalhamento em lajes nervuradas, ou seja, fazer a verificação das solicitações cortantes incidentes de forma a evitar o cisalhamento da estrutura. Dessa forma, permitindo a verificação tanto como é feita em vigas, quanto como é feita em lajes maciças.

Além disso, a norma salienta que é necessário fazer a verificação da força cortante em elementos lineares e lajes quando $bw \geq 5d$.

2.4.6.1 Verificação em lajes

Segundo a NBR 6118:2014, quando a distância entre eixos das nervuras for de até 65 cm, os esforços cortantes podem ser verificados através dos parâmetros utilizados para lajes maciças, como:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (14)$$

$$V_{Rd1} = [T_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d \quad (15)$$

Onde:

$$T_{Rd} = 0,25 f_{ctd} \quad (16)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{Y_c} \quad (17)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \leq 0,02 \quad (18)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} \quad (19)$$

Sendo:

k é um coeficiente que possui os seguintes valores:

- Para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio

$$k = |1|;$$

- Para os demais casos $k = |1,6 - d|$, nunca menor que $|1|$, com d em metros;

f_{ctd} é a resistência de cálculo do concreto ao cisalhamento;

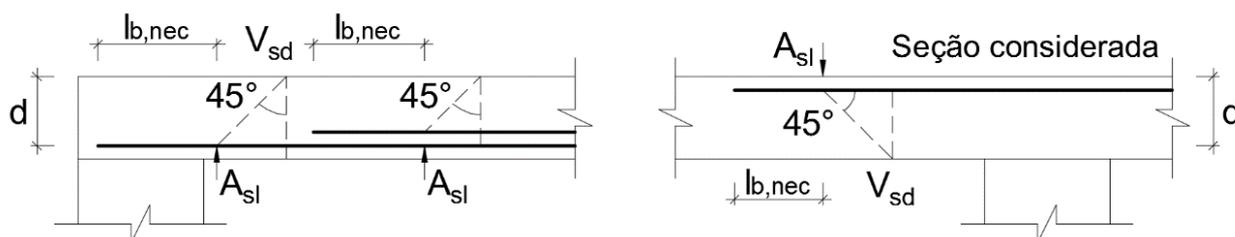
b_w é a largura mínima da seção ao longo da altura útil d ;

N_{sd} é a força longitudinal na seção devida à protensão ou carregamento;

A_{s1} é a área da armadura de tração que se estende até $d + l_{b,nec}$, onde

$l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem, conforme figura 34.

Figura 34 - Comprimento de ancoragem necessário



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

2.4.6.2 Verificação em vigas

Já quando o espaçamento entre os eixos das nervuras for maior que 65 cm e menor que 90 cm, os esforços cortantes podem ser verificados através dos parâmetros utilizados para vigas, conforme equações abaixo:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (20)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (21)$$

Onde:

V_{sd} é a força solicitante de cálculo na seção;

V_{Rd2} é a força cortante de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

V_{Rd3} é a força cortante de cálculo relativa à ruína por tração diagonal, sendo V_c a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

A norma vigente permite que a verificação ao cisalhamento seja feita a partir de dois modelos de cálculo, sendo estes baseados no ângulo de inclinação da armadura transversal. O modelo I é aplicado em estruturas com estribos posicionados a 45° do eixo longitudinal do elemento, já o modelo II é aplicado em estruturas com estribos posicionados em ângulos de 30° e 45°, como descrito a seguir.

2.4.6.2.1 Modelo de cálculo I

Para a verificação das diagonais comprimidas de concreto, utiliza-se a seguinte equação:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \quad (22)$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com o } f_{ck} \text{ expresso em megapascal (MPa);}$$

Já para a obtenção da armadura transversal, tem-se:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (23)$$

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) 0,9 d f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (24)$$

Onde:

$V_c = 0$, para elementos tracionados quando a linha neutra está fora da seção;

$V_c = V_{c0}$, na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = V_{c0}(1 + M_0 / M_{sd,máx}) \leq 2V_{c0}$, na flexo-compressão;

$V_{c0} = 0,6 f_{ctd} b_w d$;

$f_{ctd} = (f_{ctk,inf} / \gamma_C)$;

2.4.6.2.2 Modelo de cálculo II

De acordo com a norma, esse modelo aceita diagonais de compressão inclinadas, com ângulo com variação livre entre 30° e 45°, bem como a redução da parcela complementar V_c de acordo com o aumento de V_{sd} .

Para a verificação da diagonal comprimida de concreto, bem como para o cálculo da armadura transversal, utilizam-se as seguintes equações:

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \sin^2 \theta (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad (25)$$

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (26)$$

Onde:

$\alpha_{v2} = (1 - \frac{f_{ck}}{250})$, com o f_{ck} expresso em megapascal (MPa);

$V_{sw} = (A_{sw} / s) 0,9 d f_{ywd} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \sin \alpha$;

$V_c = 0$, para elementos tracionados quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{c1}$, quando a linha neutra corta a seção na flexão simples e na flexo-tração;

$V_c = V_{c1}(1 + M_0 / M_{sd,máx}) < 2V_{c1}$, na flexo-compressão, com:

$V_{c1} = V_{c0}$, quando $V_{sd} \leq V_{c0}$;

$$V_{c1} = 0, \text{ para } V_{Sd} = V_{Rd2}.$$

2.4.7 Flecha

Segundo a NBR 6118:2014, a verificação do estado limite de deformações em lajes, ou seja, a verificação da flecha, pode ser realizada de modo semelhante a verificação das vigas, levando em consideração a possibilidade de fissuração da mesma.

Conforme os procedimentos descritos na norma, a verificação da flecha é dividida em duas parcelas, sendo estas o cálculo da flecha imediata e da flecha deferida.

2.4.7.1 Flecha imediata

De acordo com o item 17.3.2.1.1 da norma, a verificação aproximada da flecha imediata pode ser realizada a partir da equação de rigidez equivalente expressa a seguir:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (27)$$

Onde:

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II,

calculado com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada;

M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

2.4.7.2 Flecha deferida no tempo

A flecha diferida no tempo é a deformação proveniente da existência de cargas de longa duração, em função da fluência. Sendo assim, pode ser obtida de maneira aproximada a partir da multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f , dado pela equação:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\varepsilon}{1 + 50\rho'} \quad (28)$$

Onde:

$$\rho' = \frac{As'}{bd};$$

ε é um coeficiente em função do tempo, podendo ser obtido através da tabela 5 ou calculado pelas equações abaixo:

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_0);$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32}, \text{ para } t \leq 70 \text{ meses};$$

$$\xi(t) = 2, \text{ para } t > 70 \text{ meses.}$$

Tabela 5 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

2.4.8 Punção

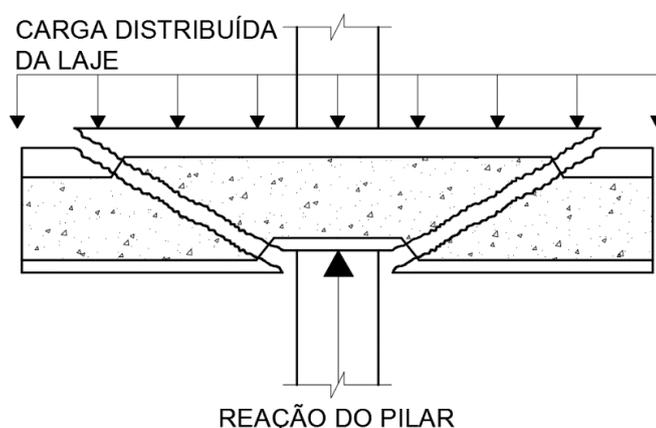
Camacho (2004) explica que punção é o fenômeno de ruptura localizada por corte, que ocorre principalmente no encontro de elementos lineares compridos com elementos planos, ou seja, no encontro de pilares com lajes.

Carvalho e Pinheiro (2013) salientam que este tipo de ruptura ocorre abruptamente e, por isso, podem levar a grandes consequências. Em vista disso, destacam que estes elementos devem possuir boa ductibilidade, isto é, a capacidade

de deformar-se antes de atingir a sua resistência última, a fim de mostrar visivelmente a incidência da patologia antes do rompimento.

A ruptura por punção ocorre quando o elemento plano se rompe através de sua perfuração, causada por altas tensões de cisalhamento provenientes de forças concentradas, e exibe um deslocamento vertical, partindo da superfície carregada e aumentando até a face posterior, levando assim a uma superfície de ruptura com forma tronco cônica, com inclinação variando de 30° a 45° em relação ao plano. A figura 35 demonstra esta ruptura (CAMACHO, 2004; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Figura 35 - Ruptura por punção



Fonte: Adaptado pelo autor de AltoQi.

Já de acordo com Araújo (2014), a ruptura por punção se dá através da propagação de fissuras inclinadas através da espessura da laje.

Além de causarem rupturas por punção, as cargas concentradas podem causar rupturas por flexão, que ocorrem através do esmagamento do concreto comprimido ou pela deformação plástica excessiva da armadura de tração, e ruptura por punção associada à flexão, que ocorre com a combinação do momento fletor e da força cortante que geram ações significativas para a ruptura (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Segundo a NBR 6118:2014, a verificação da punção é realizada a partir da verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas, sendo estas delimitadas ao redor dos pontos em que existem forças concentradas, como, por exemplo, um pilar.

Para a primeira superfície crítica de uma carga concentrada, denominada contorno C, deve-se verificar indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto a partir da tensão de cisalhamento.

Já para a segunda superfície crítica, denominada de contorno C' e situada a 2d da força concentrada, verifica-se a capacidade da ligação quanto a punção, sendo esta associada a resistência a tração diagonal. Ademais, pode-se fazer esta verificação a partir da tensão de cisalhamento no contorno C' e, caso seja necessário, a ligação deve ser reforçada com armadura transversal.

Verifica-se a terceira superfície crítica, denominada de C'', apenas quando for adicionada armadura transversal.

Para a definição da tensão solicitante nas superfícies críticas citadas anteriormente, a norma separa os pilares em internos, de borda e de canto, como apresentado a seguir.

2.4.8.1 Pilares internos com carregamento simétrico

Para pilares internos com carregamentos que podem ser considerados simétricos, tem-se:

$$T_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (29)$$

Sendo,

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad (30)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', externo ao contorno, C da área de aplicação da força e distante $2d$ no plano da laje;

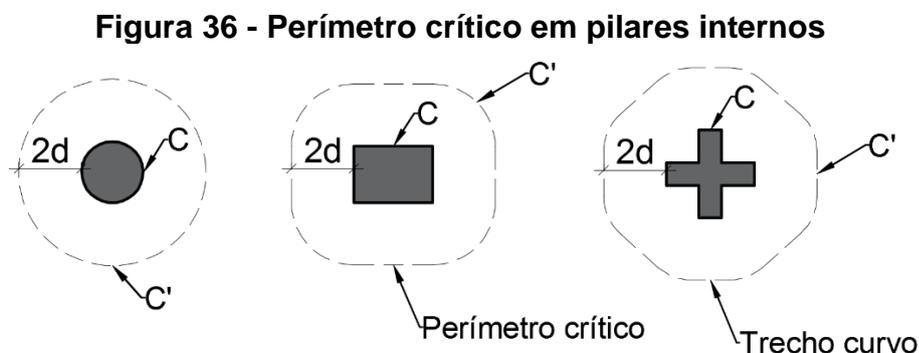
d_x e d_y são as alturas úteis de ambas as direções ortogonais;

u é o perímetro do contorno crítico C';

$u \cdot d$ é a área da superfície crítica;

F_{sd} é a reação concentrada de cálculo.

A figura 36 ilustra os perímetros críticos para pilares internos sob carregamentos simétricos.



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

2.4.8.2 Pilares internos com efeito de momento

Para pilares internos submetidos a momentos, deve-se levar em consideração o efeito de assimetria, causado pela transmissão dos momentos atuantes na laje para o pilar, através da equação abaixo:

$$T_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K M_{sd}}{W_p d} \quad (31)$$

Onde:

K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento em função da relação C_1/C_2 , conforme a tabela 6.

Tabela 6 - Valores do coeficiente K

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,5	0,6	0,7	0,8

onde

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

Ademais, a norma salienta que, para pilares internos circulares, adota-se $K = 0,6$.

Já para os valores de W_p , tem-se:

- Para pilares retangulares:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 2\pi d C_1 \quad (32)$$

- Para pilares circulares:

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (33)$$

Onde:

D é o diâmetro do pilar.

2.4.8.3 Pilares de borda

A norma define duas hipóteses para pilares de borda, sendo estas relacionadas a existência de momentos atuando junto ao plano paralelo à borda livre, tal como:

- Quando não há momentos atuando no plano paralelo à borda livre:

$$T_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} \quad (34)$$

Sendo,

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0 \quad (35)$$

Onde:

F_{sd} é a reação de apoio;

U^* é o perímetro crítico reduzido;

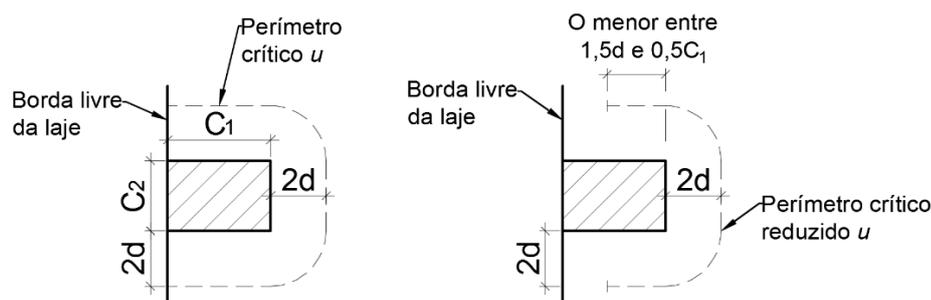
M_{Sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{Sd}^* é o momento de cálculo vindo da excentricidade do perímetro crítico em relação ao centro do pilar;

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre;

K_1 é estabelecido pela tabela 6, com C_1 e C_2 conforme figura 37.

Figura 37 - Perímetro crítico em pilares de borda



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

- Quando há momentos atuando no plano paralelo à borda livre, tem-se:

$$T_{sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{Sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{Sd2}}{W_{p2} d} \quad (36)$$

Onde:

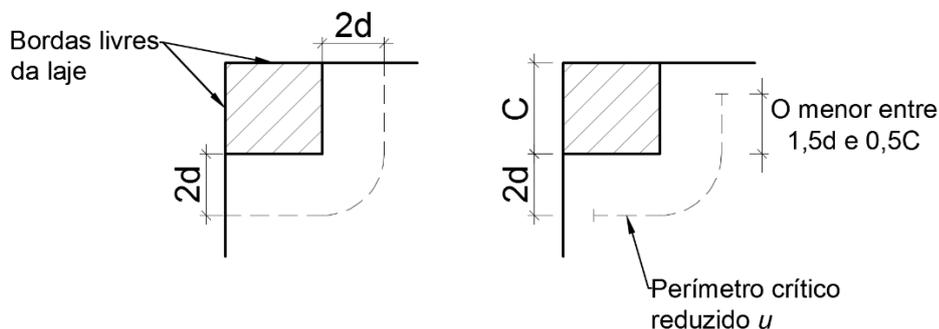
M_{Sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado pelo perímetro u .

2.4.8.4 Pilares de canto

De acordo com a NBR 6118:2014, considera-se os mesmos parâmetros aplicados aos pilares de borda não submetidos a momento no plano da borda livre. Além disso, as especificações normativas recomendam que a verificação das bordas livres seja feita separadamente. A figura 38 ilustra os perímetros críticos para pilares de canto.

Figura 38 - Perímetro crítico em pilares de canto



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

2.4.8.5 Tensões resistentes nas superfícies críticas

Para fazer a verificação do contorno crítico C quanto à punção, em lajes com ou sem armadura, é preciso atender:

$$T_{sd} \leq T_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (37)$$

Onde:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com o } f_{ck} \text{ em megapascal (MPa);}$$

Já para a verificação da tensão resistente na superfície crítica C', tem-se:

$$T_{sd} \leq T_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (38)$$

Onde:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}, \text{ } \rho \text{ é relativo à taxa geométrica de armadura de flexão e } \rho_x \text{ e } \rho_y$$

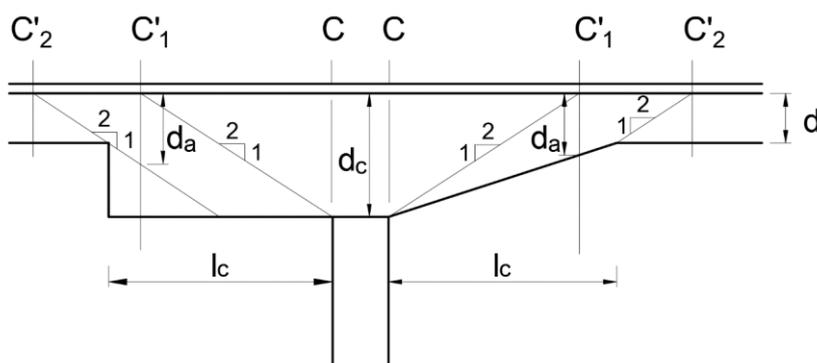
são as taxas de armadura de ambas as direções ortogonais;

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2}, \text{ sendo } d \text{ a altura útil na área de aplicação da força, em cm;}$$

2.4.8.6 Capitel

De acordo com a NBR 6118:2014, quando existirem capitéis, deve-se fazer duas verificações, sendo estas relativas às distâncias relativas aos contornos críticos C_1' e C_2' , conforme pode ser visto na figura 39.

Figura 39 - Verificações dos contornos C_1' e C_2'



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

Onde:

d é a altura útil da laje no contorno C_2' ;

d_c é a altura útil da laje na face do pilar;

d_a é a altura útil da laje no contorno C_1' ;

l_c é a distância entre a borda do capitel e a face do pilar, quando:

$l_c \leq 2(d_c - d)$, verifica-se apenas o contorno C_2' ;

$2(d_c - d) < l_c \leq 2d_c$, verifica-se apenas o contorno C_1' ;

$l_c > 2d_c$, verifica-se os contornos C_1' e C_2' ;

2.4.9 Colapso progressivo

Segundo a norma vigente, deve-se garantir a proteção da estrutura contra colapso progressivo e, conseqüentemente, a ductibilidade local. Para tal, deve-se garantir que a armadura de flexão inferior atravesse o contorno crítico C e possua comprimento de ancoragem suficiente para cruzar os contornos C' ou C'' , de acordo com a figura 40, tal que:

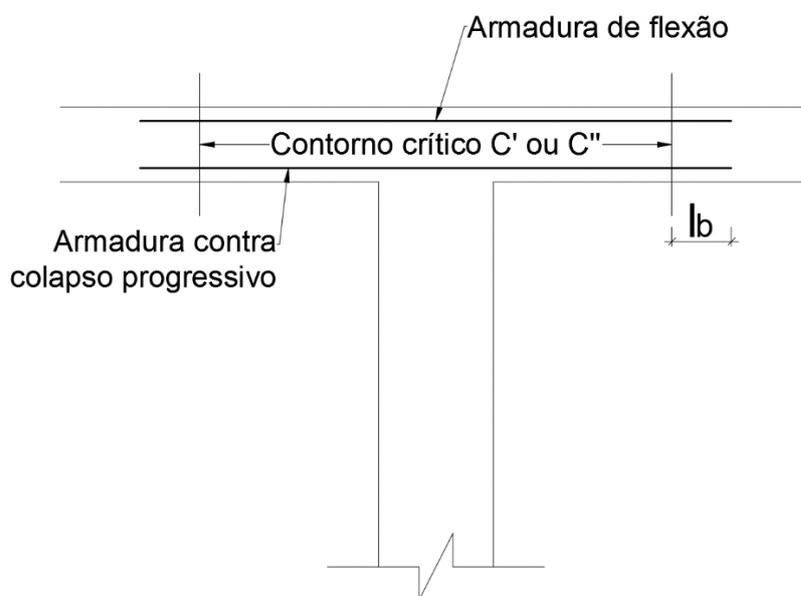
$$f_{yd} A_{s,ccp} \geq 1,5 \cdot F_{Sd} \quad (39)$$

Onde:

$A_{s,ccp}$ é o somatório das áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar;

F_{Sd} pode ser calculado com $\gamma_f = 1,2$;

Figura 40 - Armadura contra colapso progressivo



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 6118:2014.

2.5 Detalhamento de lajes em concreto armado

O detalhamento de um projeto estrutural é tão importante quanto as soluções adotadas e ao cumprimento das normas vigentes, tem em vista que a obra será executada, de forma correta e eficiente, a partir de detalhamentos claros e corretos.

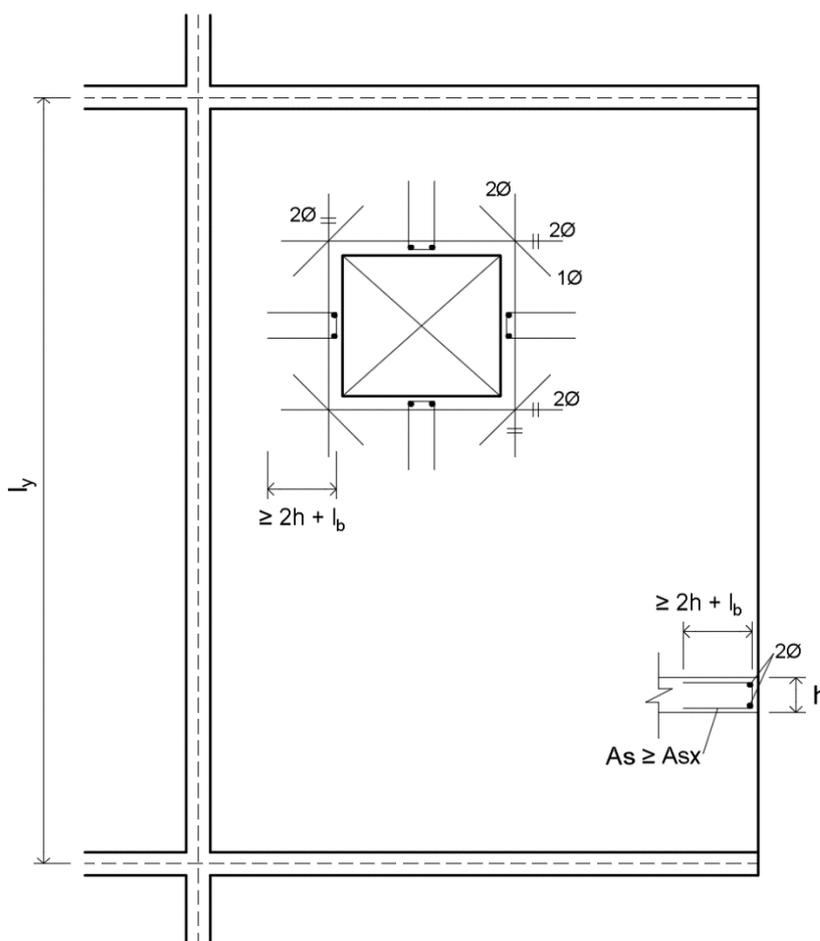
Dessa forma, o item 20 da NBR 6118:2014 estabelece algumas recomendações para o detalhamento de lajes, tais quais:

- As armaduras devem ser detalhadas de forma simples e clara, de forma a garantir o correto posicionamento da mesma durante a concretagem;
- Armaduras de flexão devem ter diâmetro máximo igual a $h/8$;
- As armaduras principais de flexão, referentes aos maiores momentos fletores, devem possuir espaçamento máximo de $2h$ ou 20cm, sendo adotado o menor

valor entre eles;

- Quando necessária a adição de estribos, estes devem ter espaçamento máximo de 20 cm;
- A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal e com espaçamento máximo de 33 cm. Além disso, as emendas devem respeitar os critérios adotados para as barras da armadura principal;
- Deve-se garantir que as bordas livres ou aberturas, quando presentes em lajes maciças, sejam protegidas por armaduras transversais e longitudinais. Embora seja necessária a adequação do detalhamento para cada situação, a figura 41 indica alguns detalhes típicos para armaduras complementares.

Figura 41 - Bordas livres e aberturas em lajes

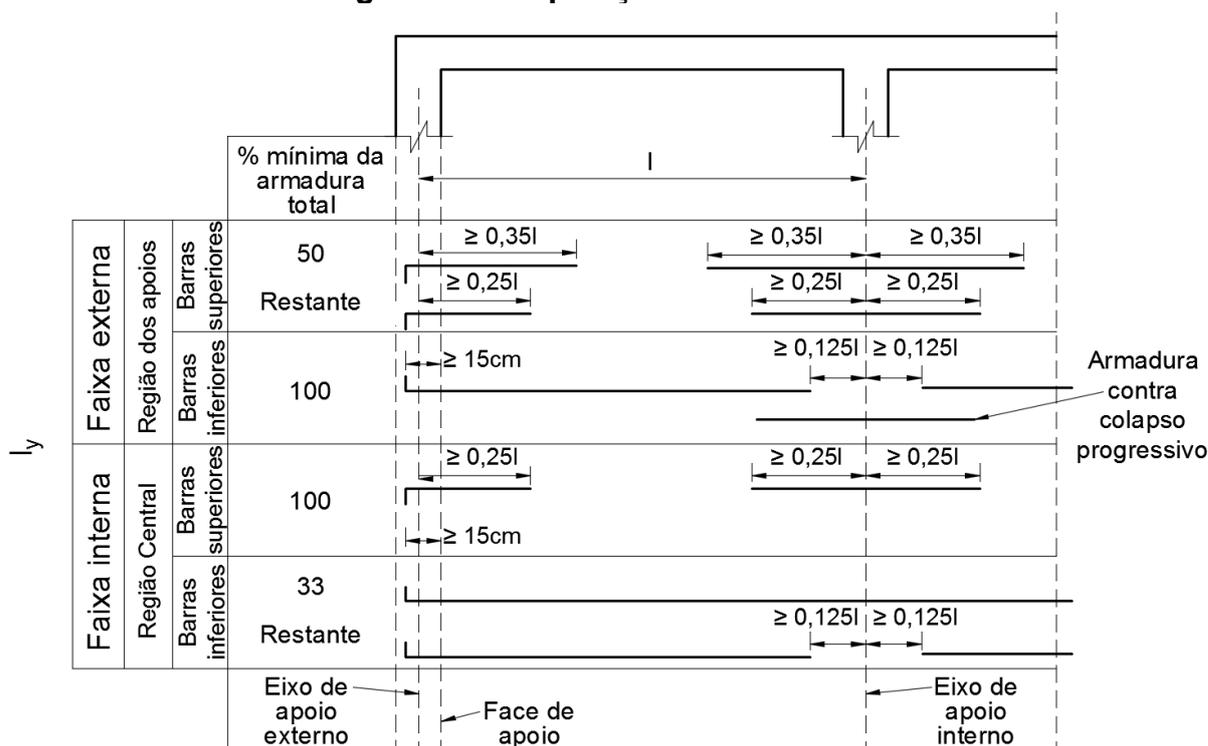


Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

- Para lajes lisas sem vigas, maciças ou nervuradas, deve-se seguir as disposições visualizadas na figura 42. Dessa forma, além de respeitar as barras

adicionadas para evitar o colapso progressivo, deve-se garantir que ao menos duas barras inferiores cruzem continuamente sobre os apoios. Além disso, as ancoragens devem atender as condições estabelecidas pela seção 9 da norma e, no caso de lajes com capiteis, as barras inferiores devem penetrar no mínimo 30 cm ou $24 \varnothing$ no capitel, além de atender as demais prescrições.

Figura 42 - Disposição de armaduras



Fonte: Adaptado pelo autor da NBR 61118:2014.

2.6 Pesquisas

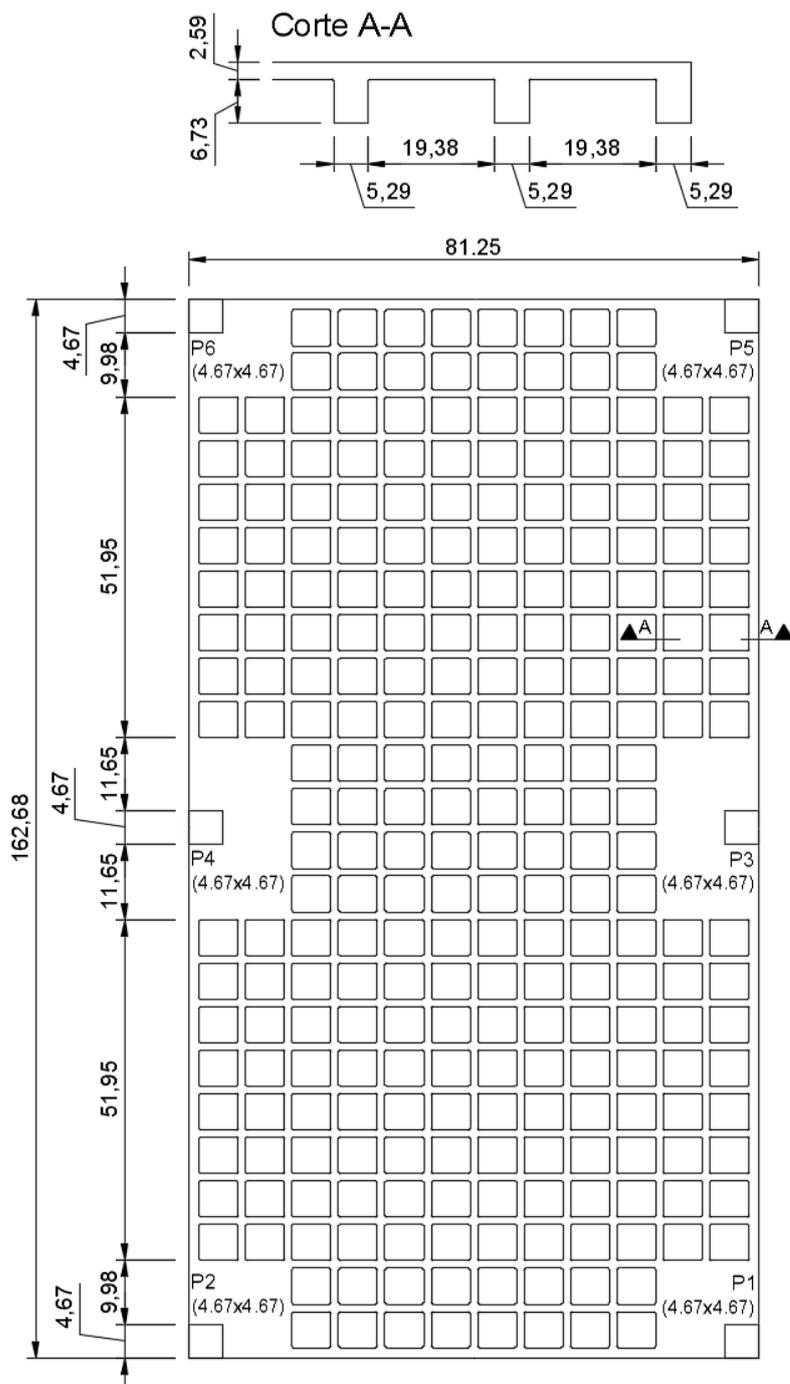
Tendo em vista que o presente trabalho aborda a aplicação do método dos elementos finitos para a análise e dimensionamento de lajes nervuradas de concreto armado, seguem algumas pesquisas referentes aos assuntos tratados.

Selistre (2000) fez a análise de dois métodos numéricos empregados na modelagem de lajes nervuradas, a fim de verificar qual deles reproduziria corretamente o comportamento da estrutura quando submetida a um carregamento uniformemente distribuído. O primeiro modelo, empregado no *software* SAP90, analisou, através de elementos finitos de placa, uma laje retangular com inércia

equivalente a nervura e, no segundo modelo, utilizando o *software* GRELHA-TQS, simulou uma laje com grelha de vigas “T” através de análise matricial.

Além disso, Selistre (2000) fez a análise do comportamento do microconcreto armado sujeito ao efeito de fluência, através de um modelo reduzido de laje nervurada bidirecional, construída na escala 1:7,5 e apoiada sobre 6 pilares metálicos, conforme figura 43. O estudo experimental foi constituído de duas etapas, onde foram aplicados carregamentos de curta e longa duração, respectivamente, que representaram o peso próprio da laje, das paredes e as cargas verticais.

Figura 43 - Geometria da laje ensaiada por Selistre (2000).



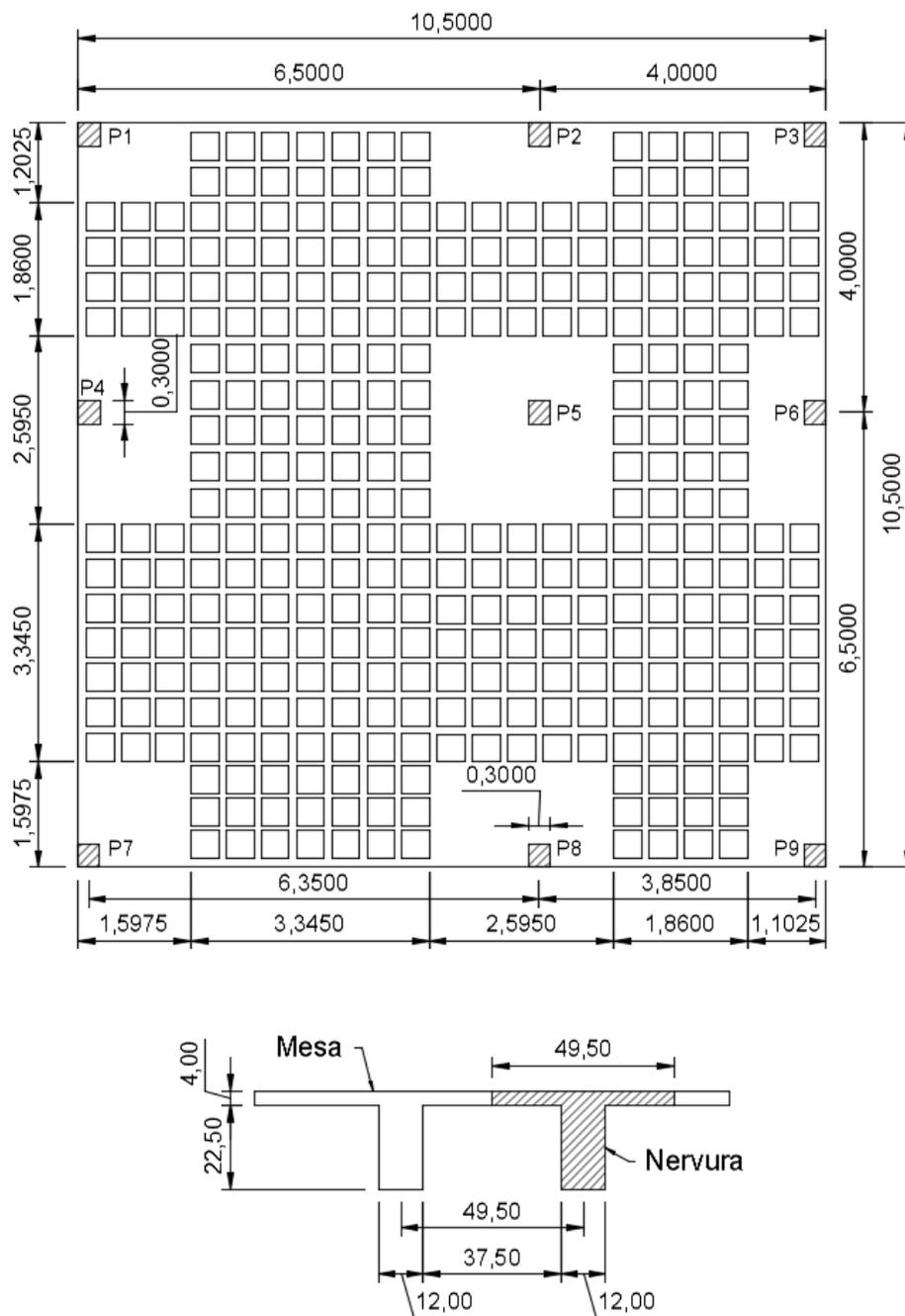
Fonte: Adaptado pelo autor de Selistre (2000).

Através da pesquisa, Selistre (2000) concluiu que, no início do ensaio, o comportamento aproximadamente elástico-linear apresentado pela laje foi melhor representado no método empregado pelo *SAP90*. No entanto, ao longo do ensaio, o comportamento da laje aproximou-se dos resultados obtidos pelo modelo utilizado no *GRELHA-TQS*, ao apresentar evolução da fissuração e consequente redução da rigidez. Já no período final, o comportamento da estrutura não foi representado por

nenhum dos modelos numéricos, visto que a fissuração do modelo reduzido foi muito intensa e abrangente, reproduzido assim um comportamento visco-plástico.

Dutra (2005) fez uma pesquisa teórico experimental sobre as lajes cogumelo nervuradas, a fim de comparar o método simplificado, utilizado para a análise dessas estruturas e o estabelecido pela norma vigente, com o comportamento real da estrutura, bem como, com os resultados obtidos via modelos numéricos. Para tal, desenvolveu três exemplares de uma laje cogumelo nervurada, na escala 1/7,5 e em microconcreto armado, conforme figura 44, a fim de verificar as deformações e flechas para uma carga de 5 kN/m². Contudo, as lajes resistiram a maiores carregamentos, sendo as lajes 1 e 2 submetidas a 11 kN/m² e a laje 3 a 13 kN/m², e não chegaram a ruptura. Além disso, o autor fez a análise comportamental da mesma estrutura através de métodos numéricos, tais como o método dos pórticos equivalentes, sendo este o método simplificado estipulado pela norma e executado através do *software* CYPECAD e o método dos elementos finitos, através do *software* ANSYS.

Figura 44 - Geometria da laje ensaiada por Dutra (2005).

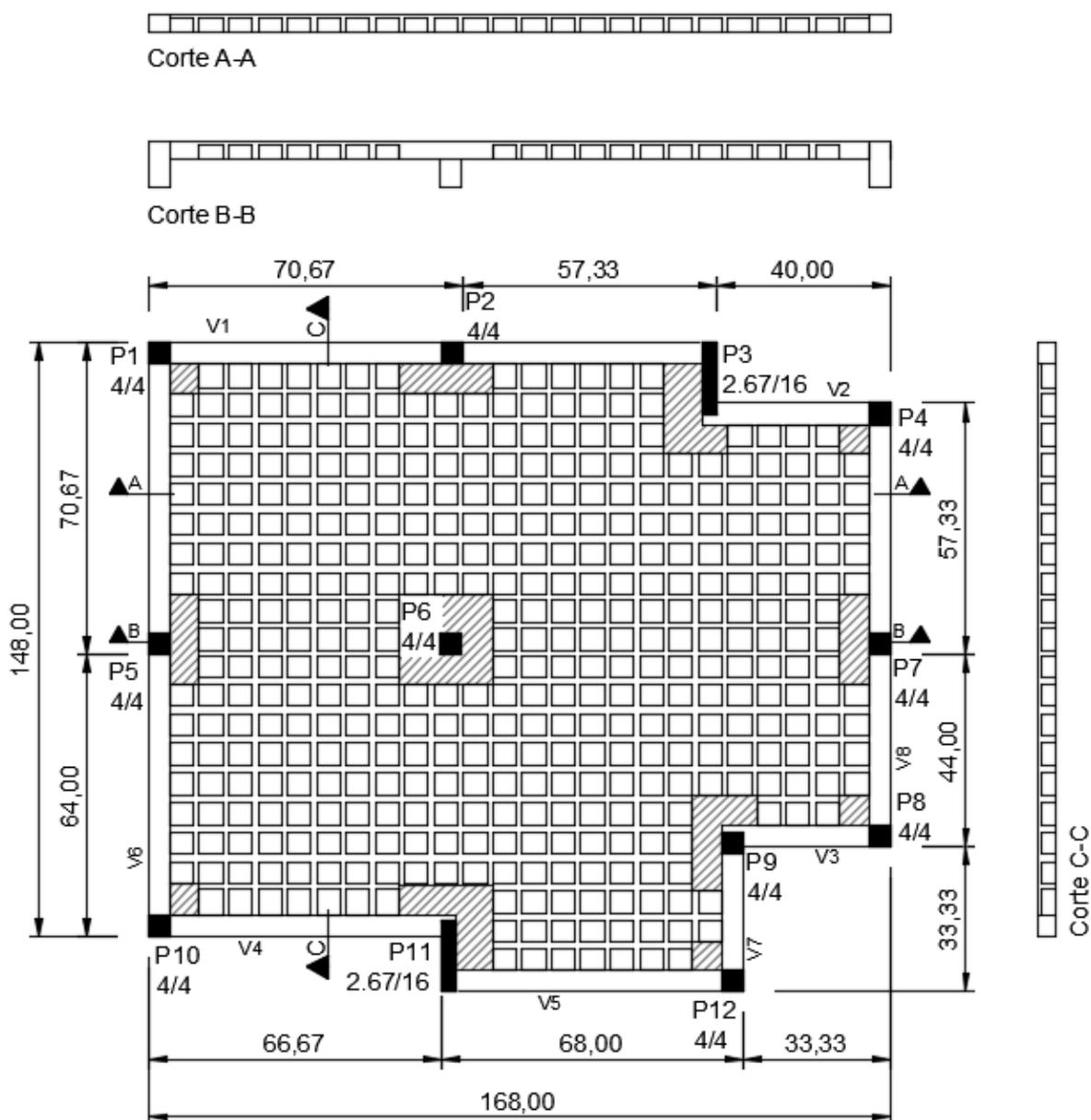


Fonte: Adaptado pelo autor de Dutra (2005).

Através do estudo, Dutra (2005) percebeu que o método proposto pela norma não é eficaz na representação do comportamento real da estrutura, apresentando discrepâncias significativas nas regiões com relação entre vãos próxima a 2. Já na utilização do método dos elementos finitos, constatou que o mesmo só é satisfatório quando se leva em conta as características de todo o conjunto estrutural, bem como o real funcionamento do conjunto.

Já Schwetz (2005) fez um estudo teórico experimental, similar ao realizado por Selistre (2000), com o intuito de analisar o comportamento de um modelo reduzido de laje nervurada, construída e apoiada em pilares de microconcreto armado, conforme figura 45, e submetida a um carregamento linear, para então compará-lo com os resultados da análise numérica da laje, realizada através da análise matricial de grelhas empregada pelo GRELHA-TQS.

Figura 45 - Geometria da laje ensaiada por Schwetz (2005).



Fonte: Adaptado pelo autor de Schwetz (2005).

O estudo experimental de Schwetz (2005) mostrou que a estrutura manifestou comportamento elástico linear em todas as fases do carregamento e que não apresentou fissuração, indicando que os momentos fletores atuantes foram inferiores aos momentos de fissuração da estrutura. Em suma, constatou-se que o modelo experimental ensaiado possuía mais rigidez que o modelo teórico.

Donin (2007) utilizou a modelagem tridimensional como instrumento para a análise de estruturas, onde as mesmas são analisadas através do método dos elementos finitos. Para tal, o autor modelou as estruturas ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000) e Dutra (2005), fazendo, respectivamente, a comprovação do modelo proposto, quanto a sua validade na representação dos efeitos da estrutura, e a verificação do mesmo através da comparação dos resultados numéricos com os experimentais.

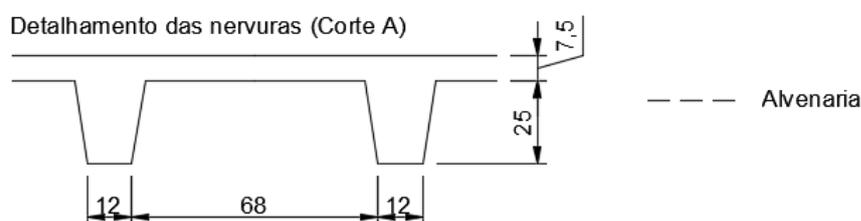
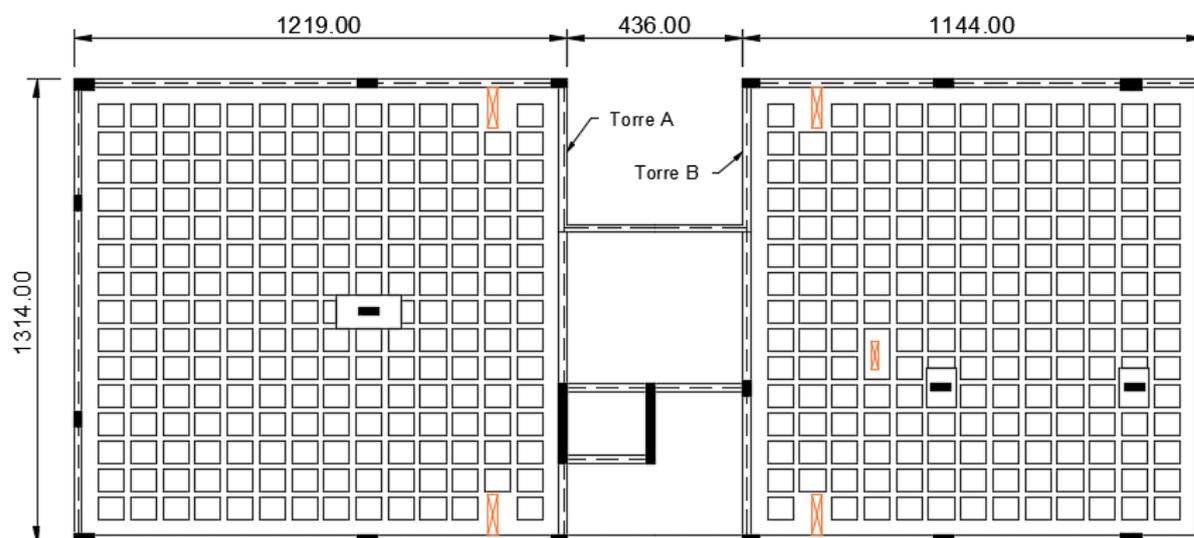
Primeiramente, o autor simulou, através do *software* ANSYS, as quatro lajes ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000) por meio de modelos bidimensionais e tridimensionais. Nos modelos bidimensionais, denominados de MEF-2D-A e MEF-2D-B, em função do tipo de cálculo utilizado na obtenção da espessura equivalente da seção nervurada da laje, empregou-se o elemento de casca SHELL63 e, em função da simplicidade da geometria, uma malha de elementos com dimensão global de 2,5 cm. Já para o modelo tridimensional, denominado de MEF-3D, utilizou-se o elemento SOLID45 e uma malha de elementos com dimensão global máxima de 3 cm, que foi definida a partir de várias análises até a obtenção da convergência. Nesta primeira fase, Donin (2007) mostrou que a utilização de elementos finitos tridimensionais apresenta melhores resultados para o cálculo de lajes nervuradas do que os demais tipos de elementos analisados.

Em seguida, Donin (2007) fez simulações numéricas de lajes cogumelo nervuradas, ensaiadas por Dutra (2005) em escala reduzida e confeccionadas em microconcreto armado, utilizando a geometria proposta para os ensaios experimentais e quatro modelos de cálculos. Além disso, realizou as simulações considerando um regime elástico linear e empregando elementos bidimensionais e tridimensionais. Nos modelos bidimensionais, utilizou, para a discretização das nervuras e dos trechos maciços da laje, o elemento bidimensional SHELL63 e, para a discretização dos pilares, o elemento tridimensional SOLID45. Já nos modelos tridimensionais, empregou o elemento SOLID45 para toda a estrutura, ou seja, tanto para a laje quanto para os pilares.

Por meio destas análises, o autor concluiu que, para a análise de lajes cogumelo nervuradas, a utilização de elementos tridimensionais não apresenta ganhos expressivos na determinação dos deslocamentos, embora apresente melhoras expressivas para os cálculos de momentos fletores, revelando-se melhor que os modelos com elementos bidimensionais e o modelo de pórticos equivalentes.

Schwetz, Gastal e Silva (2009) fizeram uma análise teórico experimental de uma laje nervurada de concreto armado, a fim de analisar se os métodos de cálculo utilizados para o dimensionamento destas estruturas representam adequadamente seu comportamento e, desta forma, verificar se os mesmos são satisfatórios. Para compreender o comportamento da estrutura e quantificar suas solicitações de forma mais realista, os autores fizeram a análise experimental de uma laje nervurada em escala natural, baseada em um projeto real com a geometria apresentada na figura 46. Como observado, o projeto é composto por duas torres interligadas pela caixa do elevador e da escada, mas, a fim de viabilizar o estudo, a análise experimental foi realizada apenas em uma das torres, ou seja, em metade da geometria do pavimento.

Figura 46 - Geometria ensaiada por Schwetz, Gastal e Silva (2009).



Fonte: Adaptado pelo autor de Schwetz, Gastal e Silva (2009).

Schwetz, Gastal e Silva (2009) verificaram as deformações específicas e os deslocamentos verticais gerados pelo modelo experimental e compararam os resultados obtidos com a análise computacional da mesma estrutura. A análise numérica da estrutura foi feita através do *software* CAD/TQS, com a análise matricial de grelhas, onde o projetista definiu seus próprios critérios de projeto.

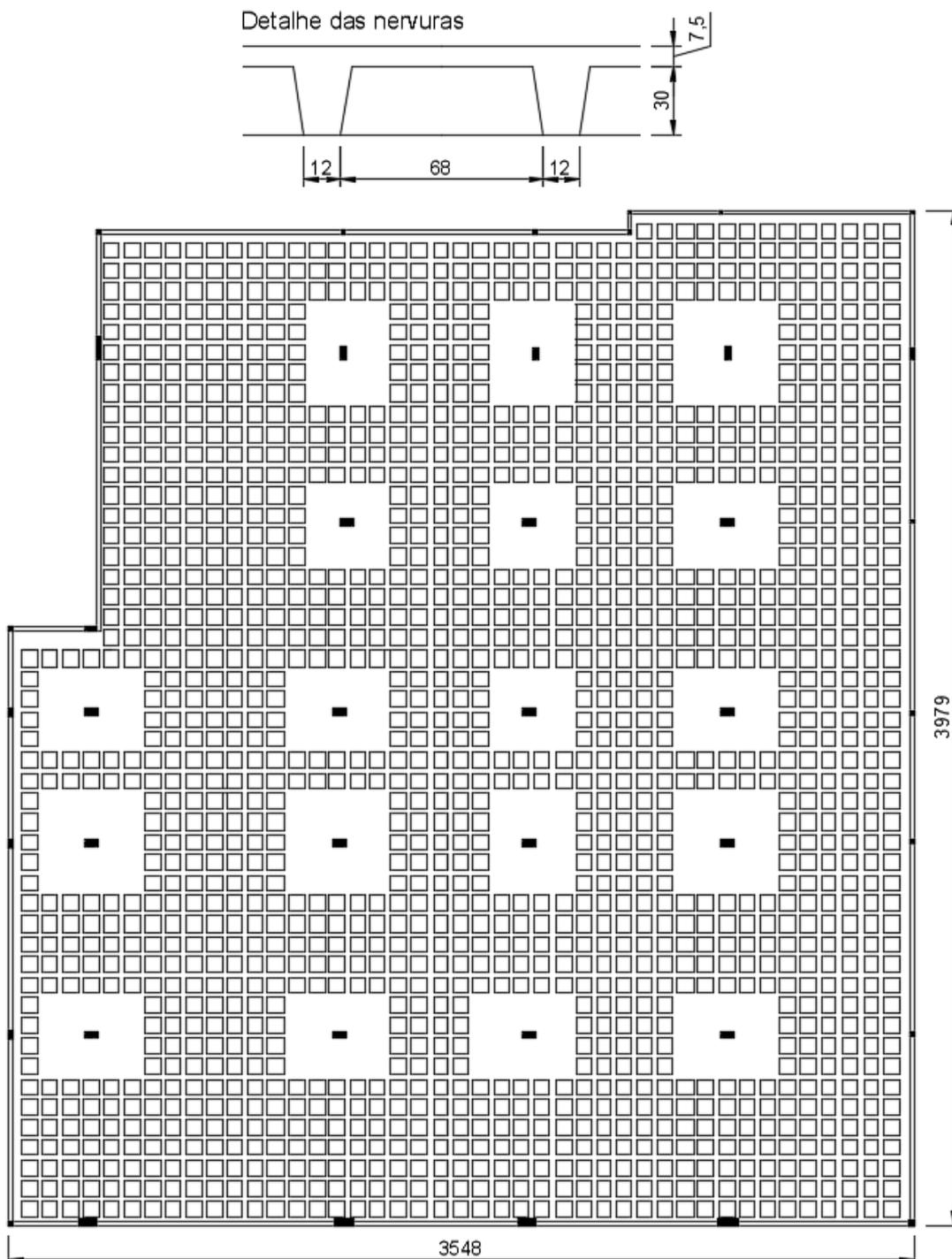
Desta forma, os autores perceberam que a laje apresentou comportamento linear durante as etapas de carregamento da estrutura e que os deslocamentos verticais apresentados no modelo experimental foram similares as previsões numéricas. Já quanto as deformações, os autores observaram que os resultados coincidiram com a previsão numérica, visto que ocorreu tração nas fibras inferiores e compressão nas superiores, mostrando assim a presença de momentos fletores positivos. Além disso, constataram que a laje teve, ao longo do carregamento, comportamento próximo ao linear, indicando que a estrutura permaneceu em estágio I.

Visando verificar a adequação dos métodos de cálculos empregados na modelagem de lajes nervuradas, Schwetz (2011) realizou um estudo experimental para obter as deformações e os deslocamentos verticais nas seções das estruturas, quando submetidas a diferentes tipos de carregamentos. Para a realização deste estudo, a autora monitorou três lajes em escala real, provenientes de duas edificações distintas, sendo uma das lajes a estuda em 2009, e reproduziu um modelo reduzido, na escala 1/7,5. Além disso, a autora fez análises numéricas das estruturas através dos *softwares* Sistema Computacional TQS 11.9.9, que emprega a análise matricial de grelhas, e o *software* SAP2000 versão 14.2.2, que emprega o método dos elementos finitos.

O primeiro caso analisado por Schwetz (2011), referente ao estudo realizado em 2009, possui a geometria apresentada na figura 46 e apresentava vigamento de borda, bem como uma região de laje maciça em torno dos pilares. O experimento submeteu apenas uma parte da laje ao carregamento, devido à inviabilidade de aplicação total, onde adotou-se 1,5 kN/m² como carga permanente e 1,0 kN/m² como carga variável e, para definir a área de aplicação do carregamento, realizou-se previamente o estudo numérico da mesma através do *software* TQS. Os dois casos seguintes, realizados em lajes de uma única edificação, possuem as geometrias apresentadas na figura 47 e, assim como no caso anterior, as mesmas possuem vigamento de borda e uma região de laje maciça em torno dos pilares. No caso 2,

adotou-se uma carga permanente de $1,0 \text{ kN/m}^2$ e uma carga variável de $3,0 \text{ kN/m}^2$, onde a área de aplicação foi definida por meio de uma análise numérica preliminar, realizada através do *software* TQS. Já para o caso 3, adotou-se uma carga permanente de $12,0 \text{ kN/m}^2$ e uma carga variável de $3,0 \text{ kN/m}^2$, aplicadas e ensaiadas em toda a área da estrutura.

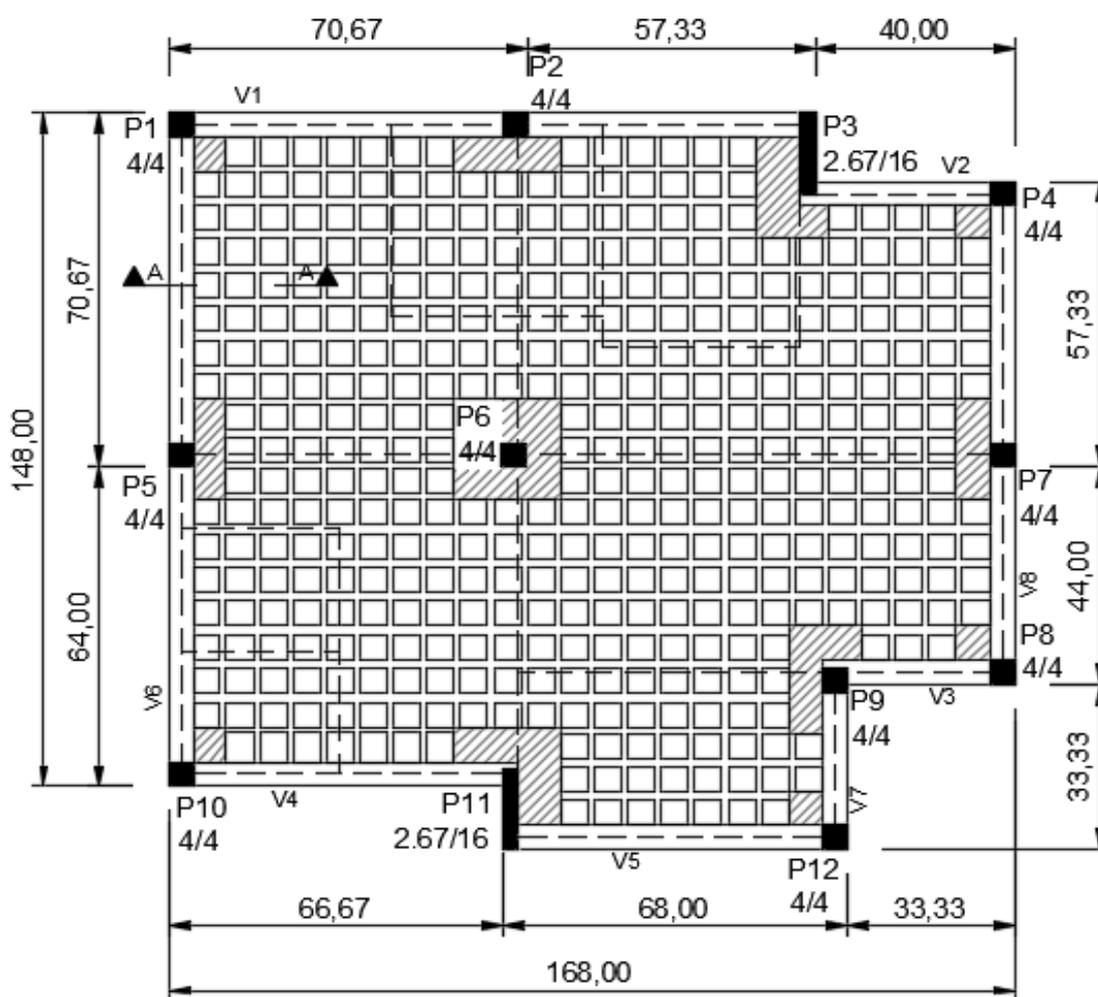
Figura 47- Geometria ensaiada por Schwetz (2011).



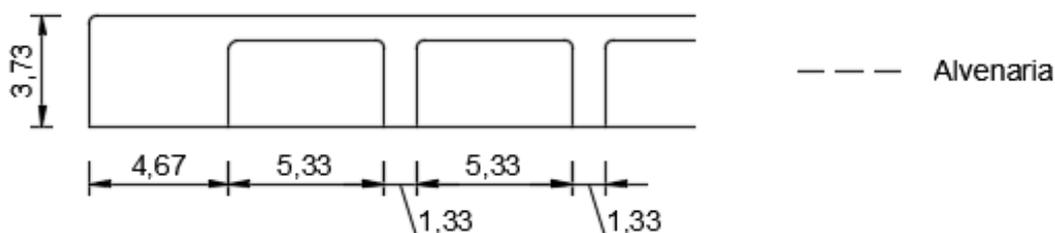
Fonte: Adaptado pelo autor de Schwetz (2011).

Já no estudo do modelo reduzido, a autora realizou a análise experimental de uma estrutura sem simetria e com a necessidade de aplicação de armadura em ambas as direções da laje, que foi dimensionada por meio do *software* TQS. O modelo ensaiado apresenta a geometria ilustrada na figura 48, possui vigamento de borda e, como nos demais casos, uma região de laje maciça em torno dos pilares.

Figura 48 - Geometria do modelo reduzido ensaiado por Schwetz (2011).



Detalhamento das nervuras (Corte A)



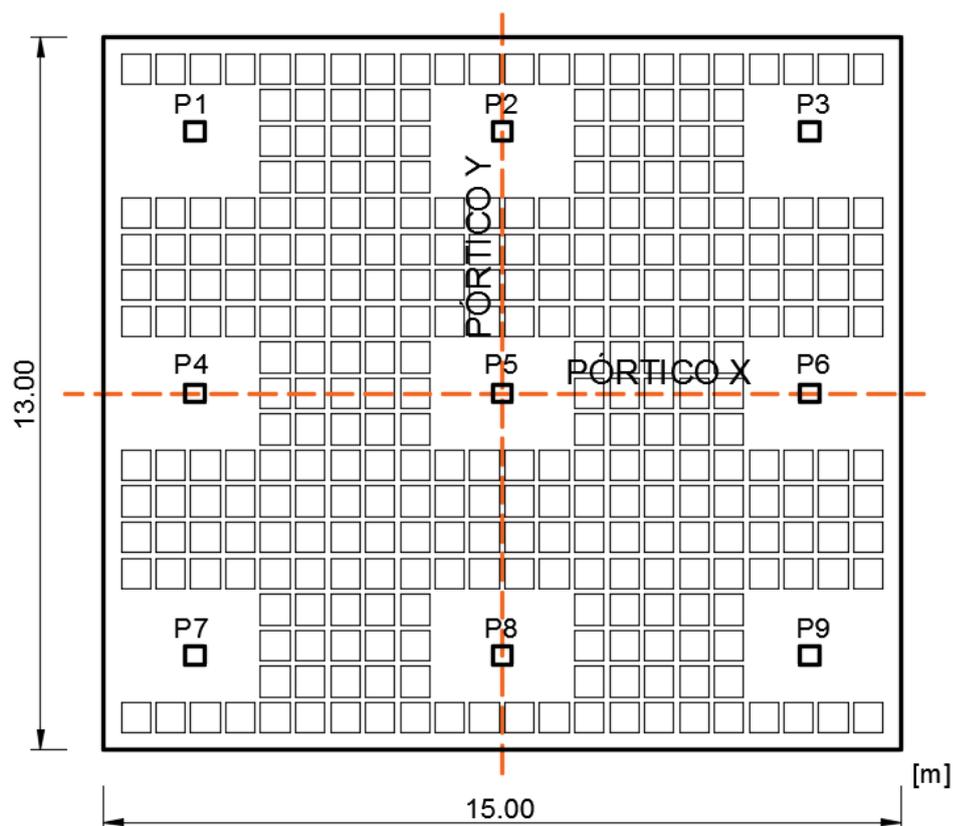
Fonte: Adaptado pelo autor de Schwetz (2011).

Através da comparação dos resultados experimentais com os resultados numéricos, Schwetz (2011) mostrou que a modelagem numérica é um método satisfatório para a simulação estrutural de lajes nervuradas, tendo em vista a eficiência do método na representação do comportamento real da estrutura. Quanto as análises realizadas através da analogia de grelhas, utilizada pelo *software* TQS, foi possível verificar a eficiência do método quando as inércias reais são consideradas, bem como o engastamento total da estrutura. Já para as análises realizadas pelo MEF, por meio do SAP2000, a autora salientou que o mesmo é satisfatório quanto a representação do comportamento estrutural de lajes nervuradas. Entretanto, nas análises realizadas pelo método foi possível observar picos elevados de momentos fletores negativos nos maciços, indicando assim a necessidade de maiores estudos sobre a influência dos mesmos.

Em seu trabalho de conclusão de curso, Fuchs (2017) analisou, através do Método dos Pórticos Equivalentes, o pavimento de um edifício composto por lajes lisas nervuradas, a fim de colaborar com os estudos de aplicação do método.

Fuchs (2017) elaborou um edifício modelo de 5 pavimentos, sendo eles compostos por lajes lisas sem vigas e apoiadas diretamente sobre os pilares. Para dar continuidade ao estudo, o autor adotou, devido à simetria do pavimento em análise, dois pórticos padrão, sendo um para a direção x e outro para a direção y. A figura 49 ilustra a geometria estudada.

Figura 49 - Geometria da laje analisada por Fuchs (2017).



Fonte: Adaptado pelo autor de Fuchs (2017).

Posteriormente, o autor fez o dimensionamento proposto para a estrutura, onde fez uso do *software* FTOOL, bem como das recomendações normativas pertinentes para a correta aplicação do método dos pórticos equivalentes.

Através desta pesquisa, Fuchs (2017) constatou que, quando a geometria atender as especificações propostas pela norma, ou seja, possuir uma disposição regular de pilares, o Método dos Pórticos Equivalente é eficiente para a análise, bem como de fácil entendimento e aplicação.

3 METODOLOGIA

No presente capítulo será apresentada a metodologia utilizada para a aplicação dos objetivos propostos no trabalho, colocando em prática os modelos de análise estudados anteriormente e analisando os resultados obtidos a partir deles.

Para a aplicação do método dos pórticos equivalentes, explicado nos capítulos anteriores, serão distribuídos em faixas os momentos fletores atuantes na estrutura, obtidos a partir do *software* FTOOL. A partir disso, serão definidas as áreas de aço referentes a cada segmento do pórtico e o posterior dimensionamento e detalhamento da laje analisada.

Além disso, estudou-se o Método dos Elementos Finitos, método através do qual o trabalho será analisado e aplicado por meio do *software* ANSYS. Para tal, foi desenvolvido um modelo tridimensional da estrutura no *software*, onde foram obtidas as tensões geradas na mesma.

Por fim, os resultados gerados através da análise da estrutura via Método dos Elementos Finitos foram comparados com os resultados obtidos através do Método dos Pórticos Equivalentes, método recomendado pela norma vigente para a análise de lajes nervuradas, visando mensurar a qualidade dos métodos para a análise deste tipo de estrutura.

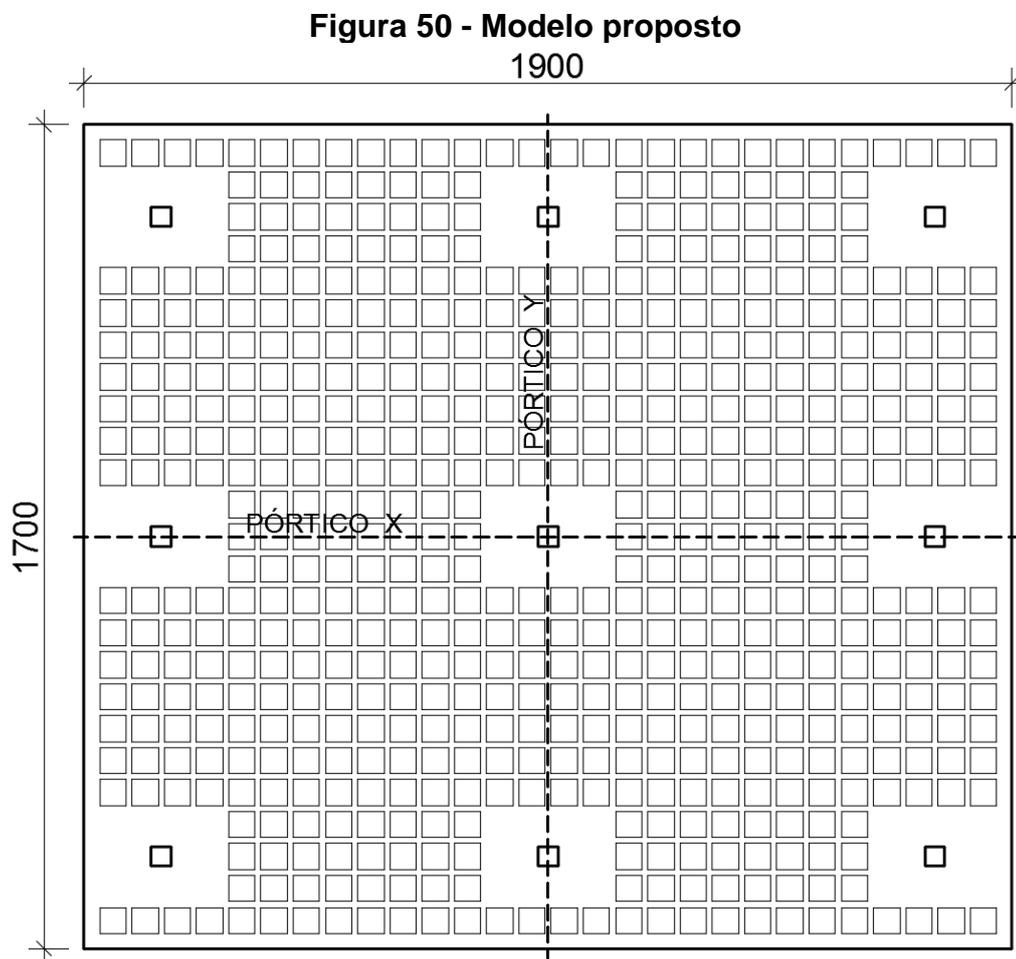
Sendo assim, o presente trabalho trata-se de uma pesquisa descritiva, explicativa e qualitativa, tendo em vista a abordagem de temas já estudados, onde buscou-se analisar detalhadamente e aprofundar os conhecimentos sobre os mesmos, bem como comparar os dois métodos citados.

3.1 Definição do modelo para análise

Com o objetivo de atender as recomendações propostas pela NBR 6118:2014 para a aplicação do modelo de cálculo do Método dos pórticos equivalentes, foi desenvolvido o protótipo de uma estrutura de 5 pavimentos com lajes nervuradas, apoiadas sobre pilares quadrados, distribuídos em pórticos regulares, conforme figura 50.

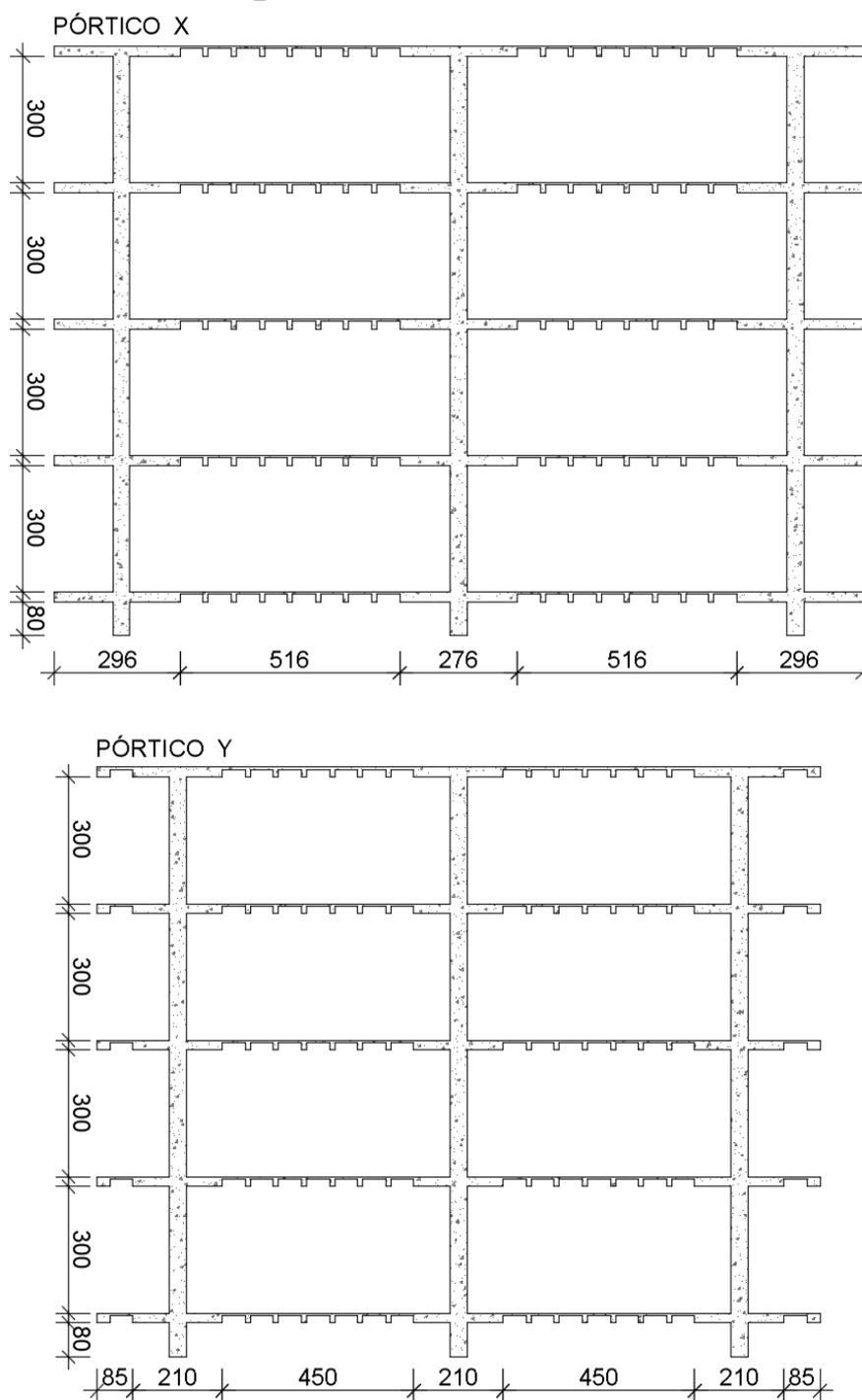
O protótipo foi desenvolvido de forma a aplicar adequadamente o modelo de cálculo proposto pela norma vigente, gerando assim resultados satisfatórios e

compatíveis com o comportamento real da estrutura, para fazer uma comparação eficiente entre o método dos pórticos equivalentes e o método dos elementos finitos.



Como ilustrado acima, a geometria do modelo foi desenvolvida com o intuito de possibilitar a correta aplicação do método normativo, tendo em vista que o mesmo requer uma regularidade de pórticos para a posterior distribuição dos momentos em faixas. Sendo assim, obteve-se um modelo simétrico com pórticos regulares, que tornou possível a adoção de 2 pórticos, um para cada direção, conforme figura 51.

Figura 51 - Pórticos adotados



Fonte: Autor.

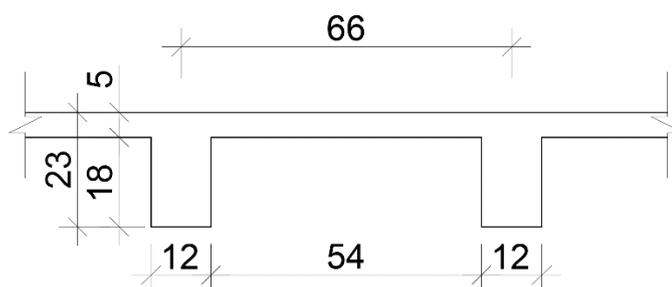
3.1.1 Pré-dimensionamento

O pré-dimensionamento da estrutura iniciou-se pela definição do tipo de fôrma a ser empregado como material inerte, responsável pela criação dos vazios da laje nervurada. Para isso utilizou-se o catálogo de fôrmas da Atex Brasil, através do qual

foi possível buscar pelo modelo com dimensões que proporcionaram a melhor simetria para a estrutura. Adotou-se então a fôrma Atex 660 bidirecional, composta de polipropileno e adequada para lajes com uma relação entre vãos compreendida entre 0,5 e 1,0.

Com a definição da fôrma, obteve-se a seção transversal das nervuras da laje, ilustrada pela figura 52.

Figura 52 - Seção transversal das nervuras



Fonte: Autor.

Além disso, atribuiu-se as seguintes características à estrutura:

- Concreto classe C25;
- Aço CA-50;
- Classe de agressividade ambiental II;
- Cobrimentos de 2,0 cm;
- Peso específico do concreto armado de 25 kN/m³;
- Seção transversal indicada acima (figura 52);
- Pilares de seção 40x40 cm;
- Pé-direito de 3,0 m;

Considerando o concreto de classe C25 e α_E de 1,2, sendo basalto o agregado, calculou-se o módulo de elasticidade do concreto, necessário a aplicações futuras, de acordo com a equação abaixo:

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{ci} = 1,2 \times 5600 \times \sqrt{25}$$

$$E_{ci} = 33600 \text{ MPa}$$

3.1.2 Carregamentos atuantes

Para a combinação de cálculo adotou-se, tendo em vista fins acadêmicos, apenas as cargas permanentes, provenientes do peso próprio da estrutura e do revestimento, e as cargas de uso atuando simultaneamente, desconsiderando as ações do vento.

O peso próprio da laje nervurada, referente as faixas dos pórticos em análise, foi obtido através do produto do volume efetivo da mesma pelo peso específico do concreto armado. O volume efetivo da faixa foi obtido através da subtração do *volume de vazios*, correspondente ao volume total de material inerte, do *volume maciço*, correspondente ao volume de uma laje maciça com altura, largura e comprimento iguais aos da laje nervurada. Esses cálculos são apresentados abaixo.

Para a faixa de laje referente ao pórtico da direção X, tem-se o seguinte peso próprio:

$$\text{Volume maciço} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} \times \text{Espessura}$$

$$\text{Volume maciço} = 19,00 \times 6,60 \times 0,23$$

$$\text{Volume maciço} = 28,842 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume vazio} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} \times \text{Espessura}$$

$$\text{Volume vazio} = 0,54 \times 0,54 \times 0,18$$

$$\text{Volume vazio} = 0,052488 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume total de vazios} = \text{Volume vazio} \times \text{N}^{\circ} \text{ de vazios}$$

$$\text{Volume total de vazios} = 0,052488 \times 244$$

$$\text{Volume total de vazios} = 12,807 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume efetivo} = \text{Volume maciço} - \text{Volume total de vazios}$$

$$\text{Volume efetivo} = 28,842 - 12,807$$

$$\text{Volume efetivo} = 16,035 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso Próprio} = \text{Volume efetivo} \times \gamma_{\text{concreto}}$$

$$\text{Peso Próprio} = 16,035 \times 25$$

$$\text{Peso Próprio} = 400,875 \text{ kN}$$

$$P_k = \frac{PP}{\text{comprimento}} = \frac{400,875}{19,00} = 21,098 \text{ kN/m}$$

Já para a faixa de laje referente ao pórtico da direção Y, tem-se:

$$\text{Volume maciço} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} \times \text{Espessura}$$

$$\text{Volume maciço} = 17,00 \times 7,92 \times 0,23$$

$$\text{Volume maciço} = 30,9672 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume vazio} = \text{Comprimento} \times \text{Largura} \times \text{Espessura}$$

$$\text{Volume vazio} = 0,54 \times 0,54 \times 0,18$$

$$\text{Volume vazio} = 0,052488 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume total de vazios} = \text{Volume vazio} \times N^{\circ} \text{ de vazios}$$

$$\text{Volume total de vazios} = 0,052488 \times 264$$

$$\text{Volume total de vazios} = 13,857 \text{ m}^3$$

$$\text{Volume efetivo} = \text{Volume maciço} - \text{Volume total de vazios}$$

$$\text{Volume efetivo} = 30,9672 - 13,857$$

$$\text{Volume efetivo} = 17,110 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso Próprio} = \text{Volume efetivo} \times \gamma_{\text{concreto}}$$

$$\text{Peso Próprio} = 17,110 \times 25$$

$$\text{Peso Próprio} = 427,759 \text{ kN}$$

$$P_k = \frac{PP}{\text{comprimento}} = \frac{427,759}{17,00} = 25,16 \text{ kN/m}$$

Para o restante da parcela de carregamentos permanentes, adotou-se 1 kN/m² referente a carga de revestimento da estrutura. Para a distribuição desse carregamento nas faixas dos pórticos X e Y, multiplicou-se o mesmo pela largura da faixa. Demonstra-se abaixo o processo de cálculo aplicado para a linearização da carga no pórtico X e no pórtico Y, respectivamente:

$$P_{r,x} = PP_{\text{revestimento},x} \times \text{largura}_x = 1 \times 6,60 = 6,60 \text{ kN/m}$$

$$P_{r,y} = PP_{\text{revestimento},y} \times \text{largura}_y = 1 \times 7,92 = 7,92 \text{ kN/m}$$

Já para a sobrecarga de utilização, adotou-se a carga referente a pavimentos destinados a lojas, sendo esta de 4 kN/m². Assim como demonstrado anteriormente, a sobrecarga foi linearizada através da multiplicação da mesma pela largura das faixas dos pórticos. Dessa forma obteve-se 26,40 kN/m para o pórtico X e 31,68 kN/m para o pórtico Y.

Por meio da soma dos carregamentos já citados, determinou-se o carregamento total de cada pórtico, sendo estes de 54,098 kN/m para o pórtico X e 64,76 kN/m para o pórtico Y.

3.2 Método dos pórticos equivalentes

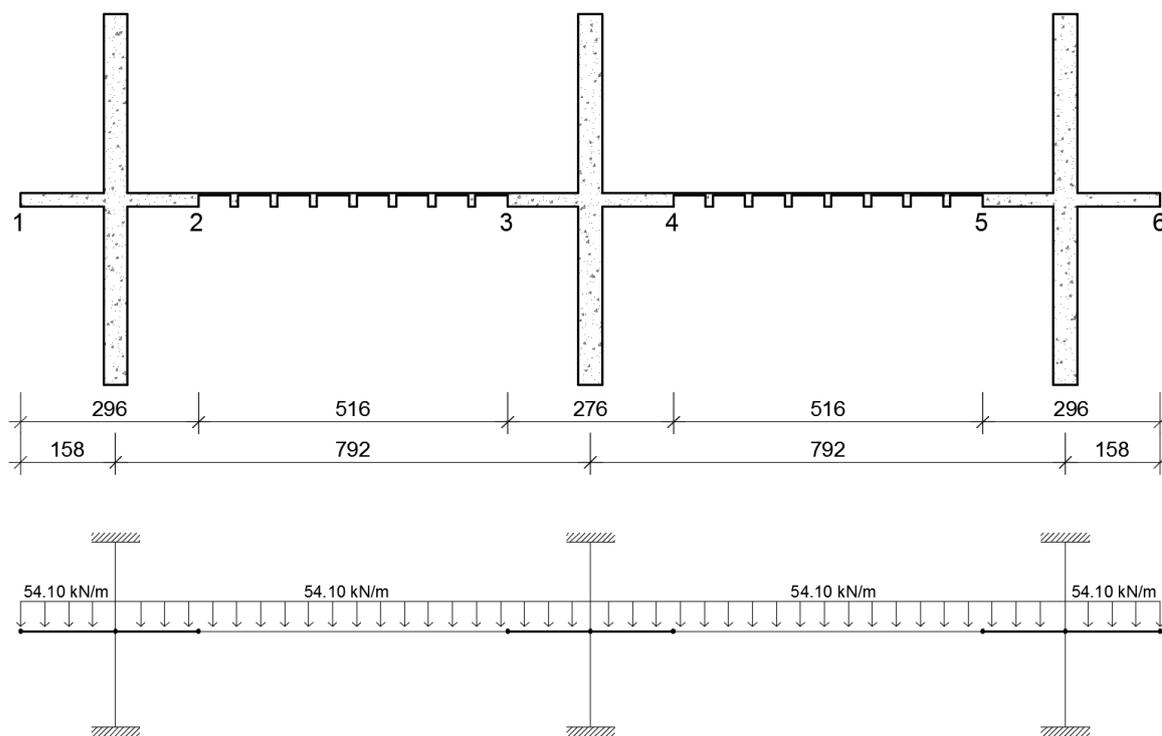
Após a definição da seção da laje, bem como de todas as características adotadas para a mesma, é possível fazer a aplicação do método normativo, como demonstrado a seguir.

3.2.1 Ferramenta de cálculo

O Ftool é um *software* brasileiro, desenvolvido a partir de um projeto de pesquisa, cuja finalidade é fazer a análise estrutural de pórticos planos, de forma eficiente e com fácil manipulação, obtendo assim os momentos fletores, forças cortantes, forças normais, deslocamentos, entre outros parâmetros.

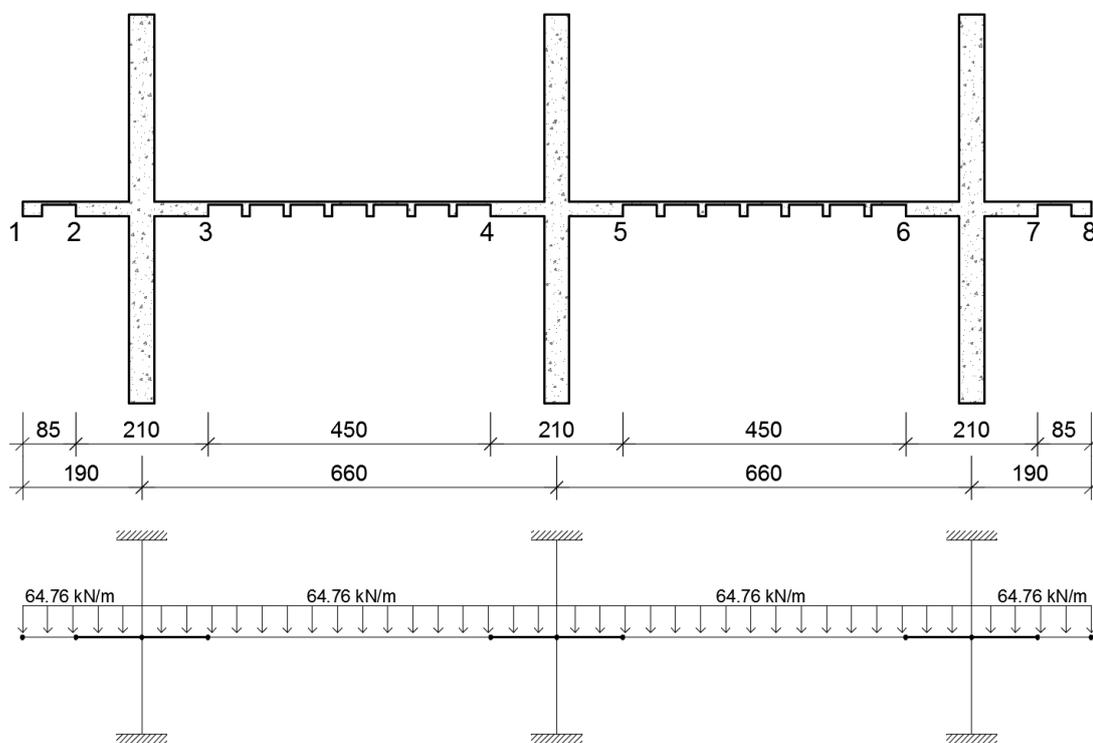
Os pórticos da laje em análise foram divididos em segmentos, devido à diferença da seção transversal existente, e lançados no Ftool, conforme figuras 53 e 54.

Figura 53 - Pórtico X segmentado para lançamento no Ftool



Fonte: Autor.

Figura 54 - Pórtico Y segmentado para lançamento no Ftool



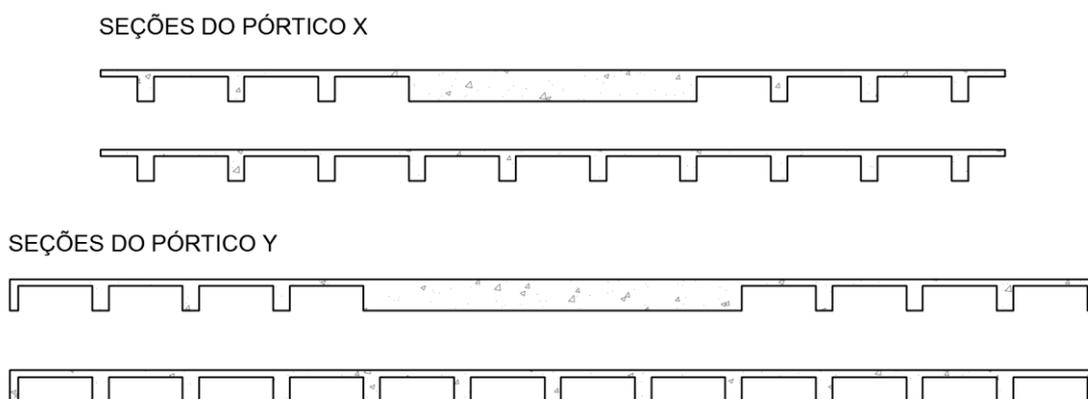
Fonte: Autor.

Para que o *software* executasse a análise dos pórticos lançados, foi preciso determinar alguns parâmetros, tais quais: material, seção, condições de apoio e carregamentos.

Tratando-se de uma estrutura com seção variável, aplicou-se para a laje o parâmetro referente a uma seção genérica. A fim de atender a este parâmetro, utilizou-se o *software* AutoCAD para a determinação das inércias das seções da laje, através do desenho destas.

Como ilustrado na figura 55 abaixo, para cada pórtico obteve-se duas seções transversais, uma passando pela faixa da laje que contém os maciços e a outra passando pela faixa que contém apenas as nervuras.

Figura 55 - Seções dos pórticos X e Y



Fonte: Autor.

A tabela 7 apresenta os valores de inércia encontrados para cada seção da laje dos pórticos X e Y.

Tabela 7 - Valores de inércia

Pórtico	Seção	Inércia (mm ⁴ /faixa)
X	C/ maciço	5,10E+09
	Nervuras	2,82E+09
Y	C/ maciço	4,29E+09
	Nervuras	2,55E+09

Fonte: Autor.

Após a definição e a aplicação de todos os parâmetros da estrutura no Ftool, foi possível obter os momentos fletores e as forças cortantes da estrutura, necessárias a sequência do estudo.

Nas tabelas 8 e 9 apresentadas abaixo, constam os carregamentos aplicados a laje, bem como os momentos fletores gerados para cada segmento dos pórticos X e Y, respectivamente.

Tabela 8 - Momentos característicos do pórtico X

Posição	Carregamento atuante (kN/m)	Momento característico Msk (kN.m)
1 - 2	54,098	-67,5
		-251,9
2 - 3	54,098	-23
		129,6
		-80,1
3 - 4	54,098	-339,5
4 - 5	54,098	-80,1
		129,6
		-23
5 - 6	54,098	-251,9
		-67,5

Fonte: Autor.

Tabela 9 - Momentos característicos do pórtico Y

Posição	Carregamento atuante (kN/m)	Momento característico Msk (kN.m)
1 - 2	64,76	-23,4
2 - 3	64,76	-116,9
		-297,9
3 - 4	64,76	-109,2
		54,7
		-109,3
4 - 5	64,76	-298
5 - 6	64,76	-109,3
		54,7
		-109,2
6 - 7	64,76	-297,9
		-116,9
7 - 8	64,76	-23,4

Fonte: Autor.

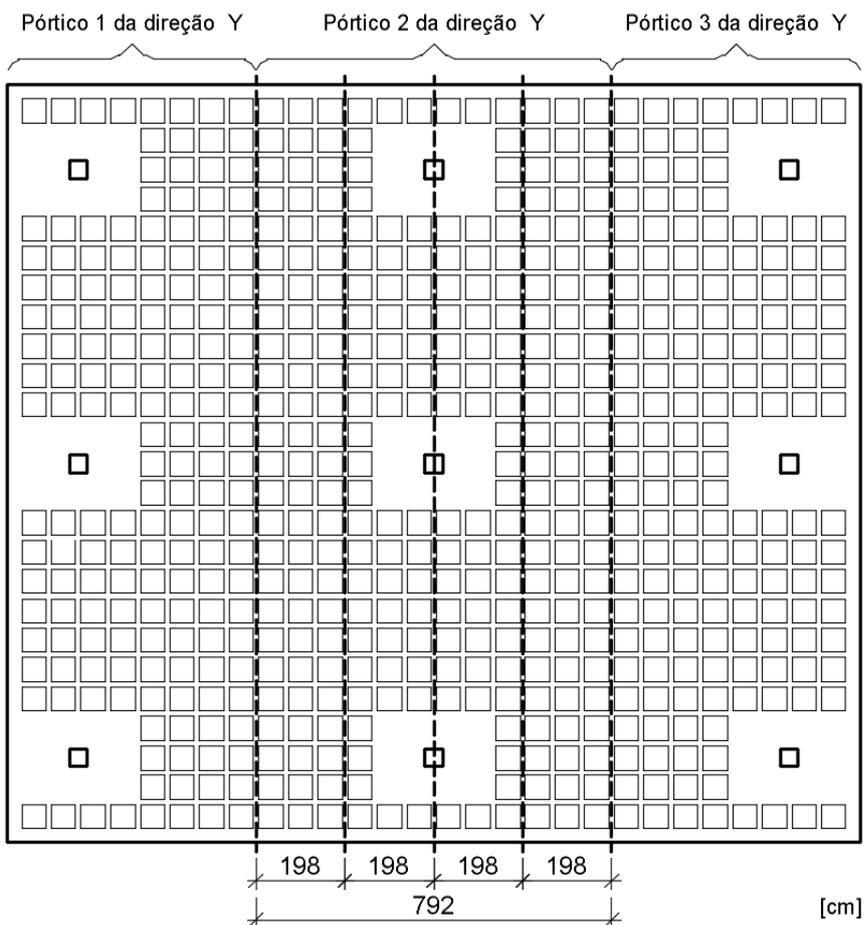
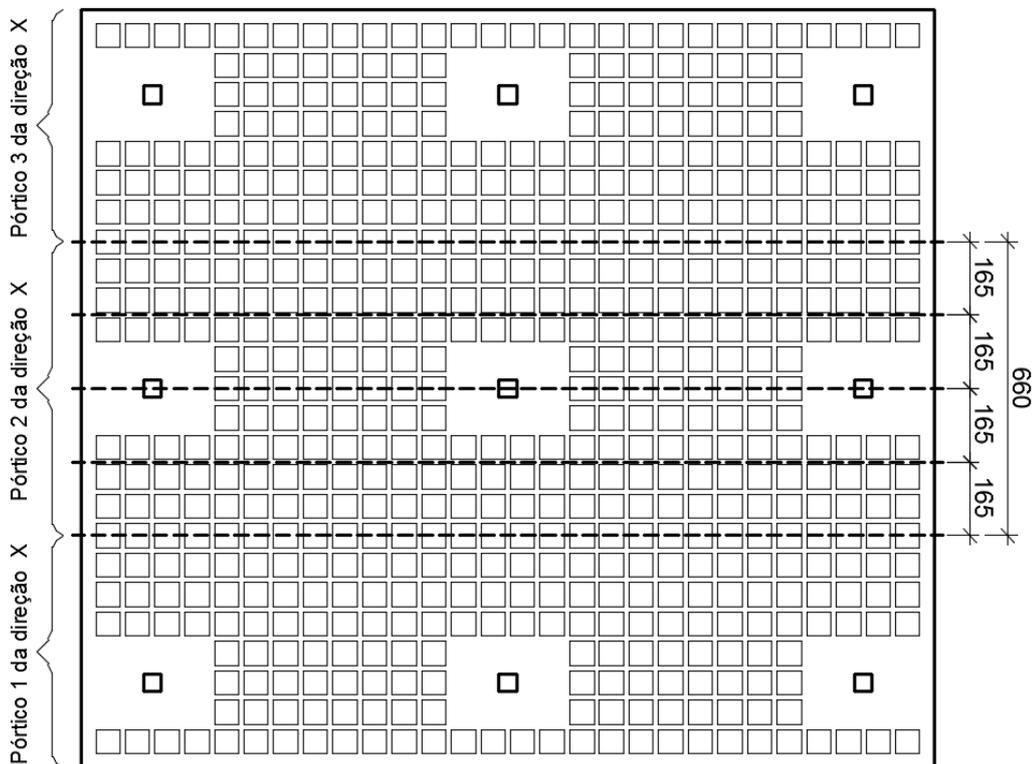
3.2.2 Aplicação do método

Para a correta aplicação do Método dos Pórticos Equivalentes, deve-se seguir as recomendações da norma vigente, sendo esta a NBR 6118:2014.

Iniciou-se a aplicação do método pela definição dos pórticos que serão analisados e, como mencionado anteriormente, adotou-se o pórtico central de cada direção devido à ocorrência regular desses.

A partir disso, foi possível determinar as faixas de distribuição da laje, sendo essas definidas de acordo com as recomendações normativas. A figura 56 ilustra a distribuição das faixas, tanto para o pórtico da direção X, quanto para o pórtico da direção Y.

Figura 56 - Distribuição das faixas do pórtico X e Y



Fonte: Autor.

Após a determinação das faixas de cada pórtico, fez-se a distribuição de seus respectivos momentos, sendo esses calculados de acordo com as especificações citadas no item 2.3.6.3 deste estudo.

Conforme as especificações normativas, os momentos característicos retirados do Ftool foram distribuídos para as faixas internas e externas dos pórticos X e Y. Em seguida, foram divididos pela largura da faixa para a obtenção dos momentos referentes a uma faixa de 1m. As tabelas 10 e 11 apresentam estes dados.

Tabela 10 - Distribuição dos momentos característicos nas faixas do pórtico X

Posição	Msk (kN.m)	Faixa	Largura (m)	Msk por faixa (kN.m)	Msk por faixa (kN.m/m)
1 - 2	-67,5	Interna	1,65	-8,4375	-5,114
		Externa	1,65	-25,3125	-15,341
	-251,9	Interna	1,65	-31,488	-19,083
		Externa	1,65	-94,463	-57,250
2 - 3	-23	Interna	1,65	-2,875	-1,742
		Externa	1,65	-8,625	-5,227
	129,6	Interna	1,65	29,16	17,673
		Externa	1,65	35,64	21,600
	-80,1	Interna	1,65	-10,013	-6,068
		Externa	1,65	-30,038	-18,205
3 - 4	-339,5	Interna	1,65	-42,438	-25,720
		Externa	1,65	-127,313	-77,159
4 - 5	-80,1	Interna	1,65	-10,013	-6,068
		Externa	1,65	-30,038	-18,205
	129,6	Interna	1,65	29,160	17,673
		Externa	1,65	35,640	21,600
	-23	Interna	1,65	-2,875	-1,742
		Externa	1,65	-8,625	-5,227
5 - 6	-251,9	Interna	1,65	-31,488	-19,083
		Externa	1,65	-94,463	-57,250
	-67,5	Interna	1,65	-8,438	-5,114
		Externa	1,65	-25,313	-15,341

Fonte: Autor.

Tabela 11 - Distribuição dos momentos característicos nas faixas do pórtico Y

Posição	Msk (kN.m)	Faixa	Largura (m)	Msk por faixa (kN.m)	Msk por faixa (kN.m/m)
1 - 2	-23,4	Interna	1,98	-2,925	-1,477
		Externa	1,98	-8,775	-4,432
2 - 3	-116,9	Interna	1,98	-14,613	-7,380
		Externa	1,98	-43,838	-22,140
	-297,9	Interna	1,98	-37,238	-18,807
		Externa	1,98	-111,713	-56,420
3 - 4	-109,2	Interna	1,98	-13,650	-6,894
		Externa	1,98	-40,950	-20,682
	54,7	Interna	1,98	12,308	6,216
		Externa	1,98	15,043	7,597
	-109,3	Interna	1,98	-13,663	-6,900
		Externa	1,98	-40,988	-20,701
4 - 5	-298	Interna	1,98	-37,250	-18,813
		Externa	1,98	-111,750	-56,439
5 - 6	-109,3	Interna	1,98	-13,663	-6,900
		Externa	1,98	-40,988	-20,701
	54,7	Interna	1,98	12,308	6,216
		Externa	1,98	15,043	7,597
	-109,2	Interna	1,98	-13,650	-6,894
		Externa	1,98	-40,950	-20,682
6 - 7	-297,9	Interna	1,98	-37,238	-18,807
		Externa	1,98	-111,713	-56,420
	-116,9	Interna	1,98	-14,613	-7,380
		Externa	1,98	-43,838	-22,140
7 - 8	-23,4	Interna	1,98	-2,925	-1,477
		Externa	1,98	-8,775	-4,432

Fonte: Autor.

3.3 Dimensionamento

3.3.1 Dimensionamento à flexão

Para o dimensionamento à flexão da laje nervurada, obteve-se os momentos de cálculo a partir da majoração dos momentos característicos das faixas internas e externas, sendo estes multiplicados pelo fator 1,4. Salienta-se que apenas os maiores momentos de cada segmento foram considerados para o dimensionamento.

Além disso, a estrutura foi considerada como uma seção T, a partir da qual definiu-se a posição da linha neutra, por meio da equação 4. Através da posição da

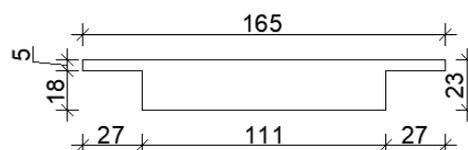
linha neutra, verificou-se qual parte da seção encontra-se comprimida e, a partir disso, definiu-se a área de aço da mesma.

Para o cálculo das áreas de aço, considerou-se que cada faixa dos pórticos fosse uma seção T e, conforme as figuras 57 e 58, obteve-se, tanto para o pórtico X quanto para o pórtico Y, duas seções distintas.

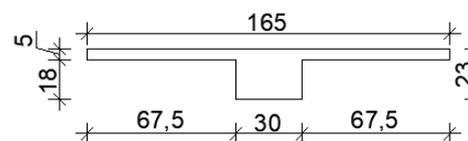
Figura 57 - Seções T do pórtico X

Seções 1-2, 3-4 e 5-6:

Faixas externas:

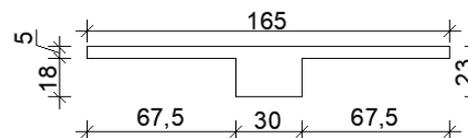


Faixas internas:



Seções 2-3 e 4-5:

Faixas externas = Faixas internas:

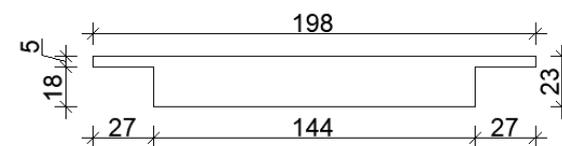


Fonte: Autor.

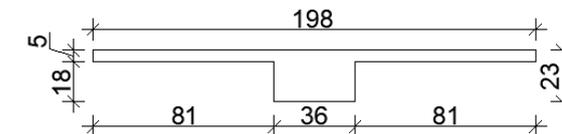
Figura 58 - Seções T do pórtico Y

Seções 2-3, 4-5 e 6-7:

Faixas externas:

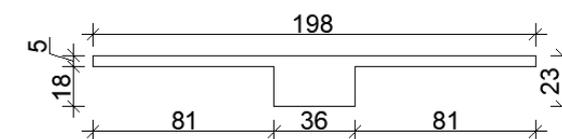


Faixas internas:



Seções 1-2, 3-4, 5-6 e 7-8:

Faixas externas = Faixas internas:



Fonte: Autor.

A partir das seções T apresentadas acima, bem como da posição da linha neutra encontrada, sendo esta situada dentro da região da mesa, calculou-se as áreas de aço através da equação 5, apresentada no capítulo 2.

As tabelas 12 e 13 mostram a posição da linha neutra para os momentos de cálculo encontrados em cada segmento dos pórticos, bem como as respectivas áreas de aço calculadas.

Tabela 12 - Posição da linha neutra e áreas de aço do pórtico X

Posição	Msd (kN.cm)	Faixa	Msd por faixa (kN.cm)	bw (cm)	LN	0,8*LN	As por faixa (cm ²)
1 - 2 = 5 - 6	-35266	Interna	-4408,250	30	5,46	4,37	4,57
		Externa	-13224,750	111	4,50	3,60	13,95
2 - 3 = 4 - 5	-11214	Interna	-1401,750	30	1,86	1,49	1,55
		Externa	-4205,250	30	5,23	4,18	4,38
	18144	Interna	4082,400	165	1,04	0,83	4,79
		Externa	4989,600	165	1,28	1,02	5,89
3 - 4	-47530	Interna	-5941,250	30	7,14	5,71	5,98
		Externa	-17823,750	111	5,91	4,73	18,33

Fonte: Autor.

Tabela 13 - Posição da linha neutra e áreas de aço do pórtico Y

Posição	Msd (kN.cm)	Faixa	Msd por faixa (kN.cm)	bw (cm)	LN	0,8*LN	As por faixa (cm ²)
1 - 2 = 7 - 8	-3276	Interna	-409,500	36	0,46	0,37	0,47
		Externa	-1228,500	36	1,37	1,10	1,38
2 - 3 = 6 - 7	-41706	Interna	-5213,250	36	5,38	4,30	5,41
		Externa	-15639,750	144	4,13	3,30	16,61
3 - 4 = 5 - 6	-15302	Interna	-1912,750	36	2,10	1,68	2,11
		Externa	-5738,250	36	5,87	4,70	5,91
	7658	Interna	1723,050	198	0,36	0,29	2,00
		Externa	2105,950	198	0,44	0,35	2,44
4 - 5	-41720	Interna	-5215,000	36	5,38	4,30	5,41
		Externa	-15645,000	144	4,13	3,30	16,62

Fonte: Autor.

3.3.2 Verificação quanto ao cisalhamento

A partir da distância entre eixos das nervuras, definiu-se qual o modelo de cálculo adotado para a verificação do cisalhamento. Tendo em vista que a distância entre

eixos da nervura da laje modelo é de 66 cm e compreende-se entre 65 e 90 cm, é possível fazer a verificação ao cisalhamento como verifica-se em vigas.

Para os trechos nervurados, situados entre apoios, tanto para o pórtico X quanto para o pórtico Y, retirou-se do diagrama de esforços cortantes a maior solicitação cortante, sendo estas de 150,6 kN e 145,7 kN, respectivamente. Adotou-se, como solicitação cortante de cálculo, o maior valor entre eles, sendo este majorado pelo fator 1,4. Sendo assim, o esforço cortante de cálculo ($V_{sd,x}$) é de 210,84 kN.

De acordo com as recomendações normativas, verificou-se se seriam necessárias armaduras transversais a partir do valor de esforço cortante máximo, indicado por $VRd1$ e expresso pela equação 15, devendo este ser maior ou igual ao V_{sd} de cálculo.

Para calcular o valor do esforço cortante máximo, considerou-se como bw o somatório de todas as nervuras presentes na largura de cada pórtico, sendo as nervuras com bw de 12 cm e as bordas com bw de 31 cm, e para as taxas de armadura procedeu-se da mesma forma.

As taxas de armaduras calculadas referem-se as áreas de aço das seções analisadas, sendo estas definidas a partir do dimensionamento a flexão, e encontram-se no apêndice A e B.

A tabela 14 demonstra o procedimento de cálculo utilizado para a determinação do valor de $VRd1$ e, nas regiões nervuradas dos pórticos 1 e 3, o mesmo apresentou valor inferior ao V_{sc} , indicando a necessidade de armaduras transversais.

Tabela 14 - Verificação ao cisalhamento na seção nervurada do pórtico X

Pórtico	Nº de nervuras	Nº de bordas	bw	V_{sk} (kN)	V_{sd} (kN)	τ_{rd} (kN/c m ²)	k	ρ_1	$VRd1$ (kN)
1 = 3	7	1	115	150,6	210,84	0,032	1,40	0,02	206,48
2	10	0	120	150,6	210,84	0,032	1,40	0,02	215,46

Fonte: Autor.

Já para a região dos apoios do pórtico X, retirou-se a maior solicitação cortante obtida no F_{tool} e, através da majoração desta, obteve-se a solicitação cortante de cálculo no valor de 315,4 kN. Devido à simetria dos maciços dos três pórticos da direção X, fez-se a verificação para apenas um maciço, sendo este com seção de 210 cm de largura e 20 cm de altura útil.

Conforme os dados apresentados na tabela 15, o esforço cortante máximo obtido foi inferior ao esforço cortante de cálculo e, desta forma, será necessária a adição de armadura transversal.

Tabela 15 - Verificação ao cisalhamento nas seções dos apoios do pórtico X

Pórtico	Largura (cm)	Vsk (kN)	Vsd (kN)	τ_{rd} (kN/cm ²)	k	ρ_1	VRd1 (kN)
1	210	225,30	315,42	0,032	1,40	0,008	288,96

Fonte: Autor.

Para o pórtico Y, fez-se apenas a verificação do cortante para as regiões dos apoios, tendo em vista que os trechos nervurados são similares aos do pórtico X.

Sendo assim, verificou-se os pórticos 1 e 2, devido à diferença de largura destes maciços, sendo estas de 296 cm e 276 cm, respectivamente. Para tal, retirou-se do Ftool o maior valor de cortante encontrado e majorou-se o mesmo pelo fator 1,4, obtendo-se assim uma sollicitação cortante de cálculo de 299,18 kN. Como é possível observar na tabela 16, não foi necessária a adição de armaduras transversais.

Tabela 16 - Verificação ao cisalhamento nas seções dos apoios do pórtico Y

Pórtico	Largura (cm)	Vsk (kN)	Vsd (kN)	τ_{rd} (kN/cm ²)	k	ρ_1	VRd1 (kN)
1 = 3	296	213,7	299,18	0,032	1,40	0,007	388,97
2	276	213,7	299,18	0,032	1,40	0,006	358,27

Fonte: Autor.

A partir das verificações acima, constatou-se a necessidade de adição de armadura transversal em alguns pontos da laje. Dessa forma, realizou-se, para estes pontos, as verificações quanto ao cisalhamento da mesma forma que verifica-se em vigas, como descrito abaixo.

Para as verificações a seguir, adotou-se o Modelo de cálculo I e, de acordo com as características da estrutura, fez-se as seguintes considerações:

- $\alpha_{v2} = 0,9$;
- $f_{cd} = 1,785$ kN/cm²;
- $d = 20$ cm;
- $f_{ctd} = 0,128$ kN/cm²;

- $f_{ywd} = 25 \text{ kN/cm}^2$;
- estribo de $\varnothing 6,3 \text{ mm}$ ($A_s = 0,31 \text{ cm}^2$) com espaçamento distinto para cada verificação.

Tendo em vista a semelhança entre as seções nervuradas de ambas as direções, fez-se a verificação apenas para o pórtico X devido à presença do maior esforço cortante nesta direção e, assim como anteriormente, obteve-se o valor de bw através do somatório de todas as nervuras presentes na faixa de cada pórtico. Além disso, adotou-se 150,6 kN para o esforço cortante característico, proveniente do F_{tool} .

A tabela 17 demonstra o procedimento de cálculo realizado para a verificação dos pórticos 1 e 3, sendo estes os pórticos que necessitam de adição de armadura transversal, de acordo com as verificações anteriores. A partir dos resultados visualizados abaixo, verifica-se que os critérios estipulados pelas equações 17 e 18 foram atendidos e que, com a adição das armaduras transversais, a estrutura resistirá aos esforços cisalhantes da seção nervurada. Salieta-se que considerou-se a adição de 13 estribos com espaçamento de 8 cm.

Tabela 17 - Verificação pelo modelo de cálculo I - Seção nervurada em X

Pórtico	bw	V_{sd} (kN)	VR_{d2} (kN)	V_c (kN)	V_{sw} (kN)	$A_{sw/s}$ calculado (cm^2/cm)	$A_{sw/s}$ (cm^2/m)	$A_{sw/s}$ por ramo (cm^2/m)	$A_{sw/s}$ efetivo (cm^2/m)	V_{sw} (kN)	VR_{d3} (kN)
1 = 3	115	210,84	998,04	176,64	34,20	0,08	7,60	3,80	8,06	36,27	212,91

Fonte: Autor.

Para a região dos apoios, fez-se a verificação apenas dos pórticos que necessitam de adição de armaduras transversais, sendo estes os pórticos 1, 2 e 3 da direção X. Em função da simetria destes apoios, realizou-se apenas uma verificação nesta direção, onde adotou-se uma seção de 210 cm de largura por 20 cm de altura útil, bem como o esforço característico, proveniente do F_{tool} , de 225,3 kN.

A tabela 18 demonstra essas verificações, onde considerou-se a adição de 3 estribos com espaçamento de 20 cm. Com os resultados apresentados, é possível visualizar através do valor negativo da parcela de força cortante referente a armadura (V_{sw}), que a parcela da força cortante referente a seção de concreto (V_c) seria o suficiente para resistir aos esforços cortantes de cálculo. Dessa forma, será necessária a adição de armaduras transversais mínimas para a seção.

Tabela 18 - Verificação pelo modelo de cálculo I - Seção apoiada em X

Pórtico	largura (cm)	Vsd (kN)	VRd2 (kN)	Vc (kN)	Vsw (kN)	Asw/s (cm ² /cm)	Asw/s (cm ² /m)	Asw/s por ramo (cm ² /m)	Asw/s efetivo (cm ² /m)	Vsw (kN)	VRd3 (kN)
1	210	315,42	1822,50	322,56	-7,14	-0,02	-1,59	-0,79	1,86	8,37	330,93

Fonte: Autor.

3.3.3 Verificação quanto a punção

A fim de atender a verificação quanto a punção para todos os tipos de pilares existentes na laje modelo, analisou-se três pilares, sendo um de canto, um de borda e um interno.

Para a verificação destes pilares, escolheu-se as maiores reações de apoio encontradas nos pórticos e obtidas através do Ftool. Para o pilar de canto adotou-se as reações provenientes do pórtico Y, sendo estas de 213,7 kN e de -123,0 kN, e para os pilares de borda e interno adotou-se as reações provenientes do pórtico X, sendo estas de 225,3 kN e -225,3 kN.

Para a verificação da punção em pilares de canto, escolheu-se para a análise o pilar P1 e desconsiderou-se os momentos atuantes nos planos paralelos as bordas livres. Considerou-se 20 cm para a altura útil e 103 cm para o perímetro reduzido do contorno crítico, aplicando-os na equação 34.

$$\tau_{sd} = \frac{(213,7 + 123,0) \cdot 1,4}{103 \cdot 20} = 0,228 \text{ kN/cm}^2$$

Já na verificação do P2, sendo este um pilar de borda e sem momentos atuando paralelos ao plano das bordas livres. A partir da aplicação da equação 34, considerando uma altura útil de 20 cm e um perímetro de contorno crítico reduzido de 206 cm, tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{(2 \cdot 225,3) \cdot 1,4}{206 \cdot 20} = 0,153 \text{ kN/cm}^2$$

Além desses, fez-se a verificação da punção para o P5, sendo este um pilar interno com carregamento simétrico. Para a altura útil adotou-se 20 cm e para o perímetro do contorno crítico adotou-se 412 cm, aplicando-os na equação 29 abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{(2.225,3) \cdot 1,4}{412 \cdot 20} = 0,076 \text{ kN/cm}^2$$

A fim de verificar a necessidade de armaduras transversais através das tensões cisalhantes de cálculo apresentadas acima, calcula-se a tensão de cisalhamento resistente dos contornos C e C', expressos pelas equações 37 e 38. Para isso, considerou-se concreto C25, altura útil d de 20 cm e tensão da armadura de protensão nula.

Além disso, para a determinação da taxa de armadura geométrica, referente a armadura de flexão, considerou-se um maciço com seção de 276 cm de largura, 20 cm de altura útil e área de aço de 18,84 cm² para a direção X, e um maciço com seção de 210 cm de largura, 20 cm de altura útil e área de aço de 18,84 cm² para a direção Y. Através da aplicação destes valores na equação abaixo, tem-se:

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{18,84}{276 \cdot 20}\right) \cdot \left(\frac{18,84}{210 \cdot 20}\right)} = 0,0039$$

De posse de todos os dados, calculou-se, através da equação 38, a seguinte tensão resistente para a superfície crítica C':

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/20}\right) \cdot (100 \cdot 0,0039 \cdot 25)^{1/3} + 0,10 \cdot 0$$

$$\tau_{Rd1} = 0,555 \text{ kN/cm}^2$$

Já para a determinação da tensão resistente da superfície crítica C, através das equações abaixo, tem-se:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,9$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot \left(\frac{2,5}{1,4}\right)$$

$$\tau_{Rd2} = 0,434 \text{ kN/cm}^2$$

Como é possível visualizar nos resultados apresentados pela tabela 19, para todos os pilares analisados, as tensões de cisalhamento T_{sd} calculadas foram inferiores as tensões nos contornos críticos C e C', representados por TRd1 e TRd2, respectivamente. Desta forma, os pilares analisados atendem as verificações quanto a punção, sendo dispensada a adição de armaduras e, conseqüentemente, a verificação da tensão resistente $TRd3$ da superfície crítica C'', calculada apenas quando há a necessidade de armadura para punção.

Tabela 19 - Verificação quanto a punção

Pilares	τ_{sd} (kN/cm ²)	τ_{rd1} (kN/cm ²)	τ_{rd2} (kN/cm ²)
P1	0,23	0,55	0,434
P2	0,15		
P5	0,07		

Fonte: Autor.

3.4 Método dos elementos finitos

3.4.1 Ferramenta de cálculo

Para realizar a análise da estrutura através do método de elementos finitos utilizou-se a versão acadêmica do *software* ANSYS 16.1.

O ANSYS é um programa computacional de elementos finitos que pode ser utilizado para a resolução de diversos problemas estruturais, a partir de análises numéricas realizadas durante a simulação da estrutura.

Neste estudo, o *software* foi utilizado visando comparar os momentos fletores, sendo estes encontrados a partir das tensões geradas na simulação computacional da estrutura, com os momentos fletores encontrados através do método de cálculo proposto pela norma vigente.

A etapas de lançamento dos dados no programa, referentes ao modelo em análise, são apresentadas a seguir.

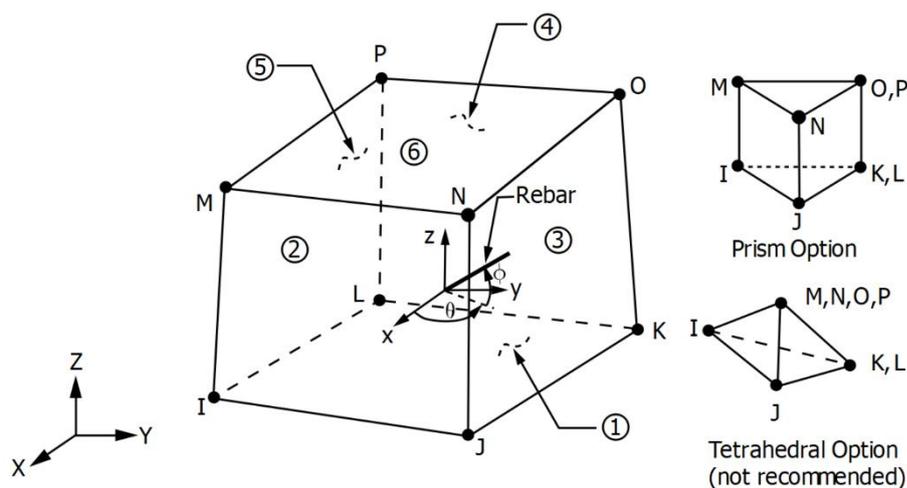
3.4.2 Pré-processamento

3.4.2.1 Parâmetros

Visando utilizar a área do programa pertinente a uma análise estrutural, bem como seus comandos e dados, definiu-se primeiramente que esta seria o tipo de análise realizada e, em seguida, definiu-se os parâmetros da estrutura.

Para a simulação do modelo proposto, empregou-se o elemento SOLID65, sendo este utilizado para estruturas sólidas e de modelagem tridimensional, além de ser indicado para a representação de materiais frágeis, como o concreto. Conforme figura 59, o elemento apresenta oito nós e três graus de liberdade por nó, sendo estes a translação dos eixos X, Y e Z.

Figura 59 - Elemento SOLID65



Fonte: ANSYS 16.1 *Reference Manual* (2015).

Para as propriedades mecânicas considerou-se um material do tipo linear, elástico e isotrópico, onde adotou-se Módulo de Elasticidade de $3,36 \times 10^7$ kN/m², referente ao concreto de 25 MPa, e Coeficiente de Poisson de 0,20.

3.4.2.2 Modelagem

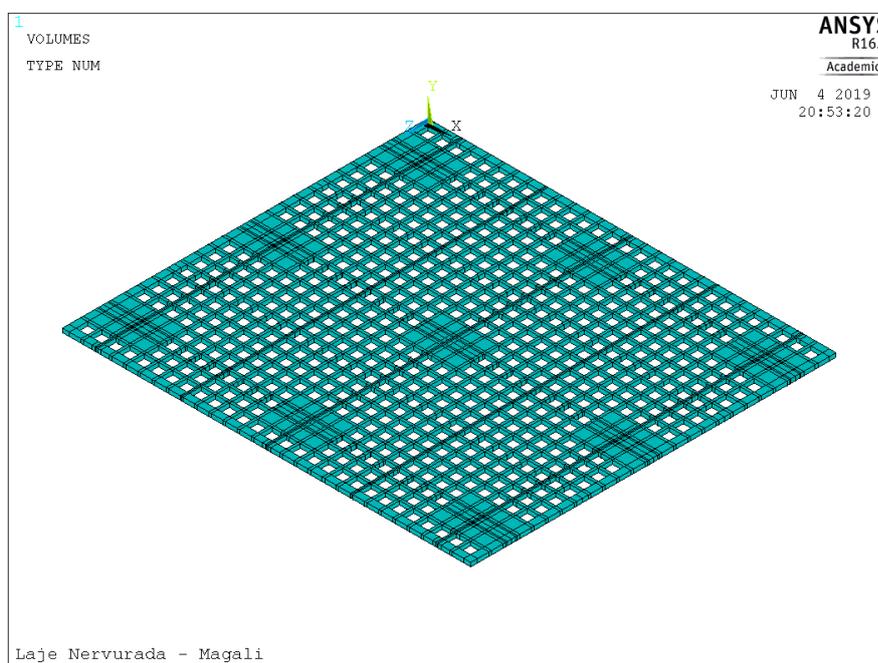
A estrutura foi modelada de acordo com as dimensões propostas anteriormente, sendo esta um pavimento da laje nervurada com 19 m de comprimento, 17 m de largura e 23 cm de altura. A laje é apoiada sobre pilares de seção 40 x 40 cm,

dispostos em pórticos regulares, que apresentam uma região maciça em seu contorno.

As nervuras possuem espessura de 12 cm e os vazios apresentam dimensões de 54cm de comprimento, 54 cm de largura e 18 cm de altura. Dessa forma, o espaçamento de eixo a eixo de nervuras é de 66 cm.

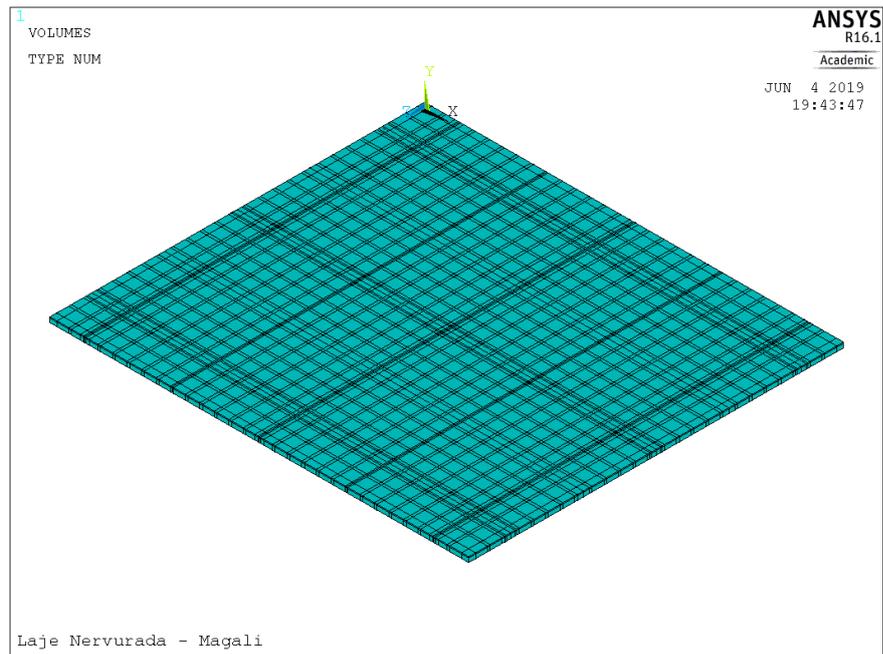
A estrutura foi lançada através de coordenadas, a partir da qual gerou-se áreas e, posteriormente, volumes. Conforme figura 60, lançou-se primeiramente os volumes referentes as nervuras e as seções maciças.

Figura 60 - Modelagem das nervuras e maciços



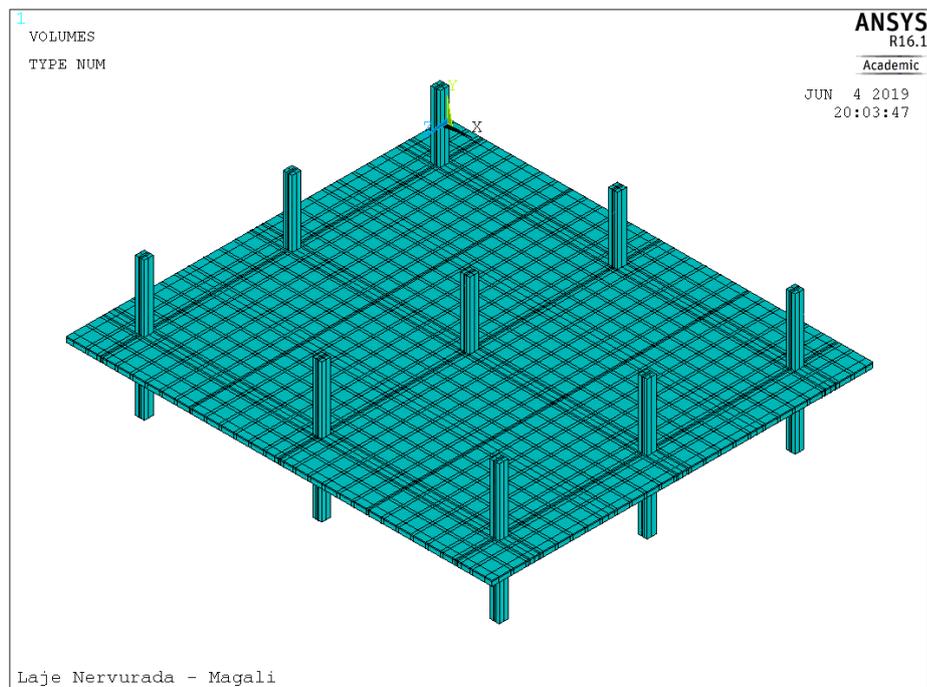
Fonte: Autor.

Em seguida, conforme figura 61, lançou-se a capa, a partir da extrusão das áreas superficiais das nervuradas e do preenchimento dos vazios existentes entre elas, sendo estes preenchidos a partir da extrusão da lateral da capa presente sobre as nervuras.

Figura 61 - Modelagem da capa

Fonte: Autor.

Posteriormente, modelou-se os pilares a partir da extrusão das áreas referentes aos mesmos, conforme figura 62.

Figura 62 - Modelagem dos pilares

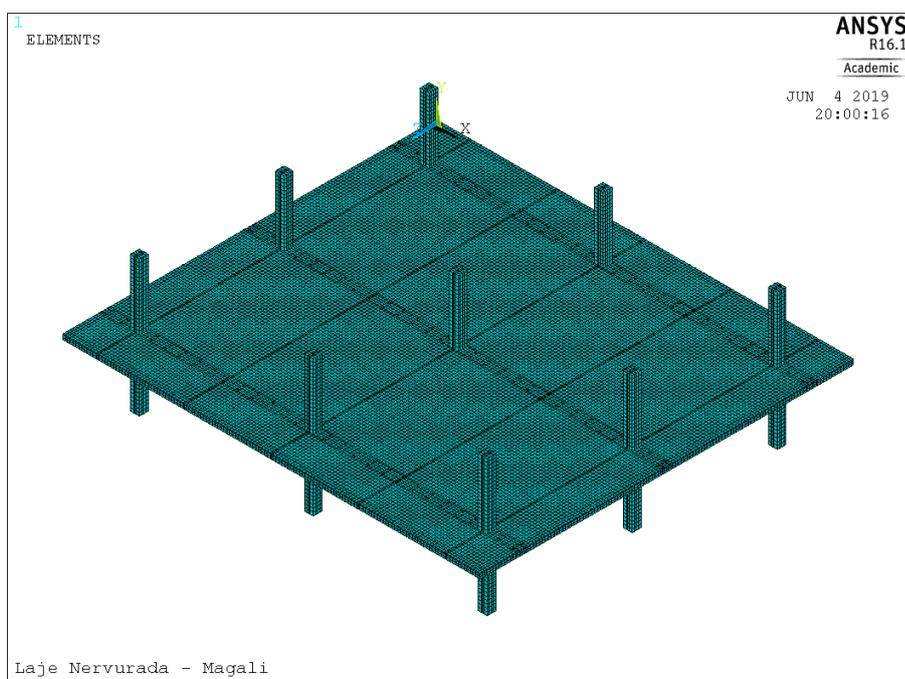
Fonte: Autor.

3.4.2.3 Discretização

A formação da malha de elementos é obtida a partir da discretização da estrutura, sendo esta definida pelas dimensões do elemento adotado. A malha deve ser verificada através de análises de convergência e refinada de acordo com a necessidade.

Tendo em vista que não foi possível aplicar malhas com elementos de menores dimensões, já que essas excediam o número de nós permitido pelo *software*, definiu-se uma malha de elementos finitos com dimensão de 15 cm. A figura 63 ilustra a estrutura após a aplicação da malha.

Figura 63 - Aplicação da malha de elementos finitos



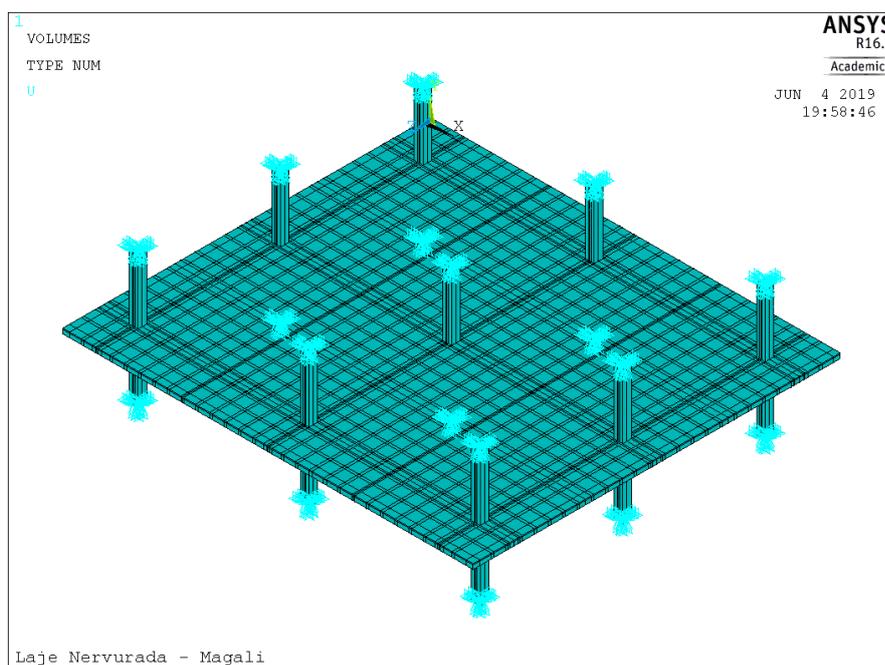
Fonte: Autor.

3.4.3 Processamento

3.4.3.1 Condições de contorno

Para o modelo em análise, adotou-se a vinculação de engastamento em todos os pilares sobre os quais a laje se apoia, restringindo assim os deslocamentos dos eixos X, Y e Z dos mesmos. A figura 64 ilustra esta vinculação.

Figura 64 - Aplicação do engastamento



Fonte: Autor.

3.4.3.2 Carregamento atuante

Como no método apresentado anteriormente adotou-se como carregamento o peso próprio da estrutura, o peso próprio do revestimento, de 1 kN/m², e a sobrecarga de utilização, sendo esta referente a um pavimento de lojas de 4 kN/m².

Definiu-se o peso próprio da laje a partir do produto do volume efetivo da mesma pelo peso específico do concreto armado. O procedimento de cálculo é demonstrado a seguir:

$$\text{Volume efetivo} = \text{Volume maciço} - \text{Volume vazio}$$

$$\text{Volume efetivo} = (19,00 \times 17,00 \times 0,23) - [(0,54 \times 0,54 \times 0,18) \times 592]$$

$$\text{Volume efetivo} = 74,29 - 31,073 = 43,22 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso Próprio} = \text{Volume efetivo} \times \gamma_{\text{concreto}}$$

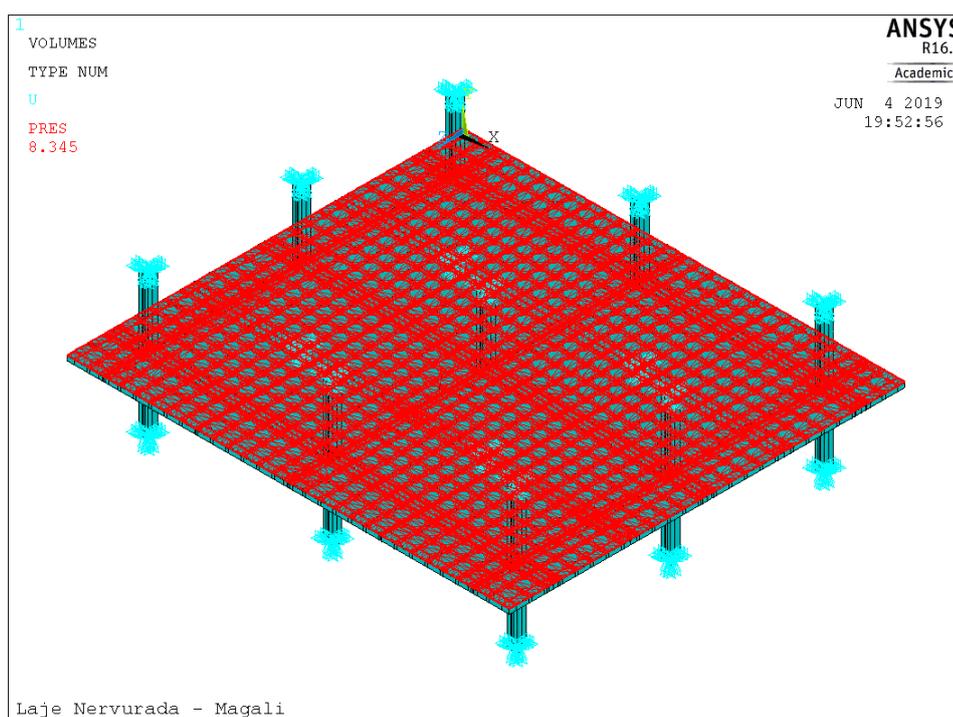
$$\text{Peso Próprio} = 43,22 \times 25 = 1080,43 \text{ kN}$$

A partir do peso próprio, definiu-se o valor da carga referente ao peso próprio por metro quadrado de laje para a aplicação no modelo tridimensional, sendo esta por metro quadrado de laje:

$$P_k = \frac{PP}{\text{área da laje}} = \frac{1080,43}{(19,00 \times 17,00)} = 3,345 \text{ kN/m}^2$$

Em seguida, a partir do somatório de todos os carregamentos, obteve-se um carregamento atuante de 8,345 kN/m², sendo este aplicado na superfície da laje nervurada. A figura 65 demonstra o modelo tridimensional após a aplicação do carregamento e pronta para a execução da fase de processamento.

Figura 65 - Aplicação do carregamento



Fonte: Autor.

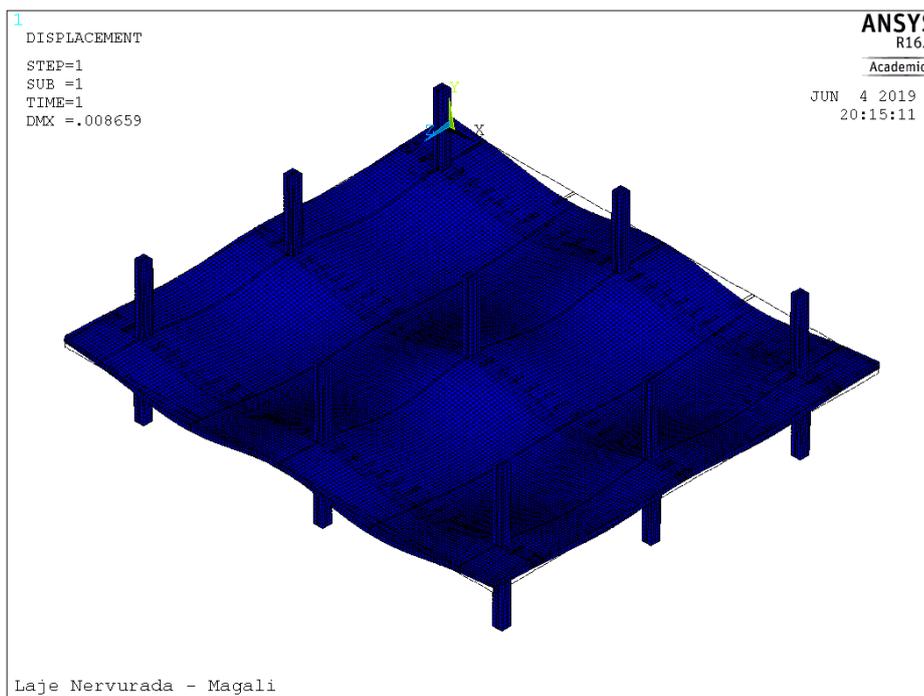
3.4.4 Pós-Processamento

Após a aplicação do carregamento atuante, realizou-se a simulação da estrutura e, em seguida, obteve-se os resultados das tensões e deformações da estrutura, através de gráficos, imagens e tabelas geradas pelo *software*.

3.4.4.1 Deformações

Visualiza-se na figura 66 as deformações ocasionadas na estrutura devido ao carregamento atuante, sendo possível observar que as maiores deformações se encontram no centro das regiões nervuradas da laje.

Figura 66 - Deformações

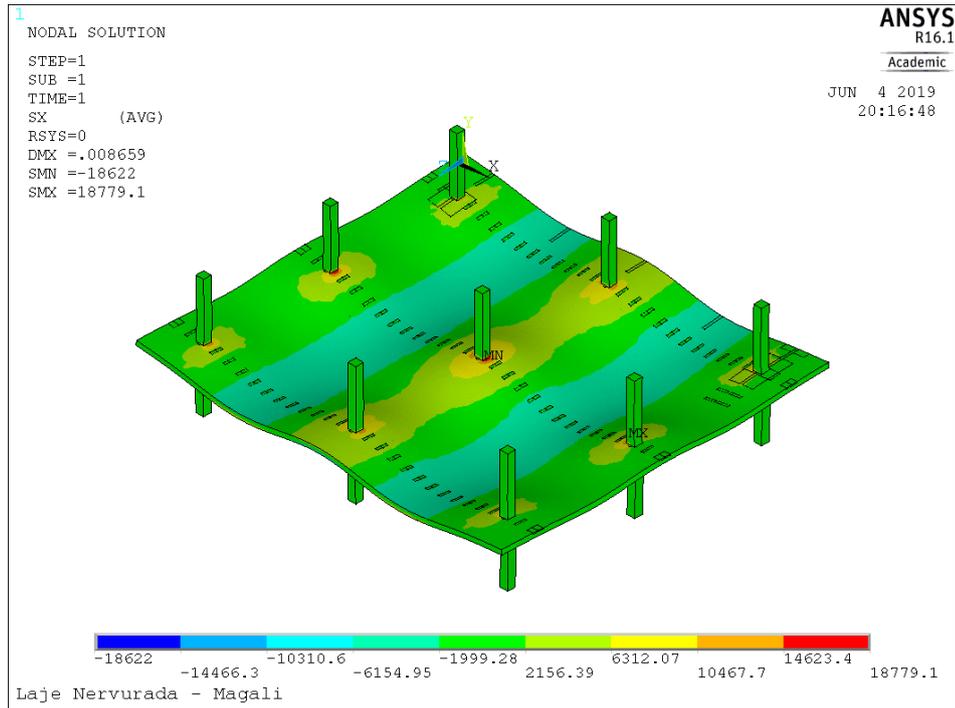


Fonte: Autor.

3.4.4.2 Tensões

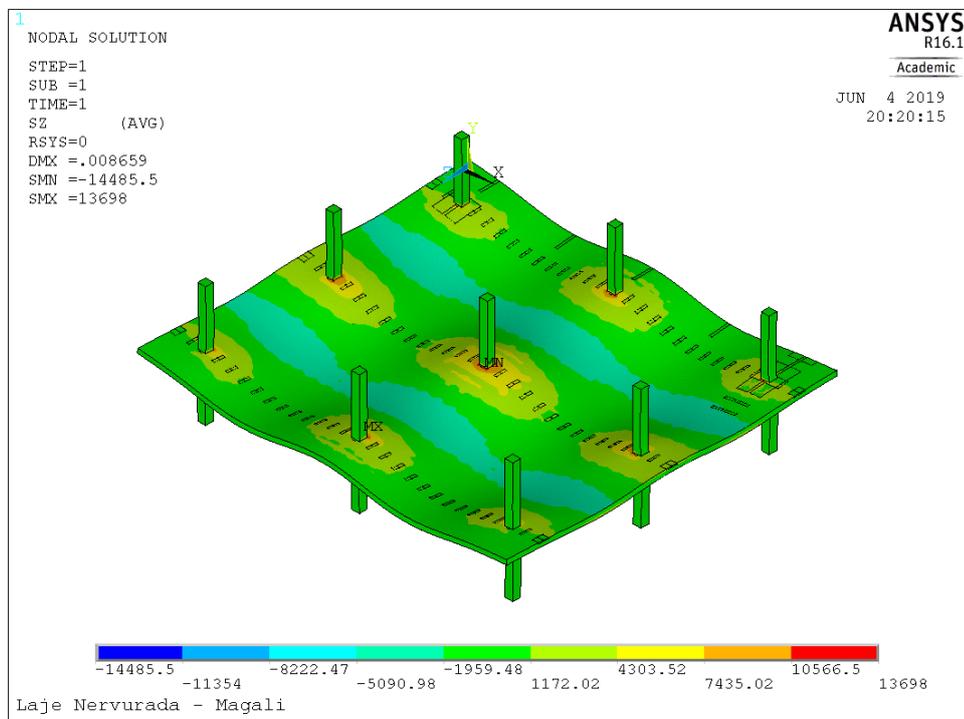
O *software* utiliza, para a análise das tensões, uma escala progressiva de cores para demonstrar as variações dos valores de tensões ocorridas na estrutura. Nas figuras 67 e 68 é possível visualizar as tensões ocasionadas na simulação da laje modelo, sendo estas referentes aos eixos X e Z, respectivamente.

Figura 67 - Tensões normais em função do eixo X



Fonte: Autor.

Figura 68 - Tensões normais em função do eixo Z



Fonte: Autor.

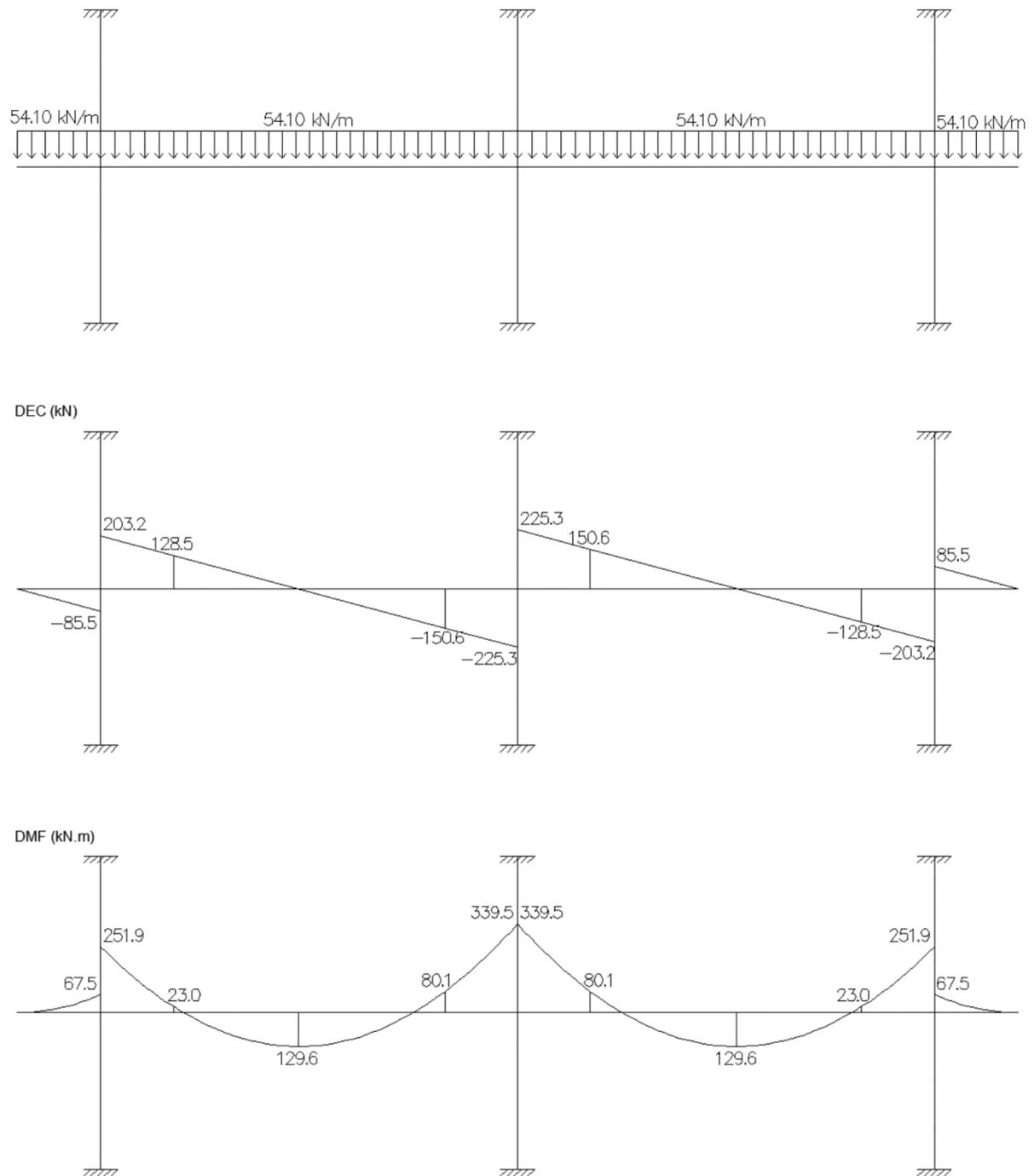
4 RESULTADOS E ANÁLISE

Neste capítulo serão apresentados os resultados dos procedimentos descritos na metodologia, bem como as análises dos mesmos.

4.1 Método dos pórticos equivalentes

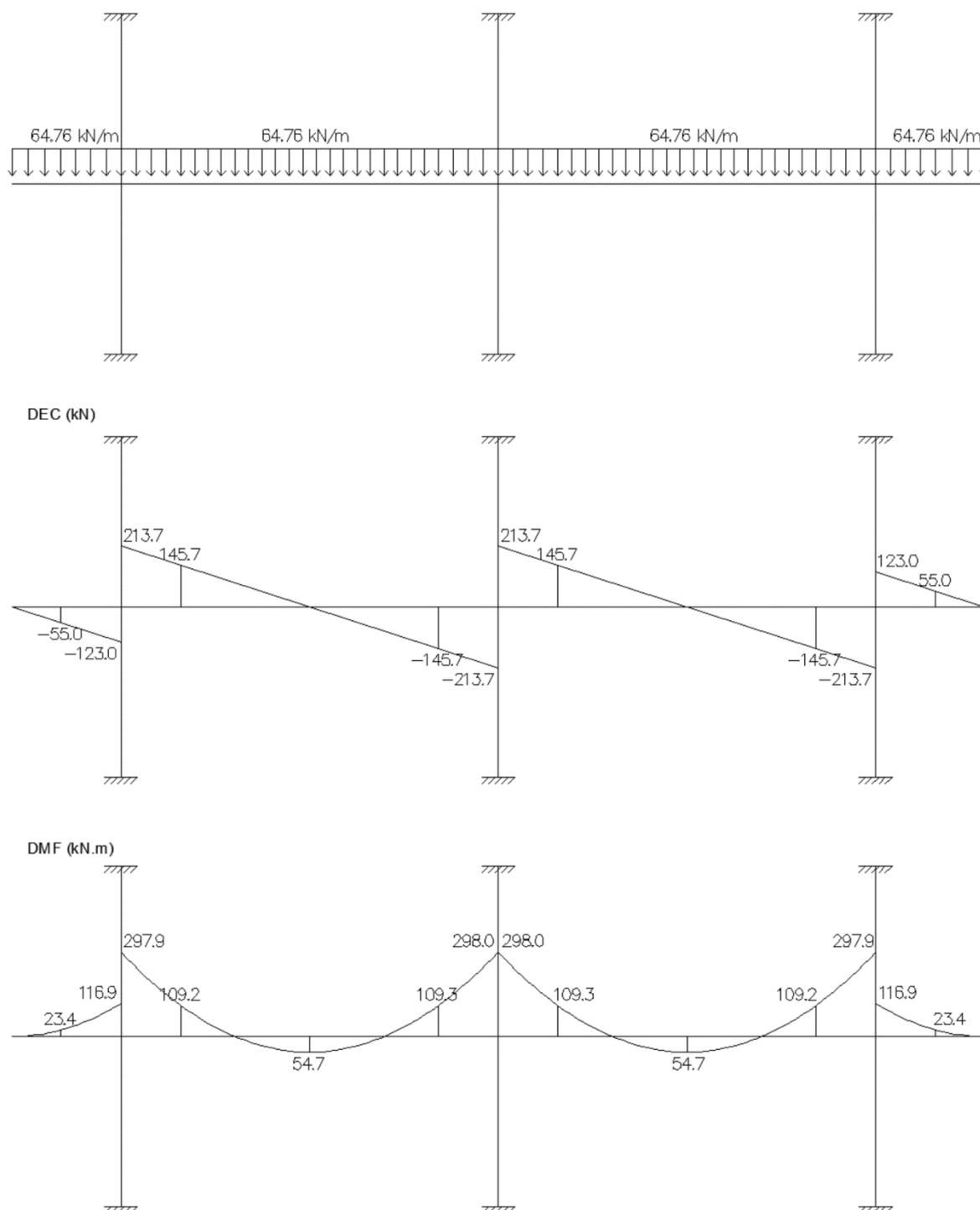
Como descrito anteriormente, para a obtenção dos momentos fletores por faixas, lançou-se os pórticos da direção X e da direção Y, bem como suas respectivas solicitações de cálculo, no *software* Ftool. Através destes obteve-se os momentos fletores e esforços cortantes ilustrados nas figuras 69 e 70 abaixo, sendo estes valores característicos, ou seja, não majorados.

Figura 69 - Diagramas do pórtico X



Fonte: Autor.

Figura 70 - Diagramas do pórtico Y

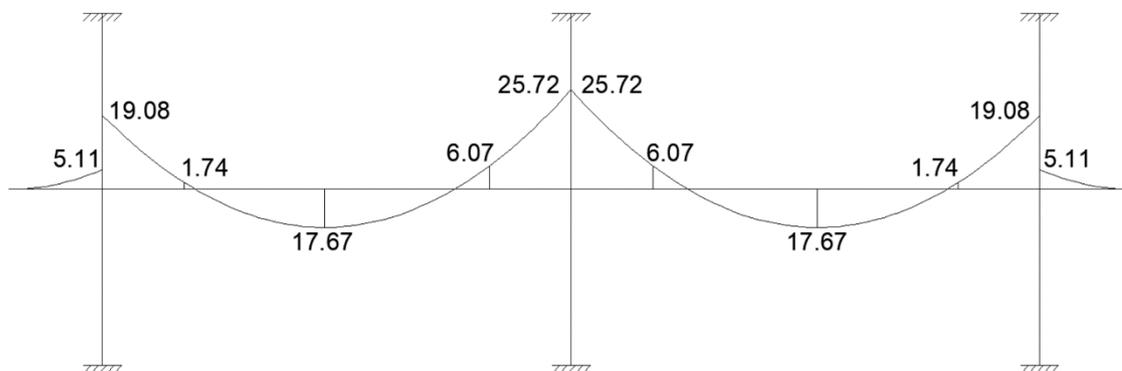


Fonte: Autor.

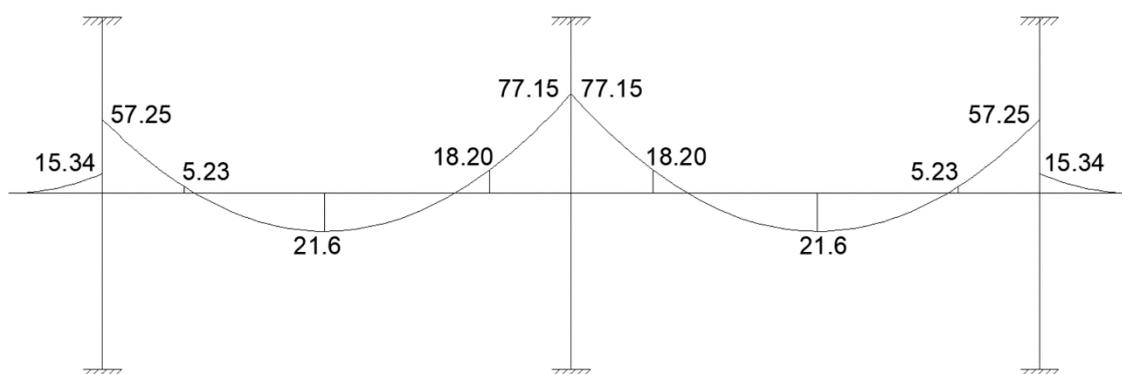
Os momentos característicos visualizados nas figuras acima foram distribuídos nas faixas internas e externas dos pórticos X e Y, conforme especificações normativas. Após a distribuição dos momentos fletores nas faixas, obteve-se os diagramas de momentos fletores apresentados nas figuras 71 e 72.

Figura 71 – Distribuição dos momentos do pórtico X

PÓRTICO X - FTOOL (kN.m/m) - Faixa Interna



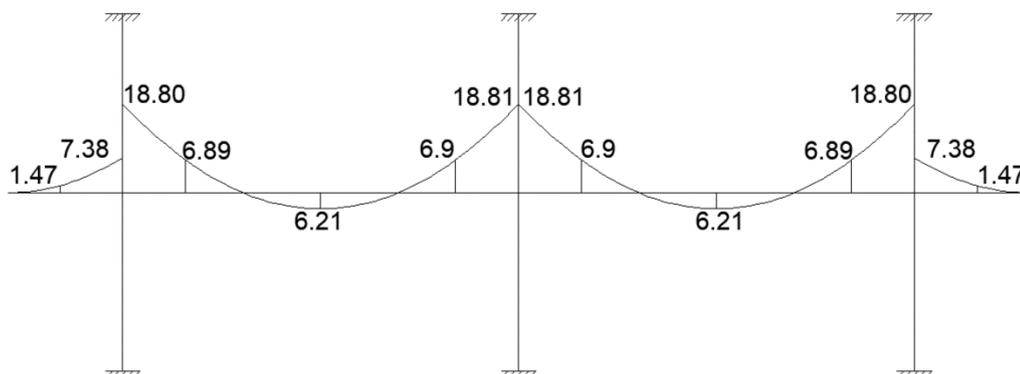
PÓRTICO X - FTOOL (kN.m/m) - Faixa Externa



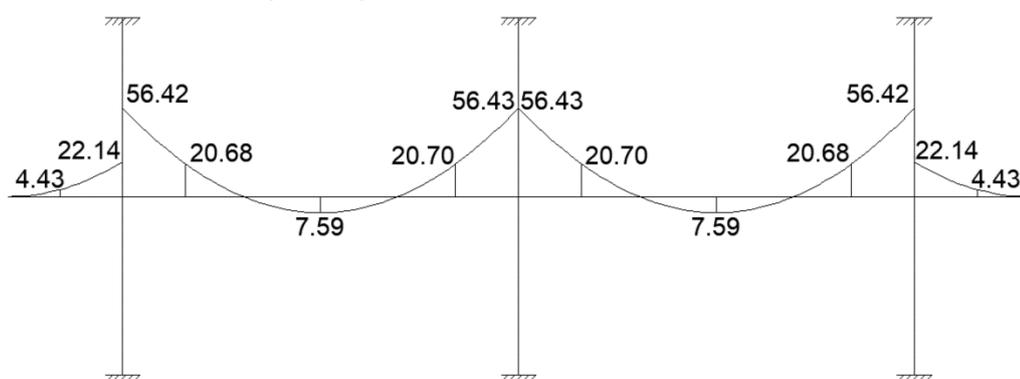
Fonte: Autor.

Figura 72 - Distribuição dos momentos fletores do pórtico Y

PÓRTICO Y - FTOOL (kN.m/m) - Faixa Interna



PÓRTICO Y - FTOOL (kN.m/m) - Faixa Externa



Fonte: Autor.

4.2 Dimensionamento e detalhamento

A partir da distribuição dos momentos fletores nas faixas internas e externas dos pórticos, foi possível fazer o dimensionamento da estrutura, através da obtenção de suas áreas de aço, como descrito no capítulo anterior. A partir das áreas de aço, definiu-se a armadura a ser adotada, bem como o detalhamento da laje.

As tabelas 20 e 21 resumem o dimensionamento à flexão da laje proposta, ou seja, demonstram as áreas de aço calculadas, as armaduras adotadas e as áreas de aço efetivas.

Tabela 20 - Armaduras adotadas no pórtico X

Posição	Faixa	As (cm ²)	Armadura Adotada	As efetivo (cm ²)
1 - 2 = 5 - 6	Interna	4,57	4 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	8,05
	Externa	13,95	5 Ø 20 mm	15,70
2 - 3 = 4 - 5	Interna	1,55	4 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	8,05
	Externa	4,38	5 Ø 20 mm	15,70
	Interna	4,79	5 Ø 12,5 mm	6,14
	Externa	5,89	5 Ø 12,5 mm	6,14
3 - 4	Interna	5,98	4 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	8,05
	Externa	18,33	5 Ø 20 mm + 4 Ø 10 mm	18,84

Fonte: Autor.

Tabela 21 - Armaduras adotadas no pórtico Y

Posição	Faixa	As (cm ²)	Armadura Adotada	As efetivo (cm ²)
1 - 2 = 7 - 8	Interna	0,47	5 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	9,28
	Externa	1,38	6 Ø 20 mm	18,84
2 - 3 = 6 - 7	Interna	5,41	5 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	9,28
	Externa	16,61	6 Ø 20 mm	18,84
3 - 4 = 5 - 6	Interna	2,11	5 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	9,28
	Externa	5,91	6 Ø 20 mm	18,84
	Interna	2,00	6 Ø 8 mm	3,00
	Externa	2,44	6 Ø 8 mm	3,00
4 - 5	Interna	5,41	5 Ø 12,5 mm + 1 Ø 20 mm	9,28
	Externa	16,62	6 Ø 20 mm	18,84

Fonte: Autor.

Para o detalhamento das armaduras adotadas a partir do dimensionamento a flexão seguiu-se as recomendações citadas no item 2.4.6. Além disso, fez-se as seguintes considerações:

- Calculou-se, de acordo com as áreas de aço calculadas e efetivas, os comprimentos de ancoragem necessários ($l_{b,nec}$) e o comprimento das armaduras de borda, conforme tabela 22:

Tabela 22 - Comprimentos de ancoragem e armaduras de borda

Posição	Bitola	$l_{b,nec}$ (cm)		$2h + l_b$ (cm)	
		Faixas		Faixas	
		Interna	Externa	Interna	Externa
Pórtico X	Ø 10 mm	-	38	-	-
	Ø 12.5 mm	37	46	-	93
	Ø 20 mm	-	73	-	121
Pórtico Y	Ø 8 mm	20	25	-	76
	Ø 12.5 mm	28	-	-	-
	Ø 20 mm	-	67	-	121

Fonte: Autor.

- Fez-se a decalagem dos diagramas de momentos fletores dos pórticos X e Y, para a definição do comprimento de transpasse das armaduras;
- Adicionou-se armaduras construtivas nas regiões dos maciços, obtidas a partir da área de aço mínima ($0,15\%A_c$), conforme tabela 23:

Tabela 23 - Armaduras construtivas

Posição	Maciço	h (cm)	l (cm)	A_s, min (cm ² /m)	Armadura adotada	A_s, ef (cm ² /m)
Pórtico X	1 = 3	23	210	7,25	8 Ø 8 mm c/ 26 cm	8,0
	2	23	210	7,25	8 Ø 8 mm c/ 26 cm	8,0
Pórtico Y	1 = 3	23	296	10,21	11 Ø 8 mm c/ 26 cm	11,0
	2	23	276	9,52	10 Ø 8 mm c/ 27 cm	10,0

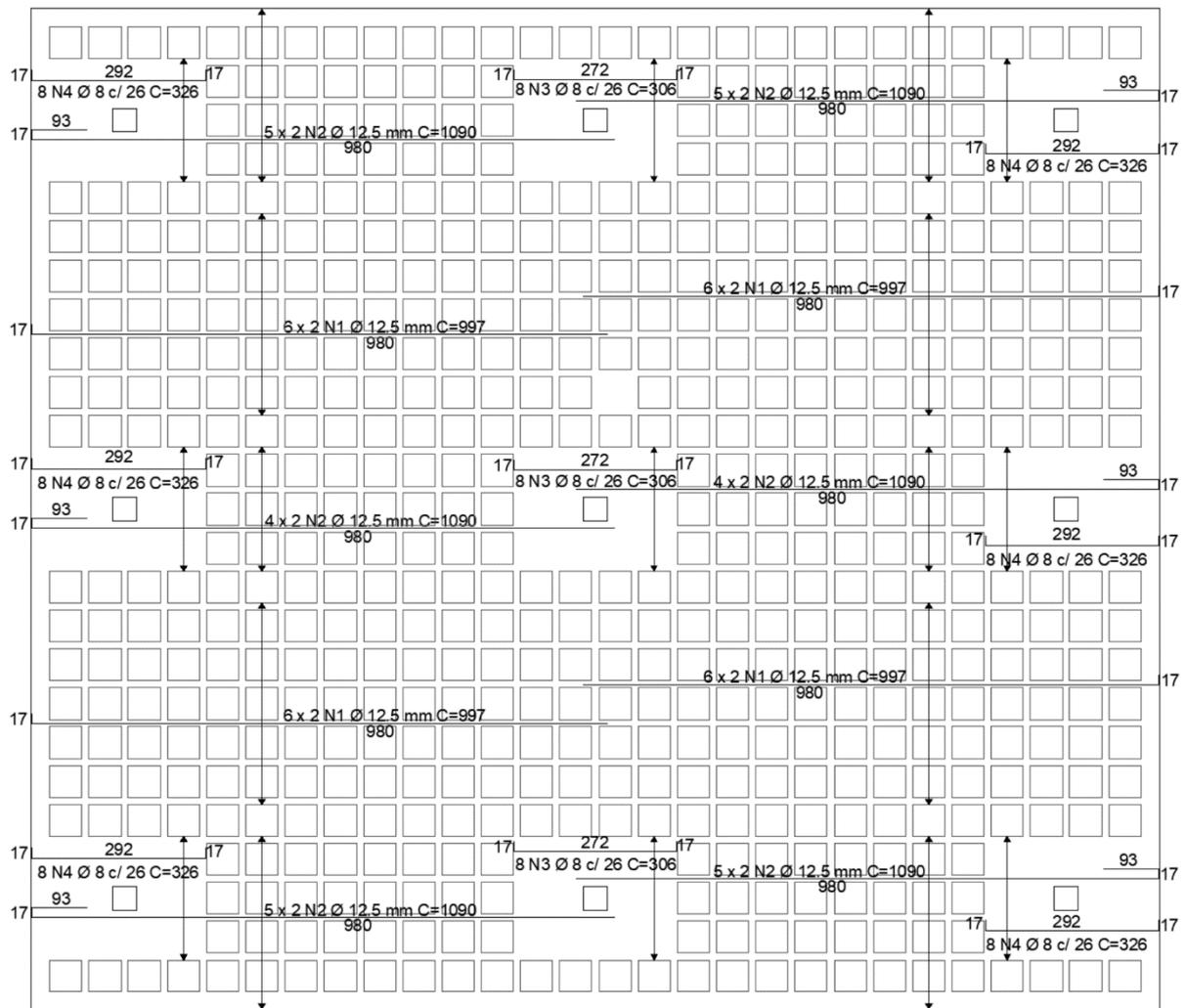
Fonte: Autor.

De acordo com as características adotadas à estrutura e conforme os cálculos apresentados no capítulo anterior, é necessária a adição de armaduras transversais em algumas regiões da laje. Entretanto, optou-se por não apresentar o detalhamento das mesmas, tendo em vista o desuso destas armaduras. Dessa forma, para evitar o uso de armaduras transversais na laje modelo, sugere-se o aumento da resistência característica do concreto (f_{ck}).

A partir da definição das armaduras longitudinais e construtivas fez-se o detalhamento da laje em estudo, sendo este baseado nas recomendações normativas já citadas.

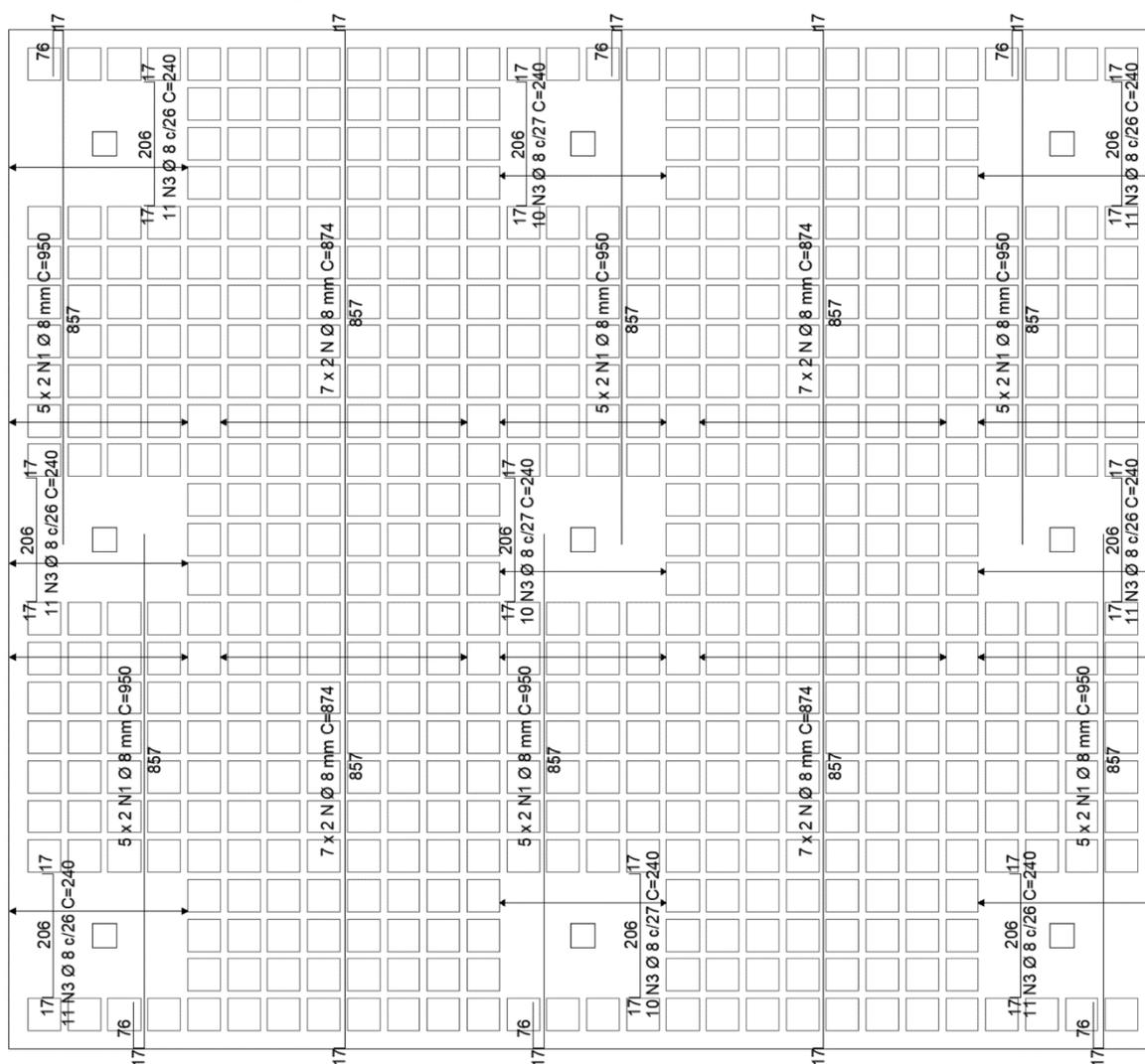
Em suma, detalhou-se separadamente as armaduras negativas e positivas para a direção X, conforme figuras 73 e 74, e para a direção Y, conforme figuras 75 e 76.

Figura 74 - Armaduras positivas do pórtico X



Fonte: Autor.

Figura 76 - Armadura positiva do pórtico Y



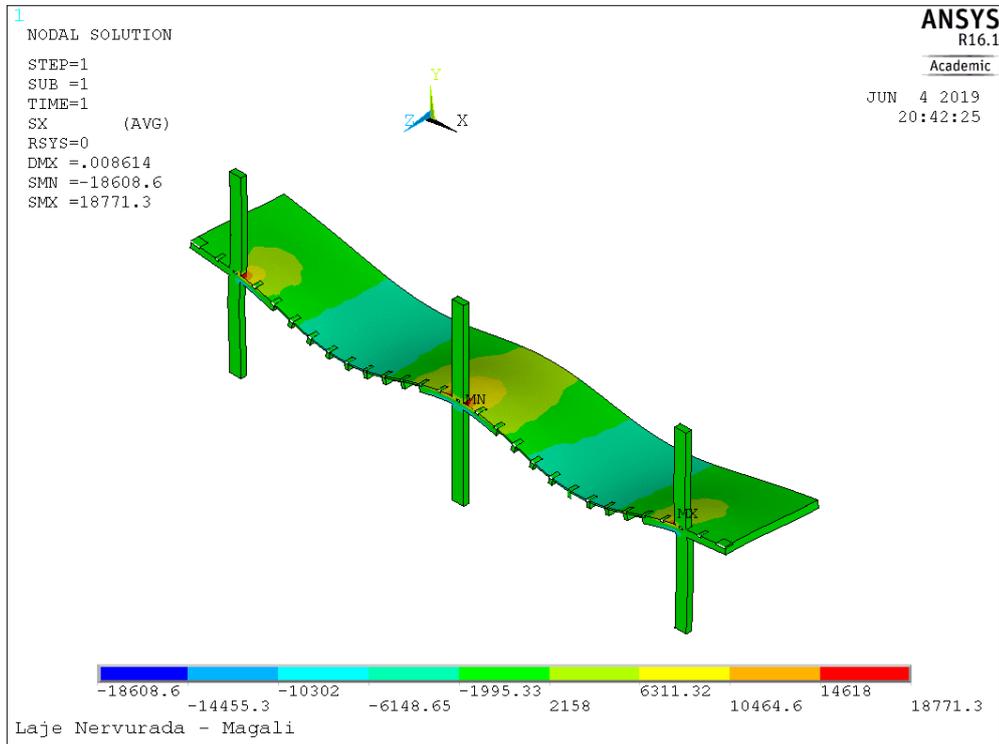
Fonte: Autor.

4.3 Método dos elementos finitos

A partir do número do nó de interesse e das listas de resultados geradas pelo programa, retirou-se do *software* os valores das tensões, sendo estas obtidas através dos deslocamentos do nós.

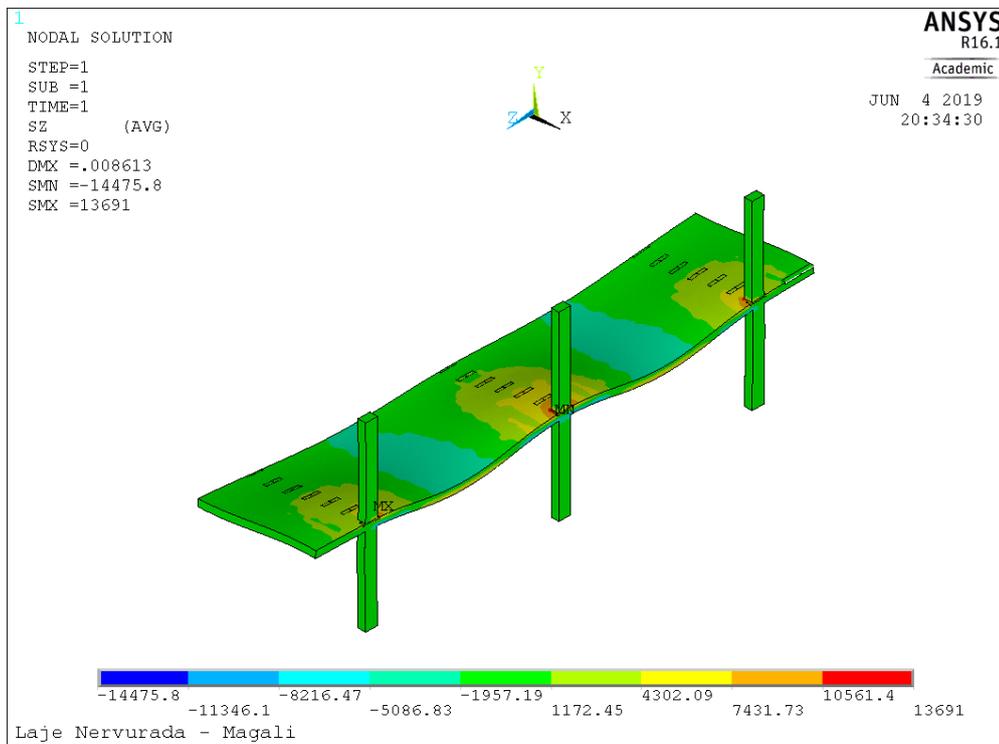
Visando obter uma comparação adequada com os diagramas obtidos no MPE, para os momentos fletores das faixas internas e externas, considerou-se, para a retirada das tensões, apenas a metade de cada pórtico, de acordo com as figuras 77 e 78 e retirou-se os valores de tensões nos nós de interesse presentes nas linhas tracejadas ilustradas na figura 79.

Figura 77 - Pórtico X (eixo x)



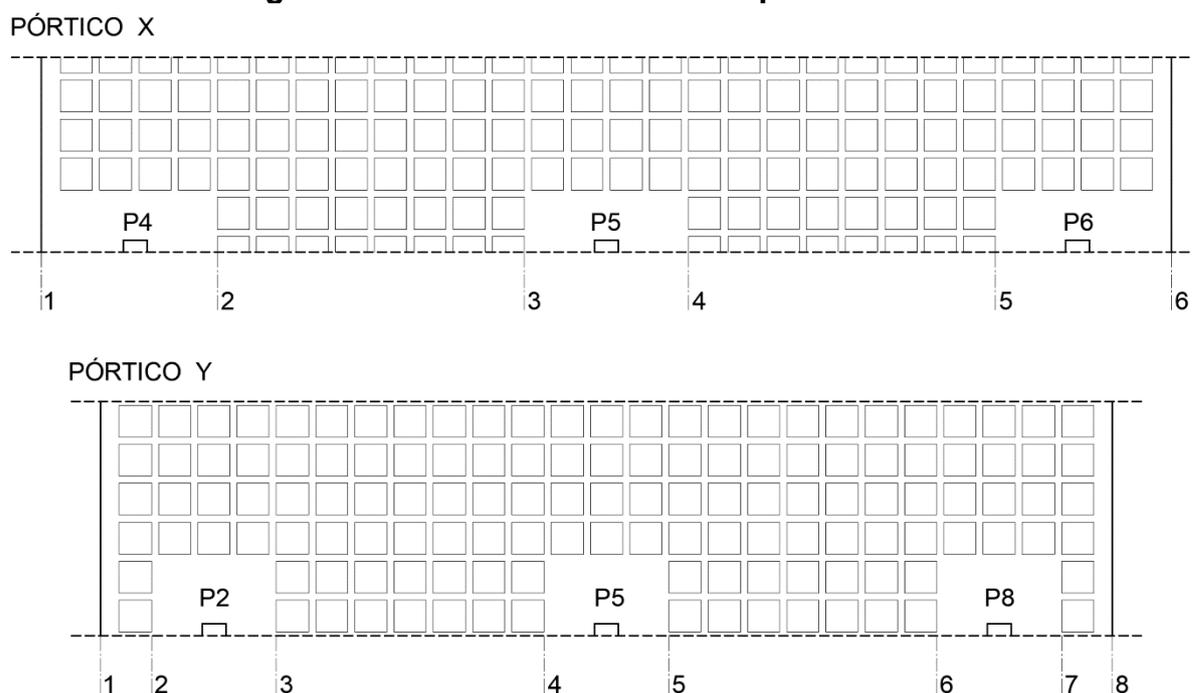
Fonte: Autor.

Figura 78 - Pórtico Y (eixo z)



Fonte: Autor.

Figura 79 – Linhas de análise dos pórticos X e Y



Sabendo que há uma redução de tensões considerável junto as regiões dos pilares, em função a rigidez destes, considerou-se, para a obtenção dos momentos fletores negativos máximos, o terceiro nó a partir das faces externas de cada pilar.

Através dos nós nos pontos de interesse, anotou-se os valores das tensões superiores e inferiores e, pela equação abaixo, calculou-se os momentos fletores respectivos a estes pontos.

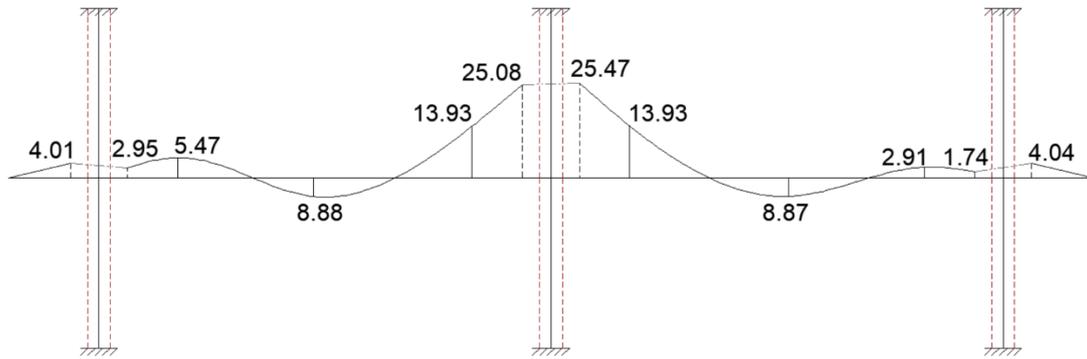
$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y$$

Para a obtenção dos diagramas de momentos fletores, calculou-se os momentos fletores médios, a partir da média dos momentos fletores superiores e inferiores. Os apêndices C, D E e F apresentam os dados utilizados para a determinação dos momentos fletores dos pórticos X e Y, respectivamente.

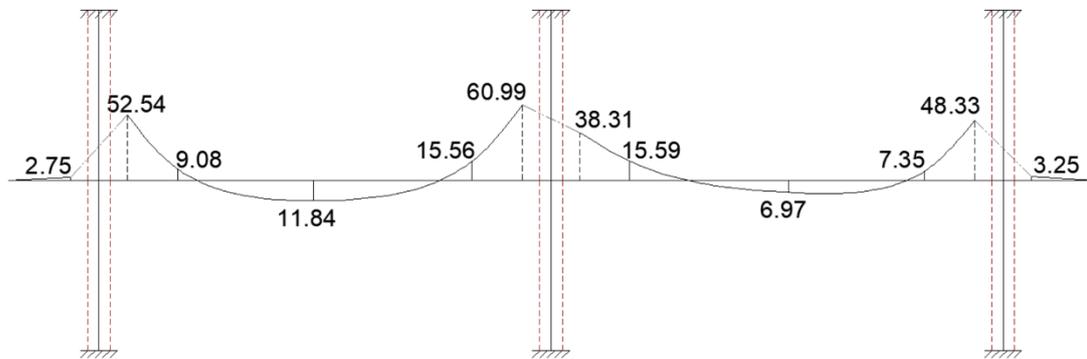
A partir dos momentos calculados, obteve-se os diagramas de momentos fletores para as faixas internas e externas dos pórticos X e Y, conforme figuras 80 e 81. Nos diagramas constam a projeção dos pilares e a posição do nó utilizado para a obtenção dos momentos negativos máximos, ilustrados pelas linhas tracejadas.

Figura 80 - Diagramas de momentos fletores obtidos via MEF – Pórtico X

PÓRTICO X - ANSYS (kN.m/m) - Faixa Interna



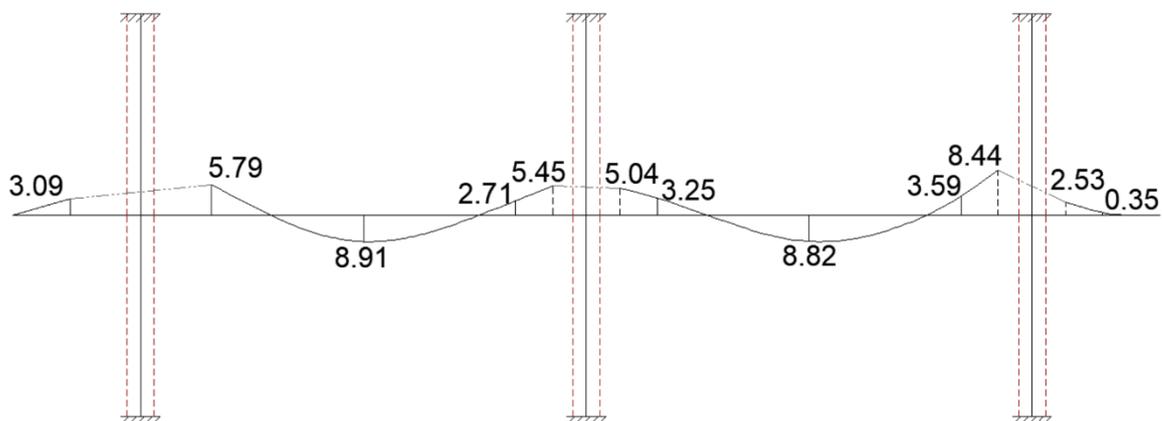
PÓRTICO X - ANSYS (kN.m/m) - Faixa Externa



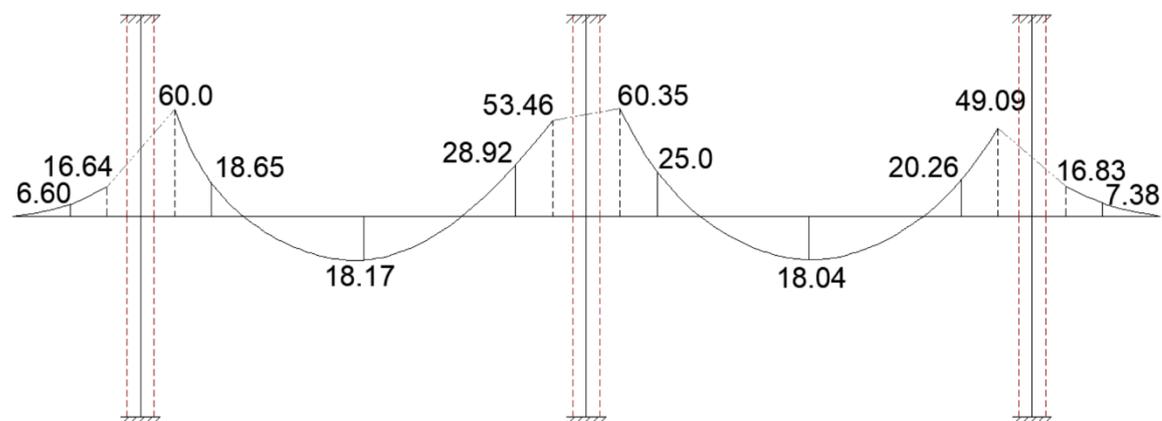
Fonte: Autor.

Figura 81 - Diagramas de momentos fletores obtidos via MEF – Pórtico Y

PÓRTICO Y - ANSYS (kN.m/m) - Faixa Interna



PÓRTICO Y - ANSYS (kN.m/m) - Faixa Externa



Fonte: Autor.

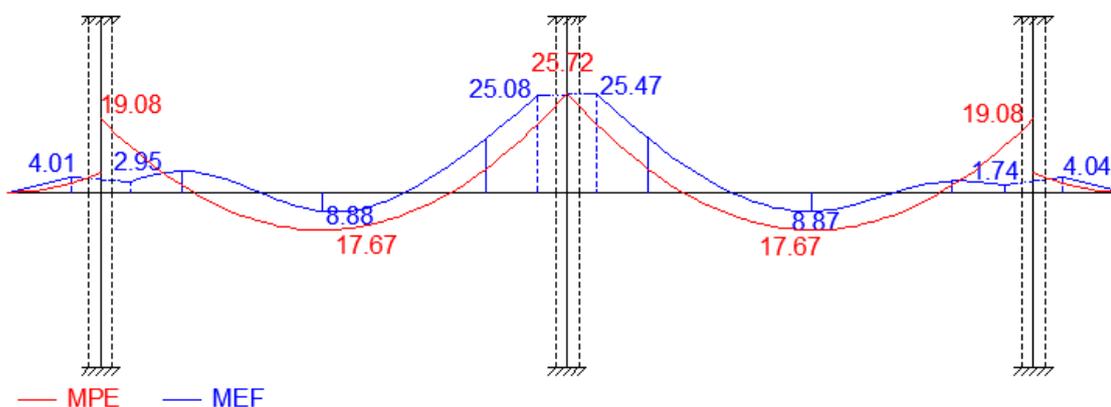
4.4 Análise

Para a comparação dos momentos fletores obtidos a partir dos métodos estudados, fez-se a sobreposição dos diagramas das faixas internas e externas de cada pórtico.

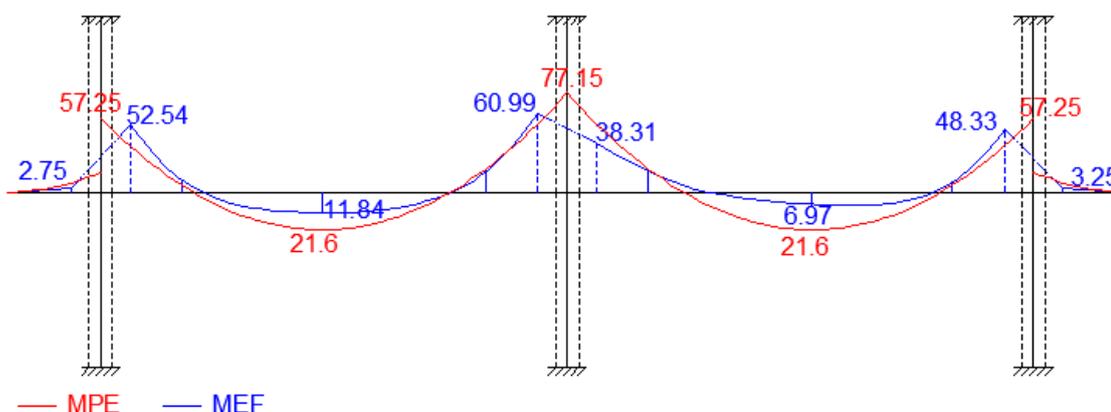
A figura 82 apresenta a sobreposição dos diagramas referentes ao pórtico X, onde os momentos obtidos via MPE são representados por linhas vermelhas e os momentos obtidos via MEF por linhas azuis.

Figura 82 - Comparação dos diagramas do pórtico X

PÓRTICO X - FTOOL x ANSYS (kN.m/m) - Faixa Interna



PÓRTICO X - FTOOL x ANSYS (kN.m/m) - Faixa Externa



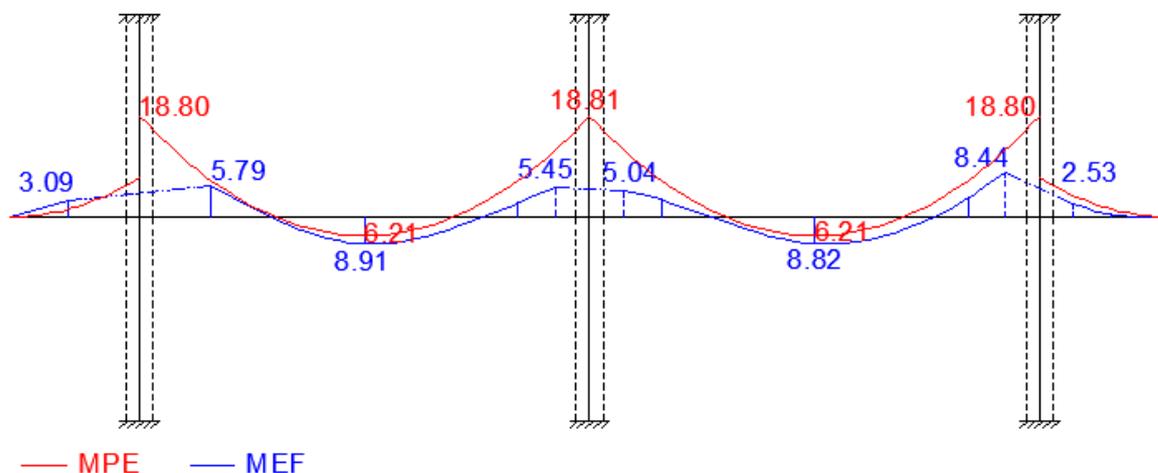
Fonte: Autor.

Observa-se que, para a faixa interna, os momentos fletores obtidos através do MPE são superiores aos obtidos pela simulação computacional, sendo inferior apenas o momento fletor negativo máximo. Já para a faixa externa, localizada junto a região dos apoios de engastamento, os momentos fletores obtidos pelo método normativo são superiores, embora perceba-se certa similaridade entre os valores obtidos para os momentos negativos.

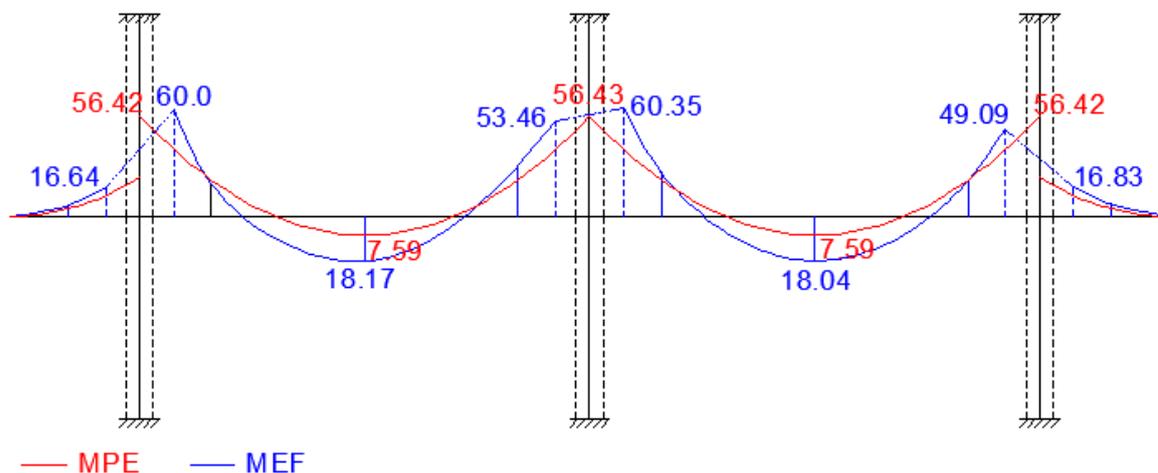
A sobreposição dos diagramas do pórtico Y é ilustrada pela figura 83 e, como anteriormente, as linhas vermelhas representam o MPE e as linhas azuis o MEF.

Figura 83 - Comparação dos diagramas do pórtico Y

PÓRTICO Y - FTOOL x ANSYS (kN.m/m) - Faixa Interna



PÓRTICO Y - FTOOL x ANSYS (kN.m/m) - Faixa Externa



Fonte: Autor.

Para a faixa interna, observa-se que o MEF apresenta uma distribuição de momentos mais proporcional, quando comparado ao método normativo, que apresenta momentos negativos mais expressivos. Sendo assim, verifica-se uma diferença significativa entre os momentos fletores negativos obtidos a partir dos métodos, sendo consideravelmente menores aqueles obtidos através do MEF.

Já para a faixa externa, sendo esta a faixa que se encontra junto aos apoios, observa-se que todos os momentos fletores calculados a partir da simulação computacional são consideravelmente superiores, embora os momentos negativos apresentem valores similares aos obtidos através do método normativo.

5 CONCLUSÃO

A elaboração desta pesquisa proporcionou um amplo conhecimento teórico referente a aplicação do Método dos Pórticos Equivalentes e sobre as etapas de dimensionamento de lajes nervuradas de acordo com as especificações da NBR 6118:2014, bem como referente a aplicação e análise através do Método dos Elementos Finitos.

A geometria da laje modelo foi definida a fim de garantir a correta aplicação do método normativo, visando obter seus momentos fletores e compará-los com os momentos fletores obtidos através do Método dos Elementos Finitos.

A partir das análises, verificou-se que o método computacional apresenta maior precisão nos resultados, já que considera a estrutura interagindo como um todo e, conseqüentemente, expressa seu real comportamento.

Em suma, o MEF demonstra que o pórtico da direção de menor vão, neste caso o pórtico Y, apresenta maiores momentos fletores nas faixas externas, devido a presença das regiões de engastamento, e menores momentos fletores nas faixas internas. Já a distribuição de momentos obtida através das recomendações normativas apresenta momentos fletores negativos significantes em ambas as faixas, demonstrando a representação inadequada do comportamento da estrutura nas faixas internas.

Além disso, constatou-se que, embora possua aplicação adequada apenas a lajes nervuradas com disposição regular de pilares, o Método dos Pórticos Equivalentes é de simples entendimento e fácil aplicação. Já o Método dos Elementos Finitos, ainda que aplicável a estruturas de qualquer geometria, requer maior estudo prévio e maior habilidade e conhecimento por parte do profissional responsável pela análise.

Como temas para trabalhos futuros sugere-se um estudo comparativo mais aprofundado entre os métodos estudados para a análise de lajes nervuradas e uma análise de lajes nervuradas com diferentes geometrias.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A.T. *Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado*. 1999. 97f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

ALVES FILHO, A. *Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE*. 6. ed. São Paulo: Érica, 2013.

_____. *Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE: Análise Dinâmica*. 2. ed. São Paulo: Érica, 2012.

_____. *Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE: Análise não Linear*. 1. ed. São Paulo: Érica, 2012.

ALVES, L.M. *Método dos elementos finitos*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2007.

ANSYS 16.1 *Reference Manual*. Swanson Analysis Systems, Inc., 2015.

ARAÚJO, J. M. *Curso de Concreto Armado*. v.2. 4.ed. Rio Grande: Dunas, 2014.

_____. *Curso de Concreto Armado*. v.4. 4.ed. Rio Grande: Dunas, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.

_____. *NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

_____. *NBR 8953 – Concreto para fins estruturais – Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência*. Rio de Janeiro, 2015.

_____. *NBR 12655 – Concreto de cimento Portland – Preparo, controle, recebimento e aceitação – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2015.

_____. *NBR 14859-1 – Lajes pré-fabricadas de concreto - Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis - Requisitos*. Rio de Janeiro, 2016.

AZEVEDO, A. F. M. *Método dos Elementos Finitos*. 1. Ed. Porto, PT: Universidade de Porto, 2003.

BASTOS, P.S.S. *Notas de Aula: Lajes de concreto*. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2005.

_____. *Notas de Aula: Lajes de concreto*. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2015.

BOCCHI JÚNIOR, Carlos Fernando. *Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Carlos, 1995.

BORGES, A. N. *Curso prático de cálculo em Concreto Armado*. 2.ed. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 2007.

BOTELHO, M. H.; MARCHETTI, O. *Concreto armado eu te amo*. v. 1. 8. Ed. São Paulo: Blucher, 2015.

CAMACHO, J.S. *Concreto armado: estados limites de utilização*. Universidade Estadual Paulista – UNESP, São Paulo. 2005.

_____. *Estudos de lajes*. Universidade Estadual Paulista – UNESP, São Paulo. 2004.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L.M. *Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado*. v.2. 1.ed. São Paulo: Pini, 2013.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELENGUDU, A. D. *Introduction to Finite Elements in Engineering*. 3.ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2002.

CUNHA, A. J. P.; SOUZA, V. C. M. *Lajes em concreto armado e protendido*. Niterói: EDUFF, 1998.

DIAS, Ricardo Henrique. *Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DONIN, Christian. *Análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos*. 2007. 138f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria. 2007.

_____. *Apostila de Elementos Finitos*. Santa Cruz do Sul: Universidade de Santa Cruz do Sul, 2015.

DUTRA, Clairson. *Análise teórica e experimental de lajes cogumelo nervuradas em escala reduzida*. 2005. 194f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria. 2005.

FERNANDES, G.B. *Solicitações normais – Cálculo no estado limite último*. Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2006.

FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. 1989. 262f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1989.

FRANCA, A.B.M.; FUSCO, P.B. *As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios*. São Paulo, AFALA & ABRAPEX, 1997.

FUCHS, K. C. *Contribuições ao estudo do cálculo de lajes nervuradas pelo método dos pórticos equivalentes*. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade de Santa Cruz do Sul, 2017.

GUERRIN, A.; LAVAUUR, R.C. *Tratado de Concreto Armado*. v.3. Hemus, 2002.

HUTTON, D. V. *Fundamentals of finite element analysis*. 1. ed. United States: New York, 2004.

KIM, N.H.; SANKAR, B.V. *Introdução à análise e ao projeto em elementos finitos*. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

LEONHARDT, F. *Construções de concreto*. v.4. 1.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1979.

LOGAN, D. L. *A first course in the finite element method*. 5. ed. Cengage Learning, 2012.

OLIVEIRA, M. B. *Modelagem dos Sistemas Estruturais*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015.

PACHECO, A.R. *Notas de aula da disciplina de Resistência dos materiais A*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre. 2013.

PINHEIRO, L. M.; RAZENTE, J. A. *Estruturas de concreto*. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2003.

SCHWETZ, P. F. *Análise teórico-experimental de uma laje nervurada em modelo reduzido sujeita a um carregamento linear*. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto alegre, 2005.

_____. *Análise numérico-experimental de lajes nervuradas sujeira a cargas estáticas de serviço*. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto alegre, 2011.

SCHWETZ, P. F.; GASTAL, F. P. S. L.; SILVA F, L. C. P. *Análise teórico experimental de uma laje nervurada em escala natural*. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 2, 2009.

SELISTRE, Sérgio Leandro Cremale. *Análise teórico-experimental de uma laje nervurada de microconcreto armado submetida a um carregamento uniformemente distribuído*. 2000. 144f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2000.

SILVA, Marcos Alberto Ferreira da. *Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado*. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, 2005.

SILVA, M. A. F.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; CARVALHO, R. C. A utilização da analogia de grelha para análise de pavimentos de edifícios de concreto. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5., 2003, São Paulo.

SOUZA, R. M. *O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor*. Belém: Universidade Federal do Pará, 2003.

TSCHIPTSCHIN, A.P. *Método de Elementos Finitos Aplicado à Seleção de Materiais*. Universidade de São Paulo – USP, São Paulo. 2011.

VASCONCELLOS, Juliano Caldas de. *Concreto Armado, Arquitetura Moderna, Escola carioca: levantamento e notas*. 2004. 310f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação e pesquisa em arquitetura) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2004.

APÊNDICE A – Taxas de armadura dos pórticos da direção X

Para os trechos nervurados dos pórticos 1 e 3:

	ARMADURA ADOTADA	AS	Bw * d	ρ
NEGATIVA	5 x 2 \varnothing 20 mm	31,4	2300	0,01365
	1 x 2 \varnothing 20 mm	6,28	2300	0,00273
	2 x 2 \varnothing 12.5 mm	4,908	2300	0,00213
POSITIVA	5 x 2 \varnothing 12.5 mm	12,27	2300	0,00533
	3 x 2 \varnothing 12.5 mm	7,362	2300	0,00320
			ρ	0,02705

Para os trechos nervurados do pórtico 2:

	ARMADURA ADOTADA	AS	Bw * d	ρ
NEGATIVA	4 x 2 \varnothing 20 mm	25,12	2400	0,01047
	2 x 2 \varnothing 20 mm	12,56	2400	0,00523
	2 x 2 \varnothing 12.5 mm	4,908	2400	0,00205
POSITIVA	4 x 2 \varnothing 12.5 mm	9,816	2400	0,00409
	6 x 2 \varnothing 12.5 mm	14,72	2400	0,00614
			ρ	0,02797

Para os trechos apoiados dos pórticos 1, 2 e 3:

	ARMADURA ADOTADA	AS	Bw * d	ρ
NEGATIVA	4 x 2 \varnothing 20 mm	25,12	4200	0,00598
POSITIVA	4 x 2 \varnothing 12.5 mm	9,816	4200	0,00234
			ρ	0,00832

APÊNDICE B – Taxas de armadura dos pórticos da direção Y

Para os trechos apoiados dos pórticos 1 e 3:

	ARMADURA ADOTADA	AS	Bw * d	ρ
NEGATIVA	5 x 2 \emptyset 20 mm	31,4	5920	0,00530
POSITIVA	5 x 2 \emptyset 8 mm	5	5920	0,00084
			ρ	0,00615

Para os trechos apoiados do pórtico 2:

	ARMADURA ADOTADA	AS	Bw * d	ρ
NEGATIVA	5 x 2 \emptyset 20 mm	31,4	5520	0,00569
POSITIVA	5 x 2 \emptyset 8 mm	5	5520	0,00091
			ρ	0,00659

APÊNDICE C – Momentos fletores da faixa interna do pórtico X - MEF

POSIÇÃO		Nó superior	Sx,sup	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,sup (m)	Mk,sup (kN.m/m)
1 - 2	borda esquerda	75700	28,56	6,51E-04	0,095	0,20
	face esquerda pilar direito	88519	350,46	6,51E-04	0,095	2,40
	face direita pilar direito	89145	273,04	6,51E-04	0,095	1,87
	face direita do maciço direito	75766	-409,91	6,51E-04	0,095	-2,81
2-3	centro da seção nervurada direita	76082	-3193,9	3,86E-04	0,0705	-17,49
3-4	face esquerda do maciço central	75940	1883,6	6,51E-04	0,095	12,91
	face esquerda pilar central	100585	3045,8	6,51E-04	0,095	20,87
	face direita pilar central	100780	3147,1	6,51E-04	0,095	21,57
	face direita do maciço central	75996	1883,1	6,51E-04	0,095	12,90
4 - 5	centro da seção nervurada esquerda	76302	-3189,1	3,86E-04	0,0705	-17,46
5 - 6	face esquerda do maciço esquerdo	76172	-747,47	6,51E-04	0,095	-5,12
	face esquerda pilar esquerdo	101685	204,48	6,51E-04	0,095	1,40
	face direita pilar esquerdo	101880	351,37	6,51E-04	0,095	2,41
	borda direita	76246	28,236	6,51E-04	0,095	0,19

POSIÇÃO		Nó inferior	Sx,inf	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,inf (m)	Mk,inf (kN.m/m)
1 - 2	borda esquerda	14230	-4,8	6,51E-04	0,1350	-0,02
	face esquerda pilar direito	40633	-1164,8	6,51E-04	0,1350	-5,62
	face direita pilar direito	42835	-833,9	6,51E-04	0,1350	-4,02
	face direita do maciço direito	19123	1684,4	6,51E-04	0,1350	8,12
2-3	centro da seção nervurada direita	14578	113,2	3,86E-04	0,1595	0,27
3-4	face esquerda do maciço central	18844	-3102,7	6,51E-04	0,1350	-14,96
	face esquerda pilar central	66894	-6073,8	6,51E-04	0,1350	-29,29
	face direita pilar central	67477	-6093,0	6,51E-04	0,1350	-29,38
	face direita do maciço central	18877	-3099,6	6,51E-04	0,1350	-14,95
4 - 5	centro da seção nervurada esquerda	14776	112,4	3,86E-04	0,1595	0,27
5 - 6	face esquerda do maciço esquerdo	14659	146,3	6,51E-04	0,1350	0,71
	face esquerda pilar esquerdo	70194	-431,8	6,51E-04	0,1350	-2,08
	face direita pilar esquerdo	70777	-1178,2	6,51E-04	0,1350	-5,68
	borda direita	14719	-4,9	6,51E-04	0,1350	-0,02

POSIÇÃO		Mk,med (kN.m/m)
1 - 2	borda esquerda	0,11
	face esquerda pilar direito	4,01
	face direita pilar direito	2,95
	face direita do maciço direito	5,47
2-3	centro da seção nervurada direita	8,88
3-4	face esquerda do maciço central	13,93
	face esquerda pilar central	25,08
	face direita pilar central	25,47
	face direita do maciço central	13,93
4 - 5	centro da seção nervurada esquerda	8,87
5 - 6	face esquerda do maciço esquerdo	2,91
	face esquerda pilar esquerdo	1,74
	face direita pilar esquerdo	4,04
	borda direita	0,11

APÊNDICE D – Momentos fletores da faixa externa do pórtico X - MEF

	POSIÇÃO	Nó superior	Sx,sup	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,sup (m)	Mk,sup (kN.m/m)
1 - 2	borda esquerda	96253	-29,804	6,51E-04	0,095	-0,20
	face esquerda pilar direito	100157	337,93	6,51E-04	0,095	2,32
	face direita pilar direito	100207	8630,1	6,51E-04	0,095	59,14
	face direita do maciço direito	96347	1459,5	6,51E-04	0,095	10,00
2-3	centro da seção nervurada direita	96681	-4190,8	3,86E-04	0,0705	-22,95
3-4	face esquerda do maciço central	96473	2551,2	6,51E-04	0,095	17,48
	face esquerda pilar central	99075	9756,1	6,51E-04	0,095	66,85
	face direita pilar central	99125	10302	6,51E-04	0,095	70,60
	face direita do maciço central	96535	2556,3	6,51E-04	0,095	17,52
4 - 5	centro da seção nervurada esquerda	96729	-2522,1	3,86E-04	0,0705	-13,81
5 - 6	face esquerda do maciço esquerdo	96661	1742,3	6,51E-04	0,095	11,94
	face esquerda pilar esquerdo	99349	8147,9	6,51E-04	0,095	55,83
	face direita pilar esquerdo	99399	455,84	6,51E-04	0,095	3,12
	borda direita	96297	-29,745	6,51E-04	0,095	-0,20

	POSIÇÃO	Nó inferior	Sx,inf	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,inf (m)	Mk,inf (kN.m/m)
1 - 2	borda esquerda	55568	21,3	6,51E-04	0,1350	0,10
	face esquerda pilar direito	65856	-648,3	6,51E-04	0,1350	-3,13
	face direita pilar direito	66004	-9528,5	6,51E-04	0,1350	-45,95
	face direita do maciço direito	55843	-1690,3	6,51E-04	0,1350	-8,15
2-3	centro da seção nervurada direita	56844	305,2	3,86E-04	0,1595	0,74
3-4	face esquerda do maciço central	56218	-2829,2	6,51E-04	0,1350	-13,64
	face esquerda pilar central	62625	-11430,0	6,51E-04	0,1350	-55,12
	face direita pilar central	62773	-1247,9	6,51E-04	0,1350	-6,02
	face direita do maciço central	56407	-2834,5	6,51E-04	0,1350	-13,67
4 - 5	centro da seção nervurada esquerda	56986	52,3	3,86E-04	0,1595	0,13
5 - 6	face esquerda do maciço esquerdo	56782	-571,2	6,51E-04	0,1350	-2,75
	face esquerda pilar esquerdo	63438	-8467,2	6,51E-04	0,1350	-40,83
	face direita pilar esquerdo	63586	-698,2	6,51E-04	0,1350	-3,37
	borda direita	55687	21,3	6,51E-04	0,1350	0,10

	POSIÇÃO	Mk,med (kN.m/m)
1 - 2	borda esquerda	0,15
	face esquerda pilar direito	2,72
	face direita pilar direito	52,54
	face direita do maciço direito	9,08
2-3	centro da seção nervurada direita	11,84
3-4	face esquerda do maciço central	15,56
	face esquerda pilar central	60,99
	face direita pilar central	38,31
	face direita do maciço central	15,59
4 - 5	centro da seção nervurada esquerda	6,97
5 - 6	face esquerda do maciço esquerdo	7,35
	face esquerda pilar esquerdo	48,33
	face direita pilar esquerdo	3,25
	borda direita	0,15

APÊNDICE E – Momentos fletores da faixa interna do pórtico Y - MEF

POSIÇÃO		Nó superior	Sx,sup	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,sup (m)	Mk,sup (kN.m/m)
1-2	borda superior	73135	92,422	3,56E-04	0,0705	0,467
2-3	face superior maciço superior	73140	83,308	6,44E-04	0,0964	0,557
	face superior pilar superior	73451	-46,289	6,44E-04	0,0964	-0,309
	face inferior pilar superior	74530	-208,77	6,44E-04	0,0964	-1,395
	face inferior do maciço superior	74535	-727,93	6,44E-04	0,0964	-4,863
3-4	centro da seção nervurada superior	76078	-2127,6	3,56E-04	0,0705	-10,744
4-5	face superior do maciço central	77544	390,59	6,44E-04	0,0964	2,609
	face superior pilar central	77546	804,88	6,44E-04	0,0964	5,377
	face inferior pilar central	78549	915,69	6,44E-04	0,0964	6,117
	face inferior do maciço central	78551	413,28	6,44E-04	0,0964	2,761
5-6	centro da seção nervurada inferior	80098	-2103,2	3,56E-04	0,0705	-10,620
6-7	face superior do maciço inferior	81559	-770,86	6,44E-04	0,0964	-5,150
	face superior pilar inferior	81561	2123,9	6,44E-04	0,0964	14,189
	face inferior pilar inferior	82560	-22,61	6,44E-04	0,0964	-0,151
	face inferior do maciço inferior	82565	-69,342	6,44E-04	0,0964	-0,463
7-8	borda inferior	92674	28,643	3,56E-04	0,0705	0,145

POSIÇÃO		Nó inferior	Sx,inf	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,inf (m)	Mk,inf (kN.m/m)
1-2	borda superior	3163	-18,694	3,56E-04	0,1595	-0,042
2-3	face superior maciço superior	3185	-1165,1	6,44E-04	0,1336	-5,616
	face superior pilar superior	4867	-299,93	6,44E-04	0,1336	-1,446
	face inferior pilar superior	6370	-568,08	6,44E-04	0,1336	-2,738
	face inferior do maciço superior	6376	1392	6,44E-04	0,1336	6,710
3-4	centro da seção nervurada superior	14575	3172,9	3,56E-04	0,1595	7,082
4-5	face superior do maciço central	13798	-583,36	6,44E-04	0,1336	-2,812
	face superior pilar central	13804	-1144,4	6,44E-04	0,1336	-5,516
	face inferior pilar central	15406	-821,26	6,44E-04	0,1336	-3,959
	face inferior do maciço central	15412	-774,29	6,44E-04	0,1336	-3,732
5-6	centro da seção nervurada inferior	54763	3146,5	3,56E-04	0,1595	7,023
6-7	face superior do maciço inferior	22828	422,86	6,44E-04	0,1336	2,038
	face superior pilar inferior	22834	557,32	6,44E-04	0,1336	2,686
	face inferior pilar inferior	24217	-1018,5	6,44E-04	0,1336	-4,910
	face inferior do maciço inferior	24223	48,995	6,44E-04	0,1336	0,236
7-8	borda inferior	53668	-27,799	3,56E-04	0,1595	-0,062

POSIÇÃO		Mk,med (kN.m/m)
1-2	borda superior	0,25
2-3	face superior maciço superior	3,09
	face superior pilar superior	0,88
	face inferior pilar superior	2,07
	face inferior do maciço superior	5,79
3-4	centro da seção nervurada superior	8,91
4-5	face superior do maciço central	2,71
	face superior pilar central	5,45
	face inferior pilar central	5,04
	face inferior do maciço central	3,25
5-6	centro da seção nervurada inferior	8,82
6-7	face superior do maciço inferior	3,59
	face superior pilar inferior	8,44
	face inferior pilar inferior	2,53
	face inferior do maciço inferior	0,35
7-8	borda inferior	0,10

APÊNDICE F – Momentos fletores da faixa externa do pórtico Y - MEF

POSIÇÃO		Nó superior	Sx,sup	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,sup (m)	Mk,sup (kN.m/m)
1-2	borda superior	72739	-309,3	3,56E-04	0,0705	-1,562
2-3	face superior maciço superior	72748	844,25	6,44E-04	0,0964	5,640
	face superior pilar superior	73551	2843,3	6,44E-04	0,0964	18,995
	face inferior pilar superior	74634	10854	6,44E-04	0,0964	72,510
	face inferior do maciço superior	74635	2867,6	6,44E-04	0,0964	19,157
3-4	centro da seção nervurada superior	76282	-3376,6	3,56E-04	0,0705	-17,051
4-5	face superior do maciço central	77649	4562,2	6,44E-04	0,0964	30,478
	face superior pilar central	77650	9020,3	6,44E-04	0,0964	60,260
	face inferior pilar central	78654	10254	6,44E-04	0,0964	68,502
	face inferior do maciço central	78655	3644,9	6,44E-04	0,0964	24,350
5-6	centro da seção nervurada inferior	80302	-3350,6	3,56E-04	0,0705	-16,919
6-7	face superior do maciço inferior	81664	3374	6,44E-04	0,0964	22,540
	face superior pilar inferior	81665	8444	6,44E-04	0,0964	56,410
	face inferior pilar inferior	82664	2838,1	6,44E-04	0,0964	18,960
	face inferior do maciço inferior	82665	1093	6,44E-04	0,0964	7,302
7-8	borda inferior	92319	-58,308	3,56E-04	0,0705	-0,294

POSIÇÃO		Nó inferior	Sx,inf	INÉRCIA (m ⁴ /m)	Y,inf (m)	Mk,inf (kN.m/m)
1-2	borda superior	3877	78,722	3,56E-04	0,1595	0,176
2-3	face superior maciço superior	4055	-1566,8	6,44E-04	0,1336	-7,553
	face superior pilar superior	5176	-2963,3	6,44E-04	0,1336	-14,284
	face inferior pilar superior	6682	-9852,5	6,44E-04	0,1336	-47,493
	face inferior do maciço superior	6685	-3764	6,44E-04	0,1336	-18,144
3-4	centro da seção nervurada superior	14761	8640,5	3,56E-04	0,1595	19,285
4-5	face superior do maciço central	14113	-5677,2	6,44E-04	0,1336	-27,366
	face superior pilar central	14116	-9679,6	6,44E-04	0,1336	-46,659
	face inferior pilar central	15721	-10827	6,44E-04	0,1336	-52,190
	face inferior do maciço central	15724	-5321,2	6,44E-04	0,1336	-25,650
5-6	centro da seção nervurada inferior	54949	8609,4	3,56E-04	0,1595	19,216
6-7	face superior do maciço inferior	23143	-3728,1	6,44E-04	0,1336	-17,971
	face superior pilar inferior	23146	-8665,3	6,44E-04	0,1336	-41,770
	face inferior pilar inferior	24529	-3048,2	6,44E-04	0,1336	-14,693
	face inferior do maciço inferior	24532	-1549,2	6,44E-04	0,1336	-7,468
7-8	borda inferior	53263	54,944	3,56E-04	0,1595	0,123

POSIÇÃO		Mk,med (kN.m/m)
1-2	borda superior	0,87
2-3	face superior maciço superior	6,60
	face superior pilar superior	16,64
	face inferior pilar superior	60,00
	face inferior do maciço superior	18,65
3-4	centro da seção nervurada superior	18,17
4-5	face superior do maciço central	28,92
	face superior pilar central	53,46
	face inferior pilar central	60,35
	face inferior do maciço central	25,00
5-6	centro da seção nervurada inferior	18,07
6-7	face superior do maciço inferior	20,26
	face superior pilar inferior	49,09
	face inferior pilar inferior	16,83
	face inferior do maciço inferior	7,38
7-8	borda inferior	0,21