

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Williann Miguel Wagner

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTACAS EM CONCRETO ARMADO
SUJEITAS A SOLICITAÇÕES LATERAIS**

Santa Cruz do Sul

2019

Williann Miguel Wagner

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTACAS EM CONCRETO ARMADO
SUJEITAS A SOLICITAÇÕES LATERAIS**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao curso de Engenharia Civil, da Universidade de Santa Cruz do Sul, para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil

Orientador: Prof. M. Sc. Christian Donin

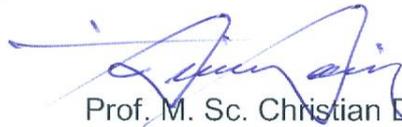
Santa Cruz do Sul

2019

Williann Miguel Wagner

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTACAS EM CONCRETO ARMADO
SUJEITAS A SOLICITAÇÕES LATERAIS**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao curso de Engenharia Civil, da Universidade de Santa Cruz do Sul, para obtenção do título de bacharel em Engenharia Civil



Prof. M. Sc. Christian Donin

Professor Orientador - UNISC



Prof. Dr. Eduardo Rizzatti

Professor Examinador - UFSM



Prof. M. Sc. Henrique Luiz Rupp

Professor Examinador - UNISC

Santa Cruz do Sul

2019

RESUMO

O presente trabalho, busca apresentar um estudo e análise baseados em cálculos experimentais, para que seja possível realizar o dimensionamento de armadura para estacas sujeitas a solicitações laterais. Esse estudo envolve uma revisão bibliográfica, referente a vários métodos propostos para o cálculo das solicitações a que as estacas são expostas. Foram analisados dois casos distintos, um levando em consideração uma estaca de concreto armado de seção circular com diâmetro de 50cm, a mesma contida por um solo argiloso, já o segundo caso leva em conta uma estaca pré-moldada de concreto armado, também de seção circular com diâmetro de 23cm, mas que está contida por um solo arenoso. A partir da revisão, foi adotado o método de cálculo proposto por Titze, para que fosse assim possível realizar o dimensionamento da armadura para a estaca, foram também analisados outros dois métodos para obtenção das solicitações na estaca, o modelo de barras, onde foi utilizado o programa Ftool, e o Método dos Elementos Finitos, utilizando o programa Ansys em sua versão acadêmica 16.1. Após a obtenção dos resultados o trabalho analisou as diferenças obtidas através de cada método. Como conclusão tem-se que existem variações entre os diferentes tipos de métodos para a obtenção das solicitações, e que deve-se realizar estudos mais aprofundados para que se possa ter uma maior precisão nos dimensionamentos que são realizados para o emprego de estacas sujeitas a esse tipo de solicitação.

Palavras chaves: Estacas; concreto armado; solicitação lateral;

ABSTRACT

The present work aims to present a study and analysis based on experimental calculations, so is possible to perform the dimensioning of reinforcement for piles subjected to lateral solicitations. This study involves a bibliographical review, referring to several methods proposed for calculating the requests to which the stakes are exposed. Two distinct cases were analyzed, one taking into account a reinforced concrete pole of circular section with a diameter of 50cm, which is contained by a clayey soil, whereas the second case takes into account a precast reinforced concrete pole, also of section circular with a diameter of 23cm, which is contained by a sandy soil. From the review, it was adopted the method of calculation proposed by Titze, so it was possible to perform the dimensioning of the reinforcement for the stake, were also analyzed two other methods to obtain the requests in the stake, the model of bars, which it was used the Ftool program, and the Finite Element Method using the Ansys program in its academic version 16.1. After obtaining the results the work analyzed the differences obtained through each method. It is concluded that there are variations between the different types of methods to obtain the requests, and that more detailed studies must be realized in order to obtain more accurate results in precision in the dimensions that are realized for the use of stakes subject to this type of request.

Keywords: Stakes; reinforced concrete; lateral solicitation;

AGRADECIMENTOS

Agradeço especialmente a meus pais, Ilgo e Bernadete, que não pouparam esforços, amor e carinho, durante toda a minha caminhada acadêmica, fazendo o possível para que eu alcançasse meu objetivo de ser Engenheiro Civil.

À minha irmã Fernanda, que me auxiliou muito no início da graduação, e no decorrer da mesma.

À minha namorada Adriana, por estar ao meu lado durante essa etapa, e por compreender as ausências em horas que precisei me dedicar aos estudos do curso.

E por fim, agradeço a todos os professores que dedicaram seu tempo, a fim de repassar os ensinamentos que levarei para minha vida pessoal e profissional. Agradeço em especial meu professor orientador Christian Donin, por demonstrar toda sua dedicação e empenho, com o intuito de me fazer aprender cada vez mais sobre, não só o conteúdo desse trabalho, como outros que agregarão em minha vida profissional.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Reação do solo (a) real e (b) modelada pela Hipótese de Winkler | 18 |
| Figura 2 - Mecanismos de ruptura de uma estaca | 19 |
| Figura 3 - Mecanismos de ruptura, distribuição de pressões e diagrama de momentos fletores para estacas curtas | 21 |
| Figura 4 - Mecanismos de ruptura, distribuição de pressões e diagrama de momentos fletores para estacas longas | 22 |
| Figura 5 - Variação do coeficiente elástico do solo | 26 |
| Figura 6 - Parâmetros $y(i)$, $M(i)$, $p(i)$ e $V(i)$, a cada centésimo de vão | 30 |
| Figura 7 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_2 (Titze), para a aplicação de H, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo parabólico | 33 |
| Figura 8 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_2 (Titze), para a aplicação de M, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo parabólico | 34 |
| Figura 9 - Seção transversal sob flexo-compressão normal | 35 |
| Figura 10 - Seção transversal sob efeito de flexo-compressão oblíqua | 38 |
| Figura 11 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,05h$) | 39 |
| Figura 12 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,10h$) | 40 |
| Figura 13 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,15h$) | 41 |
| Figura 14 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular vazada: $d' = 0,05h$) | 42 |
| Figura 15 - Caso 1 | 44 |
| Figura 16 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_1 (Titze), para a aplicação de H, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo constante | 48 |

| | |
|--|----|
| Figura 17 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_1 (Titze), para a aplicação de M, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo constante | 48 |
| Figura 18 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,05h$) | 50 |
| Figura 19 - Soluções de armadura | 51 |
| Figura 20 - Detalhamento da seção longitudinal | 52 |
| Figura 21 – Modelo de barras caso 1 | 54 |
| Figura 22 - Momentos fletores originados no modelo de barras | 54 |
| Figura 23 - Volumes M.E.F. caso 1 | 56 |
| Figura 24 - Detalhe da malha caso 1 | 57 |
| Figura 25 - Modelo carregado caso 1 | 58 |
| Figura 26 - Deformada Y do caso 1 | 60 |
| Figura 27 - Caso 2 | 61 |
| Figura 28 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_3 (Titze), para a aplicação de H, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo variando linearmente | 65 |
| Figura 29 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_3 (Titze), para a aplicação de M, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo variando linearmente | 66 |
| Figura 30 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,15h$) | 67 |
| Figura 31 - Soluções de armadura | 68 |
| Figura 32 - Detalhamento da seção longitudinal | 69 |
| Figura 33 – Modelo de barras caso 2 | 70 |
| Figura 34 - Momentos fletores originados pelo modelo de barras | 71 |
| Figura 35 - Volumes caso 2 | 72 |
| Figura 36 - Detalhe da malha caso 2 | 73 |
| Figura 37 - Modelo carregado caso 2 | 74 |
| Figura 38 - Deformada Y do caso 2 | 76 |
| Figura 39 - Análise de momentos fletores caso 1 | 78 |
| Figura 40 - Análise de momentos caso 2 | 79 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Determinação do coeficiente K | 15 |
| Tabela 2 - Valores da constante do coeficiente de reação horizontal | 17 |
| Tabela 3 - Coeficientes propostos por Hetenyi | 23 |
| Tabela 4 - Coeficiente propostos por Matlock e Reese | 25 |
| Tabela 5 - Valores das deformações, pressões e esforços solicitantes em elementos estruturais rígidos, pela aplicação de força no topo para Ks parabólico | 27 |
| Tabela 6 - Valores das deformações, pressões e esforços solicitantes em elementos estruturais rígidos, pela aplicação do momento no topo para Ks parabólico | 28 |
| Tabela 7 - Comprimento elástico em função do coeficiente elástico do solo | 29 |
| Tabela 8 - Valores de momento devido a aplicação de H e M | 47 |
| Tabela 9 - Momentos de acordo com a profundidade caso 1 | 55 |
| Tabela 10 - Valores de tensão e momentos fletores para o caso 1 | 59 |
| Tabela 11 - Relação profundidade com momentos fletores para o caso 1 | 59 |
| Tabela 12 - Valores de momento devido a aplicação de H e M | 64 |
| Tabela 13 – Momentos de acordo com a profundidade | 71 |
| Tabela 14 - Valores de tensão e momentos fletores para o caso 2 | 75 |
| Tabela 15 - Relação profundidade com momentos fletores para o caso 2 | 75 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-------------|-------------------------|
| α | Alfa |
| β | Beta |
| γ | Gama |
| μ | Mi |
| ν | Ni |
| ρ | Rô |
| λ | Lambda |
| ω | Ômega |
| θ | Teta |
| \emptyset | Diâmetro |
| \geq | Maior ou igual a |
| \leq | Menor ou igual a |
| \cong | Aproximadamente igual a |

LISTA DE ABREVIATURAS

α - Parâmetro de instabilidade
ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas
df - Diâmetro da estaca
Ec - Módulo de elasticidade do concreto
Ecs – Módulo de elasticidade secante do concreto
Fcd - Resistência de cálculo do concreto à compressão
Fck - Resistência característica do concreto à compressão
Fvd - Resistência de cálculo ao cisalhamento
h - Altura total
H- Esforço horizontal
kN - Quilonewton
Ks – coeficiente elástico do solo
Le – comprimento elástico
m - Metros
m² - Metros quadrados
m³ - Metros cúbicos
M - Momento fletor
N – Carga vertical
M.E.F. – Método dos elementos finitos
Mk – Momentos característicos atuantes
Md - Momento fletor solicitante de cálculo
MPa - Mega Pascal
Nk - Cargas verticais atuantes
Mk – Momentos característicos atuantes
UNISC - Universidade de Santa Cruz do Sul

SUMÁRIO

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 12 |
| 1.1 | JUSTIFICATIVA..... | 13 |
| 1.2 | OBJETIVOS..... | 13 |
| 1.2.1 | OBJETIVO GERAL..... | 13 |
| 1.2.2 | OBJETIVOS ESPECÍFICOS..... | 13 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... | 15 |
| 2.1 | CAPACIDADE DE CARGA EM ESTACAS..... | 15 |
| 2.1.1 | Décourt-Quaresma..... | 15 |
| 2.2 | ESTACAS SUJEITAS À SOLICITAÇÃO LATERAL..... | 16 |
| 2.2.1 | Introdução..... | 16 |
| 2.2.2 | Métodos para cálculo dos deslocamentos..... | 16 |
| 2.3 | DIMENSIONAMENTO À FLEXO-COMPRESSÃO..... | 35 |
| 3 | METODOLOGIA..... | 43 |
| 3.1 | CASO 1..... | 43 |
| 3.1.1 | ARMADURA DE FRETAGEM..... | 44 |
| 3.1.2 | MODELO DE CÁLCULO..... | 45 |
| 3.1.3 | MODELO DE BARRAS..... | 52 |
| 3.1.4 | MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS..... | 55 |
| 3.2 | CASO 2..... | 60 |
| 3.2.1 | ARMADURA DE FRETAGEM..... | 61 |
| 3.2.2 | MODELO DE CÁLCULO..... | 62 |
| 3.2.3 | MODELO DE BARRAS..... | 70 |
| 3.2.4 | MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS..... | 71 |
| 4 | ANÁLISES DOS RESULTADOS..... | 77 |
| 5 | CONCLUSÃO..... | 80 |
| | REFERÊNCIAS..... | 82 |

1 INTRODUÇÃO

No mundo de hoje onde cada vez mais a construção civil tem um crescimento significativo, o que pode ser observado é a grande necessidade de verticalização das estruturas, já que os espaços urbanos estão ficando cada vez mais escassos e seu tamanho atingido. Contudo a necessidade de soluções, tanto de materiais como de estudos avançados se fazem necessários para que o desenvolvimento de novas técnicas e novas ideias sejam implantadas no meio da construção civil.

Elemento de grande influência no bom desempenho e estabilidade de um grande empreendimento, deve-se ter atenção redobrada com a fundação para que possa atender as mais diversas solicitações que a ela são empregadas. Existem os mais diversos tipos de fundações que podem ser adotadas, as mais utilizadas para construções de grande porte e onde a solicitação é maior, são as denominadas profundas, onde o tipo que mais se destaca é a estaca, mas também podem ser utilizadas fundações rasas, representadas por sapatas e blocos. A utilização das estacas, se destaca em relação as sapatas ou blocos por serem mais versáteis e quase não possuem limitações dimensionais.

Considerando os carregamentos gerados na estrutura das fundações devido a ações horizontais, os mesmos podem ser analisados em diferentes tipos de construções, e serem decorrentes de vários tipos de ações, dentre eles se destacam: os carregamentos devido a ações do vento em edificações muito esbeltas ou torres de transmissão; os esforços gerados pela aceleração e frenagem de veículos em pontes e viadutos; pressões de solo geradas em estruturas de contenção.

Levando em conta, a necessidade de projetos, envolvendo fundações profundas, o presente trabalho, realiza uma análise de vários métodos e modelos que podem ser empregados, na verificação do comportamento das estacas submetidas a solicitações horizontais. Portanto é pretendido a realização de um levantamento bibliográfico que permita a análise desses efeitos, para que posteriormente seja realizado o dimensionamento do elemento estrutural em concreto armado.

1.1 JUSTIFICATIVA

O tema escolhido para este trabalho, é de extrema importância, pois os elementos de fundação são primordiais para que a construção tenha seu desempenho satisfatório ao longo de sua vida útil. As estacas em concreto armado são o tipo de fundações mais utilizado em grandes obras, mas as solicitações laterais merecem um estudo mais aprofundado.

Durante a graduação o assunto não é abordado nas disciplinas, o que faz com que este trabalho, demonstre grande ganho de aprendizado na área estudada.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem por objetivo geral analisar diferentes métodos para entender o comportamento, e dimensionar estacas em concreto armado, sujeitas a solicitações laterais.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos desse trabalho consistem em:

- Apresentar uma fundamentação teórica de diferentes métodos de cálculo para obtenção das máximas solicitações atuantes em elementos de fundação;
- Realizar dois estudos de caso de estacas sujeitas a solicitações laterais, para que possa ser realizado o dimensionamento, levando em consideração um tipo diferente de solo para cada caso;

- Analisar um método de cálculo dentre os apresentados na revisão bibliográfica, e outros dois métodos computacionais, o Método dos elementos Finitos e o modelo de barras, buscando estabelecer relações entre eles e realizar o dimensionamento a partir dos dados obtidos pelo método de cálculo;
- Apresentar as conclusões obtidas através dos estudos realizados no decorrer do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CAPACIDADE DE CARGA EM ESTACAS

Em um projeto de fundações, uma estaca sujeita a carregamento vertical, tende a resistir a essa solicitação, pela resistência de ponta e pela resistência do fuste, que é o atrito lateral decorrente da força de cisalhamento entre o solo e a estaca, portanto a capacidade de carga que ela suporta é a soma dessas duas ações combinadas.

2.1.1 Décourt-Quaresma

Como aponta Hachich (1998), este método leva em consideração as resistências, tanto do fuste, como a resistência na ponta da estaca:

$$Q_u = q_p A_p + q_s A_s \quad (1)$$

A tensão de ruptura da ponta é dada por:

$$q_p = KN \quad (2)$$

Os valores de K podem ser encontrados em função do tipo de solo, na tabela abaixo:

Tabela 1 - Determinação do coeficiente K

| TIPO DE SOLO | K (kN/m ²) |
|----------------|------------------------|
| ARGILA | 120 |
| SILTE ARGILOSO | 200 |
| SILTE ARENOSO | 250 |
| AREIA | 400 |

Fonte: Alonso (1989), adaptado pelo autor.

O atrito lateral pode ser adquirido pela seguinte fórmula:

$$q_s = 10 \left(\frac{N}{3} + 1 \right) \text{ kN/m}^2 \quad (3)$$

2.2 ESTACAS SUJEITAS À SOLICITAÇÃO LATERAL

2.2.1 Introdução

Quando o assunto tratado é relacionado a fundações em estacas, pode-se perceber que quase todas estão, mesmo que com pouca intensidade, sofrendo algum tipo de esforço transversal. Uma estaca quando carregada transversalmente, tende a se movimentar na direção de aplicação da carga, se esta for curta, ou girar em um ponto de referência, até que o equilíbrio entre a estaca e o solo em questão, seja satisfeito.

Para que se possa ter um melhor resultado nos estudos referentes a este quesito, é necessário analisar vários métodos, tanto para determinar as solicitações atuantes sobre a estaca, quanto para os deslocamentos originados a partir das forças aplicadas nas estacas.

2.2.2 Métodos para cálculo dos deslocamentos

Neste item serão descritos os métodos de cálculo para que seja possível adquirir os deslocamentos máximos para posterior dimensionamento das estacas.

Em conformidade com Alonso (1989), é necessário estudar, e prever a variação do módulo de reação horizontal, com a profundidade, os casos mais simples adotam um coeficiente K, que pode ser constante ou crescente de forma linear de acordo com

a profundidade do solo. Outra forma é através de um parâmetro que leva em consideração a profundidade e o tipo de solo, encontrado pela seguinte equação:

$$K = \eta_h * z \quad (4)$$

Tabela 2 - Valores da constante do coeficiente de reação horizontal

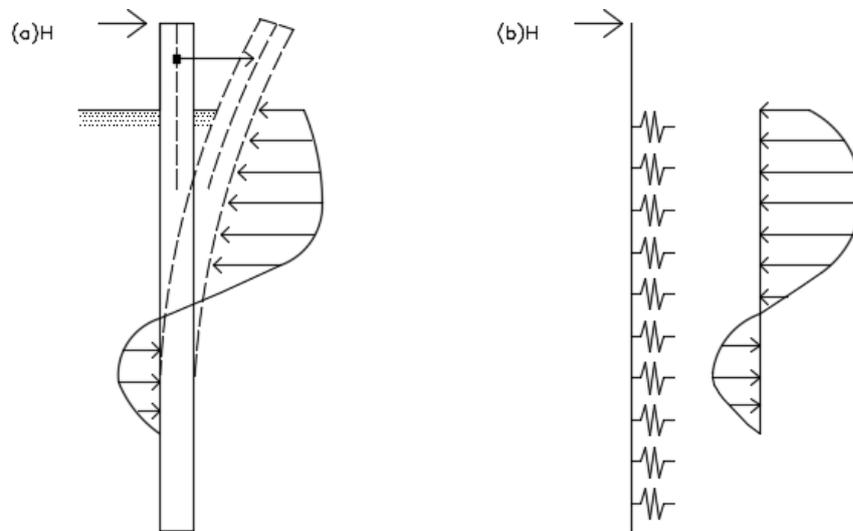
| Compacidade da areia Ou Consistência da argila | Valor de η_h (MN/m ³) | |
|--|--|-----------|
| | Seca | Submersa |
| Areia fofa | 2,6 | 1,5 |
| Areia medianamente | 8,0 | 5,0 |
| Areia compacta | 20,0 | 12,5 |
| Silte muito fofo | - | 0,1 a 0,3 |
| Argila muito mole | - | 0,55 |

Fonte: Alonso (1989), adaptado pelo autor

2.2.2.1 Modelo de Winkler

Este modelo de cálculo é o mais usual para cálculo de estacas carregadas transversalmente, baseia-se na ideia de o solo ser compreendido como sendo uma série de molas independentes entre si. Onde seu comportamento pode ser observado pelas curvas p-y.

Figura 1 - Reação do solo (a) real e (b) modelada pela Hipótese de Winkler



Fonte: Velloso e Lopes (2010), adaptado pelo autor.

Segundo Velloso e Lopes (2010), independentemente da forma da seção da estaca, o solo resiste aos deslocamentos transversais por tensões que atuam em duas direções da estaca, a parte frontal que recebe as tensões normais, e a parte lateral, onde ocorrem as tensões cisalhantes, já na parte de trás da estaca, quase não existe resistência, e para considerar em efeitos práticos pode-se dizer que a resultante dessas duas tensões combinadas atua na face da frontal da estaca.

Então pela hipótese de Winkler consegue-se dizer que, a tensão normal horizontal (p), que atua na face frontal da estaca é o produto entre o coeficiente de reação horizontal (k_h), e o deslocamento horizontal no eixo y (y).

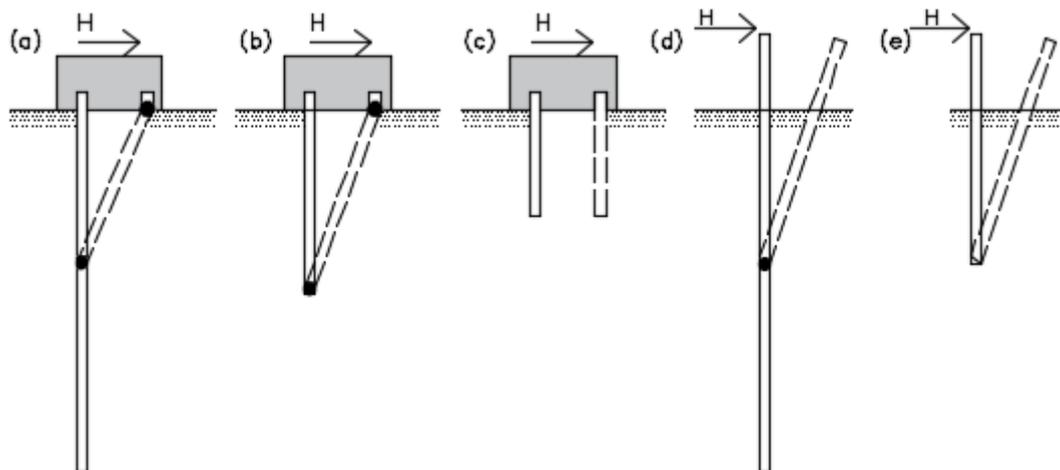
2.2.2.2 Método de Broms

Conforme Velloso e Lopes (2010), por meio de estudos, Broms, analisou o comportamento de estaca sem meios coesivos e não coesivos, e posteriormente apresentou um critério de cálculo para as estacas carregadas transversalmente.

Este método baseia-se na ideia dos métodos de ruptura, os quais buscam atender as exigências, onde a ruptura de um grupo de estacas não venha a ocorrer, mesmo havendo condições severas a elas aplicadas, e o que o deslocamento que ocorra não afete a estrutura das estacas. Dessa forma para pequenos deslocamentos, adota-se um projeto que leva em consideração os deslocamentos provocados pela carga de trabalho, já para os grandes deslocamentos, leva-se em conta a resistência à ruptura das estacas.

Para estacas consideradas longas, a ruptura pode ser observada com a formação de rótulas plásticas, estas analisadas ao longo do seu comprimento, já em estacas consideradas curtas, a ruptura se dá, quando o próprio solo chega a sua resistência final.

Figura 2 - Mecanismos de ruptura de uma estaca



Fonte: Velloso e Lopes (2010), adaptado pelo autor.

Segundo Velloso e Lopes (2010), Broms verifica que as tensões na estaca, não variam proporcionalmente com as cargas atuantes, e isso pode levar a um coeficiente de segurança variável, quando o mesmo estiver em relação com a carga, a resistência ao cisalhamento do solo e a resistência estrutural da estaca. Portanto, recomenda-se que, baseado no comportamento da fundação na ruptura, sejam utilizados coeficientes que majorem as cargas e minorem a resistência.

Os valores que são recomendados para estes coeficientes são:

a) Coeficientes de majoração:

- Cargas permanentes: 1,5;
- Cargas acidentais: 2,0;
- Profundidade de erosão: 1,25 a 1,5.

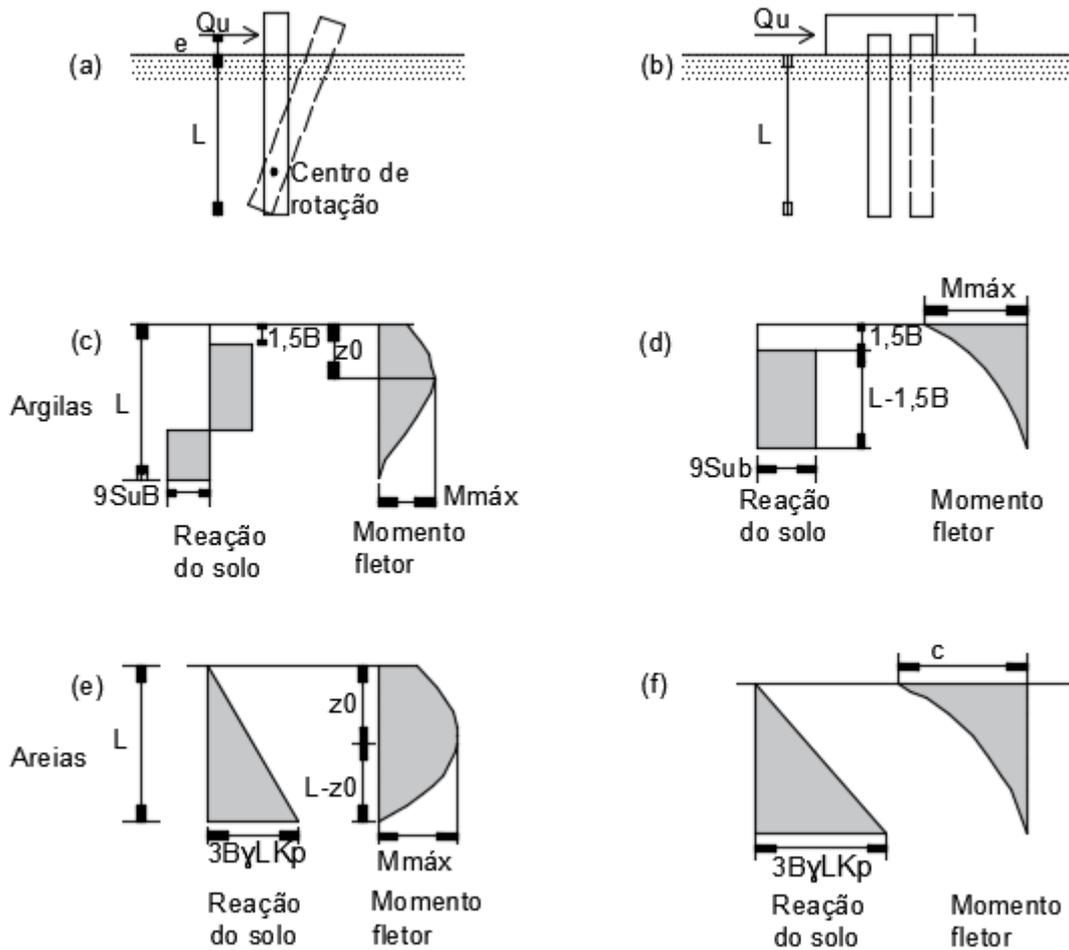
b) Coeficientes de minoração:

- Coesão de projeto: $0,75 c$
- $\tan \varphi$ de projeto: $0,75 \tan \varphi$

As estacas possuem tipos de ruptura diferentes levando em consideração o comprimento e o impedimento no topo da estaca. Por isso de acordo com Velloso e Lopes (2010), pode-se verificar os mecanismos de ruptura das seguintes formas:

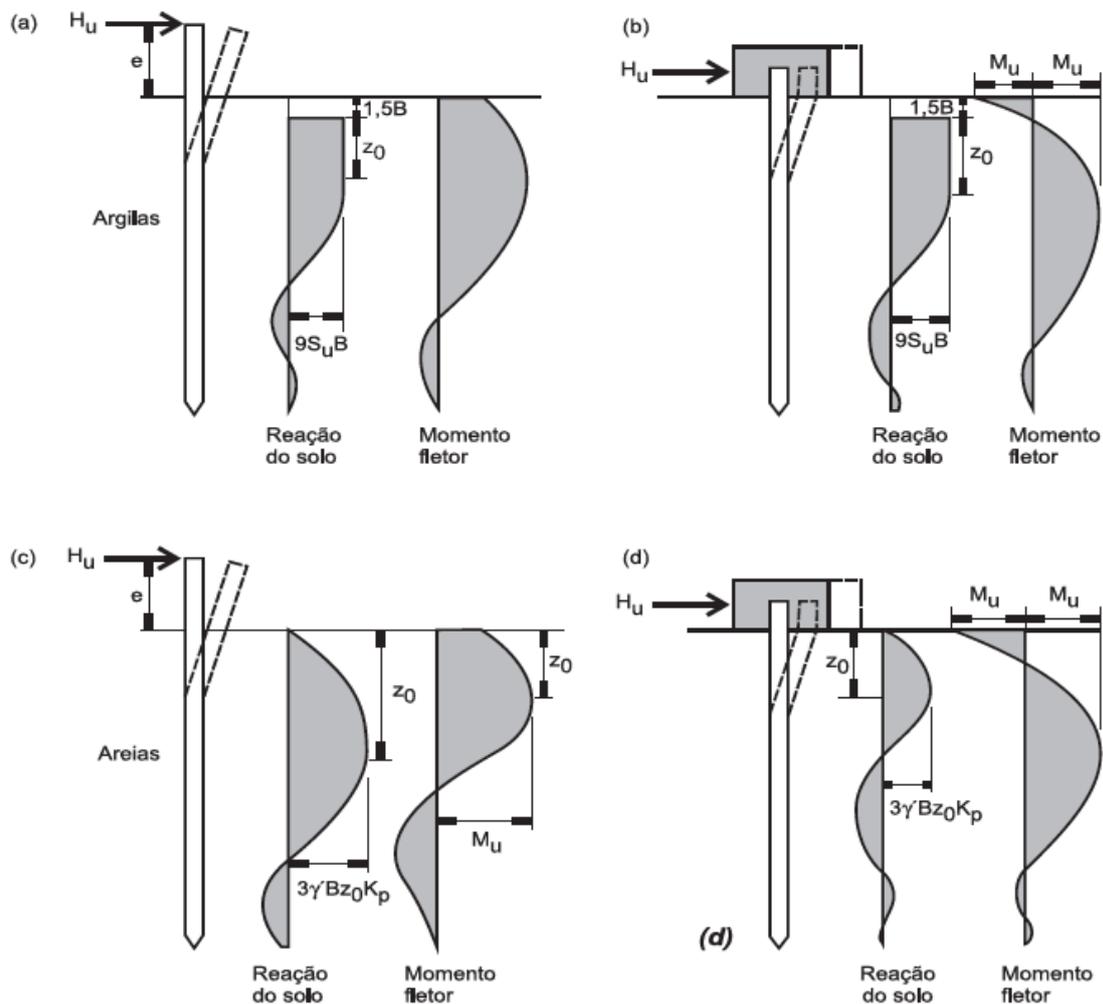
- Estacas curtas livres: a ruptura se dá, quando a estaca, como um corpo rígido, gira em torno de um ponto que se encontra em uma determinada profundidade;
- Estacas Longas livres: quando a resistência de ruptura da estaca é atingida, em determinada profundidade, ocorre a ruptura da mesma;
- Estacas curtas impedidas: quando ocorre a translação do corpo rígido da estaca, pode-se dizer que ocorre a ruptura;
- Estacas longas impedidas: com a formação de duas ou mais rótulas plásticas no decorrer do corpo das estacas, é que ocorre a ruptura.

Figura 3 - Mecanismos de ruptura, distribuição de pressões e diagrama de momentos fletores para estacas curtas



Fonte: Velloso e Lopes (2010), adaptado pelo autor.

Figura 4 - Mecanismos de ruptura, distribuição de pressões e diagrama de momentos fletores para estacas longas



Fonte: Velloso e Lopes (2010).

Quando o assunto é a resistência de ruptura da estaca, a análise de Broms, leva em conta que a capacidade de rotação das rótulas plásticas, deve ser suficiente para que se possa desenvolver o empuxo passivo do solo acima da rótula inferior, possa também promover a redistribuição dos momentos fletores e que a total resistência à ruptura possa ser utilizada. Portanto, Broms concluiu que para estacas de concreto, as mesmas têm uma capacidade de rotação suficiente para o empuxo, que os momentos podem ser redistribuídos se as estacas forem subordinadas e que a ruptura venha a ocorrer pelo escoamento da armadura antes mesmo do esmagamento do concreto.

2.2.2.3 Solução de Hetenyi

Segundo Alonso (1989), o autor desenvolveu seu caso baseado em uma viga horizontal infinita, apoiada em um meio elástico, isto permite, aplicá-la em estacas longas imersas em solo com módulo de reação constante com a profundidade, o deslocamento, momento máximo e cortante, podem ser descobertos através das seguintes equações:

$$y_i = \frac{2H\lambda}{K} D_\lambda + \frac{2M\lambda^2}{K} \quad (5)$$

$$M_i = \frac{H}{\lambda} B_\lambda + MA_\lambda \quad (6)$$

$$Q_i = HC_\lambda + 2MB_\lambda \quad (7)$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \quad (8)$$

Tabela 3 - Coeficientes propostos por Hetenyi

| $\lambda \cdot z$ | A_λ | B_λ | C_λ | D_λ |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0,1 | 0,9906 | 0,0903 | 0,8100 | 0,9003 |
| 0,2 | 0,9651 | 0,1627 | 0,6398 | 0,8024 |
| 0,5 | 0,8231 | 0,2908 | 0,2414 | 0,5323 |
| 0,7 | 0,6997 | 0,3199 | 0,0599 | 0,3798 |
| $\pi/4$ | 0,6448 | 0,3224 | 0 | 0,3224 |
| 1,0 | 0,5083 | 0,3096 | -0,1109 | 0,1987 |
| 1,5 | 0,2384 | 0,2226 | -0,2068 | 0,0158 |
| $\pi/2$ | 0,2079 | 0,2079 | -0,2079 | 0 |
| 2,0 | 0,0667 | 0,1230 | -0,1793 | -0,0563 |
| $3/4$ | 0 | 0,0671 | -0,1342 | -0,0671 |
| 2,5 | -0,0166 | 0,0492 | -0,1149 | -0,0658 |
| 3,0 | -0,0422 | 0,0071 | -0,0563 | -0,0493 |
| π | -0,0432 | 0 | -0,0432 | -0,0432 |
| 3,5 | -0,0388 | -0,0106 | -0,0177 | -0,0283 |
| $5/4 \pi$ | -0,0278 | -0,0140 | 0 | -0,0139 |
| 4,0 | -0,0258 | -0,0139 | 0,0019 | -0,0120 |

Fonte: Alonso (1989), adaptado pelo autor.

Para casos especiais como $z = 0$, pode-se determinar o deslocamento a partir da equação:

$$y_0 = \frac{2H\lambda}{K} + \frac{2M\lambda^2}{K} \quad (10)$$

Na profundidade $\lambda.Z = 0,7$, é onde encontra-se o momento máximo na estaca, e seu valor pode ser extraído da seguinte equação:

$$M_{m\acute{a}x} = 0,32 \frac{H}{\lambda} + 0,7M \quad (11)$$

2.2.2.4 Método de Matlock e Reese

Com o auxílio de técnicas computacionais de diferenciação, os autores, resolveram a equação diferencial para as diversas variações das curvas p-y. Para o caso em que $K = \eta_h * z$, os mesmos obtiveram a equação a seguir:

$$y = A_Y \frac{H_0 T^3}{EI} + B_Y \frac{M_0 T^2}{EI} \quad (12)$$

Onde:

H_0 - Força aplicada no topo da estaca;

M_0 - Momento aplicado no topo da estaca.

Os dois parâmetros consideram que a estaca está livre, sem nenhum tipo de restrição no topo.

A partir de variações nas aplicações da equação anteriormente apresentada, os autores chegaram as seguintes equações, para determinar os esforços nas estacas:

$$\theta = A_\theta \frac{H_0 T^2}{EI} + B_\theta \frac{M_0 T}{EI} \quad (13)$$

$$M = A_m H_0 T + B_m M_0 \quad (14)$$

$$Q = A_q H_0 + B_q \frac{M_0}{T} \quad (15)$$

$$p = A_p \frac{H_0}{T} + B_p \frac{M_0}{T} \quad (16)$$

Os coeficientes podem ser retirados da tabela abaixo:

Tabela 4 - Coeficiente propostos por Matlock e Reese

| z/T | A_y | A_θ | A_m | A_q | A_p | B_y | B_θ | B_m | B_q | B_p |
|-------|--------|------------|--------|--------|--------|--------|------------|--------|--------|--------|
| 0 | 2,435 | -1,623 | 0 | 1 | 0 | 1,623 | -1,750 | 1 | 0 | 0 |
| 0,1 | 2,273 | -1,618 | 0,100 | 0,989 | -0,277 | 1,453 | -1,650 | 1 | -0,007 | -0,145 |
| 0,2 | 2,112 | -1,603 | 0,198 | 0,956 | -0,422 | 1,293 | -1,550 | 0,999 | -0,028 | -0,259 |
| 0,3 | 1,952 | -1,578 | 0,291 | 0,906 | -0,586 | 1,143 | -1,450 | 0,994 | -0,058 | -0,343 |
| 0,4 | 1,796 | -1,543 | 0,379 | 0,840 | -0,718 | 1,003 | -1,351 | 0,987 | -0,095 | -0,401 |
| 0,5 | 1,644 | -1,503 | 0,459 | 0,764 | -0,822 | 0,873 | -1,253 | 0,976 | -0,137 | -0,436 |
| 0,6 | 1,496 | -1,454 | 0,532 | 0,677 | -0,897 | 0,752 | -1,156 | 0,960 | -0,181 | -0,451 |
| 0,7 | 1,353 | -1,397 | 0,595 | 0,585 | -0,947 | 0,642 | -1,061 | 0,939 | -0,226 | -0,449 |
| 0,8 | 1,216 | -1,335 | 0,649 | 0,489 | -0,973 | 0,540 | -0,968 | 0,914 | -0,270 | -0,432 |
| 0,9 | 1,086 | -1,268 | 0,693 | 0,392 | -0,977 | 0,448 | -0,878 | 0,885 | -0,312 | -0,403 |
| 1,0 | 0,962 | -1,197 | 0,727 | 0,295 | -0,962 | 0,364 | -0,792 | 0,852 | -0,350 | -0,364 |
| 1,2 | 0,738 | -1,047 | 0,767 | 0,109 | -0,885 | 0,223 | -0,629 | 0,775 | -0,414 | -0,268 |
| 1,4 | 0,544 | -0,893 | 0,772 | -0,056 | -0,761 | 0,112 | -0,482 | 0,688 | -0,456 | -0,154 |
| 1,6 | 0,381 | -0,741 | 0,746 | -0,193 | -0,609 | 0,029 | -0,354 | 0,594 | -0,477 | -0,047 |
| 1,8 | 0,247 | -0,596 | 0,696 | -0,298 | -0,445 | -0,030 | -0,245 | 0,498 | -0,476 | 0,054 |
| 2,0 | 0,142 | -0,464 | 0,628 | -0,371 | -0,283 | -0,070 | -0,155 | 0,404 | -0,456 | 0,140 |
| 3,0 | -0,075 | -0,040 | 0,225 | -0,349 | 0,226 | -0,089 | 0,057 | 0,059 | -0,213 | 0,268 |
| 4,0 | -0,050 | -0,052 | 0,000 | -0,106 | 0,201 | -0,028 | 0,049 | 0,042 | 0,017 | 0,112 |
| 5,0 | -0,009 | -0,025 | -0,033 | 0,013 | 0,046 | 0 | 0,026 | -0,026 | -0,029 | -0,002 |

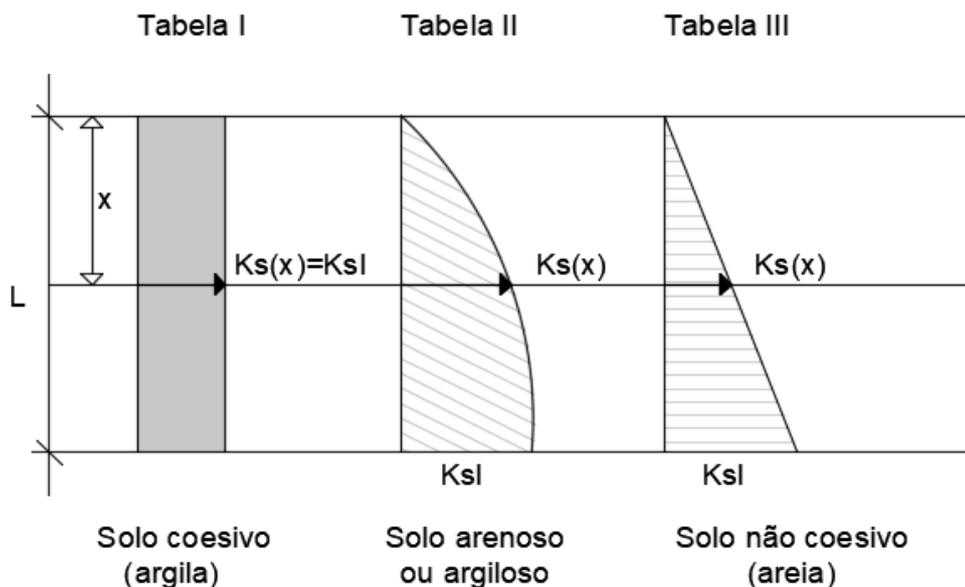
Fonte: Alonso (1989), adaptado pelo autor.

2.2.2.5 Método deTitze

Segundo Campos (2015), Titze (1970) desenvolveu três tipos de coeficientes elásticos do solo e dois modelos de elementos estruturais, um rígido e outro flexível, para poder entender as variações de momento, cortante, pressão lateral e da deformada.

Os coeficientes KS, podem ser considerados da seguinte maneira: para solos argilosos e, ou arenosos, determina-se como sendo parabólico; já para argilas pode ser determinado constante com relação a profundidade; e para as areias determina-se linear com o aumento da profundidade.

Figura 5 - Variação do coeficiente elástico do solo



Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

Campos (2015), comenta em seus estudos que, a primeira análise feita por Titze (1970), foi realizar estudos sobre uma estaca rígida em um meio em que o coeficiente de reação do solo fosse considerado como sendo uma parábola, assim ele determinou a análise para estacas elástico-flexíveis. Chegando na seguinte equação para determinação do coeficiente elástico do solo.

$$k_s(x) = k_s L \sqrt{\frac{x}{L}} = k_s L \left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

Para a aplicação de momento e força horizontal foram desenvolvidas por Tizte (1970), equações para determinação destes valores as mesmas levam em consideração o coeficiente de reação de solo parabólico, esses valores podem ser observados nas tabelas abaixo:

Tabela 5 - Valores das deformações, pressões e esforços solicitantes em elementos estruturais rígidos, pela aplicação de força no topo para Ks parabólico

| | Deformação $\delta_{(x)}$ | Pressão lateral $p_{(x)} = \beta \cdot H / (d_f \cdot L)$ | Cortante $V_{(x)} = \gamma \cdot H$ | Momento $M_{(x)} = \alpha \cdot H \cdot L$ | |
|---------------|------------------------------|--|--|---|-------|
| $\xi = X/L$ | | $\beta = -3,75\xi^2(2,5 - 3,5\xi)$ | $\gamma = 1 - \xi^3(6,25 - 5,25\xi)$ | $\alpha = \xi \left[1 - \xi^2(2,5 - 1,5\xi) \right]$ | |
| 0,0 | 75/8 = 9,375 | 0,000 | 1,000 | 0,000 | |
| 0,1 | Variação Linear | -2,550 | 0,819 | 0,093 | |
| 0,2 | | -3,019 | 0,535 | 0,161 | |
| 0,2381 | | $\beta_{m\acute{a}x} = -3,050$ | 0,419 | 0,179 | |
| 0,3 | | -2,978 | 0,232 | 0,199 | |
| 0,3812 | | -2,699 | 0,000 | $\alpha_{m\acute{a}x} = 0,208$ | |
| 0,4 | | -2,609 | -0,050 | 0,208 | |
| 0,5 | | -1,989 | -0,282 | 0,191 | |
| 0,6 | | -1,162 | -0,441 | 0,154 | |
| 0,7 | | -0,157 | -0,508 | 0,106 | |
| 0,8 | | 1,006 | -0,467 | 0,056 | |
| 0,9 | | 2,312 | -0,302 | 0,016 | |
| 1,0 | | 30/8 = 3,75 | 3,750 | 0,000 | 0,000 |

Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

Tabela 6 - Valores das deformações, pressões e esforços solicitantes em elementos estruturais rígidos, pela aplicação do momento no topo para Ks parabólico

| | Deformação $\delta_{(x)}$ | Pressão lateral $p_{(x)} = \beta \cdot M / (d_f \cdot L^2)$ | Cortante $V_{(x)} = \gamma \cdot M / L$ | Momento $M_{(x)} = \alpha \cdot M$ |
|-------------|------------------------------|--|--|---------------------------------------|
| $\xi = X/L$ | | $\beta = -8,75\xi^2(1,5 - 2,5\xi)$ | $\gamma = -8,75\xi^3(1 - \xi)$ | $\alpha = 1 - \xi^2(3,5 - 2,5\xi)$ |
| 0,0 | 105/8 = 13,12 | 0,000 | 0,000 | $\alpha_{m\acute{a}x} = 0,208$ |
| 0,1 | Variação Linear | -3,459 | -0,249 | 0,990 |
| 0,2 | | $\beta_{m\acute{a}x} = -3,913$ | -0,626 | 0,946 |
| 0,3 | | -3,594 | -1,006 | 0,864 |
| 0,4 | | -2,767 | -1,328 | 0,747 |
| 0,5 | | -1,547 | -1,547 | 0,602 |
| 0,6 | | 0,000 | -1,627 | 0,442 |
| 0,7 | | 1,830 | -1,537 | 0,283 |
| 0,8 | | 3,913 | -1,252 | 0,141 |
| 0,9 | | 6,226 | -0,747 | 0,039 |
| 1,0 | | 70/8 = 8,75 | 8,750 | -0,000 |

Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

Para estacas em um meio flexível, conforme Campos (2015), devido à pressão de contato e à resistência do solo, os esforços pontuais derivados das forças horizontais, e a rotação causada pelo momento aplicado no topo da estaca, podem causar movimentação lateral no elemento estrutural. Titze (1970), portanto propôs um estudo, onde o coeficiente elástico constante e o linear fosse decorrente do modelo aplicado para o coeficiente elástico parabólico.

Em relação ao comprimento elástico do elemento estrutural, pode-se dizer que o mesmo leva em consideração as seguintes características do elemento, módulo de elasticidade, momento de inércia, diâmetro, comprimento, e a constante elástica do solo, estes parâmetros podem ser observados no quadro abaixo onde encontra-se as equações para determinação do comprimento elástico, em função de cada tipo de constante elástica.

Tabela 7 - Comprimento elástico em função do coeficiente elástico do solo

| K_{sL} constante | K_{sL} parabólico | K_{sL} linear |
|--|---|---|
| $L_{E1} = \sqrt[4]{\frac{4E \cdot I}{d_F \cdot K_{sL}}}$ | $L_{E2} = \sqrt[4,5]{\frac{E \cdot I \cdot L^{1/2}}{16d_F \cdot K_{sL}}}$ | $L_{E3} = \sqrt[5]{\frac{E \cdot I \cdot L}{d_F \cdot K_{sL}}}$ |

Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

A compreensão dos esforços atuando simultaneamente é de difícil entendimento, Titze (1970) *apud* Campos (2015), desenvolveu um método onde são estudados os dois esforços, força horizontal e o momento fletor, aplicados no topo da estaca, separadamente, para depois sobrepor os seus efeitos com os valores finais.

Como a aplicação dos esforços se dá de forma separada, as constantes de integração, para a deformada, declividade, momento, cortante e pressão podem ser observados no quadro abaixo, e também de forma simplificada no quadro seguinte, respectivamente.

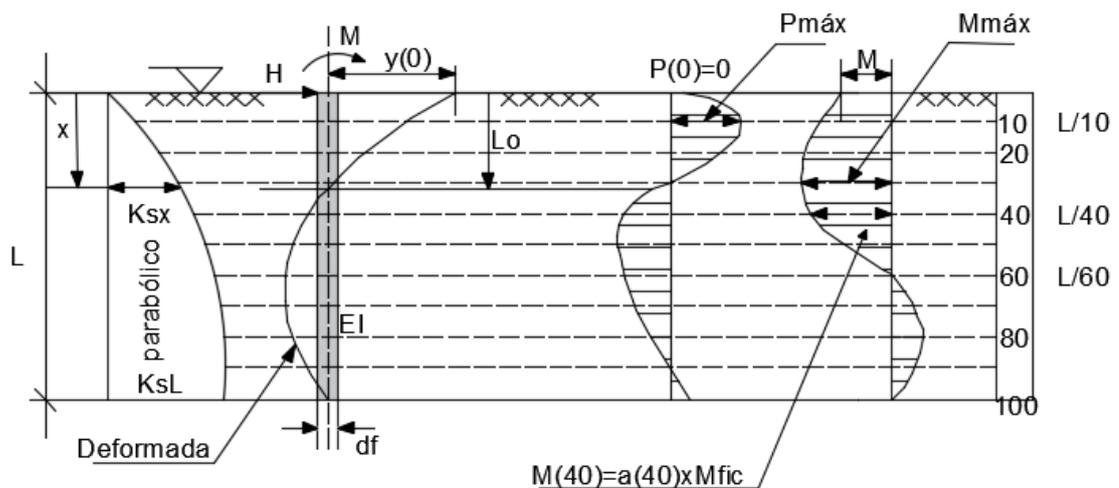
Tabela 8 - Resumo das constantes de integração

| | Aplicação da força horizontal (H) no topo | Aplicação do momento (M) no topo |
|--|--|--|
| Constantes de integração $\varepsilon = \lambda$ | $A_1 = \frac{8H \cdot L_E^3}{E \cdot I} \frac{Z_{2,4}}{N}$ | $A_2 = \frac{L_E^2}{E \cdot I} 4M \frac{Z_{2,3}}{N}$ |
| | $A_2 = \frac{L_E^2}{E \cdot I} 8H \cdot L_E \frac{Z_{4,1}}{N}$ | $A_2 = \frac{L_E^2}{E \cdot I} 4M \frac{Z_{3,1}}{N}$ |
| | $A_3 = 0$ | $A_3 = \frac{L_E^2}{E \cdot I} 4M$ |
| | $A_4 = \frac{8H \cdot L_E^3}{E \cdot I} \frac{Z_{2,A}}{N}$ | $A_4 = 0$ |

Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

Conforme Campos (2015), Titze (1970), estudou e separou o elemento estrutural em 100 ou 10 partes (i) iguais, para que assim pudesse calcular os parâmetros da deformada, declividade, momento, cortante e pressão, que são demonstrados na figura seguinte.

Figura 6 - Parâmetros $y(i)$, $M(i)$, $p(i)$ e $V(i)$, a cada centésimo de vão



Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

$$\text{Momento: } M_i = \alpha_i \cdot M_{fic} \quad (18)$$

$$\text{Cortante: } V_i = \gamma_i \cdot V_{fic} \quad (19)$$

$$\text{Pressão no solo: } p_i = \beta_i \cdot M_{fic} \quad (20)$$

$$\text{Deformada: } y_i = \delta_i \cdot \left(\frac{p_{fic}}{k_{sl}} \right) \quad (21)$$

Onde: α, β, γ , são percentuais, dos esforços fictícios aplicados ao elemento estrutural, que podem ser obtidos nas equações apresentadas na tabela:

Tabela 9 - Solicitantes fictícios decorrentes da aplicação da força horizontal e do momento fletor no topo do elemento estrutural

| | Atuando H | Atuando M |
|-------------------------------|---------------------|-----------------------|
| M_{fic} (momento fictício) | $H \cdot L$ | M |
| p_{fic} (pressão fictícia) | $H / (d_f \cdot L)$ | $M / (d_f \cdot L^2)$ |
| V_{fic} (cortante fictícia) | H | M / L |

Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

Em que:

d_f é o diâmetro do elemento estrutural (fuste do tubulão ou da estaca);

L é a profundidade do elemento estrutural;

H é a força horizontal aplicada ao elemento estrutural;

M é o momento fletor aplicado ao elemento estrutural.

Com os parâmetros apresentados acima é possível chegar as equações de $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$.

Tabela 10 - Equações de $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$

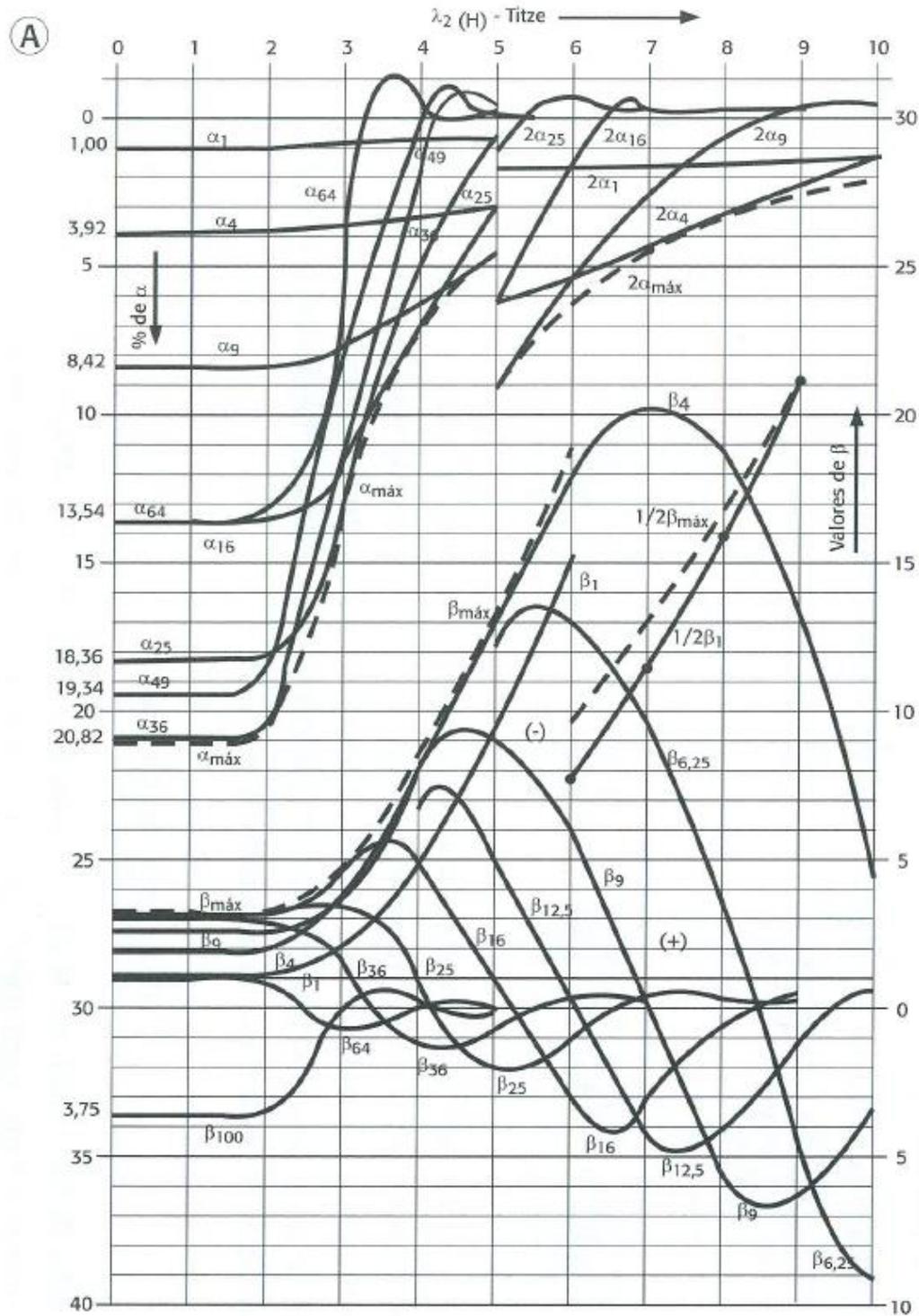
| | Aplicação da força horizontal (H) no topo | Aplicação do momento (M) no topo |
|------------|--|--|
| α_i | $2 \left(\frac{Z_{2,4}}{N} X_1^{(2)} + \frac{Z_{4,1}}{N} X_2^{(2)} + X_4^{(2)} \right)$ | $\left(\frac{Z_{2,3}}{N} X_1^{(2)} + \frac{Z_{3,1}}{N} X_2^{(2)} + X_3^{(2)} \right)$ |
| β_i | $\frac{8}{2} \left(\frac{Z_{2,4}}{N} X_1^{(4)} + \frac{Z_{4,1}}{N} X_2^{(4)} + X_4^{(4)} \right)$ | $\frac{1}{4} \left(\frac{Z_{2,3}}{N} X_1^{(3)} + \frac{Z_{3,1}}{N} X_2^{(3)} + X_4^{(3)} \right)$ |
| γ_i | $\left(\frac{Z_{2,4}}{N} X_1^{(3)} + \frac{Z_{4,1}}{N} X_2^{(3)} + X_4^{(3)} \right)$ | $\frac{1}{2} \left(\frac{Z_{2,3}}{N} X_1^{(3)} + \frac{Z_{3,1}}{N} X_2^{(3)} + X_4^{(3)} \right)$ |

Fonte: Campos (2015), adaptado pelo autor.

A partir destas equações Titze (1970), desenvolveu ábacos de α_i e β_i , em função de λ , com estes parâmetros, foram elaborados gráficos, que representam a força horizontal e o momento, aplicados no topo do elemento estrutural em análise.

Para que se possa fazer uso dos gráficos é necessário a determinação do λ , ao longo da profundidade da estaca. Com este parâmetro já calculado, tem-se a necessidade de determinar as porcentagens de α_i e β_i , em cada centésimo e décimo do vão de profundidade.

Figura 7 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_2 (Titze), para a aplicação de H, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo parabólico



Fonte: Campos (2015).

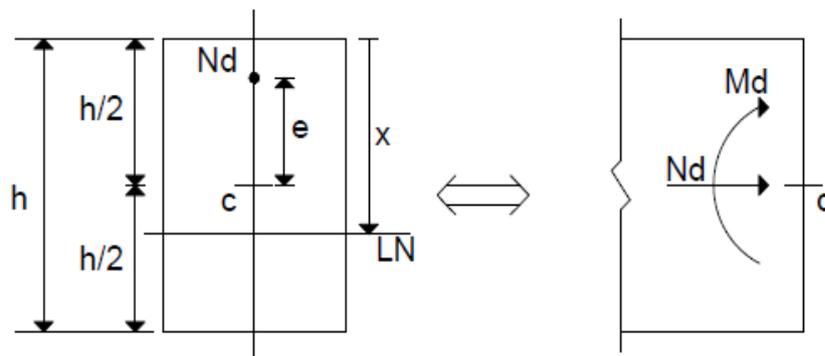
2.3 DIMENSIONAMENTO À FLEXO-COMPRESSÃO

Conforme Araújo (2014), a flexo-compressão, pode ser compreendida por ser a composição de duas solicitações diferentes, um momento fletor e um esforço normal. Quando a flexão acontece num mesmo plano, onde encontram-se os eixos de simetria das seções do elemento estrutural, pode-se dizer que acontece a flexo-compressão normal.

Nesse tipo de solicitação, tem-se uma incógnita, que é a linha neutra da seção, essa que é medida tomando uma das bordas do elemento como referência, no entanto seu alinhamento pode ser facilmente descoberto, pois nesse caso, será sempre perpendicular ao plano de ação do momento fletor.

Pode-se observar como fica à disposição das solicitações na figura abaixo:

Figura 9 - Seção transversal sob flexo-compressão normal



Fonte: Araújo (2014), adaptado pelo autor.

Na figura 9, pode-se observar que h , corresponde à altura da seção, e que c representa o centroide da seção de concreto. A força normal está aplicada no mesmo eixo em que se encontra o eixo de simetria da seção, podendo assim concluir que se trata de um exemplo de flexo-compressão normal.

Pode-se observar que a sollicitação que é representada por N_d , e por e , é possivelmente substituída por um par de esforços em que N_d caracteriza-se como o esforço normal de cálculo e $M_d = N_d e$ é o momento fletor de cálculo.

Sabendo-se a orientação da linha neutra, se faz necessário determinar a profundidade x , que pode ser medida tendo como base a borda comprimida pela aplicação exclusiva do momento fletor, para que assim essa possa estar totalmente caracterizada, com isso tem-se que x , é uma incógnita que deverá ser descoberta para que o problema seja solucionado.

Para que o dimensionamento de uma seção transversal em concreto armado, essa que está submetida à flexo-compressão, possa ser realizado, é necessário segundo Araújo (2015), levar em consideração a resolução de um problema que tem como base alguns componentes, e a partir da posse destes dados, solucionar a questão em estudo.

Com o conhecimento dos esforços solicitantes de cálculo N_d e M_d , considerando uma seção transversal em concreto armado, com uma determinada disposição de armaduras, tendo como referência as resistências de cálculo dos materiais utilizados, se faz necessário encontrar as dimensões da seção de concreto e a área total da armadura que satisfaça as equações de equilíbrio, esse que será garantido no estado limite último.

Ao ter como problema a ser resolvido a questão do dimensionamento da seção de concreto, é necessário que se faça, um pré-dimensionamento, dessa seção, para que assim seja possível realizar o cálculo da área de aço que será necessária para que o equilíbrio seja garantido.

Esse problema não apresenta uma solução analítica, sendo necessário para o cálculo das armaduras o uso da iteratividade, devido ao grande número de operações envolvidas nesse processo, aconselha-se que seja resolvido em meio computacional.

Através de programas computacionais, Araújo (2014) desenvolveu tabela de dimensionamento à flexo-compressão normal, essas podem ser utilizadas para seções de concreto armado retangulares, com diferentes posições de linhas de armadura, além de adotar aço CA-50, como base de cálculo.

Para que a utilização da tabela seja realizada, é necessário que sejam conhecidos alguns quesitos, um deles é a disposição da armadura na seção, outro item a ser conhecido é o parâmetro $\delta = d'/h$. Os parâmetros de entrada na tabela podem ser conhecidos através dos esforços solicitantes reduzidos.

$$v = \frac{N_d}{bh f_{cd}} \quad (22)$$

$$\mu = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}} \quad (23)$$

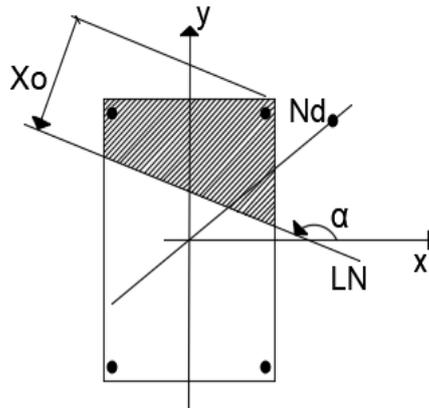
Tendo como base a tabela é possível que obtenha-se a taxa mecânica ω , e com essa informação, pode-se calcular a área total de armadura que será utilizada na seção.

$$A_s = \omega bh \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (24)$$

Pelas definições encontradas em Araújo (2014), pode-se concluir que quando o esforço normal decorrente do carregamento axial, age sobre o elemento estrutural, fora dos eixos de simetria da seção, pode-se dizer que acontece ali um efeito de flexo-compressão oblíqua, a mesma que pode ocorrer quando o eixo em que se encontra a disposição das armaduras na seção do elemento estrutural não for simétrico com o eixo de atuação do esforço normal, ou o efeito de flexo-compressão oblíqua será sempre dominante quando a seção não possuir eixo de simetria.

O autor ainda explica que nesse caso para que seja possível realizar o dimensionamento, é necessário que seja obtido o resultado para duas incógnitas que surgem, tanto a posição da linha neutra da seção analisada, quanto a orientação da mesma, conforme é demonstrado na figura 10.

Figura 10 - Seção transversal sob efeito de flexo-compressão oblíqua



Fonte: Araújo (2014), adaptado pelo autor.

Nesse caso, ocorrem dois momentos fletores, cada um referente a um eixo específico, causando assim a criação de mais parâmetros para a futura utilização de tabelas ou ábacos, como está sugerido em Donin (2015), quando existe o efeito de flexão composta, deve-se utilizar os seguintes parâmetros, tanto para v , como para os dois momentos μ_x , μ_y , para que assim seja possível fazer a utilização de ábacos.

$$\mu_x = \frac{M_{d,tot.x}}{h_x A_c f_{cd}} = v \frac{e_x}{h_x} \quad (25)$$

$$\mu_y = \frac{M_{d,tot.y}}{h_y A_c f_{cd}} = v \frac{e_y}{h_y} \quad (26)$$

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (27)$$

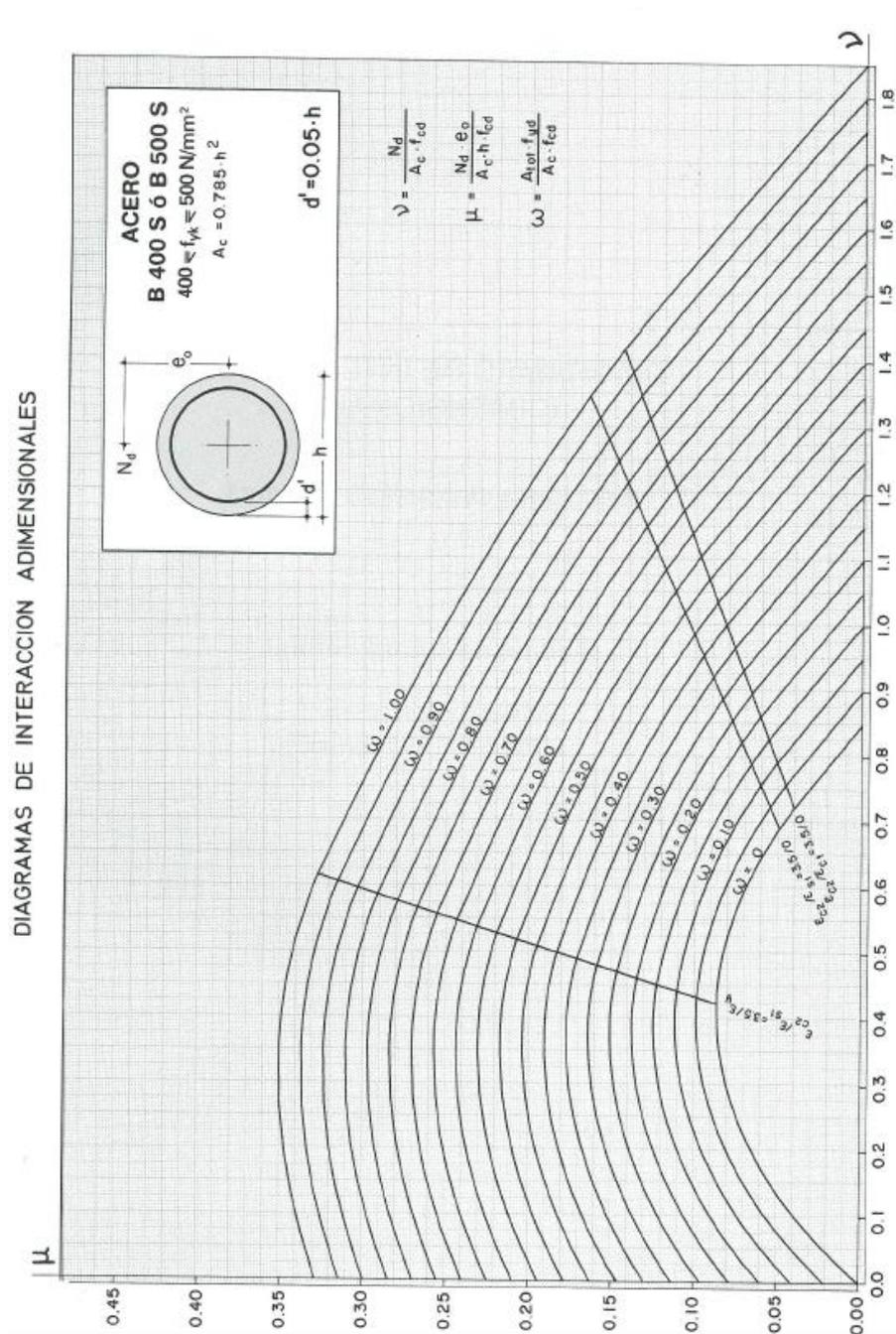
Através dos parâmetros acima apresentados, é possível ter acesso a ábacos para solucionar o dimensionamento da armadura, o presente trabalho pretende fazer uso dos ábacos indicados por Montoya (2001).

As figuras 11, 12 e 13, tem como objetivo demonstrar ábacos que podem ser utilizados para o dimensionamento da armadura de seções circulares, nelas são apresentados os gráficos para que seja possível realizar a obtenção da taxa ω da seção para os diversos tipos de armaduras, variando entre eles a posição do centro da armadura com o cobrimento de concreto presente na seção, a figura 14, mostra

ainda essa mesma configuração, mas para uma seção vazada, que também pode ser uma opção de escolha.

Os ábacos que serão apresentados a seguir podem ser utilizados para os casos de flexo-compressão normal e para flexo-compressão oblíqua.

Figura 11 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,05h$)



Fonte: Montoya, Meseguer e Cabré (2001), 14ª ed., pág.676.

Figura 12 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,10 \cdot h$)

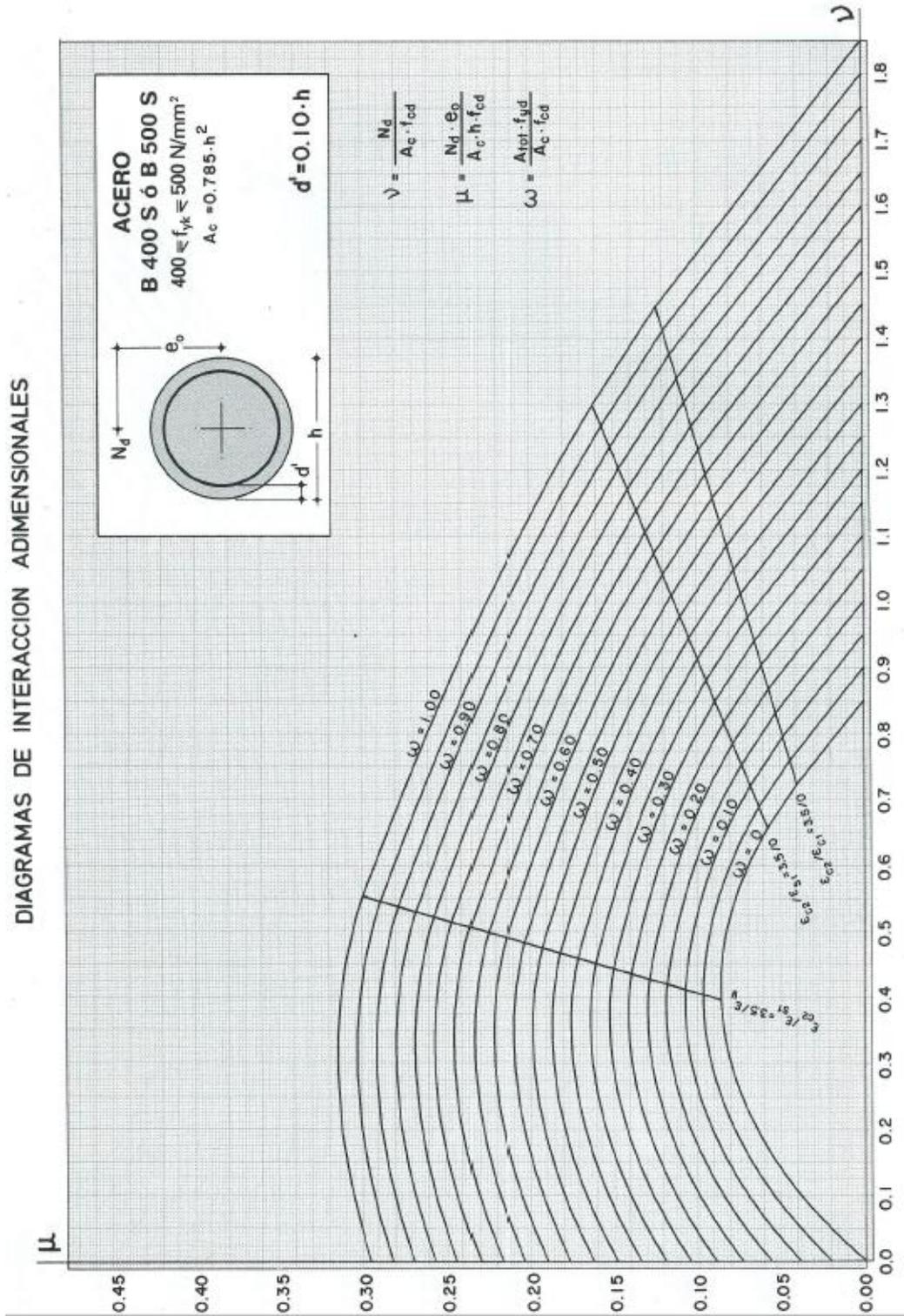
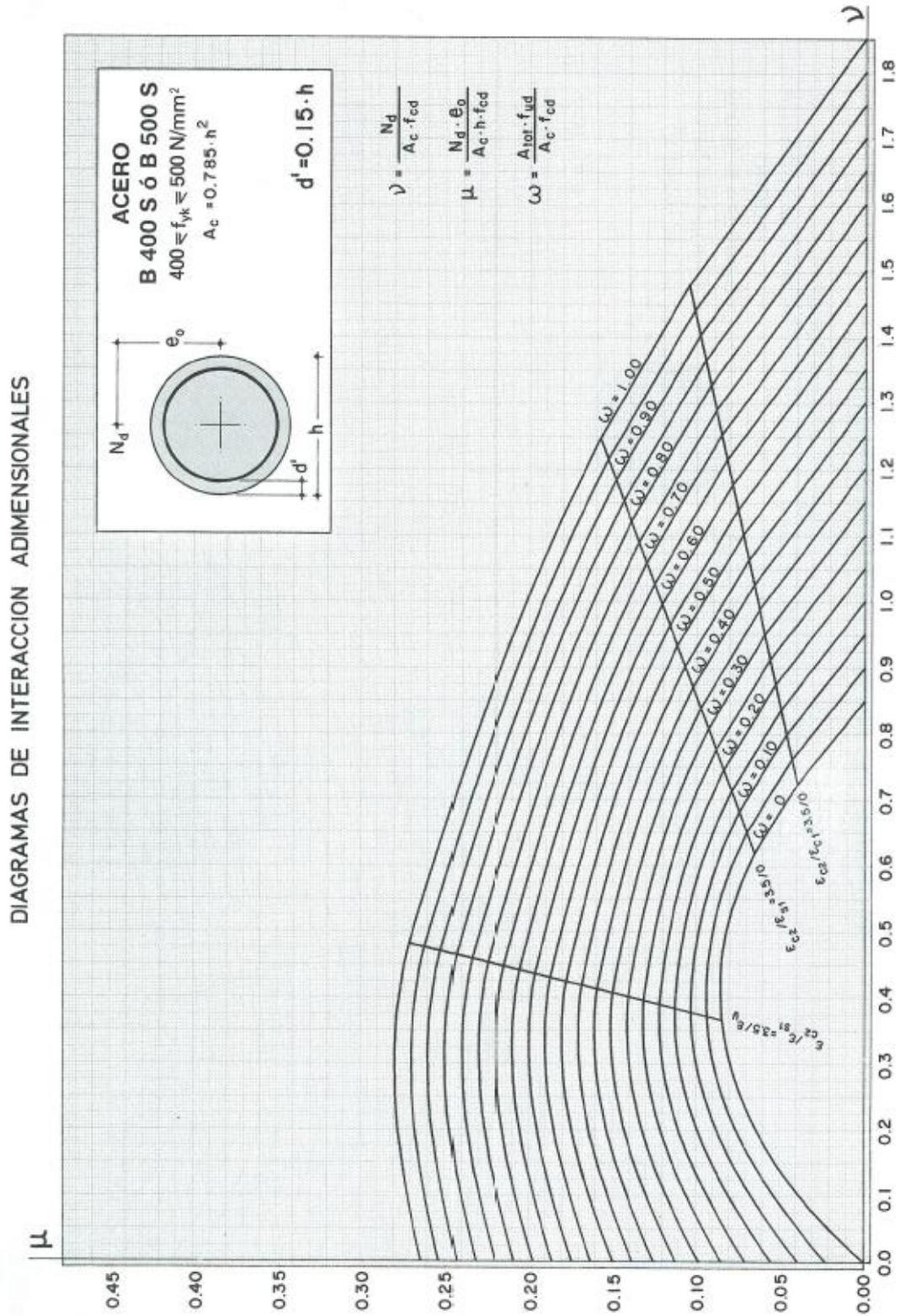
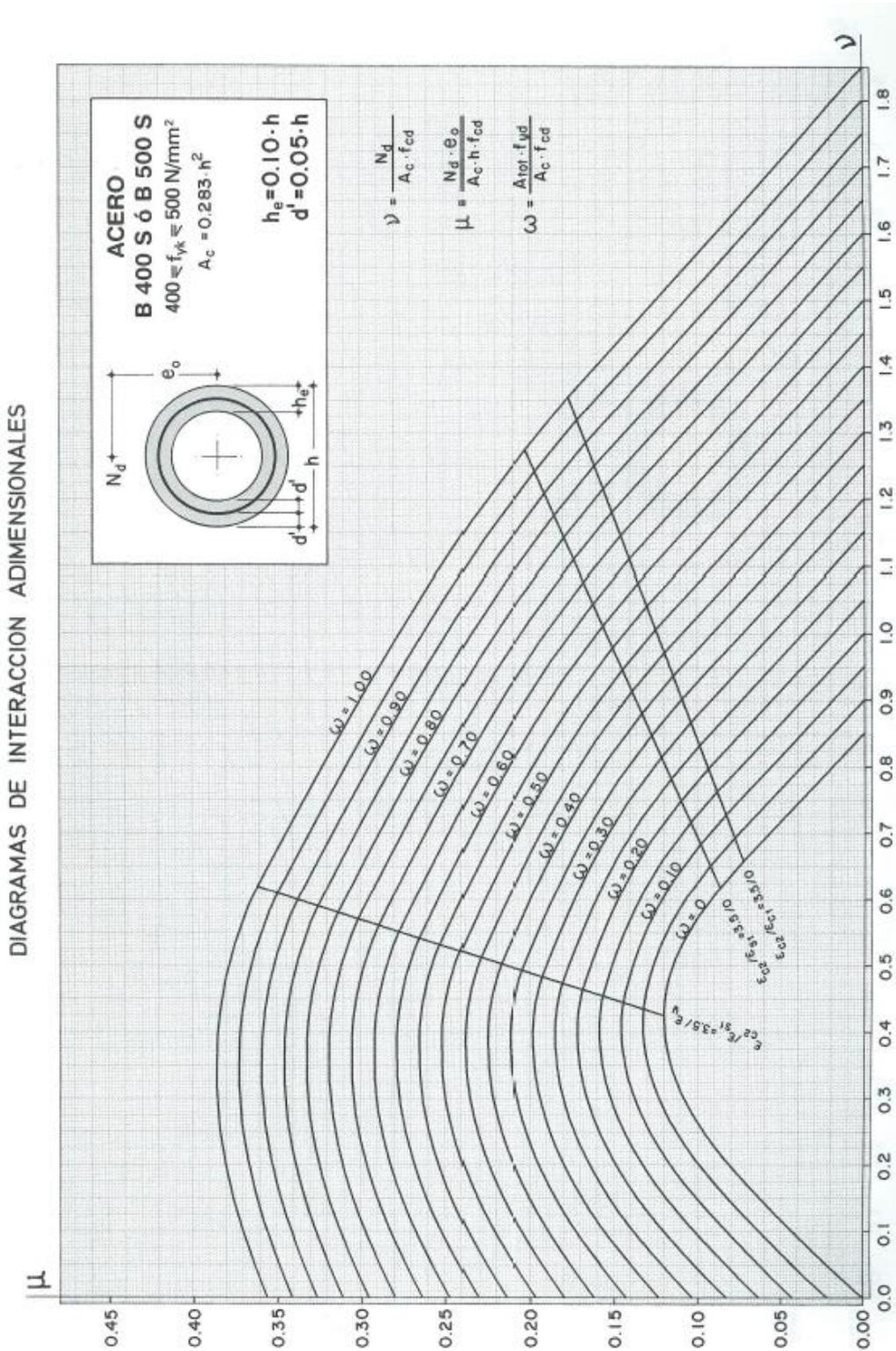


Figura 13 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,15h$)



Fonte: Montoya, Meseguer e Cabré (2001), 14ª ed., pág.678

Figura 14 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular vazada: $d' = 0,05h$)



Fonte: Montoya, Meseguer e Cabré (2001), 14ª ed., pág.679

3 METODOLOGIA

A partir da revisão teórica apresentada, o presente trabalho irá analisar modelos de cálculo estrutural aplicados a estacas, a fim de, aprofundar os conhecimentos relacionados com o tipo de elemento estrutural estudado.

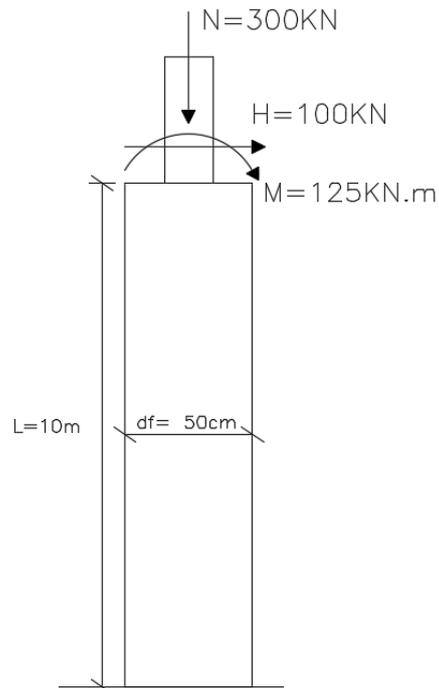
Com este intuito serão estudados dois casos, onde serão demonstrados alguns métodos de aplicação, assim será realizado desde a aplicação do método em si, até os resultados finais e detalhamento das estruturas estudadas.

No primeiro caso, será analisada uma estaca que receberá a aplicação de carga proveniente de um pilar, e a mesma estará em um meio coesivo, o estudo visa analisar o método de cálculo para obtenção dos esforços máximos e, a partir dos resultados encontrados realizar o dimensionamento do elemento estrutural que será estudado.

Já no segundo caso, será analisada uma estaca de dimensões menores, que receberá a aplicação de carga de um pilar de dimensões iguais ao do primeiro caso, mas a estaca estará contida em um meio não coesivo, buscando demonstrar as diferenças envolvidas com a troca do meio em que a estaca virá a se encontrar.

3.1 CASO 1

A partir de um modelo de estaca analisado, o mesmo que recebe os esforços de um pilar de dimensões iguais a 19cm x 19 cm, esforços esses que podem ser analisados na Figura abaixo.

Figura 15 - Caso 1

Fonte: Autor

- Carga Vertical: $N = 300\text{ KN}$
- Momento Fletor: $M = 125\text{ KN.m}$
- Força Horizontal: $H = 100\text{ KN}$
- Diâmetro da estaca: $df = 50\text{ cm}$
- Comprimento da estaca: $L=10\text{m}$

3.1.1 ARMADURA DE FRETAGEM

Onde existe a ligação entre o pilar e a estaca deve-se ter uma atenção redobrada, reforçando ali a armadura, com intuito de prevenir o fendilhamento do concreto. Para realizar o cálculo da quantidade de aço necessária para que a armadura de fretagem possa ser executada, deve-se levar em consideração a equação proposta por Campos (2015), que considera a carga vertical proveniente do pilar, as dimensões do mesmo e a dimensão do elemento estrutural que recebe o esforço.

$$R_s = \frac{N_{sd}}{3} \cdot \left(1 - \frac{a}{df}\right) \quad (28)$$

$$R_s = \frac{N_{sd}}{3} \cdot \left(1 - \frac{a}{df}\right)$$

$$R_s = \frac{300 \cdot 1,4}{3} \cdot \left(1 - \frac{19}{50}\right) = 86,8 \text{ KN}$$

Tendo conhecimento da força de tração R_s , é possível determinar a área de aço necessária para realização da fretagem.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

$$A_s = \frac{R_s}{f_{yd}} = \frac{86,8}{43,48} = 1,9964 \text{ cm}^2$$

3.1.2 MODELO DE CÁLCULO

Para a realização do estudo, adotou-se como parâmetro um solo coesivo, e foi considerado o coeficiente de proporcionalidade com o valor de $m = 3000 \text{ KN/m}^4$.

$$k_{sl} = m \cdot L = 3000 \times 10 = 30000 \text{ KN/m}^3 \quad (29)$$

Conforme a NBR 6118:2014 (item 8.2.8), o módulo de elasticidade para concreto de 25 a 50 MPa é calculado pela seguinte fórmula.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (30)$$

Onde: $\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaiss;

$\alpha_E = 0,9$ para calcários;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

Neste trabalho foi adotado $\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio, pois é o agregado de uso comum na região de aplicação do estudo, portanto tem-se:

$$E_{ci} = 1,2 \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

$$E_{ci} = 33600 \text{ MPa}$$

Para a determinação dos esforços solicitantes no decorrer do projeto, é necessário também calcular o módulo de elasticidade secante, que conforme a NBR 6118:2014, pode ser encontrado através da seguinte fórmula:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \tag{31}$$

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$$

$$\alpha_i = 0,86 \text{ para concreto C25}$$

$$E_{cs} = 0,86 \cdot 33600 = 28980 \text{ MPa} = 28,98 \times 10^6 \text{ KN/m}^2$$

O momento de inércia de seção analisada pode ser calculado da seguinte maneira:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$I = \frac{\pi \cdot 0,5^4}{64} \cong 0,00307 \text{ m}^4$$

A partir das equações abaixo foi possível encontrar o comprimento elástico do solo analisado.

$$L_E = \sqrt[4]{\frac{E_{cs} \cdot I \cdot L}{df \cdot k_{sl}}}$$

$$L_E = \sqrt[4]{\frac{28,98 \times 10^6 \cdot 0,00307 \cdot 10}{0,5 \cdot 30000}}$$

$$L_E = 3,924 \text{ m}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{L}{L_E}}$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{10}{3,924}} = 1,596 \text{ m}$$

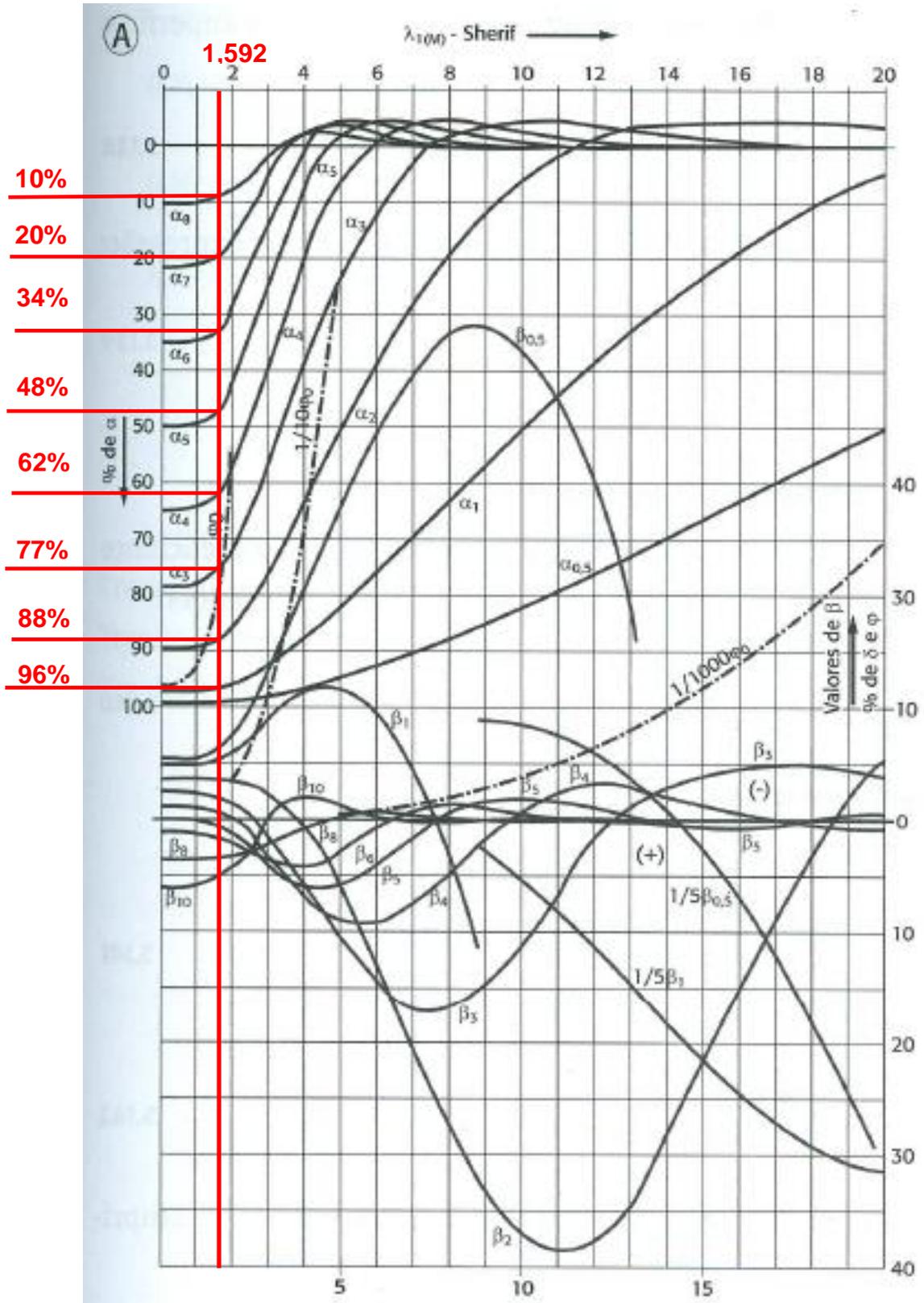
Após o conhecimento do comprimento elástico do elemento estrutural, pode-se fazer uso dos gráficos propostos por Titze (1970), apud Campos (2015), e encontrar os valores de α_i , estes que serão utilizados para encontrar os valores de momento ao longo do fuste e para determinar o momento máximo atuando na estaca, para que assim possa ser realizado o dimensionamento do aço necessário para atender a essas solicitações. Esses valores podem ser conferidos na tabela 8, e nas figuras 16 e 17.

Tabela 8 - Valores de momento devido a aplicação de H e M

| Seção | Devido a H | | Devido a M | | Total |
|-------|----------------|--------------------------|----------------|--------------------------|-------------|
| | $\alpha_i(\%)$ | $\alpha_i \cdot M_{fic}$ | $\alpha_i(\%)$ | $\alpha_i \cdot M_{fic}$ | |
| 0 | | 0 | | 0 | 0 |
| 1 | 8% | 79 | 96% | 120 | 199 KN.m |
| 2 | 13% | 126 | 88% | 110 | 236 KN.m |
| 3 | 14% | 141 | 77% | 96,25 | 237,25 KN.m |
| 4 | 14% | 135 | 62% | 77,5 | 212,5 KN.m |
| 5 | 12% | 118 | 48% | 60 | 178 KN.m |
| 6 | 9% | 89 | 34% | 42,5 | 131,5 KN.m |
| 7 | 6% | 60 | 20% | 25 | 85 KN.m |
| 8 | 3% | 28 | 10% | 12,25 | 40,25 KN.m |
| 9 | | | | | |
| 10 | | | | | |

Fonte: Autor

Figura 17 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ_1 (Titze), para a aplicação de M, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo constante



Fonte: Campos (2015)

Atuando em H tem-se:

$$M_{fic} = H \cdot L = 100 \times 10 = 1000 \text{ KN.m}$$

Atuando em M tem-se:

$$M_{fic} = M_{atuante} = 125 \text{ KN.m}$$

$$M_{m\acute{a}x} = 237,25 \text{ KN.m}$$

Em posse dos resultados obtidos, é possível realizar o dimensionamento da área de aço, seguindo o que recomenda a NBR 6118:2014, e os ábacos propostos por Montoya (2001).

$$M_k = 237,25 \text{ KN.m}$$

$$N_k = 300 \text{ KN}$$

$$A_c = \frac{\pi \cdot d f^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} = 1963,5 \text{ cm}^2$$

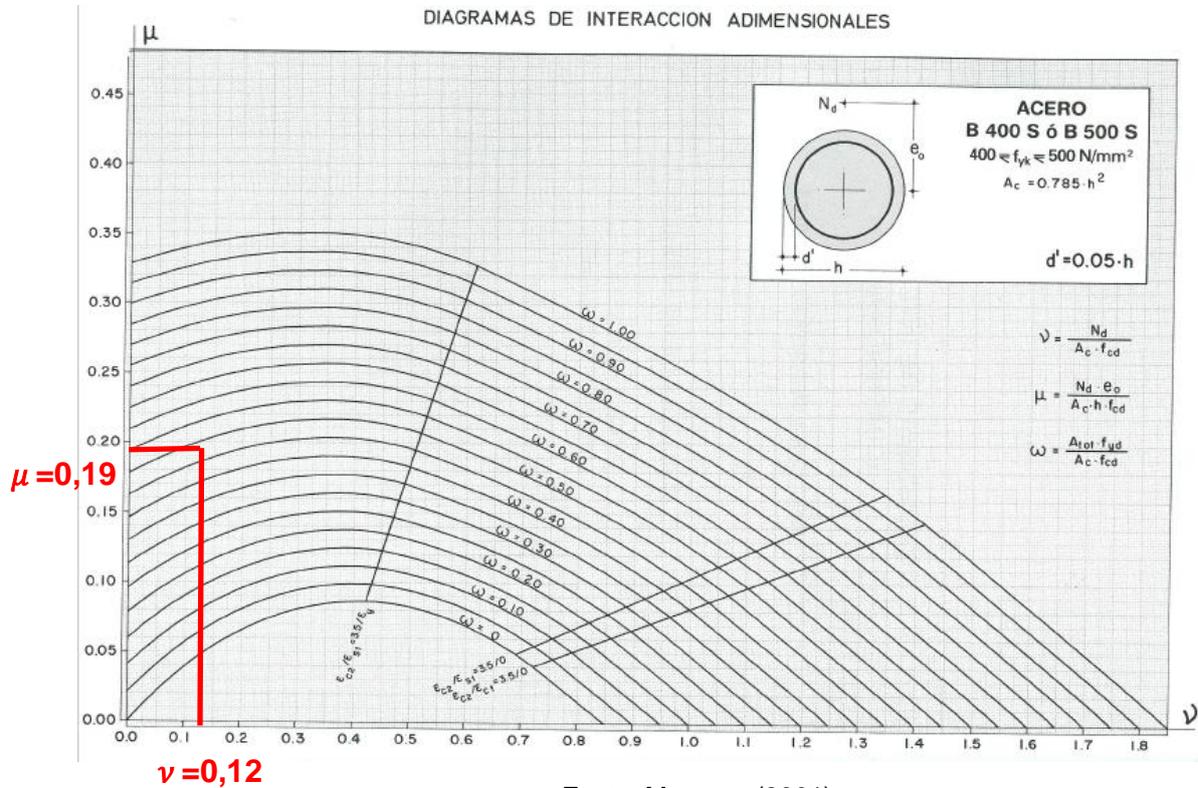
$$v = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{300 \cdot 1,4}{1963,5 \cdot \frac{2,5}{1,4}} \cong 0,12$$

$$\mu = \frac{M}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{237,25 \cdot 1,4}{1963,5 \cdot 0,5 \cdot \frac{2,5}{1,4}} \cong 0,19$$

Para que se possa determinar o ábaco que será utilizado é necessária que seja feita a verificação de d' , que é encontrado pela seguinte equação:

$$d' = 0,05 \times h = 0,05 \times 50 \text{ cm} = 2,5 \text{ cm}$$

Figura 18 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,05h$)



Com a taxa de aço:

$$\omega = 0,47$$

$$A_{s,tot} = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s,tot} = 0,47 \cdot \frac{1963,5 \cdot \frac{2,5}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 37,90 \text{ cm}^2$$

Assim, conforme a NBR 6118:2014, tem-se:

$$A_{min} \geq 0,15 \cdot \frac{N_{sd}}{f_{yd}}, 0,4\% \cdot A_c$$

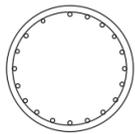
$$A_{min} = 0,15 \cdot \frac{300 \cdot 1,4}{\frac{50}{1,15}} = 1,45 \text{ cm}^2$$

$$A_{min} = 0,4\% \cdot \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} = 7,85 \text{ cm}^2$$

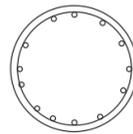
A partir dos cálculos realizados chegou-se a solução de armadura do fuste com 13 \emptyset 20.00 mm ou então 19 \emptyset 16.00 mm.

Figura 19 - Soluções de armadura

Solução com
19 \emptyset 16.00mm



Solução com
13 \emptyset 20.00mm



Fonte: Autor

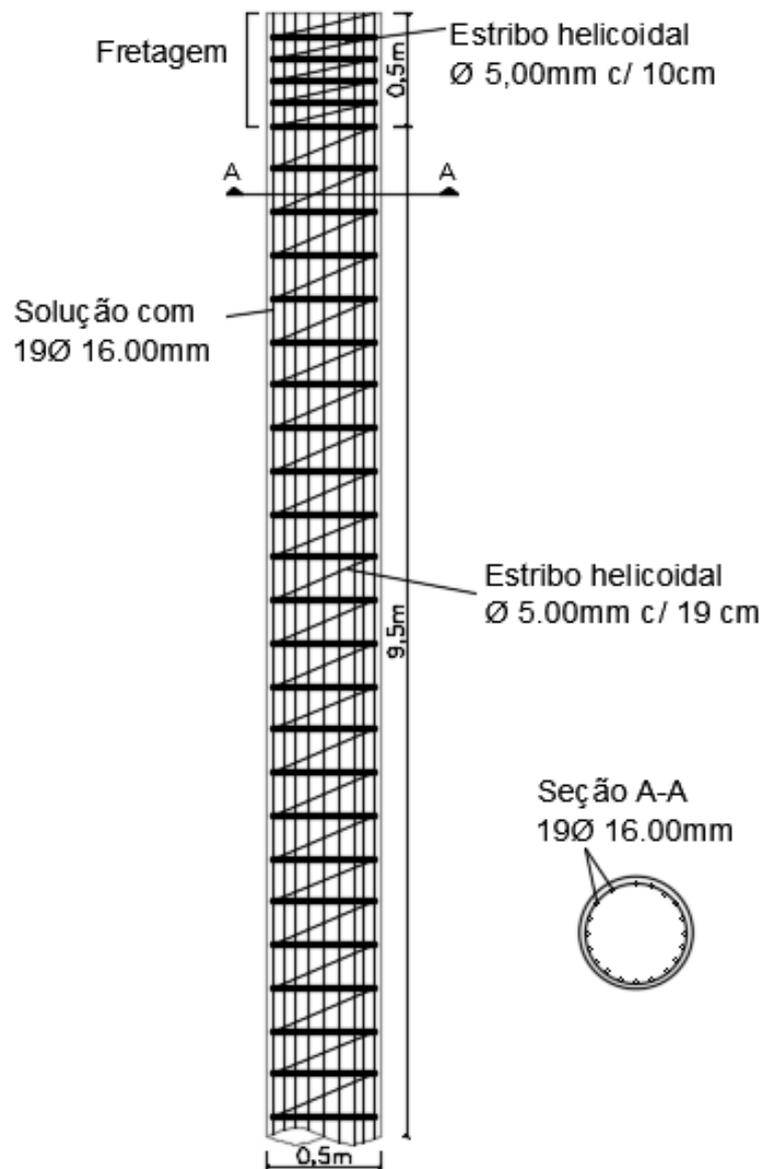
As armaduras transversais, devem seguir a o espaçamento proposto pela NBR 6118:2014, que diz, que o espaçamento longitudinal dos estribos, deve ser a menor medida dos seguintes parâmetros:

- 200mm;
- Menor dimensão da seção;
- 24 \emptyset para CA-25, 12 \emptyset para CA-50.

No caso estudado a solução que deve-se adotar é a de 12 vezes o diâmetro da barra, no qual foi utilizada barra de 16mm, e o espaçamento adotado foi de 19 cm.

O detalhamento da seção longitudinal da estaca pode ser observado na Figura 20.

Figura 20 - Detalhamento da seção longitudinal



Fonte: Autor

3.1.3 MODELO DE BARRAS

Com a finalidade de comparar resultados, outra ferramenta foi utilizada para calcular e obter os esforços, o modelo de barras apoiadas em meio elástico utilizando-se a ferramenta Ftool, o mesmo se trata de um programa computacional, gráfico-interativo com o intuito de análise do comportamento de estruturas.

Através da geometria do elemento estrutural, determinando o tipo de material utilizado, é possível lançar a estrutura no programa. A partir do lançamento da mesma é recomendado que seja determinado o tipo de apoio em que a mesma estará fixada, e com isso, é necessário que seja utilizada um coeficiente de mola, e que se aplique na lateral do elemento, a fim de, substituir a ação do solo na estrutura, e então aplicar as cargas no topo do elemento para que assim, após a execução do programa, seja obtido os valores de momento, para posterior análise, comparação e dimensionamento da estaca.

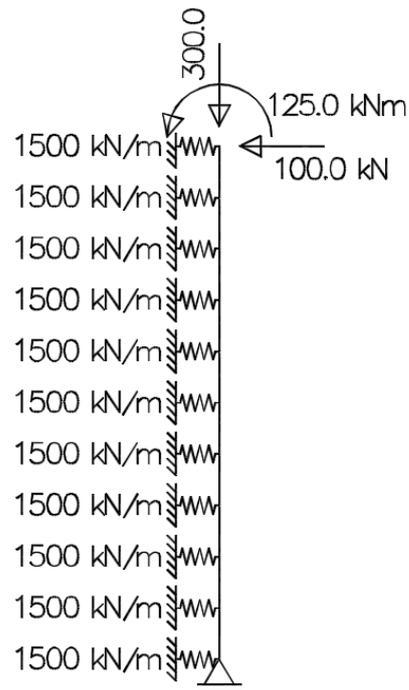
Para o caso analisado foi adotado o concreto de classe C25, com um módulo de elasticidade secante igual a: $E_{cs} = 28980 \text{ MPa}$, o diâmetro da estaca de 50cm, e comprimento de 10m, a base do elemento foi fixada no eixo y, e foi considerado, na lateral do elemento, o coeficiente de mola na direção x igual a: $k = 1500$, esse derivado do coeficiente elástico do solo, no caso analisado, esse valor era de $K_s = 30000 \text{ KN/m}^3$, e como esse é aplicado a cada metro do elemento, foi considerado a seção do mesmo, o cálculo realizado foi o seguinte:

$$k = 30000 \text{ KN/m}^3 \times 0,50\text{m} \times \frac{1}{10} = 1500 \text{ KN/m}$$

Com a geometria do elemento o tipo de material e seus respectivos travamento, foram aplicadas as seguintes cargas:

- Carga Vertical: $N = 300 \text{ KN}$
- Momento Fletor: $M = 125 \text{ KN.m}$
- Esforço Horizontal: $H = 100 \text{ KN}$

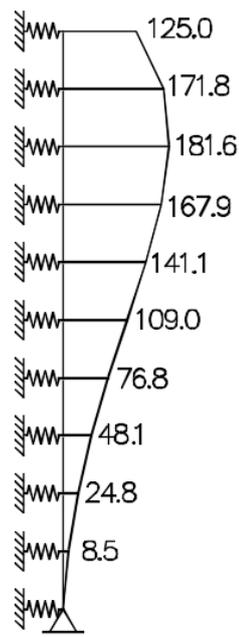
Figura 21 – Modelo de barras caso 1



Fonte: Ftool, adaptado pelo autor

E então foram obtidos os seguintes momentos:

Figura 22 - Momentos fletores originados no modelo de barras



Fonte: Ftool, adaptado pelo autor

Tabela 9 - Momentos de acordo com a profundidade caso 1

| Profundidade (m) | Momento (KN.m) |
|---------------------|-------------------|
| 0 | 125,0 |
| 1 | 171,8 |
| 2 | 181,6 |
| 3 | 167,9 |
| 4 | 141,1 |
| 5 | 109,0 |
| 6 | 76,8 |
| 7 | 48,1 |
| 8 | 24,8 |
| 9 | 8,5 |
| 10 | 0 |

Fonte: Autor

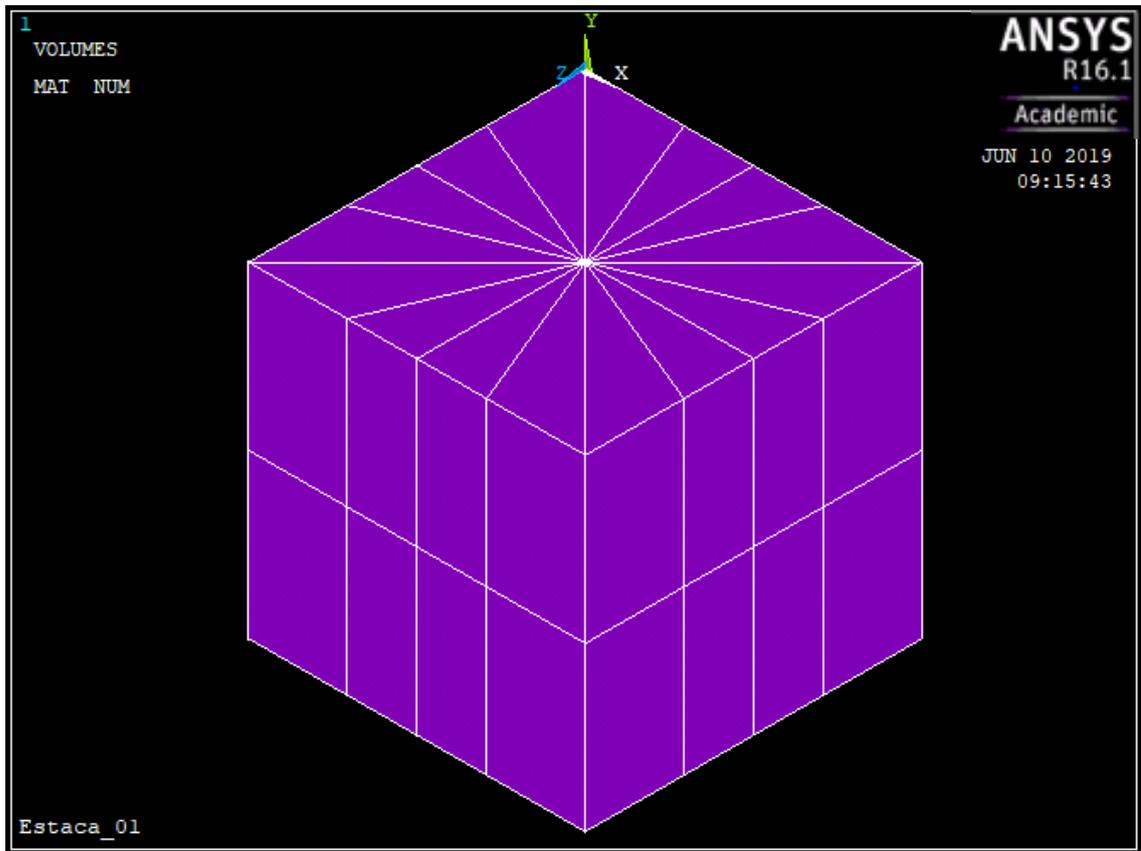
3.1.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos, é uma das soluções adotadas para este trabalho, devido sua precisão nos resultados, isso decorre devido a forma de que o método é constituído, pois o mesmo, possibilita aplicar malhas em elementos, tornando-os com dimensões menores e finitas, criando assim, uma série de nós que facilita na obtenção dos deslocamentos.

Para o primeiro caso de análise, foi utilizado o software Ansys, em sua versão acadêmica 16.1, para o lançamento do elemento, foram adotadas algumas características que envolviam a estrutura a ser analisada, foi, portanto, considerado, que a estaca estava em meio a um maciço de solo de 10m em todo seu entorno, após essa consideração foram lançados os pontos para posteriormente lançar a geometria da estrutura.

Após ter os pontos lançados, foram criadas áreas correspondentes a cada elemento componente da estrutura, para que então pudessem os volumes serem criados.

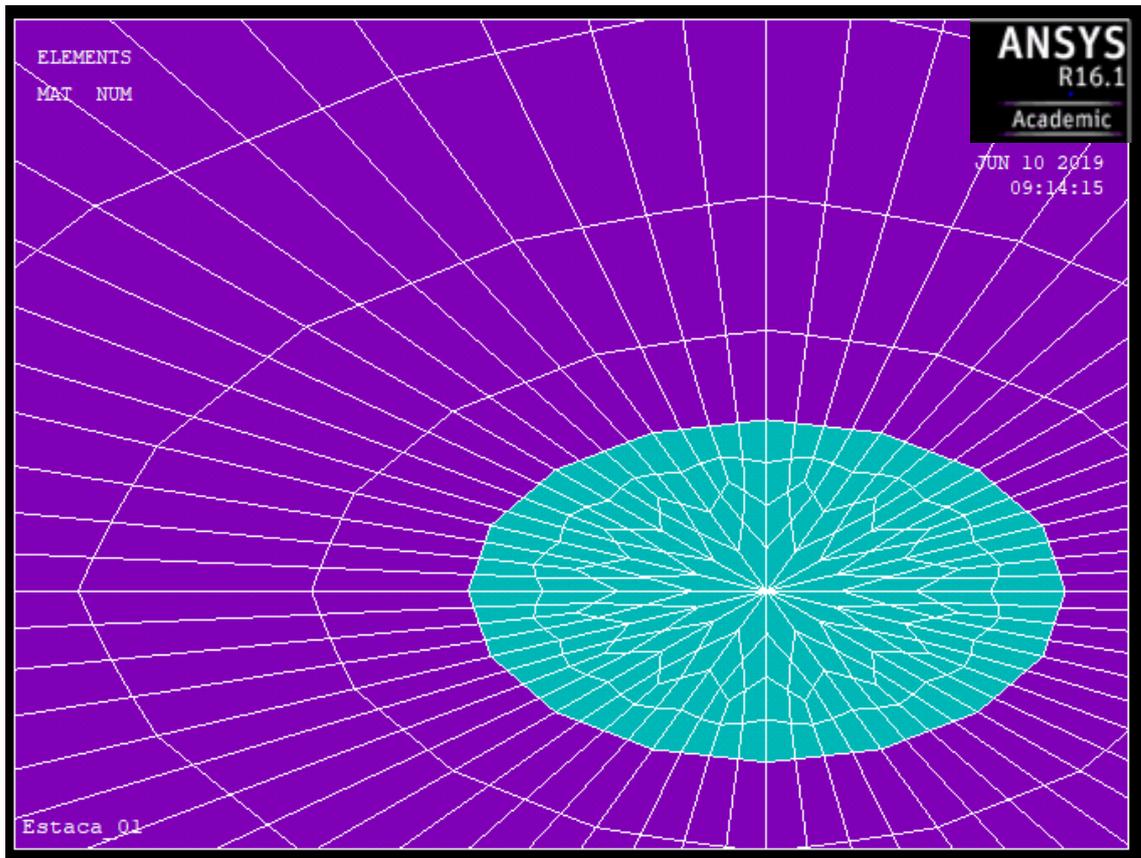
Figura 23 - Volumes M.E.F. caso 1



Fonte: Ansys, 2019

Com os volumes criados, foram definidos os parâmetros de tipo de material que seria aplicado para cada componente da estrutura analisada, para isso, foi necessário, utilizar os módulos de elasticidade de cada material e o coeficiente de poisson do respectivo material criado. Para a estaca foi adotado como parâmetros o modulo de elasticidade de 28980 MPa, e coeficiente de poisson de 0,2, já para o solo foi adotado o módulo de elasticidade de 30 Mpa e coeficiente de poisson de 0,2. A malha utilizada no programa foi a SOLID185.

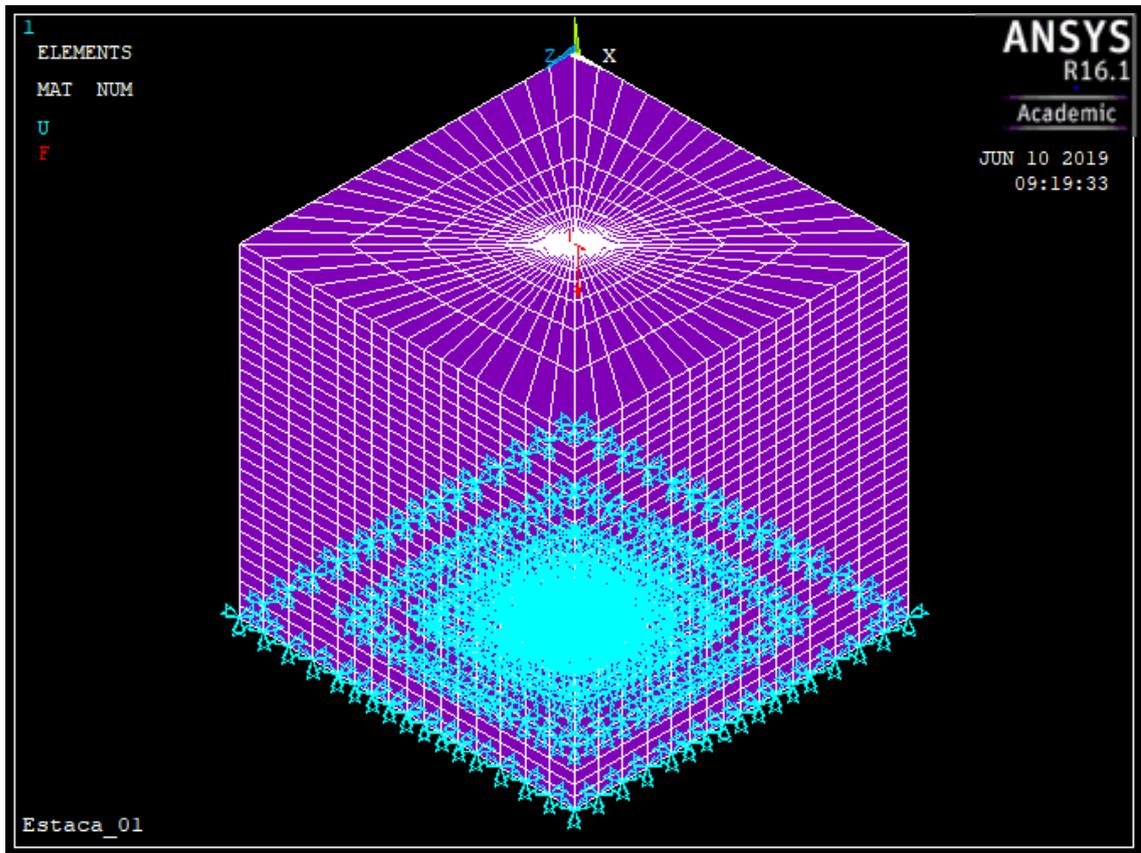
Figura 24 - Detalhe da malha caso 1



Fonte: Ansys, 2019

Com o a geometria do conjunto lançada no programa, aplicou-se as cargas para que fosse possível obter os valores das solicitações ao longo da estaca. Foi aplicada uma força de 400KN de compressão em um nó da extremidade no topo da estaca, outra força de 100KN de tração, no nó da outra extremidade no mesmo sentido e, uma força horizontal de 100KN no nó central do topo da estaca.

Figura 25 - Modelo carregado caso 1



Fonte: Ansys, 2019

Após a resolução do programa, a seção da estaca foi seccionada no eixo Z, para que fosse possível obter os nós, e posteriormente calcular os momentos fletores atuantes nos mesmos, para isso foi utilizada uma correlação entre a tensão do nó, que é o valor que o software fornece, e a geometria do elemento, para que assim se chegasse ao valor do momento fletor.

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \quad (32)$$

Os valores obtidos podem ser observados na Tabela 10.

Tabela 10 - Valores de tensão e momentos fletores para o caso 1

| Caso 1 | | | | |
|--------|--------|-----|--------|--------------------|
| Nó | Tensão | Nó | Tensão | M_{final} (KN.m) |
| 2097 | 1082,1 | 305 | 1082,1 | 132,7936 |
| 2125 | 1161,2 | 333 | 1161,2 | 142,5007 |
| 2126 | 1371,2 | 334 | 1371,2 | 168,2716 |
| 2127 | 1183,8 | 335 | 1183,8 | 145,2741 |
| 2128 | 1164,6 | 336 | 1164,6 | 142,9179 |
| 2129 | 1060,6 | 337 | 1060,6 | 130,1552 |
| 2130 | 994,44 | 338 | 994,44 | 122,0361 |
| 2131 | 902,6 | 339 | 902,6 | 110,7657 |
| 2132 | 818,33 | 340 | 818,33 | 100,4242 |
| 2133 | 727,41 | 341 | 727,41 | 89,26664 |
| 2134 | 634,38 | 342 | 634,38 | 77,85014 |
| 2135 | 543,3 | 343 | 543,3 | 66,67294 |
| 2136 | 439,14 | 344 | 439,14 | 53,89059 |
| 2137 | 348,95 | 345 | 348,95 | 42,82261 |
| 2138 | 218,91 | 346 | 218,91 | 26,8643 |
| 2111 | 196,62 | 319 | 196,62 | 24,1289 |

Fonte: Autor

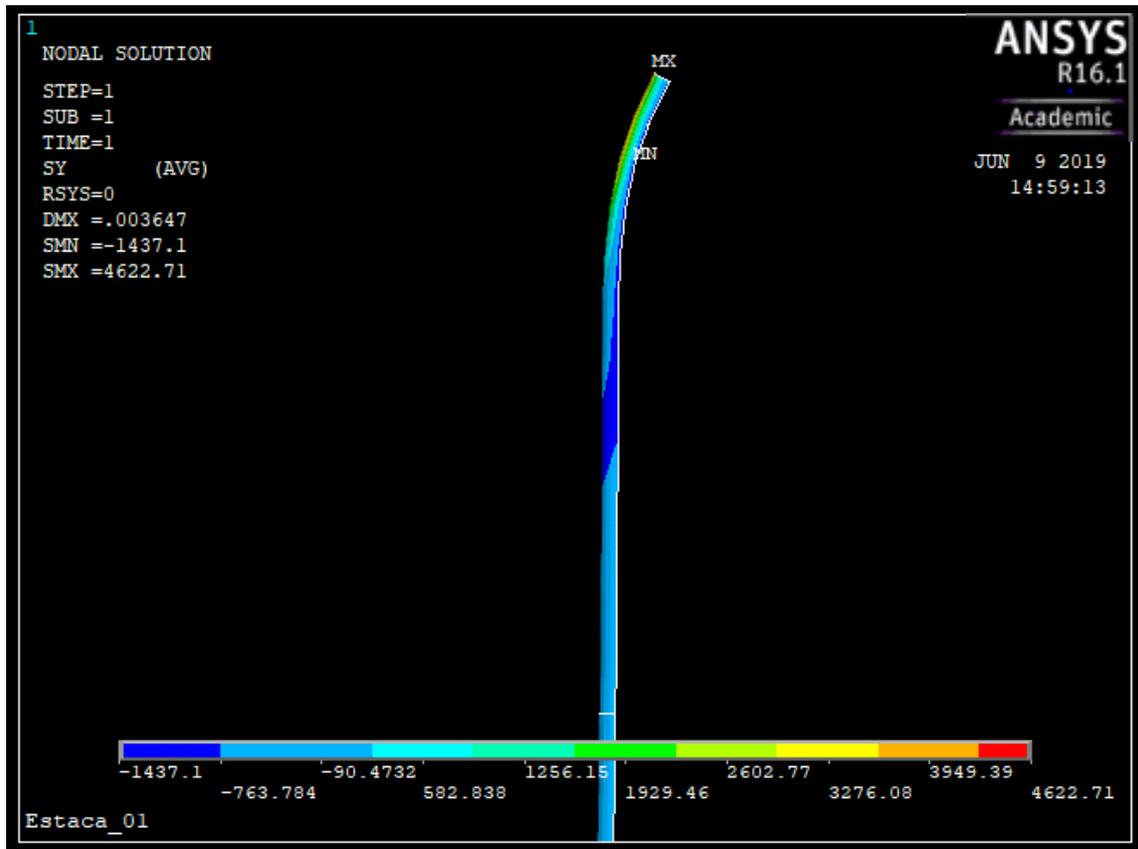
Através do software foram gerados 16 nós ao longo dos 10 metros da estaca, com isso foi necessário fazer uma média dos pontos para encontrar os momentos a cada metro de estaca, o que pode ser observado na Tabela 13.

Tabela 11 - Relação profundidade com momentos fletores para o caso 1

| Caso 1 | |
|------------------|----------------|
| Profundidade (m) | Momento (KN.m) |
| 0 | 132,79 |
| 1 | 155,39 |
| 2 | 143,27 |
| 3 | 132,16 |
| 4 | 116,40 |
| 5 | 100,42 |
| 6 | 83,56 |
| 7 | 69,67 |
| 8 | 46,82 |
| 9 | 34,84 |
| 10 | 24,13 |

Fonte: Autor

Figura 26 - Deformada Y do caso 1

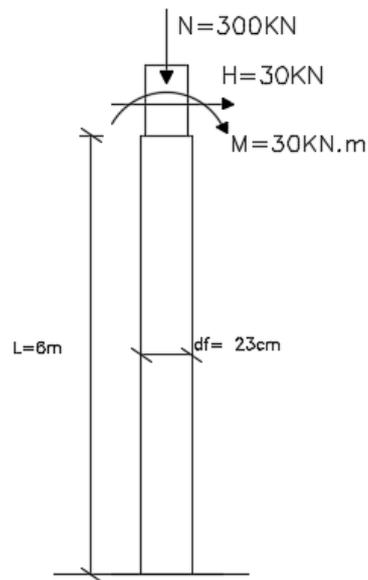


Fonte: Ansys, 2019

3.2 CASO 2

O segundo caso de estudo, trata-se de uma estaca pré-fabricada, com diâmetro de 23 cm, e a partir desse modelo, o mesmo que recebe as forças de um pilar de dimensões iguais a 19cm x 19 cm, forças essas que podem ser analisados na Figura abaixo, busca-se a realização do dimensionamento, considerando que o elemento estrutural de fundação, estará contido em um meio não coesivo.

Figura 27 - Caso 2



Fonte: Autor

- Carga Vertical: $N = 300\text{ KN}$
- Momento Fletor: $M = 30\text{ KN.m}$
- Esforço Horizontal: $H = 30\text{ KN}$
- Seção da estaca: $df = 23\text{ cm}$
- Comprimento da estaca: $L = 6\text{ m}$

3.2.1 ARMADURA DE FRETAGEM

Conforme citado anteriormente, deve-se ter cuidado na ligação entre o pilar e a estaca, a fim de, evitar problemas na cabeça da estaca, por isso é necessário o cálculo da armadura de fretagem.

$$R_s = \frac{N_{sd}}{3} \cdot \left(1 - \frac{a}{df}\right)$$

$$R_s = \frac{300 \cdot 1,4}{3} \cdot \left(1 - \frac{19}{23}\right) = 24,35\text{ KN}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ KN/cm}^2$$

$$A_s = \frac{R_s}{f_{yd}} = \frac{24,35}{43,48} = 0,56 \text{ cm}$$

3.2.2 MODELO DE CÁLCULO

No segundo caso estudado, adotou-se como parâmetro, um solo não coesivo, a partir do qual foi considerado como coeficiente de proporcionalidade o valor de $m = 6000 \text{ KN/m}^4$.

$$k_{sl} = m \cdot L = 6000 \times 6 = 36000 \text{ KN/m}^3$$

Segundo a NBR 6118:2014 (item 8.2.8), o módulo de elasticidade para concreto de 25 a 50 MPa é calculado pela seguinte fórmula.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

Como parâmetro em função da natureza do agregado, foi considerado o valor correspondente ao basalto, uma vez que, esse se trata do agregado mais comumente utilizado para a composição de concreto na região onde esse estudo foi realizado.

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio.

O concreto utilizado para este estudo de caso, foi o de $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$.

$$E_{ci} = 1,2 \cdot 5600 \sqrt{40}$$

$$E_{ci} = 42501 \text{ MPa}$$

Como já explicado no primeiro caso, deve-se segundo a NBR 6118:2014, considerar-se o módulo de elasticidade secante, o mesmo que é calculado na sequência.

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$$

$$\alpha_i = 0,86 \text{ Para concreto C40}$$

$$E_{cs} = 0,86 \cdot 42501 = 38250 \text{ MPa} = 38,25 \times 10^6 \text{ KN/m}^2$$

Para que fosse possível realizar o dimensionamento, foi necessário o cálculo do momento de inércia da seção da estaca.

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I = \frac{\pi \cdot 0,23^4}{64} \cong 0,00014 \text{ m}^4$$

Em posse dos valores do módulo de elasticidade do concreto utilizado, do momento de inércia da seção, do coeficiente elástico do solo, da profundidade da estaca e de seu respectivo diâmetro, é possível chegar ao comprimento elástico.

$$L_E = \sqrt[5]{\frac{E_{cs} \cdot I \cdot L}{df \cdot k_{sl}}}$$

$$L_E = \sqrt[5]{\frac{38,25 \times 10^6 \cdot 0,00014 \cdot 6}{0,23 \cdot 36000}}$$

$$L_E = 1,307 \text{ m}$$

$$\lambda_3 = \frac{L}{L_e}$$

$$\lambda_3 = \frac{6}{1,307} = 4,592 \text{ m}$$

A partir do conhecimento do comprimento elástico do solo, pode-se então acessar os ábacos propostos por Titze (1970), para o tipo de solo não coesivo, esse que considera que o coeficiente elástico do solo se comporta de forma linear e crescente ao longo da profundidade da estaca. Os valores obtidos nos ábacos podem ser conferidos na Tabela 12 e nas Figuras 28 e 29.

Tabela 12 - Valores de momento devido a aplicação de H e M

| Seção | Devido a H | | Devido a M | | Total |
|--------------|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------|
| | $\alpha_i(\%)$ | $\alpha_i.M_{fic}$ | $\alpha_i(\%)$ | $\alpha_i.M_{fic}$ | |
| 0 | | 0 | | 30 | 30 KN.m |
| 1 | 9% | 16,56 | 97% | 29,1 | 45,66 KN.m |
| 2 | 15% | 27,36 | 87% | 26,1 | 53,46 KN.m |
| 3 | 17% | 30,6 | 68% | 20,4 | 51 KN.m |
| 4 | 15% | 27,54 | 48% | 14,4 | 41,94 KN.m |
| 5 | 11% | 20,34 | 32% | 9,6 | 29,94 KN.m |
| 6 | | | | | |
| 7 | 4% | 7,74 | 5% | 1,5 | 9,24 KN.m |
| 8 | | | | | |
| 9 | | | | | |
| 10 | | | | | |

Fonte: Autor

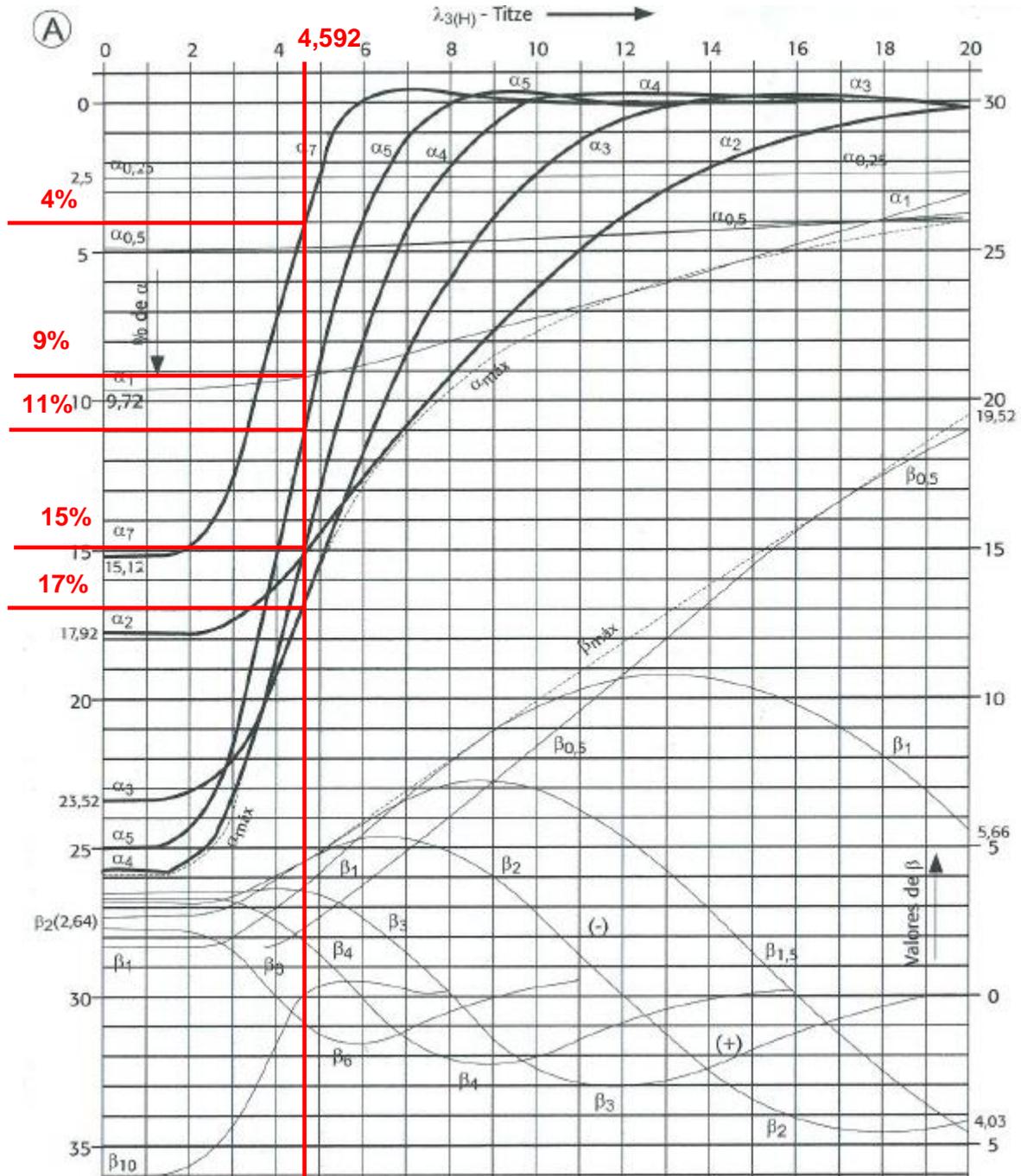
Atuando em H tem-se:

$$M_{fic} = H \cdot L = 30 \times 6 = 180 \text{ KN.m}$$

Atuando em M tem-se:

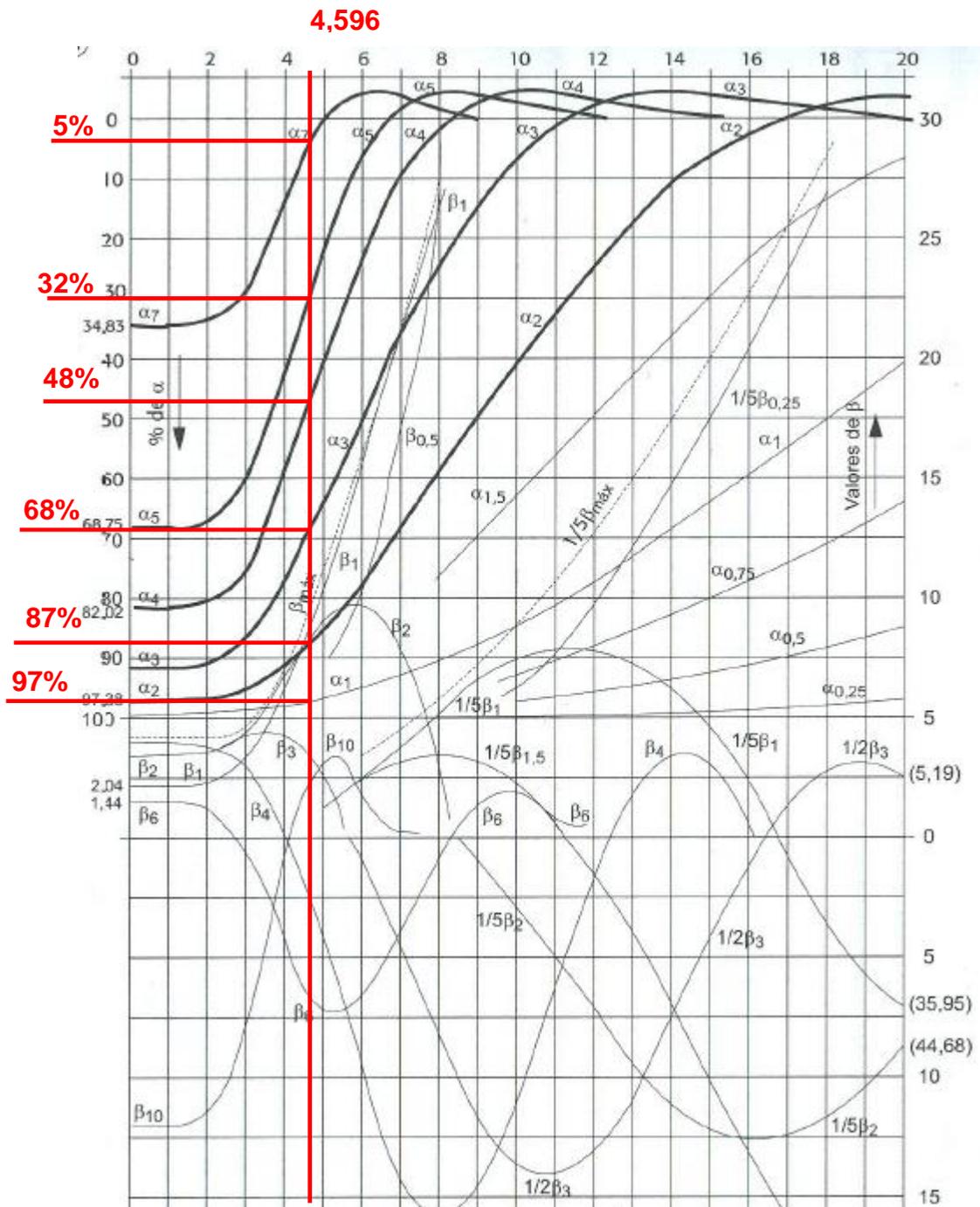
$$M_{fic} = M_{atuante} = 30 \text{ KN.m}$$

Figura 28 - Gráfico de α, β , em função de λ_3 (Titze), para a aplicação de H, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo variando linearmente



Fonte: Campos 2015

Figura 29 - Gráfico de α_i, β_i , em função de λ^3 (Titze), para a aplicação de M, no topo do elemento estrutural: coeficiente de solo variando linearmente



Fonte: Campos 2015

$$M_{m\acute{a}x} = 53,46 \text{ KN.m}$$

Com base nos resultados obtidos, é possível realizar o dimensionamento da área de aço, seguindo o que recomenda a NBR 6118:2014, e os ábacos propostos por Montoya (2001).

$$M_k = 53,46 \text{ KN.m}$$

$$N_k = 300 \text{ KN}$$

$$A_c = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 23^2}{4} = 415,48 \text{ cm}^2$$

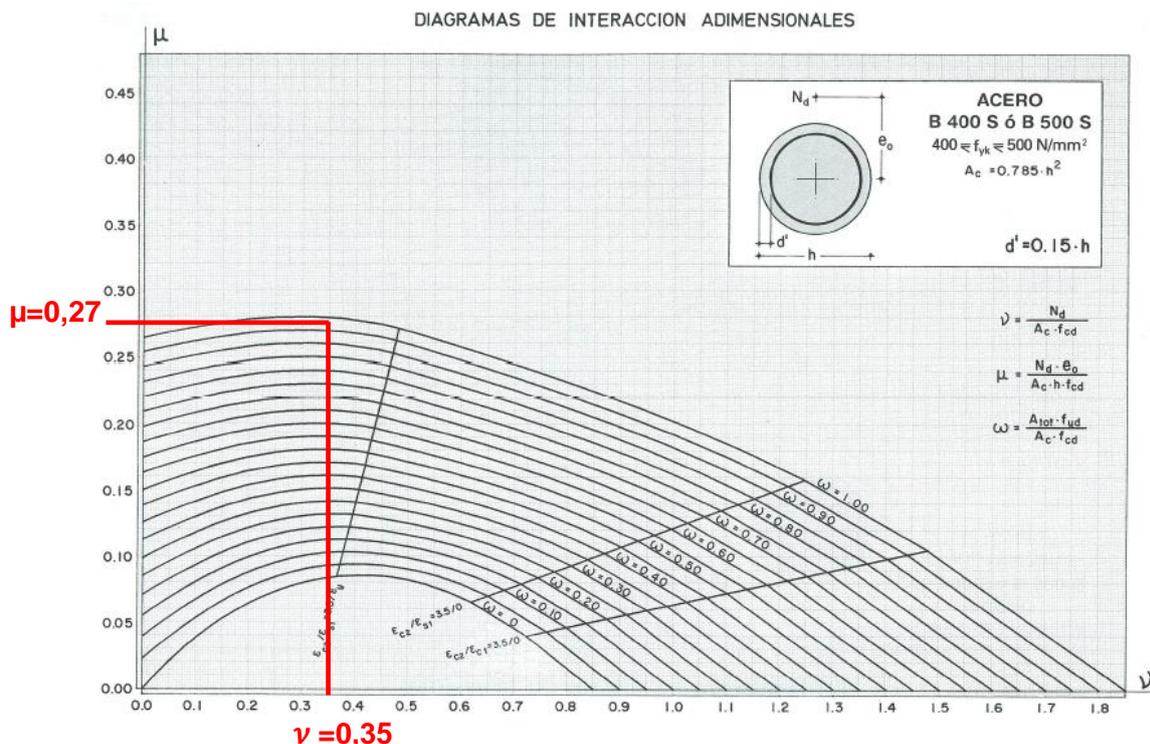
$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{300 \cdot 1,4}{415,48 \cdot \frac{4,0}{1,4}} \cong 0,35$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{5346 \cdot 1,4}{415,48 \cdot 23 \cdot \frac{4,0}{1,4}} \cong 0,27$$

O ábaco que será utilizado para o dimensionamento da armadura, pode ser determinado com a verificação de d' , que é encontrado pela seguinte equação:

$$d' = 0,15 \times h = 0,15 \times 23 \text{ cm} = 3,45 \text{ cm}$$

Figura 30 - Curva de interação para elementos circulares. Gráfico adimensional para dimensionamento de peças submetidas à flexão composta (seção circular: $d' = 0,15h$)



Com a taxa de aço:

$$\omega = 0,98$$

$$A_{s,tot} = \omega \cdot \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s,tot} = 0,98 \cdot \frac{415,48 \cdot \frac{4,0}{1,4}}{\frac{50}{1,15}} = 26,78 \text{ cm}^2$$

Assim, conforme a NBR 6118:2014, tem-se:

$$A_{min} \geq 0,15 \cdot \frac{N_{sd}}{f_{yd}}, 0,4\% \cdot A_c$$

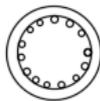
$$A_{min} = 0,15 \cdot \frac{300 \cdot 1,4}{\frac{50}{1,15}} = 1,45 \text{ cm}^2$$

$$A_{min} = 0,4\% \cdot A_c = \frac{0,4}{100} \cdot 415,48 = 1,66 \text{ cm}^2$$

A partir dos cálculos realizados chegou-se a solução de armadura com 9 \emptyset 20.00 mm ou então 14 \emptyset 16.00 mm.

Figura 31 - Soluções de armadura

Solução com
14 \emptyset 16.00mm



Solução com
9 \emptyset 20.00mm



Fonte: Autor

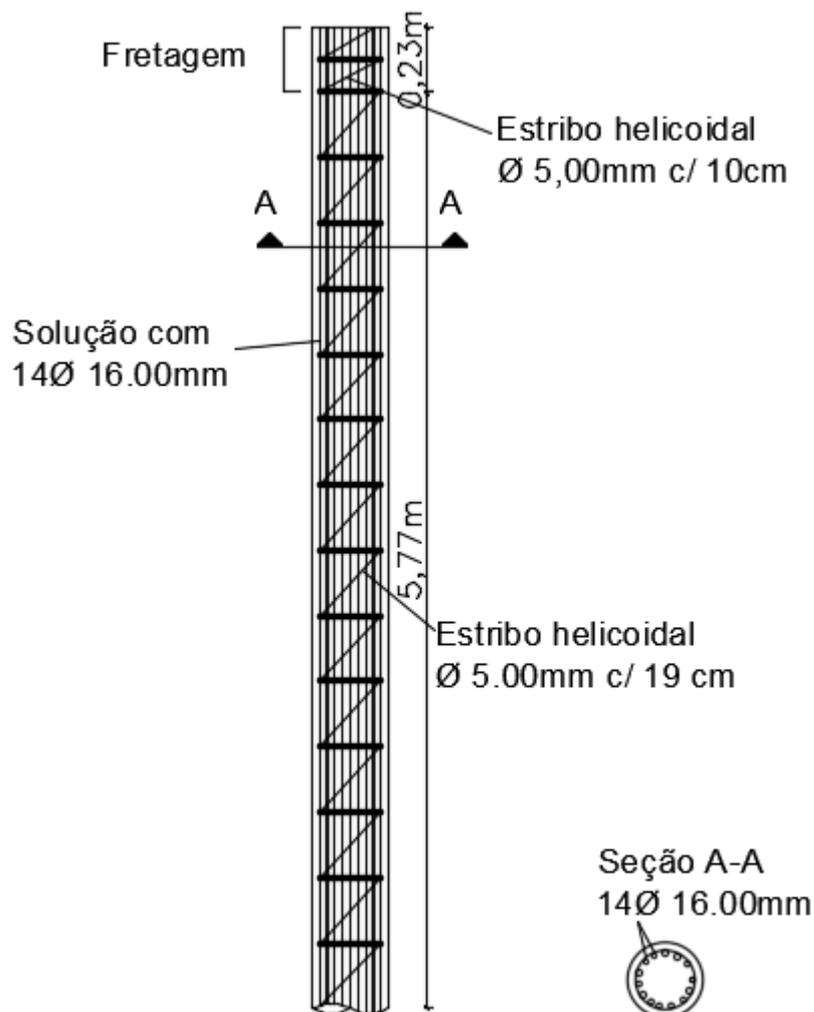
As armaduras transversais, devem seguir a o espaçamento proposto pela NBR 6118:2014, que diz, que o espaçamento longitudinal dos estribos, deve ser a menor medida dos seguintes parâmetros:

- 200mm;
- Menor dimensão da seção;
- 24 \emptyset para CA-25, 12 \emptyset para CA-50.

No caso estudado a solução que deve-se adotar é a de 12 vezes o diâmetro da barra, no qual foi utilizada barra de 16mm, e o espaçamento adotado foi de 19 cm.

O detalhamento da seção longitudinal da estaca pode ser observado na Figura 32.

Figura 32 - Detalhamento da seção longitudinal



Fonte: Autor

3.2.3 MODELO DE BARRAS

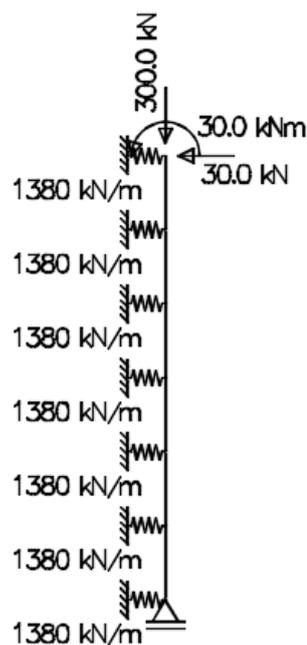
Para o segundo caso foi adotado o concreto de classe C40, com um módulo de elasticidade secante igual a: $E_{cs} = 38251 \text{ MPa}$, o diâmetro da estaca de 23cm, e comprimento de 6m, a base do elemento foi fixada no eixo y, e foi considerado, na lateral do elemento, o coeficiente de mola na direção x igual a: $k = 1380$, esse derivado do coeficiente elástico do solo, no caso analisado, esse valor era de $K_s = 36000 \text{ KN/m}^3$, e como esse é aplicado a cada metro do elemento, foi considerado a seção do mesmo, o cálculo realizado foi o seguinte:

$$k = 36000 \text{ KN/m}^3 \times 0,23\text{m} \times \frac{1}{6} = 1380 \text{ KN/m}$$

Com a geometria do elemento o tipo de material e seus respectivos travamento, foram aplicadas as seguintes cargas:

- Carga Vertical: $N = 300 \text{ KN}$
- Momento Fletor: $M = 30 \text{ KN.m}$
- Esforço Horizontal: $H = 30 \text{ KN}$

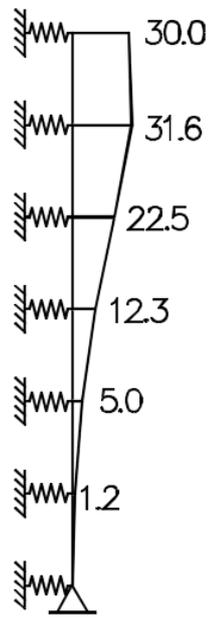
Figura 33 – Modelo de barras caso 2



Fonte: Ftool, adaptado pelo autor

E então foram obtidos os seguintes momentos:

Figura 34 - Momentos fletores originados pelo modelo de barras



Fonte: Ftool, adaptado pelo autor

Tabela 13 – Momentos de acordo com a profundidade

| Profundidade (m) | Momentos (KN.m) |
|---------------------|--------------------|
| 0 | 30,0 |
| 1 | 31,6 |
| 2 | 22,5 |
| 3 | 12,3 |
| 4 | 5,0 |
| 5 | 1,2 |
| 6 | 0 |

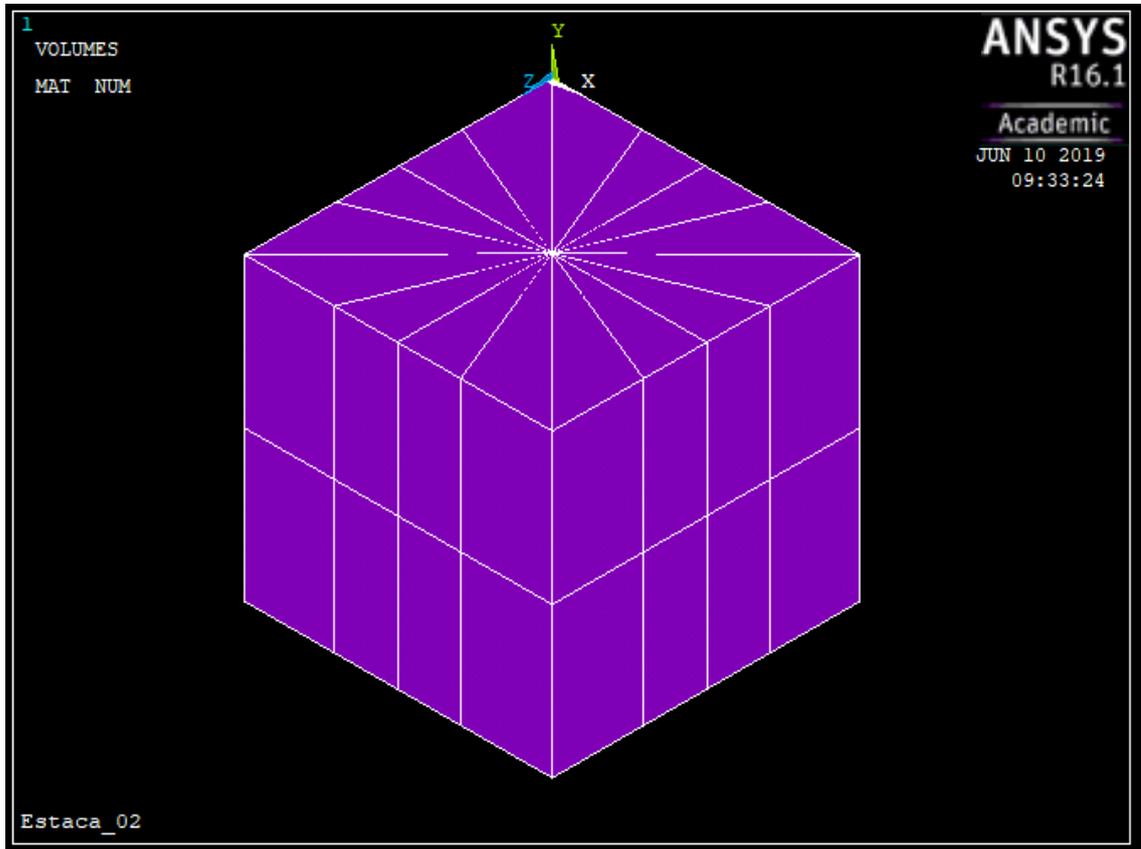
Fonte: Autor

3.2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para o segundo caso de análise, foi utilizado também o software Ansys, em sua versão acadêmica 16.1, para o lançamento do elemento.

Com o lançamento dos pontos feito como citado no primeiro caso, foram criadas áreas correspondentes a cada elemento componente da estrutura, para que então pudessem os volumes serem criados.

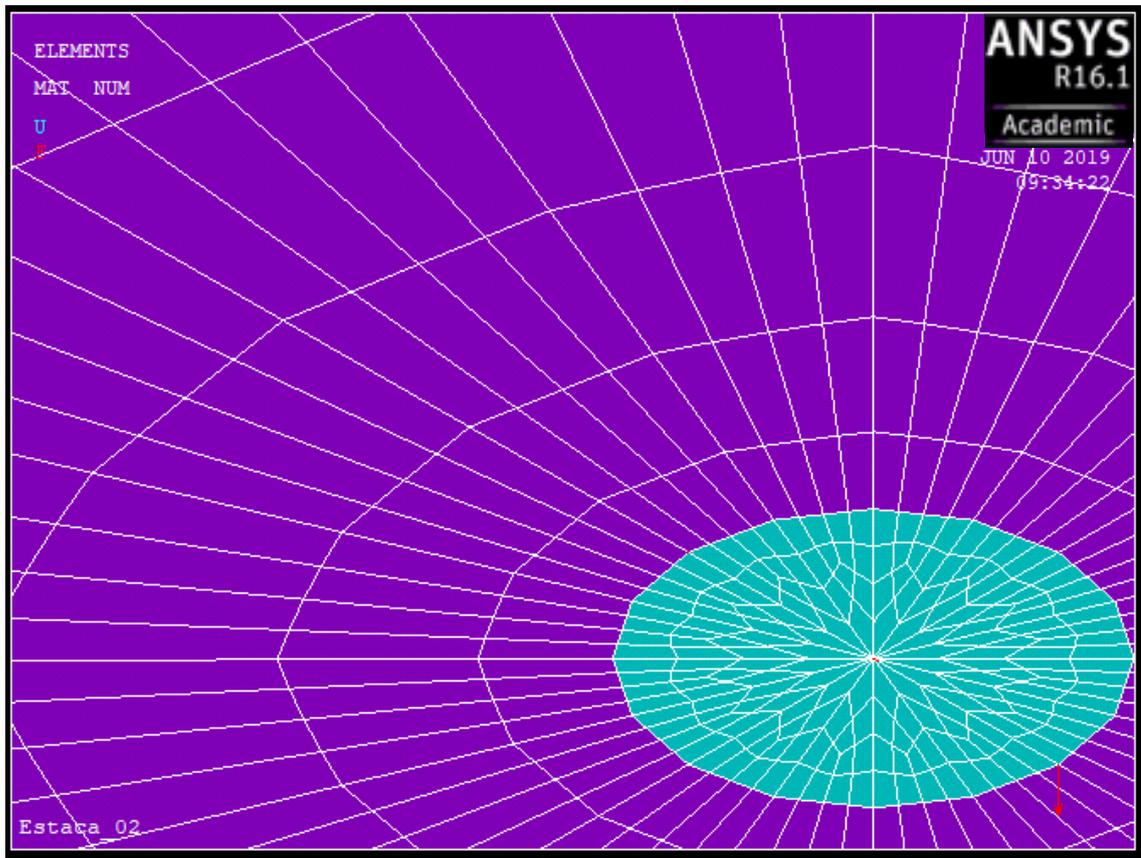
Figura 35 - Volumes caso 2



Fonte: Ansys, 2019

Com os volumes criados, foram definidos os parâmetros de tipo de material que seria aplicado para cada componente da estrutura analisada, para isso, foi necessário, utilizar os módulos de elasticidade de cada material e o coeficiente de poisson do respectivo material criado. Para a estaca foi adotado como parâmetros o modulo de elasticidade de 38250 Mpa e coeficiente de poisson de 0,2, já para o solo foi adotado o módulo de elasticidade de 65 Mpa e coeficiente de poisson de 0,35. A malha utilizada no programa foi a SOLID185.

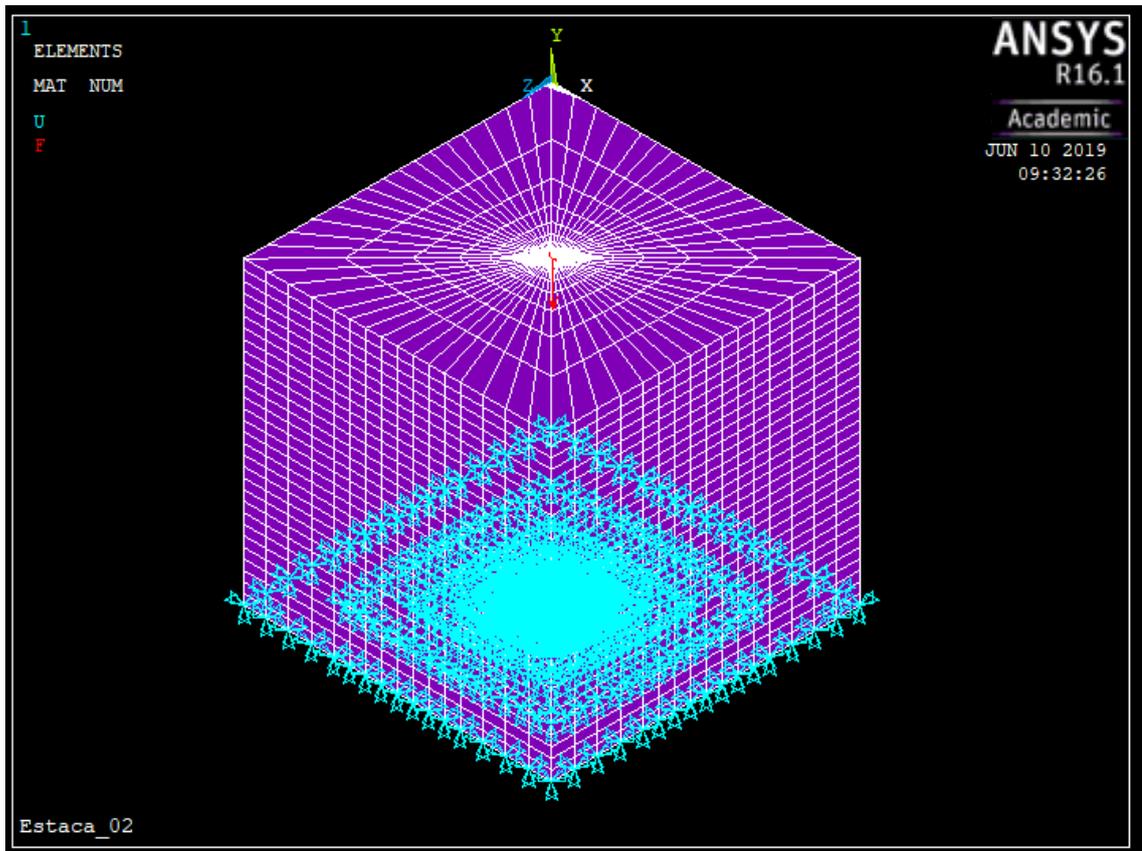
Figura 36 - Detalhe da malha caso 2



Fonte: Ansys, 2019

Seguindo as mesmas etapas do primeiro caso, foi aplicada uma força de 280KN de compressão em um nó da extremidade no topo da estaca, outra força de 20KN de tração, no nó da outra extremidade no mesmo sentido e, uma força horizontal de 30KN no nó central do topo da estaca.

Figura 37 - Modelo carregado caso2



Fonte: Ansys, 2019

Os valores das tensões dos nós e os momentos fletores respectivos, podem ser observados na Tabela 14.

Tabela 14 - Valores de tensão e momentos fletores para o caso 2

| Caso 2 | | | | |
|--------|--------|-----|--------|----------|
| Nó | Tensão | Nó | Tensão | Mfinal |
| 2545 | 5466,7 | 753 | 5466,7 | 65,29932 |
| 2573 | 5368,8 | 781 | 5368,8 | 64,12991 |
| 2574 | 4999,6 | 782 | 4999,6 | 59,71984 |
| 2575 | 4302,3 | 783 | 4302,3 | 51,39065 |
| 2576 | 3881,3 | 784 | 3881,3 | 46,36183 |
| 2577 | 3379,8 | 785 | 3379,8 | 40,37146 |
| 2578 | 2997,1 | 786 | 2997,1 | 35,80013 |
| 2579 | 2609,4 | 787 | 2609,4 | 31,16909 |
| 2580 | 2277,9 | 788 | 2277,9 | 27,20934 |
| 2581 | 1960,4 | 789 | 1960,4 | 23,41683 |
| 2582 | 1665,3 | 790 | 1665,3 | 19,89188 |
| 2583 | 1388,4 | 791 | 1388,4 | 16,58433 |
| 2584 | 1103,5 | 792 | 1103,5 | 13,18122 |
| 2585 | 845,62 | 793 | 845,62 | 10,10087 |
| 2586 | 518,98 | 794 | 518,98 | 6,199177 |
| 2559 | 405,33 | 767 | 405,33 | 4,841636 |

Fonte: Autor

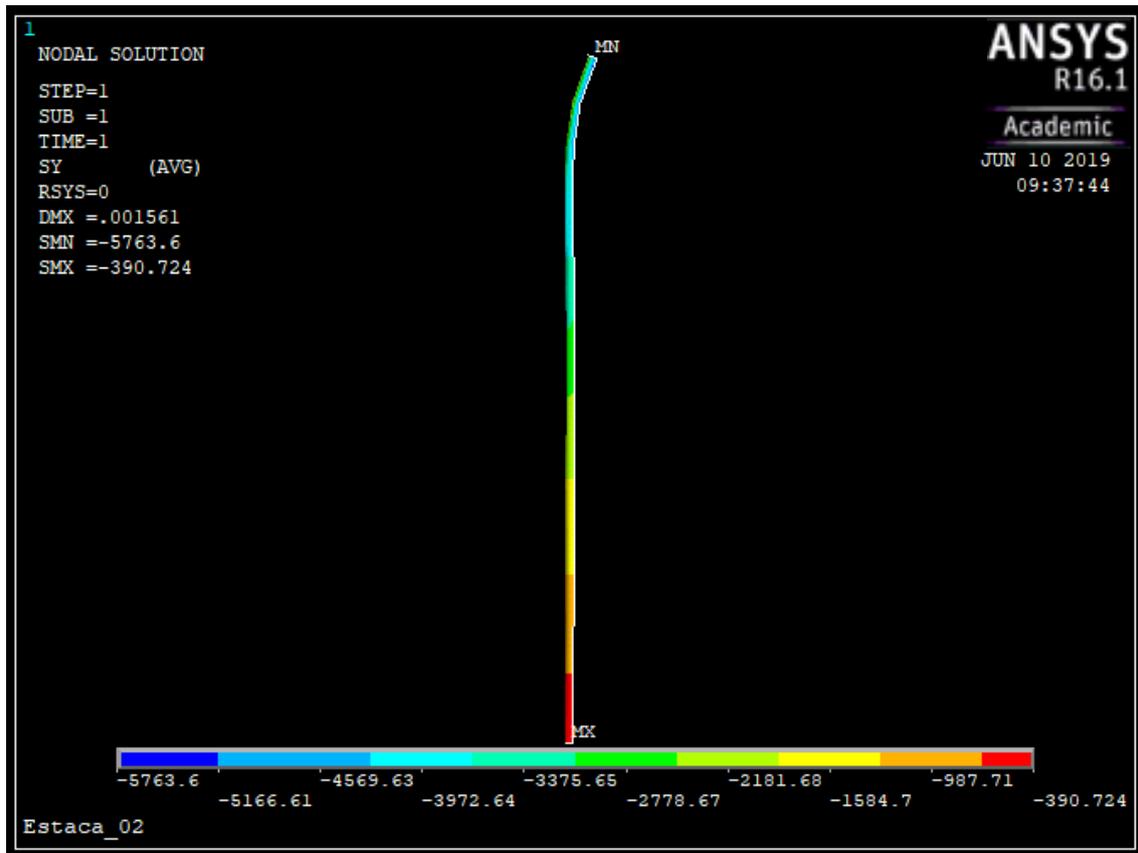
Como no software foram gerados 16 nós ao longo dos 6 metros da estaca, também foi necessário fazer uma média dos pontos para encontrar os momentos a cada metro de estaca, o que pode ser observado na Tabela 15.

Tabela 15 - Relação profundidade com momentos fletores para o caso 2

| Caso 2 | |
|------------------|----------------|
| Profundidade (m) | Momento (KN.m) |
| 0 | 65,29932 |
| 1 | 49,39065 |
| 2 | 42,37146 |
| 3 | 27,20934 |
| 4 | 20,89188 |
| 5 | 12,68122 |
| 6 | 4,841636 |

Fonte: Autor

Figura 38 - Deformada Y do caso 2



Fonte: Ansys, 2019

4 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Para o cálculo das solicitações efetivas nas estacas, foram realizadas soluções por três métodos possíveis, para o cálculo das mesmas, o primeiro analisado foi o método clássico de cálculo, apresentado por Titze, posteriormente, foram analisadas as solicitações, pelo método gráfico-interativo baseado no modelo de barras, por meio do programa Ftool, e por fim foi analisada a geometria através do Método dos Elementos Finitos (M.E.F.), através do programa Ansys em sua versão acadêmica 16.1.

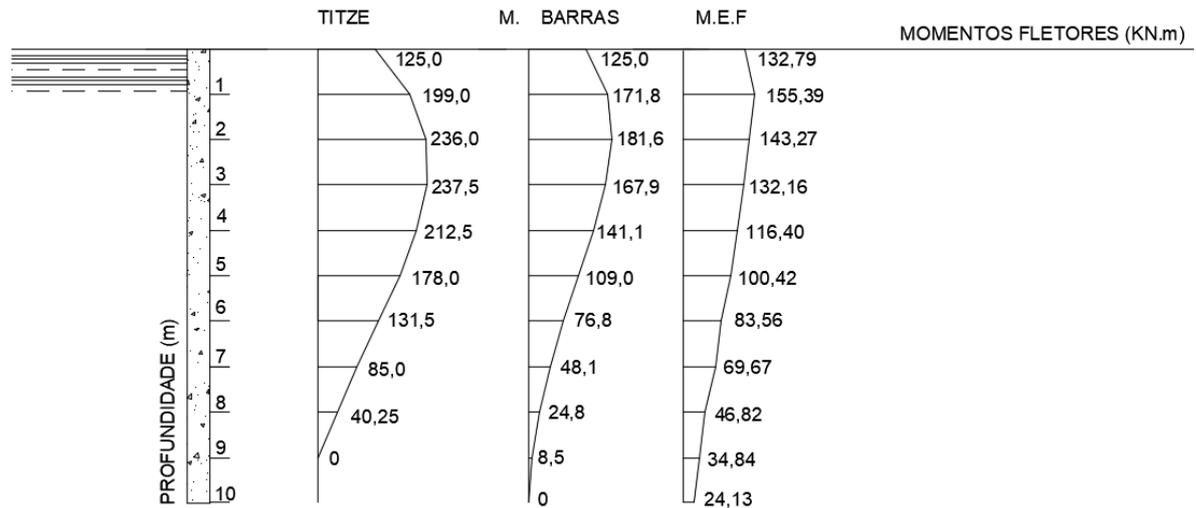
As comparações podem ser observadas no decorrer deste tópico através de gráficos, diagramas e tabelas.

Com os dados obtidos no estudo, é possível analisar que existe uma redução dos momentos, entre o método de cálculo clássico e o modelo de barras, a diferença dos momentos máximos chega a 23% de redução, e também se nota que o ponto onde o momento máximo é atingido, muda de um para outro, enquanto pelo método de cálculo o momento máximo fica na seção três, pelo programa computacional, o maior momento é alcançado na seção dois. O M.E.F. para este caso trouxe valores aproximados aos dos obtidos pelo modelo de barras, onde o momento máximo tem uma diferença percentual de 14% em relação ao momento máximo obtido no modelo de barras, e o momento fletor máximo também é atingido na seção dois, mostrando grande semelhança entre os dois métodos computacionais. Analisa-se ainda, que o M.E.F. se mostra como a alternativa, onde os valores de momentos fletores são menores. A única diferença é que o momento inicial que é aplicado no topo do elemento não é o mesmo encontrado pelo método dos elementos finitos, isso mostra que pode haver alguma diferença de tensões no topo do elemento.

Considerando o princípio de Saint Venant, visto que o acúmulo de tensões na região de aplicação de carga, impede uma análise precisa do ponto de aplicação de carga. Para fins de comparação adaptou-se os valores de momento fletor diretamente aplicados no topo do elemento estrutural em ambos os casos, já para as seções inferiores, onde as tensões acumuladas já haviam se dissipado, adotou-se os resultados obtidos pelo software.

A Figura 39 traz um comparativo, onde pode-se observar a diferença do diagrama de momentos fletores para cada uma das três hipóteses analisadas para o primeiro caso.

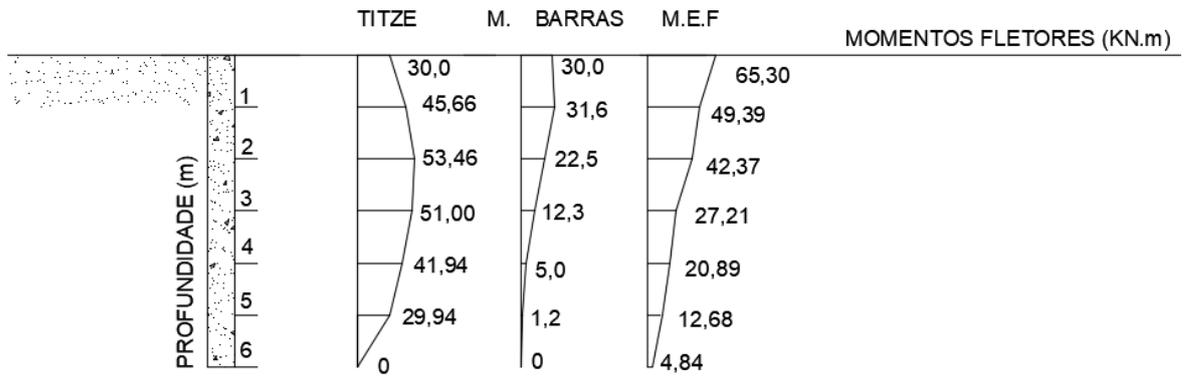
Figura 39 - Análise de momentos fletores caso 1



Fonte: Autor

No segundo caso, o tipo de solo analisado, muda, assim como, muda também a seção da estaca e o tipo de concreto nela utilizado, mas as diferenças nos valores de momento na comparação dos métodos utilizados para o cálculo das solicitações, continuam e, em comparação ao primeiro caso, levando em conta o confronto dos dados do modelo de cálculo e o modelo de barras, a diferença aumenta, de 23% no primeiro caso, para 41% nesse segundo. Isto pode ser analisado na Figura 40. Já os valores obtidos pelo M.E.F. tendem a se aproximar do que já era previsto, pois, seus resultados ficam mais próximos do que se pode esperar para o diagrama de momento fletor para a situação analisada.

Figura 40 - Análise de momentos caso 2



Fonte: Autor

5 CONCLUSÃO

O presente trabalho possibilitou o estudo de mais uma solução para a realização de fundações, sendo possível através dele, o conhecimento de técnicas que não são comumente utilizadas no ensino durante a graduação.

Através da fundamentação teórica, foi possível, estudar várias técnicas propostas por vários autores e, assim tomar como base do estudo uma das alternativas apresentadas.

A metodologia aplicada tomou como base, o método de cálculo proposto por Titze (1970), *apud* Campos (2015), e como mostram os resultados, é o método mais conservador dos três, que a metodologia deste trabalho aborda, as outras duas alternativas de cálculo propostas, são através de meio computacional, uma pelo método de barras, e outra pelo método dos elementos finitos.

Outra percepção que se pode concluir perante aos estudos demonstrados neste trabalho, é a de que o tipo de solo também interfere nas condições de transferência de solicitações da estaca para o solo.

Como mostrado na análise dos resultados, os três métodos se comportaram como já era esperado, para os dois casos de estudo, onde, o modelo de cálculo clássico é o mais conservador, e o M.E.F. é o que resulta nos valores de momentos fletores, que mais se aproximam da realidade, ficando geralmente na média apresentada pelos outros dois métodos verificados, mesmo havendo uma pequena diferença no valor encontrado no topo do elemento estrutural, devido ao acúmulo de tensões geradas pelo carregamento da estrutura no software.

Observou-se também que através do método dos elementos finitos, e o modelo de barras, também é possível determinar os deslocamentos atuantes no elemento estrutural, o que torna uma análise mais completa, em comparação ao modelo de cálculo apresentado.

Uma sugestão para trabalhos futuros seria a aplicação de uma análise referente as solicitações geradas na interação do solo com a estrutura, analisando-se os deslocamentos gerados.

Durante a elaboração do trabalho, também foi notado, uma deficiência no método proposto por Titze(1970), *apud* Campos (2015), que não traz soluções para geometrias diferentes de estacas, a não ser a de seção circular, o que torna necessário estudos voltados para que seja possível realizar cálculos para outros tipos de seção.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. *NBR 6118/2014: Projeto de estruturas de concreto - procedimentos*. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ALONSO, Urbano Rodriguez. *Dimensionamento de fundações profundas*. São Paulo: E. Blücher, 1989.

ARAÚJO, José Milton de. *Curso de concreto armado. Vol 3*. Rio Grande: Dunas, 2014.

CAMPOS, João Carlos de. *Elementos de Fundação em concreto*. São Paulo; Oficina de textos, 2015.

DONIN, Christian. *Apostila de pilares de concreto armado*. 2015

HACHICH, Waldemar (Coord.). *Fundações: teoria e prática. 2. ed*. São Paulo: Pini, 1998.

MONTOYA, Pedro Jiménez; MESEGUER, Álvaro García; CABRÉ, Francisco Morán. *Hormigón armado, 14ª edición basada en la EHE ajustada AL código modelo y AL eurocódigo*. Barcelona, 2001.

VELLOSO, Dirceu de Alencar; LOPES, Francisco de Resende. *Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas*. Ed. Completa; São Paulo: Oficina de Textos, 2010.