

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Tomás Barão Mulattieri

**Estudo comparativo entre modelos semi-empíricos para determinação da
rigidez em ligações de estruturas metálicas**

Santa Cruz do Sul

2019

Tomás Barão Mulattieri

Estudo comparativo entre modelos semi-empíricos para determinação da rigidez em ligações de estruturas metálicas

Trabalho de Conclusão de Curso II apresentado ao curso de Engenharia Civil da Universidade de Santa Cruz do Sul - UNISC, para a obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador (a): Prof . Msc. Henrique Rupp

Santa Cruz do Sul

2019

RESUMO

Devido as necessidades atuais do mercado da construção civil a utilização de estruturas metálicas se torna cada vez mais atrativa por diversas vantagens proporcionadas pelo uso deste método construtivo. Com o objetivo de aprofundar o conhecimento sobre tal assunto, este trabalho aborda conceitos relacionados a rigidez de ligações em estruturas metálicas, e apresenta os modelos para determinação da rigidez de ligações. O trabalho apresenta o cálculo de um pórtico calculado com elementos finitos modificado pela variação da rigidez nas ligações, o pórtico foi simulado com ligações com dupla cantoneira de alma e um pórtico com ligações com chapa de topo estendida em duas extremidades, com duas condições de carregamento diferentes para demonstrar a variação da rigidez e a distribuição do momento fletor atuante na estrutura com os diferentes modelos de cálculo utilizados.

Palavras-chave: Estruturas metálicas, ligação rígida, ligação semirrígida, ligação flexível.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1– LIGAÇÃO TIPO CONTATO	15
FIGURA 2– LIGAÇÃO TIPO ATRITO	15
FIGURA 3– LIGAÇÕES TIPO ENTALHE	19
FIGURA 4 – SOLDA DE FILETE.....	19
FIGURA 5– SOLDA DE ORIFÍCIO.....	20
FIGURA 6– LIGAÇÕES IDEAIS.....	20
FIGURA 7– CLASSIFICAÇÃO DAS LIGAÇÕES.....	21
FIGURA 8 – MODELO DE ANÁLISE DO PÓRTICO.....	22
FIGURA 9– DISTRIBUIÇÃO DO MOMENTO FLETOR NO PÓRTICO FLEXÍVEL ...	22
FIGURA 10– DISTRIBUIÇÃO DO MOMENTO FLETOR NO PÓRTICO RÍGIDO	23
FIGURA 11– DISTRIBUIÇÃO DO MOMENTO FLETOR NO PÓRTICO SEMI- RÍGIDO	24
FIGURA 12– DISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS EM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS ...	24
FIGURA 13– ZONAS DE CLASSIFICAÇÃO	25
FIGURA 14– LIGAÇÃO COM CHAPA OU CANTONEIRA ÚNICA	28
FIGURA 15– LIGAÇÃO COM DUPLA CANTONEIRA DE ALMA.....	28
FIGURA 16– LIGAÇÃO COM CANTONEIRAS DE APOIO.....	29
FIGURA 17– LIGAÇÃO COM CANTONEIRA DUPLA DE ALMA E DE APOIO	29
FIGURA 18– LIGAÇÃO COM CHAPA DE TOPO ESTENDIDA EM DUAS EXTREMIDADES	30
FIGURA 19– LIGAÇÃO COM CHAPA DE TOPO ESTENDIDA EM UMA EXTREMIDADE	31
FIGURA 20– LIGAÇÃO COM CHAPA DE TOPO REDUZIDA.....	31
FIGURA 21– LIGAÇÕES COM ENRIJECEDORES	32
FIGURA 22– MÉTODO BI-LINEAR E LINEAR	33
FIGURA 23 - SÉRIE DE CURVAS IDÊNTICAS	35
FIGURA 24– PARÂMETROS DE FORMA FRYE E MORRIS.....	38
FIGURA 25 – MÉTODO DA POTÊNCIA	40
FIGURA 26– PARÂMETROS DE FORMA ANG E MORRIS.....	41
FIGURA 27 - ANÁLISE DE VIGA COM LIGAÇÃO SEMI-RÍGIDA.....	43
FIGURA 28 - EFEITO DE CARREGAMENTO EM VIGA COM LIGAÇÃO SEMI- RÍGIDA	44
FIGURA 29 - DISTRIBUIÇÃO DO MOMENTO FLETOR EM FUNÇÃO DA RIGIDEZ DA LIGAÇÃO.....	46
FIGURA 30 - MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE ELEMENTO DE VIGA....	47
FIGURA 31 - CÁLCULO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ DE RIGIDEZ.....	47
FIGURA 32 - ELEMENTO DE VIGA COM LIGAÇÕES SEMI-RIGIDAS	50
FIGURA 33 - GRAUS DE LIBERDADE E DESLOCAMENTOS DO ELEMENTO DE VIGA	51
FIGURA 34 - MODELO DISCRETO DO PÓRTICO ANALISADO.....	54
FIGURA 35 - CURVA MOMENTO - ROTAÇÃO DA LIGAÇÃO FLEXÍVEL	56
FIGURA 36 - CURVA MOMENTO - ROTAÇÃO DA LIGAÇÃO RÍGIDA	57
FIGURA 37 - PÓRTICO COM LIGAÇÕES FLEXÍVEIS E CARREGAMENTO DE SERVIÇO.....	58

FIGURA 38 - PÓRTICO COM LIGAÇÕES FLEXÍVEIS E CARREGAMENTO ÚLTIMO	
.....	59
FIGURA 39 - PÓRTICO COM LIGAÇÕES RÍGIDAS E CARREGAMENTO DE	
SERVIÇO.....	60
FIGURA 40 - PÓRTICO COM LIGAÇÕES RÍGIDAS E CARREGAMENTO ÚLTIMO	
.....	61

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PARÂMETROS DE UNIFORMIZAÇÃO E PARÂMETROS DE FORMA (VALORES EM CENTÍMETROS)	37
TABELA 2 - PARÂMETROS DE UNIFORMIZAÇÃO E PARÂMETROS DE FORMA DO MODELO DE ANG E MORRIS (VALORES EM POLEGADAS)	41
TABELA 3 - DADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS.....	55
TABELA 4 – VALORES DE RIGIDEZ UTILIZADOS PARA A LIGAÇÃO FLEXÍVEL.....	57
TABELA 5 – VALORES DE RIGIDEZ UTILIZADOS PARA A LIGAÇÃO RÍGIDA.....	58
TABELA 6 - DIFERENÇA OBTIDA NO MOMENTO MÁXIMO EM CARREGAMENTO DE SERVIÇO (LIGAÇÃO FLEXÍVEL).....	60
TABELA 7 - DIFERENÇA OBTIDA NO MOMENTO MÁXIMO EM CARREGAMENTO ÚLTIMO (LIGAÇÃO FLEXÍVEL)	60
TABELA 8 - DIFERENÇA OBTIDA NO MOMENTO MÁXIMO EM CARREGAMENTO DE SERVIÇO (LIGAÇÃO RÍGIDA)	62
TABELA 9 – DIFERENÇA OBTIDA NO MOMENTO MÁXIMO EM CARREGAMENTO DE SERVIÇO (LIGAÇÃO RÍGIDA)	62

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
ASTM	American Society for Testing and Materials
AWS	American Welding Society
MIG	Metal Inert Gas
MAG	Metal Active Gas
MPa	Mega Pascal
Kgf	Quilograma força
mm	Milímetro
cm	Centímetro
m	Metro
ksi	Quilolibra força por polegada quadrada
fw	Tensão de ruptura

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	9
1.1	ÁREA E LIMITAÇÃO DO TEMA.....	9
1.2	JUSTIFICATIVA	10
1.2.1	OBJETIVO PRINCIPAL	10
1.2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	10
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1	Características dos aços estruturais	11
2.2	Classificação do aço estrutural	12
2.2.1	Classificação de acordo com a composição química	12
2.2.2	Aços-carbono.....	12
2.2.3	Aços de baixa liga	13
2.2.4	Propriedades de aço estrutural	13
3.	LIGAÇÕES.....	14
3.1	Ligações parafusadas	14
3.1.1	Ligações tipo contato.....	14
3.1.2	Ligações Tipo atrito.....	15
3.1.3	Tipos de parafusos.....	16
3.1.4	Parafusos comuns.....	16
3.1.5	Parafusos de alta resistência	16
3.2	Ligações soldadas.....	17
3.2.1	Tipos de solda e de eletrodo	18
3.2.2	Tipos de eletrodo	18
3.2.3	Solda tipo entalhe.....	18
3.2.4	Soldas tipo filete	19
3.2.5	Solda de orifício.....	19
4.	COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES.....	20
4.1	Classificação das ligações	24
4.1.1	Classificação do eurocode 3	25
4.2	Disposições construtivas mais usuais.....	27
4.2.1	Ligação com chapa ou cantoneira de alma única	27
4.2.2	Ligação de cantoneira dupla	28
4.2.3	Ligação com cantoneiras de apoio	29
4.2.4	Ligação com cantoneira dupla de alma e de apoio	29
4.2.5	Ligações com chapa de topo.....	30

5.	MODELOS DE ANÁLISE DE LIGAÇÕES	32
5.1	Modelos lineares.....	32
5.2	Modelo polinomial	34
5.3	Modelos de potência	39
5.4	Modelo exponencial modificado	42
6.	ANÁLISE DE ESTRUTURAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS.....	43
6.1	Análise de vigas com ligações semi-rígidas	43
6.2	Análise de pórticos.....	46
6.2.1	Efeito de ligações semi-rígidas no comportamento global	50
7.	METODOLOGIA.....	53
8.	RESULTADOS E ANÁLISES.....	54
8.1	Pórtico analisado com ligação flexível	57
8.2	Pórtico analisado com ligação rígida.....	60
9.	CONCLUSÃO.....	63
9.1	Sugestão para trabalhos futuros.....	63
	REFERÊNCIAS	65
	ANEXO A	67

1. INTRODUÇÃO

Com o avanço dos processos industriais no início do século XIX a produção de ferro em larga escala permitiu grandes avanços na indústria da construção nos países mais desenvolvidos na época como França, Alemanha, e Inglaterra e posteriormente aos demais países.

De acordo com (BELLEI, 2008), o desenvolvimento da indústria siderúrgica no Brasil começou na década de 20 com a criação da Companhia Siderúrgica Belgo Mineira, e em 1953 a Companhia Siderúrgica Nacional criou em um de seus departamentos a Fábrica de Estruturas Metálicas (desativada em 1998) para difundir o uso do aço nas construções.

A necessidade de rapidez na construção de novas edificações ou ampliações das edificações já existentes, torna as estruturas de aço uma ótima opção, pois as peças são pré-fabricadas em perfis padronizados e só precisam ser montados no local.

Com a presente realidade do cenário da construção civil brasileiro as estruturas metálicas podem ter custo mais elevado em locais afastados de grandes cidades devido ao preço de transporte das peças, outro fator que pode elevar o custo é a necessidade de mão-de-obra especializada na montagem da estrutura e máquinas capazes de erguer as peças.

Uma característica importante de estruturas metálicas que as difere de estruturas em concreto armado é a limitação das dimensões das peças devido aos métodos de fabricação e montagem, as peças devem ser conectadas com ligações de acordo com a origem da solicitação em que a peça estará sujeita.

De acordo com BARBOSA (2006), as conexões em estruturas metálicas exercem muita influência no comportamento global da estrutura, as conexões proporcionam uma distribuição das solicitações na estrutura dependendo da sua rigidez.

1.1 ÁREA E LIMITAÇÃO DO TEMA

O presente trabalho será realizado na área de estruturas de aço, para aprofundar o conhecimento sobre as ligações metálicas. Para tal, pretende-se, além da apresentação de uma revisão bibliográfica sobre o assunto, e analisar uma ligação metálica utilizando o método dos elementos finitos no software ANSYS e os métodos empíricos propostos por outros autores.

1.2 JUSTIFICATIVA

Entender o comportamento da estrutura é essencial no dimensionamento de estruturas metálicas e as ligações exercem grande influência na forma como os esforços são distribuídos na estrutura e por consequência, as tensões e deformações também.

O método de cálculo utilizado em aplicações práticas considera as ligações como completamente rígidas ou flexíveis dessa forma não é possível explicar com precisão o comportamento global da estrutura.

O principal objetivo deste presente trabalho é de aprofundar os conhecimentos do autor sobre assuntos referentes à análise de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas e desenvolver um estudo sobre como utilizar os modelos analisados em aplicações práticas pelo fato de não existir suficiente quantidade de bibliografia nacional sobre o assunto e a falta de uma norma nacional vigente específica sobre o tema.

1.2.1 OBJETIVO PRINCIPAL

Caracterizar os métodos experimentais e teóricos propostos para a determinação da rigidez das ligações entre viga-coluna em estruturas metálicas e comparar os resultados com simulações utilizando o método dos elementos finitos.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Caracterizar os principais métodos utilizados para verificação da rigidez de ligações.
- Buscar em referencial bibliográfico o funcionamento de cada método proposto.
- Aplicar os métodos mais utilizados em um caso real de uma ligação e apresentar as vantagens e desvantagens de cada método.
- Comparar os resultados dos métodos teóricos e experimentais com os resultados obtidos em simulações com elementos finitos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo aborda informações e conceitos referentes a área de estudo do trabalho

2.1 Características dos aços estruturais

De acordo com PFEIL (2008), o aço estrutural é produzido pela redução de minério de ferro em alto-forno com a queima do coque e calcário, o coque libera monóxido de carbono que reage com o óxido de ferro criando o ferro liquefeito com alto teor de carbono, o calcário converte o pó de coque e outros resíduos do minério de ferro em escória. O ferro fundido é posteriormente refinado em conversores de oxigênio que reduzem a quantidade de carbono e outras impurezas até certos limites padronizados em norma.

Para uso em estruturas o aço depois de solidificado em lingotes ou tarugos deve passar pelo processo de laminação onde ele será moldado em forma de perfis ou chapas.

As estruturas de aço possuem grandes vantagens quando bem projetadas e montadas (MCCORMAC e CSERNAK, 2011):

- Alta resistência: a alta resistência por unidade de peso significa que o peso das estruturas será baixo, isso permite a construção de pontes com grandes vãos, edificações altas e estruturas situadas em fundações ruins;
- Uniformidade: as propriedades do aço não variam tanto ao longo do tempo quanto o concreto armado;
- Elasticidade: o aço se comporta de maneira mais próxima as suposições de dimensionamento que a maioria dos materiais porque o material segue a lei de Hooke até tensões altas;
- Permanência: estruturas de aço com apropriada manutenção irão durar indefinidamente;
- Ductilidade: o aço tem a propriedade de se deformar muito antes de falhar mesmo sob altas tensões;
- Dureza: um membro de aço carregado até ter grandes deformações ainda poderá resistir grandes forças, isso permite que o material seja sujeito a grandes deformações durante a fabricação e içamento sem apresentar fraturas, com essa capacidade é possível que o material seja dobrado, martelado, cortado e perfurado

para a fabricação dos perfis e montagem das estruturas no local onde serão utilizadas.

O aço apresenta certas desvantagens que devem ser levadas em conta ao projetar e usar essas estruturas:

- Corrosão: o aço é um material suscetível a corrosão em contato com o ar ou água e necessita de pintura constante;

- Incêndio: a resistência do aço é extremamente reduzida em altas temperaturas, o aço também é um excelente condutor de temperatura e pode transmitir energia suficiente de uma seção ou compartimento em chamas de uma edificação para inflamar materiais em contato, como resultado a estrutura deve ser coberta com materiais isolantes.

- Flambagem: com o aumento do comprimento e esbelteza de um membro, também aumenta o perigo do elemento flambar, ocasionalmente é necessário o uso de mais aço para enrijecer membros comprimidos e aumentar a capacidade resistente da peça.

- Fadiga: quando sujeito a cargas cíclicas o aço pode apresentar fraturas frágeis com tensões muito abaixo da tensão de ruptura esperada e os parafusos podem deslizar e deformar os furos dando à peça mais liberdade para rotacionar e, portanto, diminuindo a rigidez da estrutura (Popov, 1972).

2.2 Classificação do aço estrutural

Os aços estruturais utilizados no Brasil são padronizados de acordo com as normas desenvolvidas e publicadas pela NBR e na ausência desta devem atender aos requisitos especificados pelas normas da ASTM.

2.2.1 Classificação de acordo com a composição química

Os aços estruturais são classificados de acordo com a quantidade de outros elementos de liga utilizados na fabricação.

2.2.2 Aços-carbono

Os aços carbono são os tipos de aço mais utilizados, nos quais o aumento de resistência em relação ao ferro puro é produzido pelo carbono e, em menor escala

pelo manganês. Os tipos de aço carbono distinguem-se em três categorias de acordo com o teor de carbono (PFEIL, 2009):

- Baixo carbono: $C < 0,29\%$
- Médio carbono: $0,3\% < C < 0,59\%$
- Alto carbono: $0,6\% < C < 2,00\%$

O aumento no teor de carbono eleva a resistência do aço, porém diminui a ductilidade, o que conduz a problemas de soldagem, portanto em estruturas usuais devem ser utilizados aços com baixo teor de carbono que podem ser soldados sem cuidados especiais (PFEIL, 2009).

2.2.3 Aços de baixa liga

Os aços de baixa liga são aços-carbono acrescidos de elementos de liga (cromo colúmbio, cobre, manganês, molibdênio, níquel, fósforo, vanádio, zircônio), os quais melhoram algumas propriedades mecânicas do aço (PFEIL, 2009).

Os elementos de liga modificam a microestrutura do aço para grãos finos, com isso é possível ter um grande aumento na resistência com um teor de carbono de até 0,20% permitindo uma boa soldabilidade (BELLEI, 1998).

A NBR 7007 (2016) classifica os aços em estruturais em três categorias segundo a sua resistência mecânica mínima:

- Baixa resistência mecânica: BR 190
- Média resistência mecânica: MR 250
- Alta resistência mecânica: AR 350, AR 350 COR, AR 450

Onde a sigla inicial indica a classe de resistência do aço, a numeração indica a tensão de escoamento do aço em MPa, e a sigla COR significa maior resistência frente à corrosão atmosférica.

2.2.4 Propriedades de aço estrutural

Para efeitos de cálculo a NBR 8800 (2008) fixa os valores das propriedades mecânicas dos aços estruturais em:

- Módulo de elasticidade, $E = 200.000 \text{ MPa}$;
- Coeficiente de Poisson, $\nu = 0,3$;
- Módulo de elasticidade transversal, $G = 77.000 \text{ MPa}$;
- Coeficiente de dilatação térmica, $\beta = 1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$;
- Massa específica, $\rho = 7.850 \text{ kg/m}^3$.

3. LIGAÇÕES

Ligação é a união entre dois membros ou peças em qualquer tipo de estrutura e em especial em estruturas de aço e é de fundamental importância na segurança da construção, as ligações devem ser estudadas levando-se em conta principalmente o tipo de montagem a ser realizado, (BELLEI, 2008).

As ligações em estruturas metálicas exercem grande influência no comportamento global de toda a estrutura e sua segurança.

Atualmente existem duas maneiras de assegurar a segurança das ligações que são pela utilização de soldas ou parafusos ou os dois em conjunto.

3.1 Ligações parafusadas

As ligações parafusadas vieram para substituir as ligações com rebites e hoje em dia são utilizadas em larga escala nas ligações de partes das estruturas nas montagens finais de campo e nas fábricas, (BELLEI, 2008).

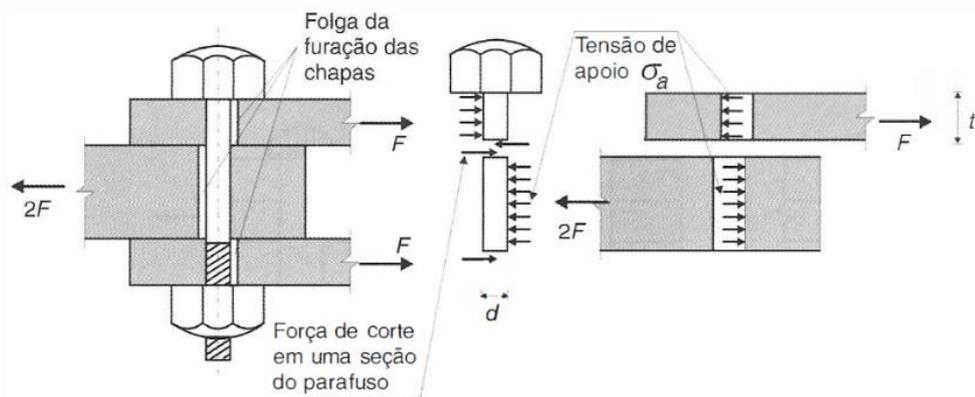
De acordo com McCormac e Csernak (2011), as ligações parafusadas apresentam as seguintes vantagens;

- Rapidez na montagem: a instalação dos parafusos é muito mais rápida e requer um grupo menor de pessoas.
- Menos furos: comparado com rebites é possível criar ligações com menos parafusos devido a sua resistência elevada.
- Instalação mais barata: não é necessário equipamento sofisticado como soldadores.
- Resistência à fadiga: com base em ensaios realizados as ligações parafusadas apresentaram resistência à fadiga superior se comparado com ligações soldadas equivalentes.
- Desmontagem: ligações parafusadas são a única opção quando é necessário a desmontagem ou alteração da estrutura em algum momento.

3.1.1 Ligações tipo contato

Em conexões de contato, a carga de cisalhamento é sustentada pela haste do parafuso que se apoia sobre as paredes do furo das chapas de conexão. Devido ao seu menor fator de segurança este tipo de ligação é somente utilizada em ligações sujeitas a cargas estáticas e não reversíveis, (BELLEI, 2008).

Figura 1– Ligação tipo contato



Fonte: PFEIL, 2009

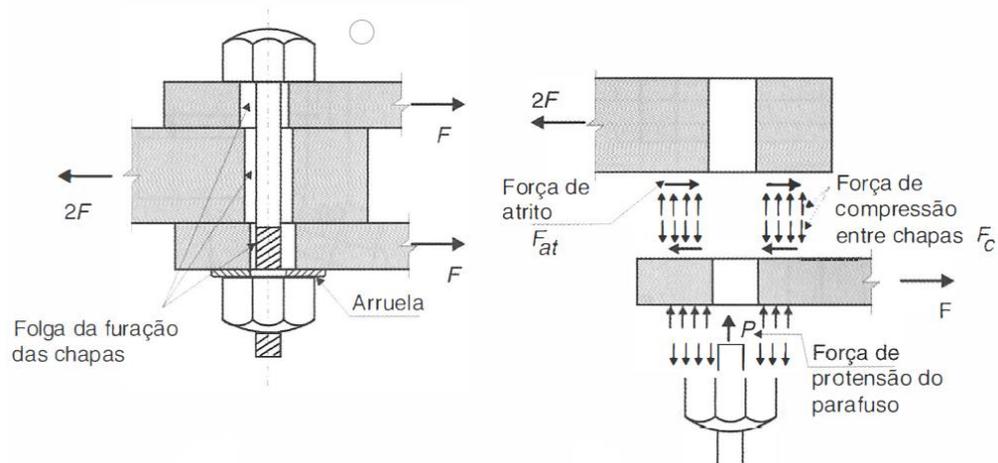
A figura 1 demonstra uma ligação tipo contato e as tensões geradas nas peças componentes da ligação.

3.1.2 Ligações Tipo atrito

Nas conexões onde são empregados parafusos de alta resistência, os parafusos são pré-tensionados a tensões de aproximadamente 70% da sua tensão de escoamento, pressionando firmemente as peças conectadas gerando uma força de atrito entre as chapas, (MCCORMAC e CSERNAK, 2011).

De acordo com Bellei (2008), a força de atrito pode ser variável, dependendo de vários fatores, tais como, as condições da superfície das chapas, incluindo a presença de óleo, tinta, escamas de laminação, etc.

Figura 2– Ligação Tipo atrito



Fonte: PFEIL, 2009

A figura 2 demonstra uma ligação tipo atrito e as tensões geradas nas peças componentes da ligação.

3.1.3 Tipos de parafusos

Atualmente existem basicamente dois tipos de parafusos para utilização em estruturas metálicas, são estes os parafusos de alta resistência e parafusos comuns.

Os parafusos tem diâmetro variando de 1/2 de polegada até 1 1/2 de polegada em incrementos de 1/8 de polegada com comprimento de até 8 polegadas, em casos onde é necessário parafusos de comprimento maior são utilizadas barras rosqueadas.

3.1.4 Parafusos comuns

Parafusos comuns são classificados de acordo com o padrão ASTM como A307, estes são feitos com aço carbono com baixo teor de carbono e possuem características mecânicas muito semelhantes ao aço A36, os parafusos comuns são utilizados principalmente em estruturas leves sujeitas a cargas estáticas e em peças secundárias em estruturas, (MCCOMARC e CSERNAK, 2011).

Os parafusos comuns são instalados com aperto, que mobiliza atrito entre as chapas, entretanto, o aperto nas chapas é muito variável não se podendo garantir um valor mínimo a considerar nos cálculos, devido a isso, seu uso fica restrito a ligações tipo contato.

3.1.5 Parafusos de alta resistência

Parafusos de alta resistência são produzidos com aços tratados termicamente com médio teor de carbono (parafusos A325) e aços de baixa liga também tratados termicamente (parafusos A490), estes parafusos possuem resistência a tração de duas a três vezes maior do que parafusos comuns, (MCCORMAC, 2011).

De acordo com Pfeil (2009), parafusos de alta resistência podem ser instalados com esforços de tração mínimos garantidos, que podem ser levados em consideração no dimensionamento da ligação em casos em que se deseja impedir o movimento entre as peças obtendo-se uma ligação do tipo atrito.

3.2 Ligações soldadas

Soldagem é o processo no qual peças metálicas são conectadas esquentando suas superfícies até o estado plástico ou fluido permitindo que as partes fluam juntas e se unam, com ou sem a adição de outro metal derretido, (MCCORMAC e CSERNAK, 2011).

A energia para provocar a fusão do material pode ser de origem elétrica química, óptica ou mecânica. O método de soldagem mais utilizado na indústria de construção são as de energia elétrica por meio de um arco voltaico. Nos tipos mais usuais, o arco voltaico se dá entre um eletrodo metálico e o aço a soldar, havendo deposição do material do eletrodo, (PFEIL, 2009).

Existem hoje inúmeros processos de soldagem que foram aprimorados e outros desenvolvidos após a segunda guerra mundial e, entre os mais usados em estruturas metálicas são (BELLEI, 2008);

- Processo manual com eletrodo revestido (SMAW).
- Processo a arco submerso (SAW).
- Processo MIG, MAG, TIG ou soldagem em atmosfera gasosa (GMAW).
- Processo de soldagem eletro-escória.

Pfeil (2009) cita o método de soldagem de eletrodo manual revestido como o mais utilizado na indústria. O processo apresenta enorme versatilidade, podendo ser utilizado em instalações industriais pesadas e serviços em campo.

Com os métodos mais recentes de soldagem é possível garantir várias vantagens na utilização de ligações soldadas, McCormac e Csernak (2011) cita algumas das mais importantes;

- Economia: a utilização de solda dispensa em muitos casos o uso de chapas de ligações que são necessárias em ligações parafusadas reduzindo o consumo de aço.
- Maior possibilidade de aplicação: soldagem permite a união de peças em casos onde a inserção de parafusos não é possível.
- Maior rigidez: estruturas soldadas são mais rígidas porque as peças são coladas diretamente as outras. Ligações parafusadas requerem o uso de chapas que se deformam com a transferência de cargas tornando toda a estrutura mais flexível.

- Possibilidade de alteração: é mais fácil fazer alterações em soldas para corrigir erros durante a montagem se comparado com ligações parafusadas que necessitam de furos feitos fora do local onde será instalado.

3.2.1 Tipos de solda e de eletrodo

As soldas com eletrodo são as mais comuns em utilizações em campo onde se requer rapidez na montagem por serem versáteis e podendo ser empregadas em diversas posições e configurações de chapas e perfis.

3.2.2 Tipos de eletrodo

Segundo Pfeil (2009), os eletrodos utilizados nas soldas por arco voltaico são varas de aço-carbono ou aço de baixa liga. Os eletrodos com revestimento são designados, segundo a ASTM, por nomenclatura específica do tipo E70XY, onde:

- E = Eletrodo.
- 70 = resistência á ruptura da solda (ksi).
- X = número que se refere á posição de soldagem satisfatória; (1 – qualquer posição, 2 – somente horizontal).
- Y = número que indica o tipo de corrente e de revestimento do eletrodo.

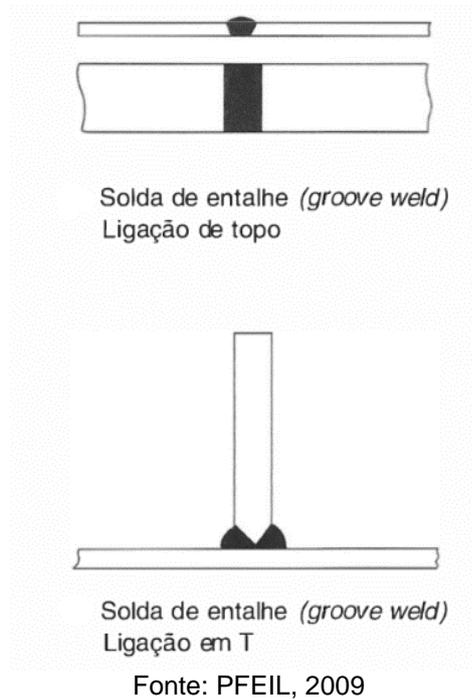
Os tipos de eletrodo mais comuns são:

- E60 = $f_w = 60 \text{ ksi} = 415 \text{ MPa}$;
- E70 = $f_w = 70 \text{ ksi} = 485 \text{ MPa}$.

3.2.3 Solda tipo entalhe

Em soldas de entalhe o metal do eletrodo é depositado em ranhuras ou cortes feitos nas chapas que serão unidas tornando-as uma única peça. Estes entalhes podem ter diversos formatos dependendo da geometria final esperada da peça unida ou do tipo de solicitação esperada e as soldas podem ser de preenchimento total ou parcial do entalhe.

Figura 3– Ligações tipo entalhe



3.2.4 Soldas tipo filete

Nas soldas de filete o material do eletrodo é depositado nas faces laterais dos elementos a serem ligados. Este é o tipo de solda mais utilizado devido a facilidade de execução e não requer preparação do material base.

Figura 4 – Solda de filete

Soldas de filete (*fillet weld*)

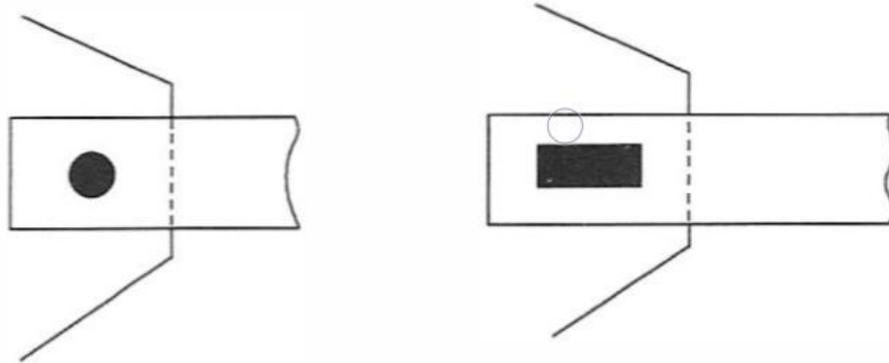
Fonte: PFEIL, 2009

3.2.5 Solda de orifício

Soldas de orifício são semelhantes a ligações parafusadas onde são feitos furos em um dos elementos a ser ligado e então preenche-se o furo com o material

de solda. Neste caso pode ser feito o furo em apenas uma das chapas a oficina e o restante feito em campo, assim facilitando o trabalho de montagem.

Figura 5– Solda de orifício



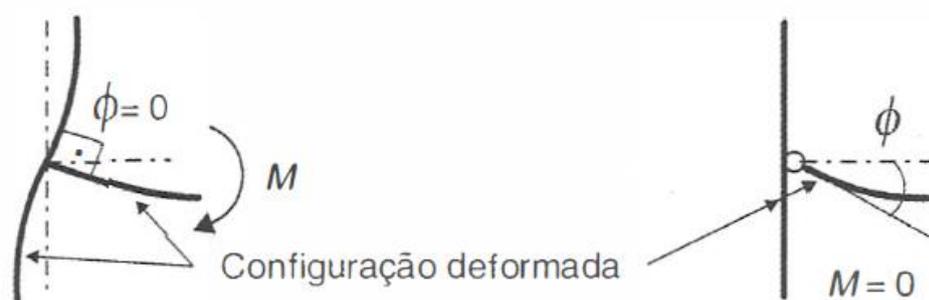
Fonte: PFEIL, 2009

4. COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES

O funcionamento das estruturas de aço compostas por peças pré-fabricadas conectadas depende essencialmente do comportamento das ligações (PFEIL, 2009).

De acordo com Barbosa (2006), a rigidez ou flexibilidade da ligação é descrita pela relação entre o momento solicitante na conexão e o ângulo de rotação relativo entre os membros conectados.

Figura 6– Ligações ideais



Fonte: PFEIL, 2009

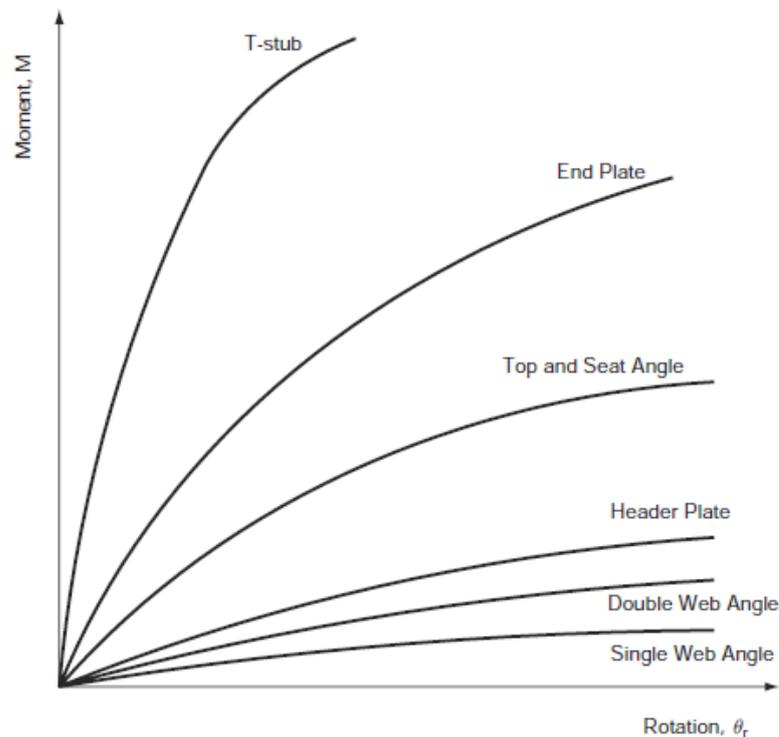
A figura 6 mostra os dois tipos de ligações ideais do tipo perfeitamente rígida que impede completamente a rotação relativa entre a viga e o pilar, isto é, os eixos da viga e do pilar se mantêm com um ângulo de 90° após a deformação da estrutura, e a ligação rotulada que permite a rotação livre entre a viga e a coluna.

No método de dimensionamento de estruturas metálicas da NBR 8800 (2008) as ligações são consideradas como as da figura 6, sendo rígidas ou flexível, esse

detalhe facilita o cálculo da estrutura mas não descreve corretamente o comportamento dela e portanto a distribuição dos efeitos provocados pelas cargas não está correto.

A forma mais usual de representar a rigidez das ligações é através do gráfico que relaciona o momento aplicado a ligação e a rotação relativa entre a linha neutra da viga e da coluna.

Figura 7– Classificação das ligações



Fonte: Chen et al, 2011

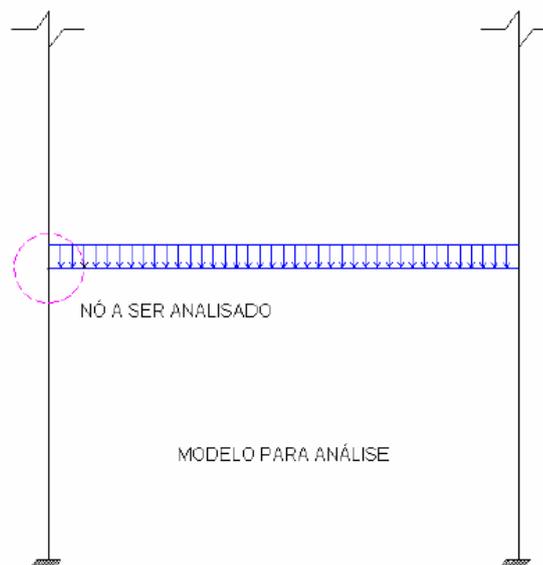
A curva momento-rotação é inicialmente linear sendo maior o comprimento linear em ligações mais rígidas, mas, à medida em que a sollicitação aumenta a não linearidade também aumenta. De acordo com Santos (1998), tal comportamento ocorre em função da perda da rigidez da ligação à medida que a sollicitação é incrementada. A explicação desse fenômeno é atribuída a diversos fatores, entre os quais pode-se citar:

- Largura e comprimento das vigas conectadas
- Presença de tensões residuais oriundas de processos de soldagem e corte.
- Concentração de tensões nas regiões dos furos e deformações dos parafusos.
- Distância entre os centros dos furos dos parafusos e dimensões dos filetes de solda.

- Dimensões das cantoneiras, chapas e demais elementos de ligação.
- Plastificação dos elementos de ligação devido a rotação da viga.
- Flambagem local da alma da coluna e abas da viga e da coluna.
- Imperfeições geométricas.

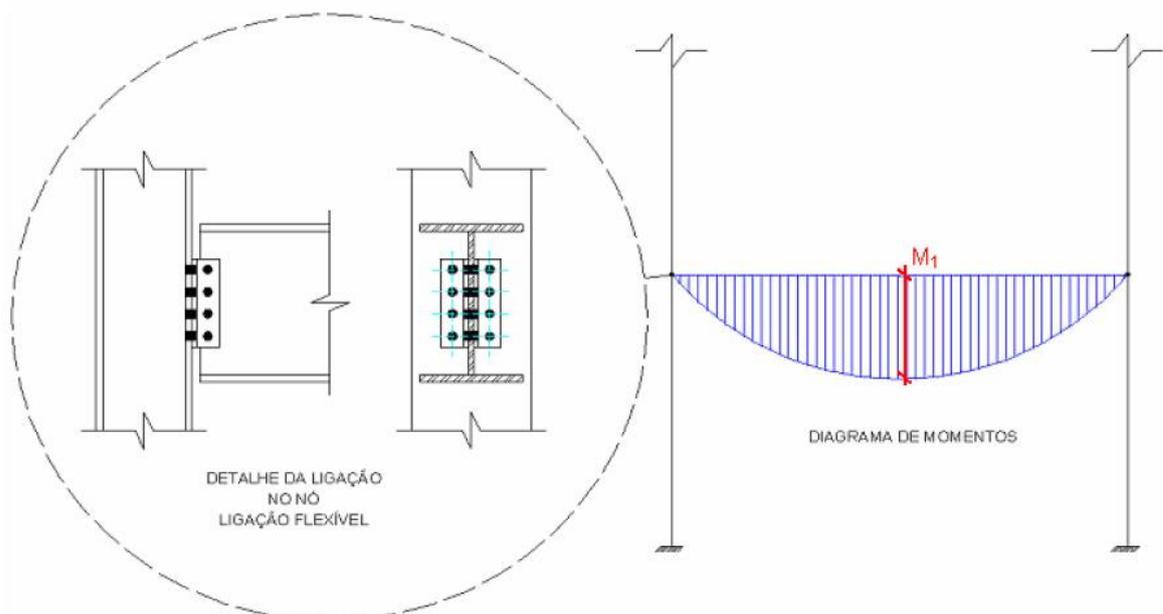
Para demonstrar a influência do comportamento da ligação cita-se o exemplo retirado do trabalho de Barbosa (2006), ilustrado pelo pórtico da figura 7 que foi idealizado possuindo uma ligação flexível.

Figura 8 – Modelo de análise do pórtico



Fonte: BARBOSA, 2006

Figura 9– Distribuição do momento fletor no pórtico flexível



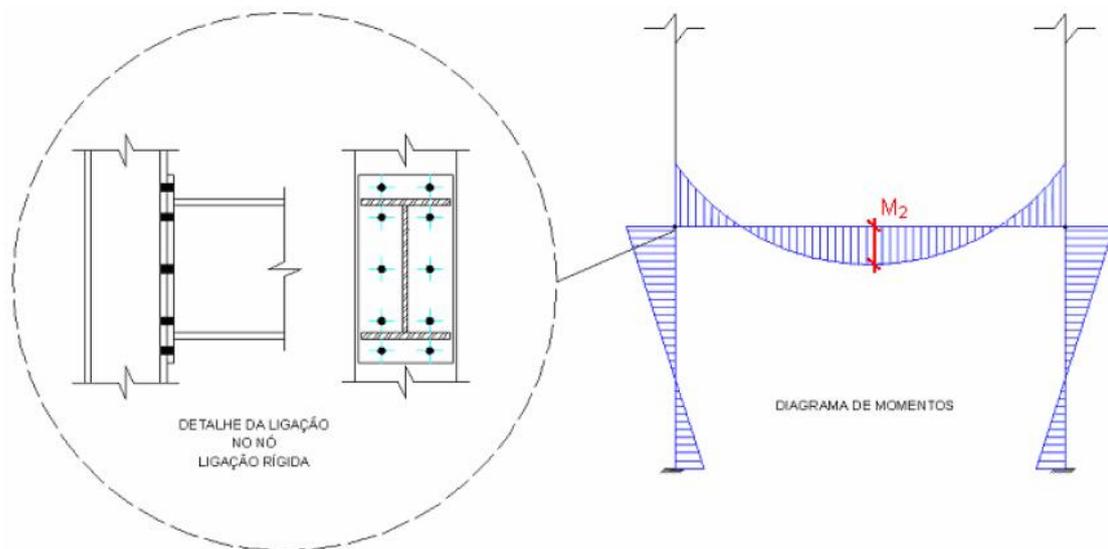
Fonte: BARBOSA, 2006

Neste caso o momento no nó analisado é nulo e o momento máximo ocorrerá no meio do vão da viga com valor dado pela seguinte expressão:

$$M = \frac{pL^2}{8} \quad (1)$$

Ao se optar por uma ligação rígida para o mesmo pórtico e configuração de carregamento surgem momentos negativos nos apoios da viga com a coluna.

Figura 10– Distribuição do momento fletor no pórtico rígido



Fonte: BARBOSA, 2006

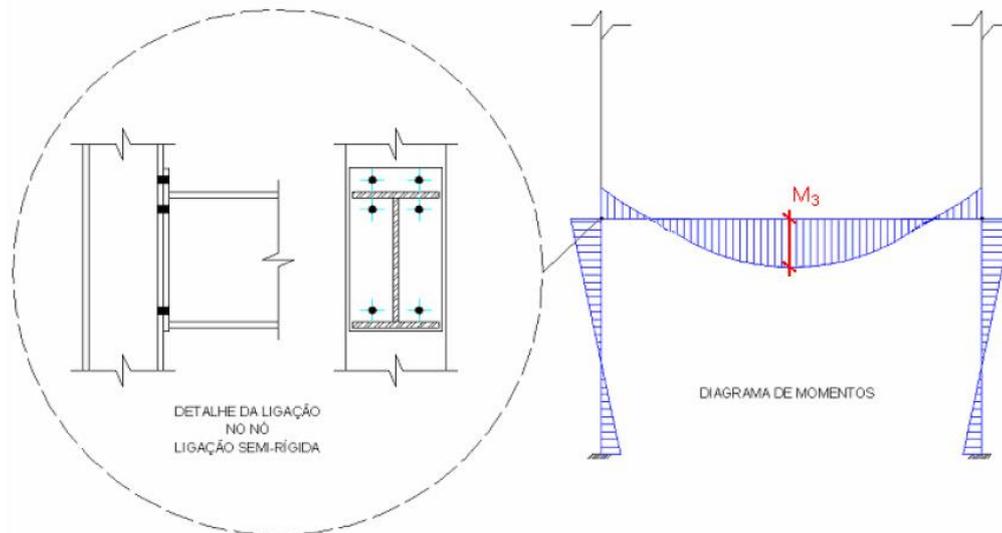
Nesta condição de apoio o momento fletor no apoio da viga e no meio do vão valem respectivamente à:

$$M = \frac{pL^2}{12} \text{ e } M = \frac{pL^2}{24} \quad (2,3)$$

Em nenhum dos casos acima se obtém a distribuição real de momentos fletores na estrutura porquê todas as ligações apresentam restrições ao momento ou não conseguem absorver completamente o momento.

Ao se considerar a ligação como sendo semi-rígida é possível aproximar-se do comportamento real do conjunto como no caso da figura 11.

Figura 11– Distribuição do momento fletor no pórtico semi-rígido

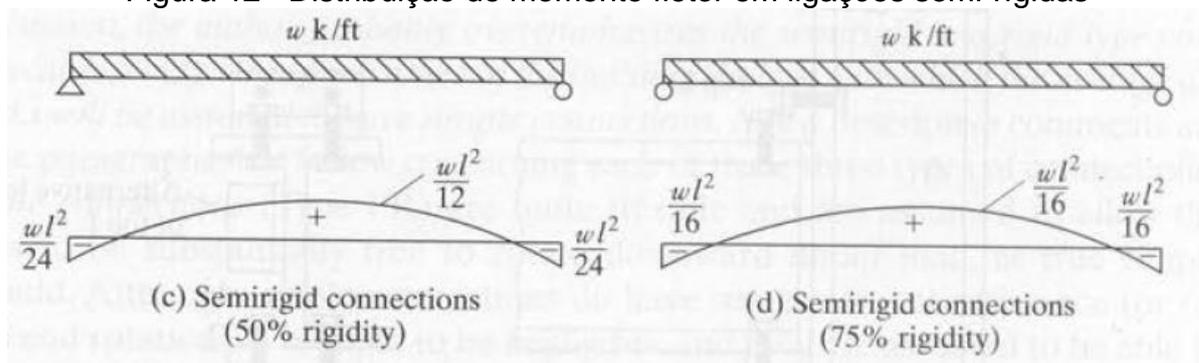


Fonte: BARBOSA, 2006

Dimensionar o pórtico considerando-se ligações flexíveis nos apoios resulta em momentos negativos menores se comparado com à ligação rígida e momentos positivos menores no meio do vão quando comparado à ligação flexível. Com essa redução nos esforços máximos também é possível economizar nos perfis utilizados e nos elementos componentes da ligação.

A figura 12 ilustra como seria a distribuição de momentos em apoios com diferentes rigidezes em percentual comparada a uma das ligações ideais.

Figura 12– Distribuição de momento fletor em ligações semi-rígidas



Fonte: MCCORMAC e CSERNAK, 2011

4.1 Classificação das ligações

De acordo com McCormac e Csernak (2011), todas as ligações apresentam algum tipo de restrição ao momento aplicado, isso é, alguma resistência a mudança

de ângulo entre membros que se interseccionam quando cargas são aplicadas a estrutura. Antes do surgimento das normas para classificação se utilizava uma regra simplificada categorizando as ligações com 0 a 20% de rigidez como ligações simples, 20 a 90% como semi-rígidas e maiores que 90% como ligações rígidas.

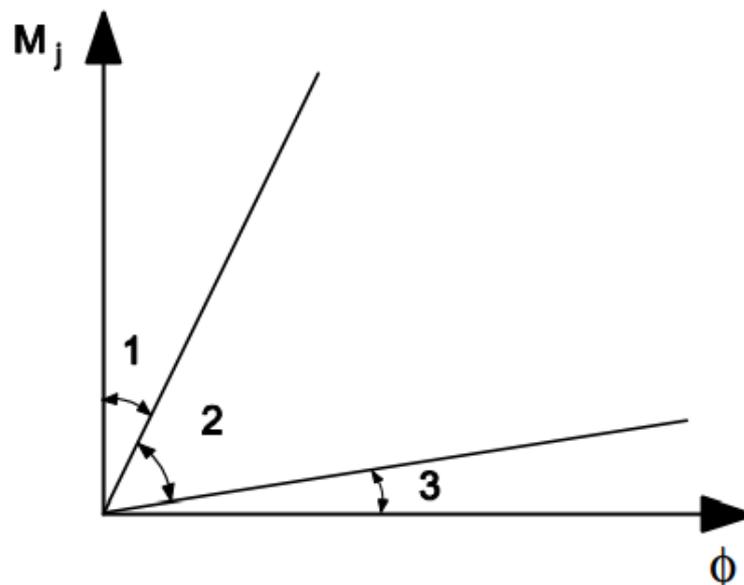
4.1.1 Classificação do eurocode 3

A NBR 8800 (2008) não possui critérios referentes a classificação e dimensionamento de ligações semi-rígidas e considera apenas ligações como rígidas ou flexíveis e na falta de uma norma nacional vigente a NBR 8800 (2008) remete ao Eurocode 3 (2005) sobre como classificar tais estruturas.

O Eurocode 3 (2005) classifica as ligações como rígida, semi-rígida e flexível em análise estrutural. As ligações flexíveis são assumidas como não transmitindo nenhum momento da viga para a coluna é dimensionada como sendo uma rótula perfeita e as ligações rígidas são consideradas resistindo o máximo momento fletor de engaste. No caso das ligações semi-rígidas que se encaixam entre as duas anteriores, deve se levar em conta a capacidade de rotação da ligação e sua resistência com dois critérios estabelecidos baseados na resistência da ligação e na sua rigidez.

Para classificar a ligação como rígida, semi-rígida ou flexível com os critérios de rigidez a ligação deve respeitar os seguintes valores.

Figura 13– Zonas de classificação



A zona 1 representa as ligações rígidas e para a ligação em estudo se enquadrar nesta zona ela deve ter sua rigidez de rotação inicial de acordo com o seguinte critério.

$$S_{j,ini} \geq k_b \frac{EI_b}{L_b} \quad (4)$$

Onde:

$k_b = 8$ para pórticos em que o sistema de contraventamento reduz o deslocamento horizontal em pelo menos 80%

$k_b = 25$ para outros pórticos, desde que em todos os pisos $K_b/K_c < 0,1$

K_b = valor médio de I_b/L_b para todas as vigas do nível acima deste andar

K_c = valor médio de I_c/L_c para todas as colunas desse andar

I_c = momento de inércia da seção da coluna

I_b = momento de inércia da viga

L_b = vão da viga (entre eixos das colunas)

L_c = altura da coluna

Ligações situadas na zona 3 são consideradas flexíveis e devem estar de acordo com o seguinte critério.

$$S_{j,ini} \leq 0,5 \frac{EI_b}{L_b} \quad (5)$$

Para pórticos em que $K_b/K_c < 0,1$, as ligações deverão ser consideradas como semi-rígidas.

As ligações que não se situarem entre os limites da zona 1 e zona 3 serão classificadas como ligações semi-rígidas.

Além de respeitar os critérios de rigidez as ligações também devem atender aos critérios de resistência, onde se classifica as ligações como ligações de resistência total, flexível ou resistência parcial.

De acordo com o Eurocode 3 (2005) as ligações flexíveis devem ser capazes de transmitir esforços sem gerar momentos de engaste significativos que possam afetar de modo desfavorável os elementos ou a estrutura no seu todo, devem ter capacidade de permitir as rotações resultantes das ações de cálculo, e também poderá ser classificada como flexível se o valor de cálculo do seu momento

resistente não for superior a 25% do valor de cálculo do momento resistente requerido de uma ligação de resistência total, desde que tenha uma capacidade de rotação suficiente.

Ligações de resistência total deverá ter o valor de cálculo de resistência pelo menos igual ao dos elementos ligados e deverá satisfazer os seguintes critérios.

No topo da coluna deverá ter atender a $M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd}$ e $M_{j,Rd} \geq M_{c,pl,Rd}$

Em um nível intermediário da coluna $M_{j,Rd} \geq M_{b,pl,Rd}$ e $M_{j,Rd} \geq 2M_{c,pl,Rd}$

Onde:

$M_{j,Rd}$ = valor de cálculo do momento resistente da ligação

$M_{c,pl,Rd}$ = valor de cálculo do momento plástico resistente da coluna

$M_{b,pl,Rd}$ = valor de cálculo do momento plástico resistente da viga

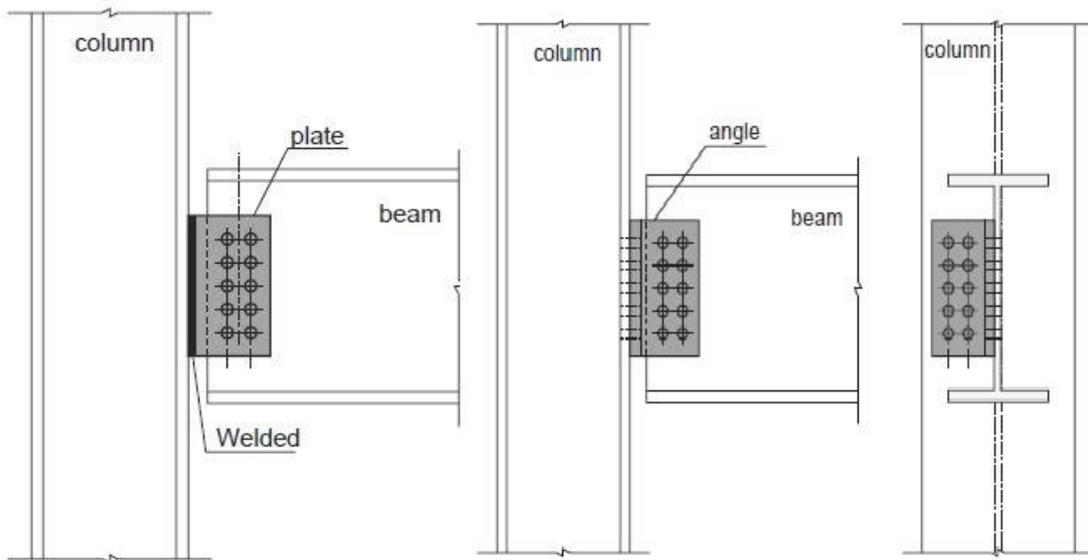
4.2 Disposições construtivas mais usuais

As ligações aqui apresentadas foram extensamente estudadas por diversos autores por serem as mais comumente utilizadas e em diversos trabalhos foram classificadas de acordo com sua rigidez.

4.2.1 Ligação com chapa ou cantoneira de alma única

Na ligação com cantoneira o perfil é parafusado ou soldado na coluna ou na viga, enquanto que em ligações com chapa, a chapa é soldada na coluna e parafusada na alma da viga. Geralmente, no dimensionamento destas conexões, a ligação com cantoneira única possui rigidez igual a aproximadamente metade da ligação com duas cantoneiras, e a ligação com chapa única possui rigidez igual ou superior a ligação de cantoneira única devido a um dos lados da chapa estar totalmente soldado a coluna, (CHEN et al, 2011).

Figura 14– Ligação com chapa ou cantoneira única

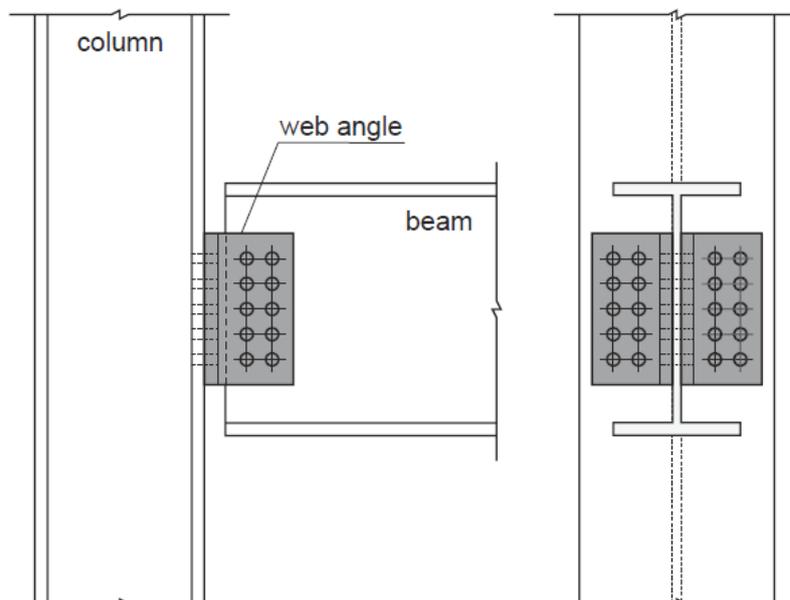


Fonte: CHEN et al, 2011

4.2.2 Ligação de cantoneira dupla

Ligações de cantoneira dupla consistem em duas cantoneiras soldadas ou parafusadas a alma da viga e a coluna, embora a rigidez deste tipo de ligação seja maior que das ligações com chapa ou cantoneira única a AISC (1989) a considera como uma ligação flexível e de acordo com Pfeil, (2009) este tipo de ligação é dimensionada para transmissão apenas do esforço cortante, sendo desprezado o momento fletor transmitido.

Figura 15– Ligação com dupla cantoneira de alma

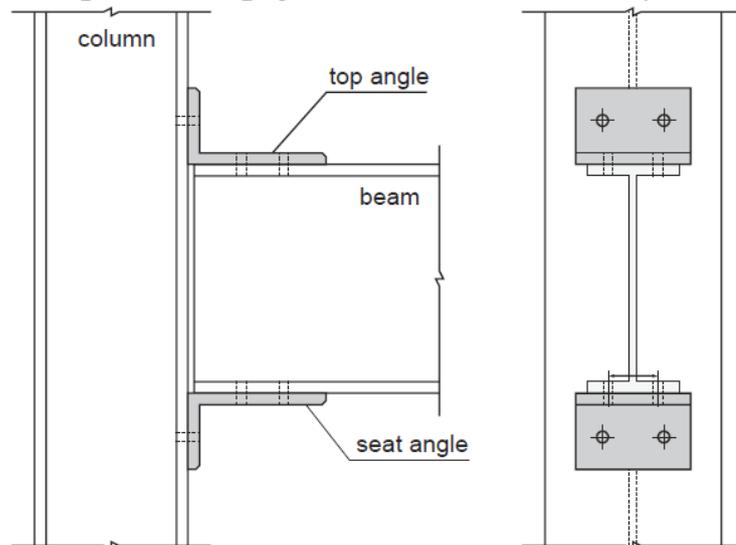


Fonte: CHEN et al, 2011

4.2.3 Ligação com cantoneiras de apoio

Neste tipo de ligação as cantoneiras são posicionadas na parte inferior e superior da viga e parafusadas ou soldadas a viga e a coluna. A cantoneira superior tem como principal função dar estabilidade superior a viga enquanto que a cantoneira inferior transmite a carga da viga para a coluna. De acordo com Chen et al (2011), este tipo de ligação também é capaz de transmitir uma quantidade significativa de momento à coluna.

Figura 16– Ligação com cantoneiras de apoio

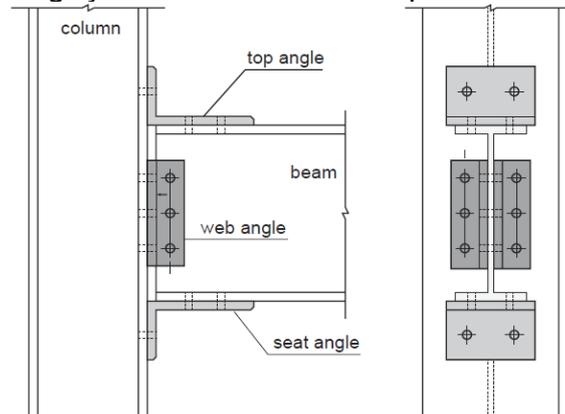


Fonte: CHEN et al, 2011

4.2.4 Ligação com cantoneira dupla de alma e de apoio

Este tipo de ligação é uma combinação entre a ligação de cantoneira dupla de alma e de cantoneiras de apoio, segundo Chen et al (2011), este tipo de ligação serve para melhorar a restrição a rotação entre a viga e a coluna e reforçar a transmissão de esforço cortante entre as duas.

Figura 17– Ligação com cantoneira dupla de alma e de apoio

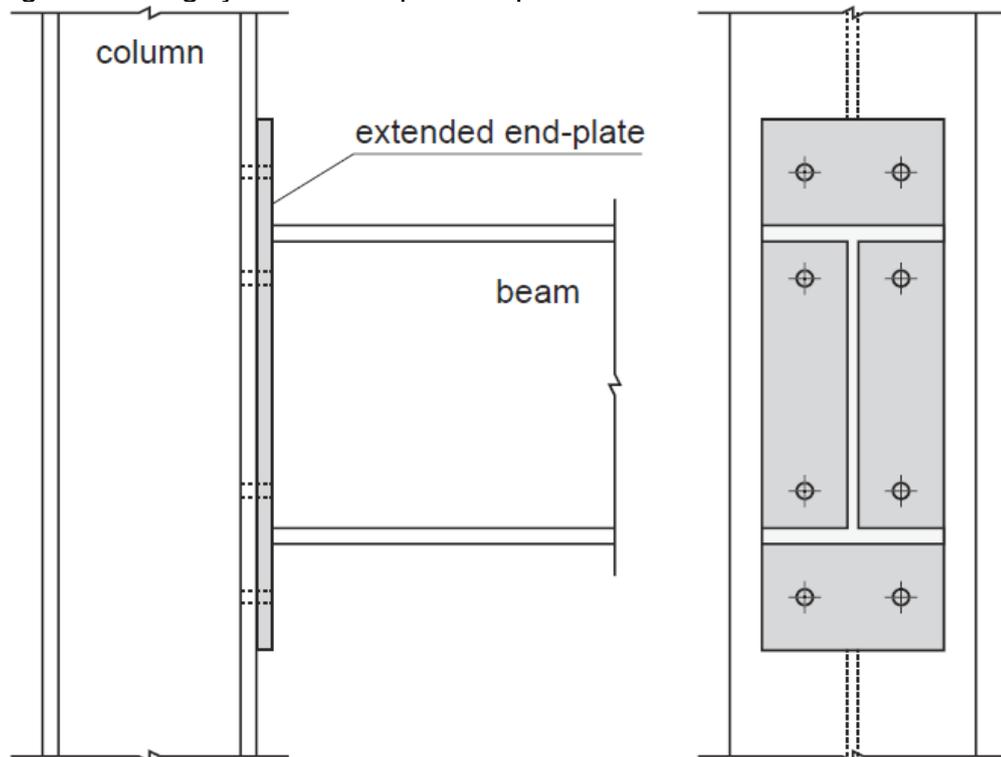


Fonte: CHEN et al, 2011

4.2.5 Ligações com chapa de topo

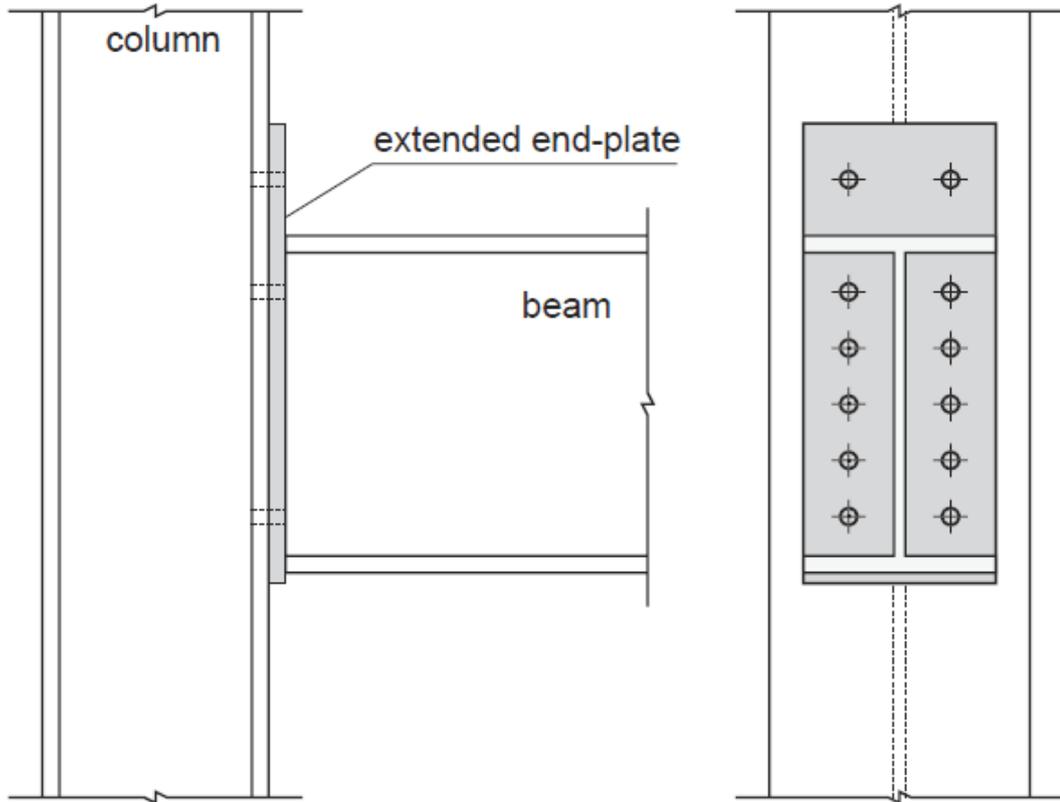
Em geral nas ligações com chapa de topo, as chapas são soldadas às extremidades da viga e posteriormente parafusadas à coluna, as chapas de topo podem ser estendidas tanto na parte comprimida e tracionada como na figura 18, ou apenas na parte tracionada como na figura 19, a chapa de topo também pode ser soldada somente à alma da viga sendo menor e utilizando menos material também facilitando a montagem, mas também reduzindo a restrição à rotação entre a viga e a coluna como mostrado na figura 20. De acordo com Chen et al (2011), algumas ligações com chapa de topo geralmente são consideradas como ligações rígidas.

Figura 18– Ligação com chapa de topo estendida em duas extremidades



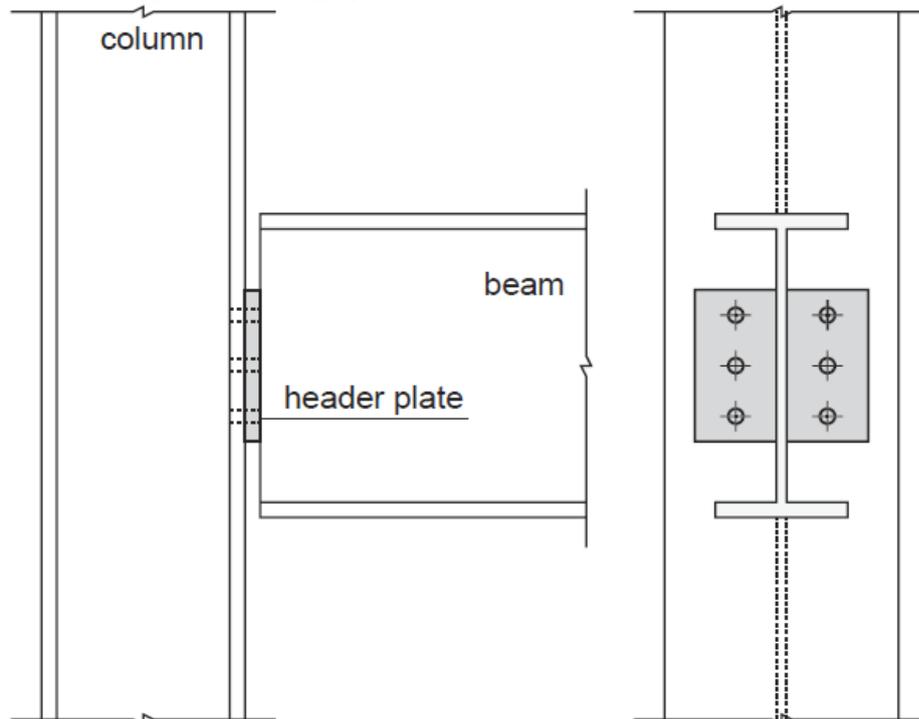
Fonte: CHEN et al, 2011

Figura 19– Ligação com chapa de topo estendida em uma extremidade



Fonte: CHEN et al, 2011

Figura 20– Ligação com chapa de topo reduzida

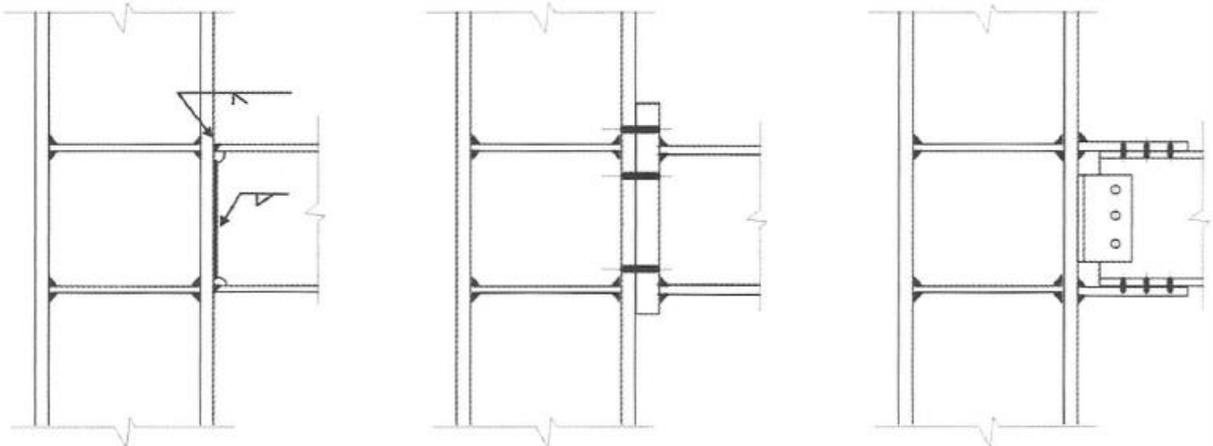


Fonte: CHEN et al, 2011

A ligação com chapa de topo estendida em ambos lados é utilizada em casos onde existe a possibilidade de inversão de momento devido a terremotos ou outros tipos de cargas cíclicas.

O comportamento deste tipo de ligação depende da rigidez da mesa da coluna na qual ela está conectada podendo ser necessário a utilização de enrijecedores ligando a alma e as duas mesas da coluna para evitar a deformação da mesa da coluna em contato com a alma como na figura 21.

Figura 21– Ligações com enrijecedores



Fonte: PFEIL, 2011

5. MODELOS DE ANÁLISE DE LIGAÇÕES

O método mais fácil para determinar o comportamento momento-rotação de ligações em situações praticas é através de modelos matemáticos semi-empíricos desenvolvidos com objetivo de criar expressões simples para a análise da estrutura mesmo quando ensaios reais não estão disponíveis.

5.1 Modelos lineares

Os modelos lineares são os mais simples para análise do comportamento de uma ligação levando em conta somente a rigidez inicial da ligação. Inicialmente desenvolvido por Rathbun (1936, apud Chan e Chui, 2000). A função é escrita na forma:

$$M = S_c^0 \theta_r \quad (6)$$

Onde S_c^0 é o valor constante da rigidez inicial da ligação. O valor pode ser determinado experimentalmente ou matematicamente através da função em relação à rigidez da viga, (Chan e Chui, 2000).

$$S_c^0 = \lambda \frac{4EI}{L} \quad (7)$$

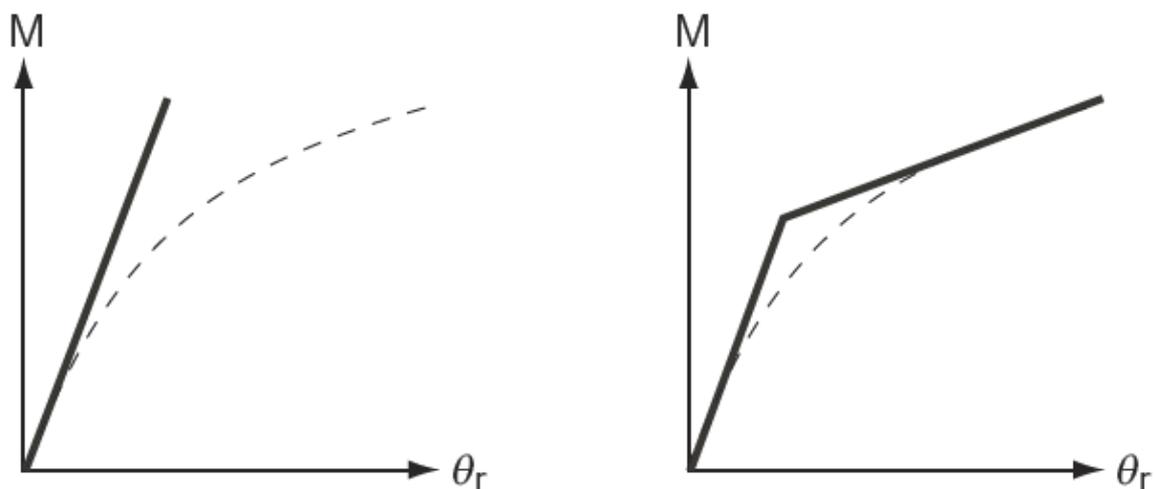
Nesta função λ indica o grau de flexibilidade da ligação.

O método só é aceitável quando o momento aplicado gerar apenas pequenos deslocamentos, em condições de estados limites últimos este método superestima a resistência da ligação.

O modelo linear representa bem o comportamento na ligação em condições onde o comportamento da ligação ainda é linear, a medida em que o carregamento aumenta e a rotação relativa aumenta de maneira não linear o erro do modelo também aumenta.

O método foi posteriormente alterado por outros autores para ser representado por duas linhas retas ou uma série de linhas para aproximar à uma curva experimental.

Figura 22– Método bi-linear e linear



Fonte: CHEN et al, 2011

5.2 Modelo polinomial

O método polinomial foi desenvolvido baseado em um método desenvolvido por Sommer (1969, apud Frye e Morris, 1975), o método de Sommer foi criado para determinar as características da curva momento-rotação para uma ligação com uma determinada configuração e posteriormente o método foi generalizado por Frye e Morris (1975) utilizando o método de mínimos quadrados com base em ensaios realizados por outros pesquisadores para se adequar a ligações com geometrias diferentes.

A equação em sua forma geral tem a seguinte forma:

$$\theta_r = \sum_{i=1}^{\infty} C_i(KM)^i \quad (8)$$

Onde θ_r representa a rotação da ligação em radianos, C é um valor constante de adequação á curva, K é um valor constante que leva em consideração as características geométricas da ligação analisada, M é o momento aplicado na ligação.

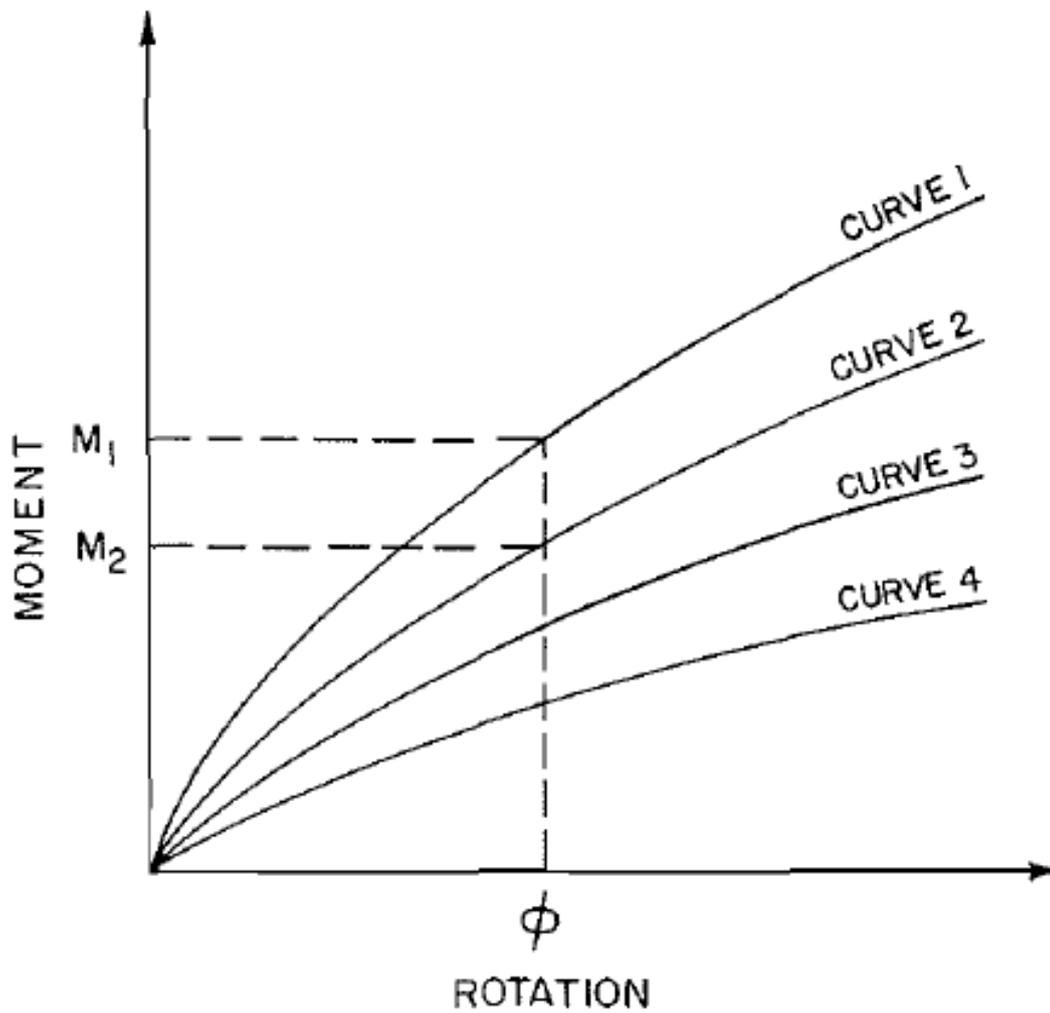
O valor de K pode ser calculado pela expressão:

$$K = \prod_{j=1}^m p_j^{a_j} \quad (9)$$

Onde p_j é o valor numérico do j-ésimo parâmetro de tamanho, a_j é um expoente adimensional no qual indica o efeito do j-ésimo parâmetro na relação momento-rotação, m é o número total de parâmetros de tamanho.

O cálculo dos expoentes a_j é feito considerando uma série de curvas momento-rotação obtidas experimentalmente para ligações idênticas cuja única diferença é o parâmetro p_j .

Figura 23 - Série de curvas idênticas



Fonte: Frye e Morris, 1975

Para um determinado par de curvas a relação entre o momento M_1 e M_2 para uma rotação tem a seguinte forma:

$$\frac{M_1}{M_2} = \left[\frac{p_{j2}}{p_{j1}} \right]^{a_j} \quad (10)$$

A equação é reescrita para determinar o valor de a_j :

$$a_j = \frac{\log(M_1/M_2)}{\log(p_{j2}/p_{j1})} \quad (11)$$

Após calcular os valores médios de a_j para todas as possíveis combinações de curvas momento-rotação, estes são expressos em um gráfico padronizado de momento-rotação na forma $KM-\theta$ e os valores das constantes restantes são calculados utilizando o método de mínimos múltiplos quadrados.

O método expressa a rotação relativa entre os membros da ligação pela equação seguinte:

$$\theta_r = C_1(KM) + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad (12)$$

A inclinação da reta é a rigidez tangente da curva momento-rotação e é calculada pela seguinte expressão, (Chan e Chui, 2000):

$$S_c = \frac{dM}{d\theta_r} = \frac{1}{C_1K + 3C_2K(KM)^2 + 5C_3K(KM)^4} \quad (13)$$

E a rigidez inicial da ligação sem carga aplicada é:

$$S^0 = \frac{dM}{d\theta_r} = \frac{1}{C_1K} \quad (14)$$

Onde K é um parâmetro de uniformização que depende das condições geométricas da ligação e C_1 , C_2 e C_3 são constantes para adequar-se a curva de momento-rotação. Os valores para os parâmetros da equação foram estimados e refinados por diversos autores e se encontram no quadro 1 e na figura 24.

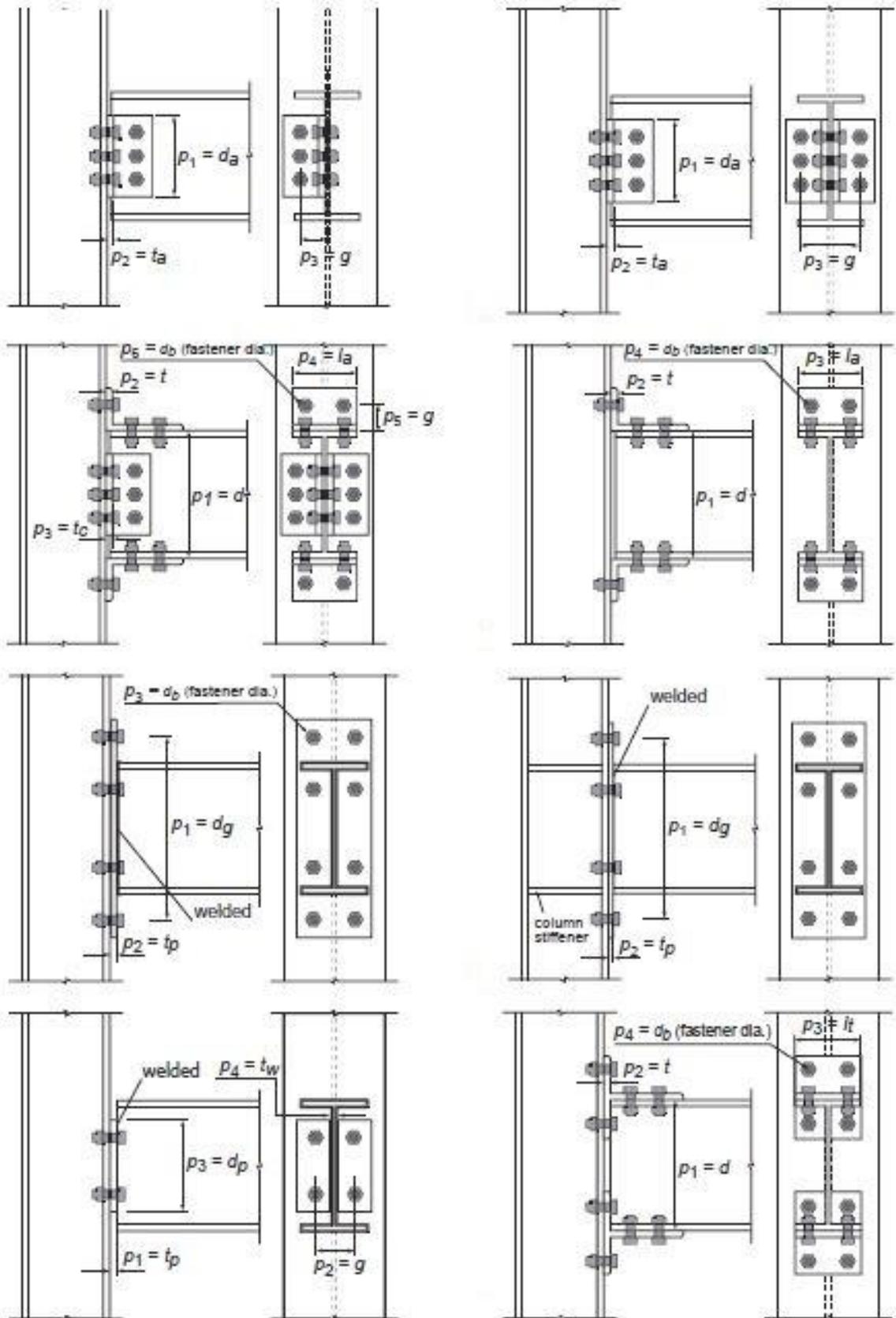
A vantagem deste modelo é o fato de não ser necessário nenhum dado experimental para se determinar a rotação relativa entre a viga e a coluna, a desvantagem deste método é que a rigidez da ligação pode ficar negativa para alguns valores de momento o que não é fisicamente possível.

Tabela 1 – Parâmetros de uniformização e parâmetros de forma (valores em centímetros)

Connection types	Curve-fitting constants	Standardization constants
Single web-angle connection	$C_1 = 1.67 \times 10^{-0}$ $C_2 = 8.56 \times 10^{-2}$ $C_3 = 1.35 \times 10^{-3}$	$K = d_a^{-2.4} t_a^{-1.81} g^{0.15}$
Double web-angle connection	$C_1 = 1.43 \times 10^{-1}$ $C_2 = 6.79 \times 10^1$ $C_3 = 4.09 \times 10^5$	$K = d_a^{-2.4} t_a^{-1.81} g^{0.15}$
Top- and seat-angle with double web-angle connection	$C_1 = 1.50 \times 10^{-3}$ $C_2 = 5.60 \times 10^{-3}$ $C_3 = 4.35 \times 10^{-3}$	$K = d^{-1.287} t^{-1.128} t_c^{-0.415} l_a^{-0.694} (g - d_b/2)^{1.350}$
Top- and seat-angle connection	$C_1 = 2.59 \times 10^{-1}$ $C_2 = 2.88 \times 10^3$ $C_3 = 3.31 \times 10^4$	$K = d^{-1.5} t^{-0.5} l_a^{-0.7} d_b^{-1.1}$
Extended end-plate connection without column stiffeners	$C_1 = 8.91 \times 10^{-1}$ $C_2 = -1.20 \times 10^4$ $C_3 = 1.75 \times 10^8$	$K = d_g^{-2.4} t_p^{-0.4} d_b^{-1.5}$
Extended end-plate connection with column stiffeners	$C_1 = 2.60 \times 10^{-1}$ $C_2 = 5.36 \times 10^2$ $C_3 = 1.31 \times 10^7$	$K = d_g^{-2.4} t_p^{-0.6}$
Header plate connection	$C_1 = 6.14 \times 10^{-3}$ $C_2 = 1.08 \times 10^{-3}$ $C_3 = 6.05 \times 10^{-3}$	$K = t_p^{-1.6} g^{1.6} d_p^{-2.3} t_w^{-0.5}$
T-stub connection	$C_1 = 6.42 \times 10^{-2}$ $C_2 = 1.77 \times 10^2$ $C_3 = -2.03 \times 10^4$	$K = d^{-1.5} t^{-0.5} l_t^{-0.7} d_b^{-1.1}$

Fonte: CHEN et al, 2011

Figura 24– Parâmetros de forma Frye e Morris



Fonte: CHEN et al, 2011

5.3 Modelos de potência

Diversos modelos de potência foram desenvolvidos por diversos autores utilizando poucos parâmetros obtidos experimentalmente, começando por Batho e Lash (1936), este modelo é o mais simples e é expresso na forma:

$$\theta_r = aM^b \quad (15)$$

Onde a e b são parâmetros para adequar a formula à curva momento-rotação experimental, com as restrições $a > 0$, e $b > 1$.

De acordo com Chen e Lui (1991), este modelo não apresenta resultados satisfatórios e não é recomendado para quando resultados precisos são necessários.

Colson e Louveau (1983), desenvolveram outro modelo utilizando três parâmetros para aproximação à curva com a seguinte forma:

$$\theta_r = \frac{|M|}{R_{ki}} \frac{1}{[1 - (|M/M_u|)^n]} \quad (16)$$

Onde R_{ki} é a rigidez inicial da ligação, M_u é o momento ultimo resistente da ligação, n é um parâmetro de forma da curva momento-rotação que pode ser determinado utilizando o método dos mínimos quadrados.

Kishi e Chen (1987) propuseram um método semelhante removendo o efeito do encruamento na rigidez do método proposto por Richard e Abott (1975 apud Chan e Chui, 2000).

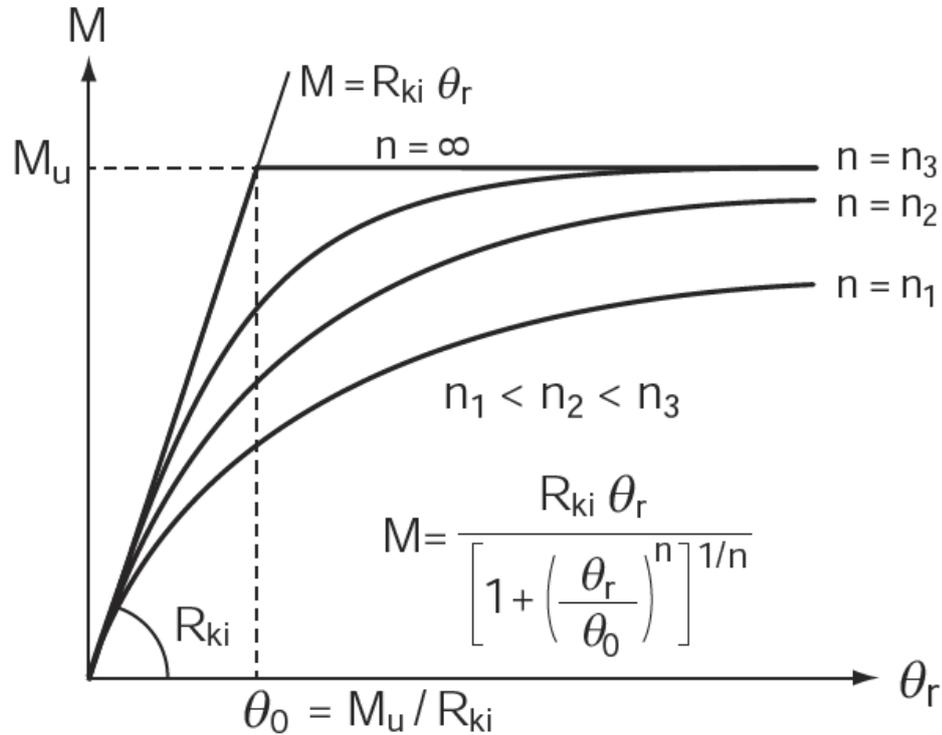
$$\theta_r = \frac{M}{R_{ki}\{1-(M/M_u)^n\}^{1/n}} \text{ ou } M = \frac{R_{ki}\theta_r}{\{1-(\theta_r/\theta_0)^n\}^{1/n}} \quad (17,18)$$

Os parâmetros utilizados neste modelo são os mesmos do modelo de Colson e Louveau, a diferença está no parâmetro θ_0 que é definido como sendo uma rotação plástica definida como M_u/R_{ki} .

E a rigidez tangente da ligação é calculada por:

$$R_k = \frac{dM}{d\theta_r} = \frac{R_{ki}}{\left\{1 + (\theta_r/\theta_0)^n\right\}^{(n+1)/n}} \quad (19)$$

Figura 25 – Método da potência



Fonte: CHEN et al, 2011

Ang e Morris (1984) desenvolveram um método de potência baseado em uma função criada por Ramberg e Osgood (1943) na forma:

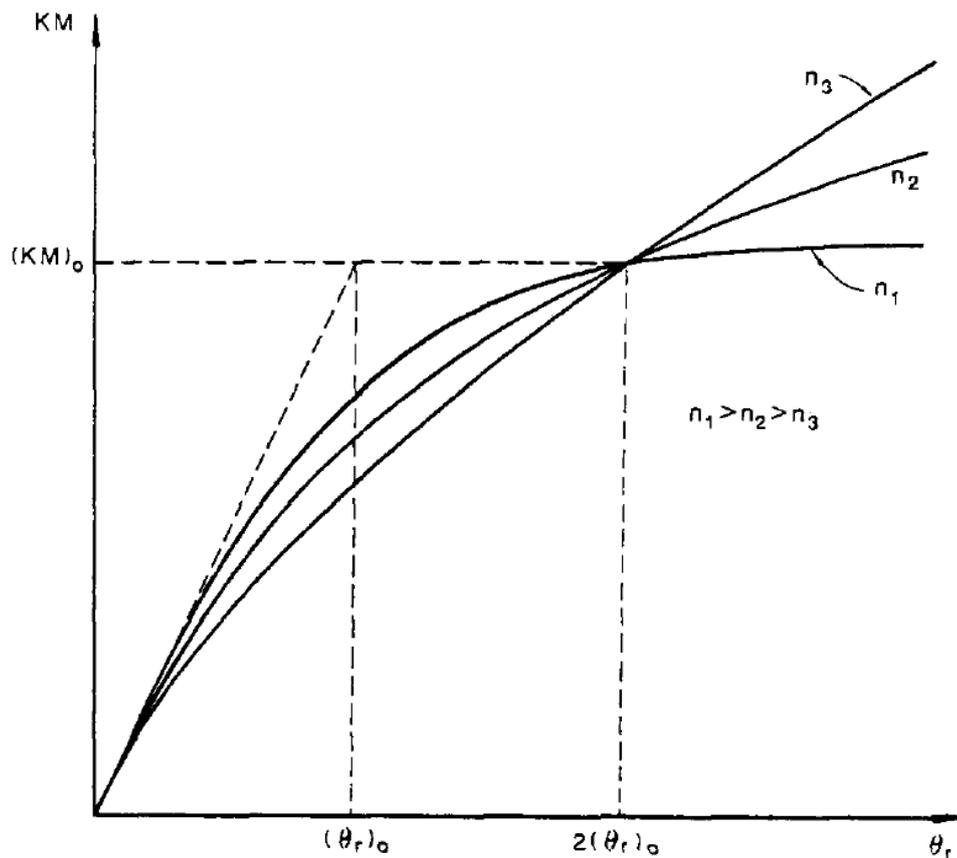
$$\frac{\theta}{(\theta_r)_0} = \frac{KM}{(KM)_0} \left[1 + \left(\frac{KM}{(KM)_0} \right)^{n-1} \right] \quad (20)$$

Onde \$(\theta_r)_0\$, \$(KM)_0\$, e \$n\$ são parâmetros definidos experimentalmente como mostra a figura 26.

Utilizando o mesmo método de generalização de Frye e Morris, Ang e Morris (1984) também desenvolveram equações para prever o comportamento da curva momento-rotação para cinco tipos de ligações utilizando o parâmetro simplificado \$K\$, as constantes de adequação à curva estão no quadro 2 e na figura 24.

Os modelos de potência possuem a vantagem de requererem poucos dados experimentais para se montar a curva momento-rotação da ligação, mas não existe uma forma de se determinar o valor da potência \$n\$, que deve ser obtido iterativamente.

Figura 26 – Parâmetros de forma Ang e Morris



Fonte: CHEN e LUI, 1991

Tabela 2 - Parâmetros de uniformização e parâmetros de forma do modelo de Ang e Morris (valores em polegadas)

Connection type	Curve-fitting constants	Standardization constant
Single web angle connection	$(\theta_r)_0 = 1.03 \times 10^{-2}$ $(KM)_0 = 32.75$ $n = 3.93$	$K = d_a^{-2.09} t_a^{-1.64} g^{2.06}$
Double web angle connection	$(\theta_r)_0 = 3.98 \times 10^{-3}$ $(KM)_0 = 0.63$ $n = 4.94$	$K = d_a^{-2.2} t_a^{0.08} g^{-0.28}$
Header plate connection	$(\theta_r)_0 = 7.04 \times 10^{-3}$ $(KM)_0 = 186.77$ $n = 4.32$	$K = d_p^{-2.41} t_p^{-1.54} g^{2.12} t_w^{-0.45}$
Top and seat angle connection	$(\theta_r)_0 = 5.17 \times 10^{-3}$ $(KM)_0 = 745.94$ $n = 5.61$	$K = d^{-1.06} t^{-0.54} l_a^{0.85} d_b^{-1.28}$
Strap angle connection	$(\theta_r)_0 = 4.58 \times 10^{-5}$ $(KM)_0 = 753.26$ $n = 5.98$	$K = h^{-0.059} t^{-0.85} \left(\frac{d}{b_r}\right)^{-1.06}$

Fonte: CHEN e LUI, 1991

5.4 Modelo exponencial modificado

O modelo exponencial modificado foi desenvolvido por Kishi e Chen (1986) para adaptar o modelo exponencial criado por Lui e Chen (1986) a mudanças bruscas na curva momento-rotação do modelo.

O modelo é representado pela seguinte função:

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^m C_j \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|\theta_r|}{2j\alpha}\right) \right\} + \sum_{k=1}^n D_k (|\theta_r| - |\theta_k|) H[|\theta_r| - |\theta_k|] \quad (21)$$

Onde M_0 , é o momento inicial na ligação, α é um fator de escala para garantir estabilidade numérica, C_j e D_k são parâmetros de adequação a curva, θ_k é a rotação inicial, e $H[\theta] = 1$ quando $\theta \geq 0$ ou 0 quando $\theta \leq 0$.

As constantes C_j e D_k são calculadas por regressão linear.

6. ANÁLISE DE ESTRUTURAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

Devido a redução da rigidez das ligações, as estruturas metálicas acabam tendo um comportamento diferente da forma como são geralmente analisadas em aplicações práticas de engenharia, considerando as ligações como completamente rígidas ou completamente flexíveis.

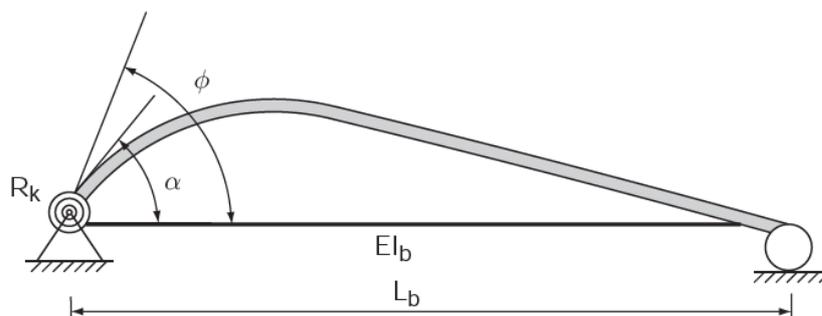
6.1 Análise de vigas com ligações semi-rígidas

Com base nos dados obtidos com modelos apresentados é possível determinar o fator de firmeza para se levar em conta a rigidez da ligação na análise de comportamento global da estrutura. O efeito da flexibilidade é levado em conta utilizando-se molas rotacionais nas extremidades dos membros ligados com rigidez \bar{R}_k .

$$\eta = \frac{\alpha}{\theta} = \frac{1}{1 + \frac{3}{\bar{R}_k}} \quad (22)$$

Onde α é a rotação do membro conectado, θ é a rotação do membro e da ligação devido a um momento unitário na extremidade da viga, $\bar{R}_k = R_k L_b / EI_b$, \bar{R}_k é a rigidez adimensional da ligação. O valor de η sempre cairá entre 0 e 1, o valor 0 representa uma ligação flexível com nenhuma restrição ao momento fletor aplicado, o valor de 1 representa uma ligação completamente rígida que absorve todo o momento fletor.

Figura 27 - Análise de viga com ligação semi-rígida



Fonte: CHEN et al, 2011

Com o valor calculado para η se calcula o fator de rigidez para cada viga semi-rígida e o fator de distribuição de momento com as equações:

$$K_{ij} = \left(\frac{12\eta_i}{4 - \eta_i\eta_j} \right) \frac{EI_b}{L_b} \quad (23)$$

$$K_{ji} = \left(\frac{12\eta_j}{4 - \eta_i\eta_j} \right) \frac{EI_b}{L_b} \quad (24)$$

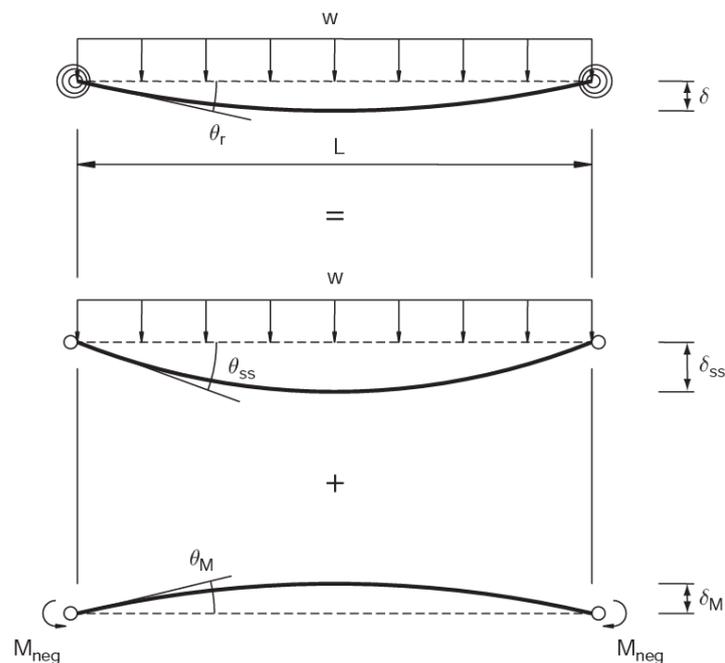
$$DF_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sum K_{ij}} \quad (25)$$

Para vigas com ligações idênticas em ambas extremidades as equações resultam em $K_{ji} = K_{ij}$.

Considerando-se uma viga bi rotulada e comparando-a com uma viga com apoios semi-rígidos é possível calcular o momento no engaste para uma ligação com rigidez conhecida utilizando o princípio de superposição de cargas.

Na figura 28 a primeira viga possui ligações semi-rígidas e o termo θ_r representa a rotação relativa entre a viga e a coluna, a segunda viga possui ligações flexíveis onde não possui nenhuma restrição ao momento, θ_{ss} representa a rotação da extremidade da viga. A terceira demonstra o efeito da reação no engastamento da primeira viga, θ_M é a rotação da extremidade da viga devido ao momento de engastamento.

Figura 28 - Efeito de carregamento em viga com ligação semi-rígida



O equilíbrio dos efeitos requer que a seguinte expressão seja satisfeita:

$$\theta_r = \theta_{ss} + \theta_M \quad (26)$$

A rotação relativa depende da rigidez da ligação e do momento aplicado a ela.

$$\theta_r = \frac{M_{neg}}{R_k} \quad (27)$$

As rotações nas extremidades da viga são calculadas com as seguintes equações:

$$\theta_{ss} = \frac{wL_b^3}{24EI_b} \quad (28)$$

$$\theta_M = \frac{-M_{neg}}{2EI_b} \quad (29)$$

Resolvendo as equações para M_{neg} resulta em:

$$M_{neg} = \frac{2\bar{R}_k}{3(\bar{R}_k + 2)} M_{ss} \quad (30)$$

Onde $M_{ss} = wL_b^2/8$ é o momento máximo no meio do vão devido a carga distribuída em uma viga bi rotulada.

Com M_{neg} calculado é possível determinar o momento positivo atuando no centro da viga fazendo:

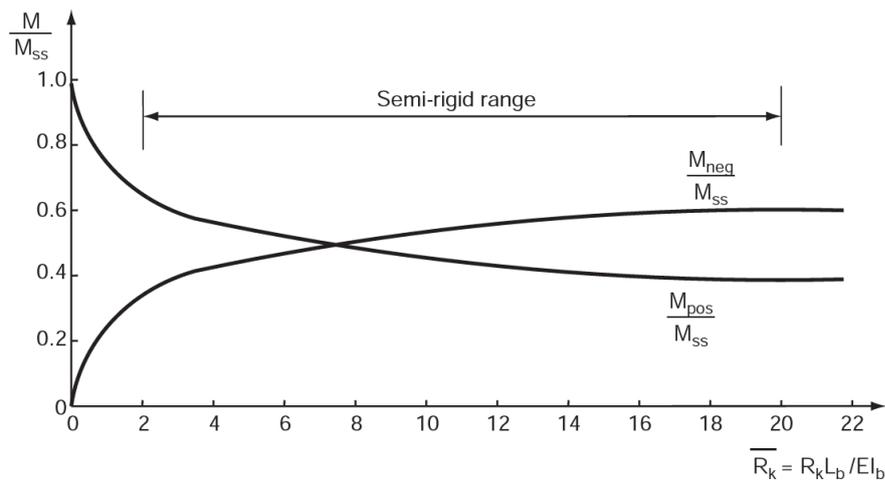
$$M_{pos} = M_{ss} - M_{neg} \quad (31)$$

Que resulta em:

$$M_{pos} = \left(\frac{\bar{R}_k + 6}{3\bar{R}_k + 6} \right) M_{ss} \quad (32)$$

As equações 30 e 32 podem ser plotadas em um gráfico para visualizar a distribuição do momento em função do valor de \bar{R}_k .

Figura 29 - Distribuição do momento fletor em função da rigidez da ligação



Fonte: CHEN et al, 2011

No gráfico os valores de \bar{R}_k situados entre 0,667 e 0,333 são considerados como ligações semi-rígidas, isto é, o momento restringido fica entre 80 e 20% do momento fletor se comparado a uma ligação completamente rígida.

De acordo com Chen et al (2011), para otimização no uso da viga o ideal seria que $M_{pos} = M_{neg} = 0,5M_{SS}$, essa condição aparece na figura 29 com a intersecção das curvas.

Assim como a rigidez da ligação reduz o momento máximo atuante na viga a deflexão máxima também é reduzida. Seguindo a mesma formulação anterior para M_{neg} , se calcula o valor da deflexão δ .

$$\delta = \left(\frac{\bar{R}_k + 10}{5\bar{R}_k + 10} \right) \delta_{SS} \quad (33)$$

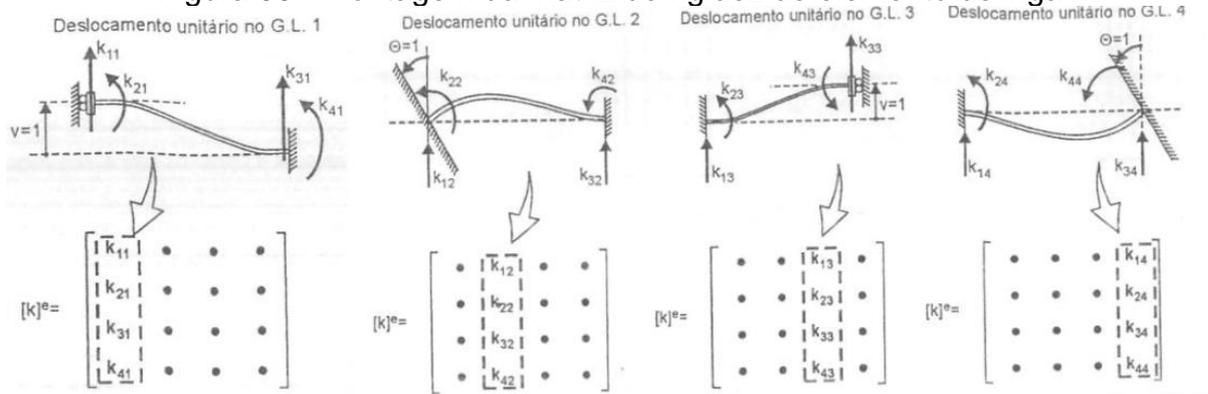
6.2 Análise de pórticos

A análise é feita utilizando o método da rigidez direta para se determinar a matriz de rigidez de cada elemento e posteriormente determinando a matriz de rigidez global da estrutura.

Para se determinar a matriz de rigidez de cada elemento se impõe um deslocamento unitário em um dos graus de liberdade mantendo os demais restringidos e se contabiliza as forças geradas nos demais graus de liberdade do elemento, são estes os coeficientes da matriz de rigidez.

Considerando-se apenas os coeficientes de rigidez de um elemento de viga com dois graus de liberdade por nó se calcula os coeficientes da matriz de rigidez para os esforços referentes à rigidez na flexão.

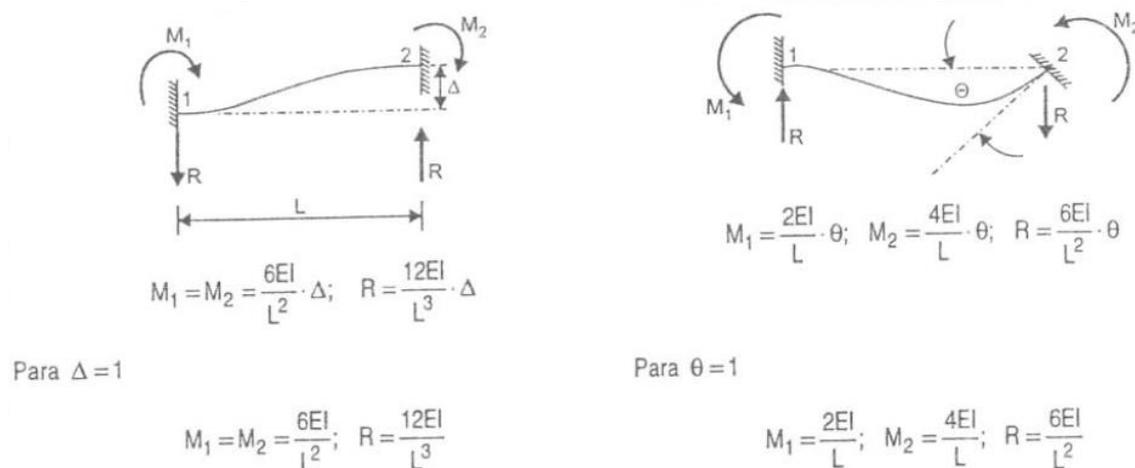
Figura 30 - Montagem da matriz de rigidez de elemento de viga



Fonte: Filho, 2005

E os valores os coeficientes da matriz de rigidez são calculados com a utilização do conceito de energia de deformação que é armazenada dentro do elemento enquanto se deforma devido aos carregamentos atuantes.

Figura 31 - Cálculo dos coeficientes da matriz de rigidez



Para $\Delta = 1$

$$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{L^2}; \quad R = \frac{12EI}{L^3}$$

Para $\theta = 1$

$$M_1 = \frac{2EI}{L}; \quad M_2 = \frac{4EI}{L}; \quad R = \frac{6EI}{L^2}$$

Fonte: Filho, 2005

A matriz do elemento de viga com dois graus de liberdade por nó fica na seguinte forma:

$$[k]^e = \begin{bmatrix} k_{11} = \frac{12EI}{L^3} & k_{12} = \frac{6EI}{L^2} & k_{13} = \frac{-12EI}{L^3} & k_{14} = \frac{6EI}{L^2} \\ k_{21} = \frac{6EI}{L^2} & k_{22} = \frac{4EI}{L} & k_{23} = \frac{-6EI}{L^2} & k_{24} = \frac{2EI}{L} \\ k_{31} = \frac{-12EI}{L^3} & k_{32} = \frac{-6EI}{L^2} & k_{33} = \frac{12EI}{L^3} & k_{34} = \frac{-6EI}{L^2} \\ k_{41} = \frac{6EI}{L^2} & k_{42} = \frac{2EI}{L} & k_{43} = \frac{-6EI}{L^2} & k_{44} = \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Para a aplicação em pórticos a matriz de rigidez precisa ser somada com a matriz de rigidez axial de barras para se contabilizar os esforços horizontais atuantes na estrutura nos deslocamentos.

$$[k]^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad (35)$$

A matriz de viga com 3 graus de liberdade por nó fica na seguinte forma:

$$[k]^e = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (36)$$

E a matriz de rigidez dos elementos de coluna é expressa na forma:

$$[k]^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{-AE}{L} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{-AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (37)$$

A matriz de rigidez global da estrutura é montada somando-se os coeficientes das matrizes de cada elemento ligados pelos mesmos nós.

A equação para calcular os deslocamentos nodais do elemento é escrita simbolicamente na forma:

$$(f) = [k]^e \cdot (d) \quad (38)$$

Onde o vetor (f) contém as forças aplicadas nos graus de liberdade da estrutura, a matriz $[k]^e$ contém os coeficientes de rigidez do elemento e o vetor (d) são os deslocamentos nodais da estrutura devido ao carregamento, em casos práticos de análise, os deslocamentos são as incógnitas do problema e as forças atuantes na estrutura são conhecidas. Portanto é possível calcular os deslocamentos nodais multiplicando a inversa da matriz de rigidez pelo vetor de forças.

$$(f) \cdot [k]^{-1} = (d) \quad (39)$$

Para calcular os deslocamentos no interior do elemento utiliza-se a derivada segunda das equações de interpolação:

$$[B] = \frac{d^2[N]}{dx^2} = \left[\left(\frac{-6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \right) \left(\frac{-4}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \left(\frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \right) \left(\frac{-2}{L} + \frac{6x}{L^2} \right) \right] \quad (40)$$

Onde L determina o comprimento do elemento e x o ponto a determinar o deslocamento.

E o momento calcula-se com a equação:

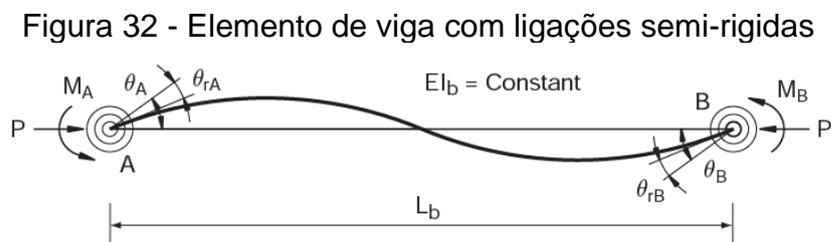
$$M = EIv'' = EI[B(x) \cdot (d)] \quad (41)$$

Para elementos com cargas distribuídas soma-se o momento referente a carga distribuída.

$$M = \frac{qL^2}{12} \left(1 - \frac{6x}{L} + 6 \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right) \quad (42)$$

6.2.1 Efeito de ligações semi-rígidas no comportamento global

Ao se levar em conta a flexibilidade da ligação em uma análise geralmente se torna um processo iterativo devido a não-linearidade da relação entre momento-rotação da ligação. A escolha do melhor modelo para análise depende de acordo com a necessidade. Em alguns casos é possível modelar as ligações como molas rotacionais com rigidez constante. De acordo com CHEN (et al, 2011) A suposição de comportamento linear em ligações é aceitável em análises de estados limites de serviço, onde as deformações esperadas são pequenas, nos casos onde deve-se verificar a ligação em estados limites últimos é necessário utilizar um modelo não-linear.



Fonte: CHEN et al, 2011

Considerando-se o elemento de viga sujeito aos momentos na extremidade M_A e M_B , e uma força axial P , com ligações modeladas como molas rotacionais nas extremidades. Indicando R_{kiA} e R_{kiB} como a rigidez inicial das extremidades A e B, a rotação relativa pode ser expressada como:

$$\theta_{rA} = \frac{M_A}{R_{kiA}}, \theta_{rB} = \frac{M_B}{R_{kiB}} \quad (43,44)$$

Indicando θ_A e θ_B como as rotações nas extremidades da viga, as equações de deflexão-inclinação para o elemento de viga modificado pela presença de ligações semi-rígidas é expressa como:

$$M_A = \frac{EI_b}{L_b} [s_{ii}^* \theta_A + s_{ij}^* \theta_B] \quad (45)$$

$$M_B = \frac{EI_b}{L_b} [s_{ji}^* \theta_A + s_{jj}^* \theta_B] \quad (46)$$

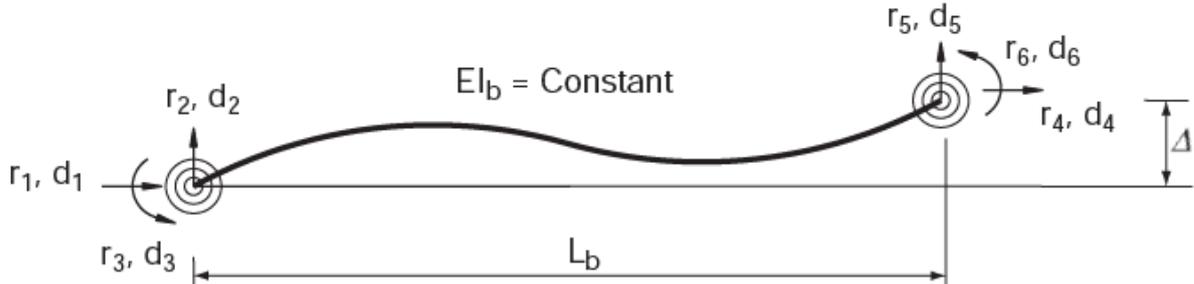
Considerando a carga axial como sendo desprezível, as equações de equilíbrio são descritas pelas seguintes expressões:

$$s_{ii}^* = \left[4 + \frac{12EI_b}{L_b R_{kiB}} \right] / \left[\left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiA}} \right) \left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiB}} \right) - \left(\frac{EI_b}{L_b} \right)^2 \frac{4}{R_{kiB} R_{kiA}} \right] \quad (47)$$

$$s_{jj}^* = \left[4 + \frac{12EI_b}{L_b R_{kiA}} \right] / \left[\left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiA}} \right) \left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiB}} \right) - \left(\frac{EI_b}{L_b} \right)^2 \frac{4}{R_{kiB} R_{kiA}} \right] \quad (48)$$

$$s_{ij}^* = s_{ji}^* = 2 / \left[\left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiA}} \right) \left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiB}} \right) - \left(\frac{EI_b}{L_b} \right)^2 \frac{4}{R_{kiB} R_{kiA}} \right] \quad (49)$$

Figura 33 - Graus de liberdade e deslocamentos do elemento de viga



Fonte: CHEN et al, 2011

A matriz de rigidez resultante contabilizando o efeito da mola rotacional nas extremidades da viga é expressa na seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \end{pmatrix} = \frac{EI_b}{L_b} \begin{bmatrix} \frac{A}{I_b} & & & -\frac{A}{I_b} & & \\ & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ & \frac{(s_{ii}^* + 2s_{ij}^* + s_{jj}^*)}{L_b^2} & \frac{(s_{ii}^* + s_{ij}^*)}{L_b} & & 0 & -\frac{(s_{ii}^* + 2s_{ij}^* + s_{jj}^*)}{L_b^2} & \frac{(s_{ij}^* + s_{jj}^*)}{L_b} \\ & & s_{ii}^* & & 0 & -\frac{(s_{ii}^* + s_{ij}^*)}{L_b} & s_{ij}^* \\ & & & & \frac{A}{I_b} & & 0 \\ & & & & & \frac{(s_{ii}^* + 2s_{ij}^* + s_{jj}^*)}{L_b^2} & -\frac{(s_{ij}^* + s_{jj}^*)}{L_b} \\ & & & & & & s_{jj}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix}$$

Simétrico

As equações de s_{ii}^* , s_{jj}^* , s_{ij}^* e s_{ji}^* alteram os valores do momento de engastamento perfeito na viga à medida em que se aumenta o valor de R_{ki} até um valor tendendo ao infinito o valor dos coeficientes se iguala ao valor de uma matriz rígida, e para valores muito baixos de R_{ki} os coeficientes referentes a rigidez a flexão da viga tende a 0, e a viga se comporta como uma barra bi rotulada possuindo apenas rigidez axial.

O momento fletor aplicado no vetor de cargas nodais equivalentes deve ser calculado pela equação 30.

7. METODOLOGIA

O objetivo deste trabalho é avaliar os modelos existentes para determinação da rigidez de ligações em estruturas metálicas para fins de uso prático visto que a utilização de softwares de cálculo com o método dos elementos finitos em três dimensões ainda não é tão difundida para cálculo de edificações.

Para isso foi utilizado um modelo de cálculo semelhante ao modelo aplicado por softwares disponíveis no mercado com a utilização de elementos finitos de barras com seis graus de liberdade modificados pela presença de uma mola rotacional nas extremidades da viga para simular a perda de rigidez na ligação. A rigidez da mola foi calculada utilizando os modelos polinomial, de potência, e exponencial e introduzidos nas equações de estabilidade.

O modelo apresentado no capítulo anterior com a matriz de rigidez modificada por uma mola rotacional foi aplicado em um pórtico plano de dois pavimentos para ilustrar o efeito que se teria em uma estrutura metálica com o uso de ligações semi-rígidas.

A matriz de rigidez global da estrutura se encontra no anexo A.

Como forma de comparação foram utilizados dados experimentais de outros autores que realizaram ensaios com diversos tipos de ligações com objetivo de determinar o seu comportamento perante os esforços. Disponíveis na referência CHEN (et al, 2011), o banco de dados montado com os resultados experimentais de diversos autores.

8. RESULTADOS E ANÁLISES

Os dados utilizados são de ligações com dupla cantoneira de alma e chapa de topo estendida, estas são ligações com comportamento geralmente considerado como sendo completamente rígidas ou completamente flexíveis para aplicações práticas de engenharia.

Com o objetivo de demonstrar a distribuição dos esforços com a variação da rigidez da ligação fez-se uso de dois carregamentos diferentes correspondentes a uma carga considerada como carregamento em serviço da estrutura contabilizando 40% do momento último da ligação dos dados utilizados e 90% do momento último da ligação como um carregamento próximo ao estado limite último. Além da carga distribuída foram adicionadas cargas horizontais pontuais na lateral do pórtico como indicado na figura 34, com valores de 15KN para o carregamento em serviço e 30KN para o carregamento último.

Os pórticos e ligações foram modelados com as mesmas características físicas e geométricas dos perfis e aços utilizados nos experimentos.

No pórtico rígido foi utilizado o perfil W610x165 para as vigas com área da seção transversal de $0,0197m^2$ e momento de inércia no eixo x de $1,291811 \cdot 10^{-3}m^4$, para as colunas foram utilizados perfis W310x158 com área de seção transversal de $0,0201m^2$ e momento de inércia no eixo x de $3,892 \cdot 10^{-4}m^4$.

Para o pórtico flexível foi utilizado para as colunas e vigas o perfil W610x113 com área da seção transversal de $0,0145m^2$ e momento de inércia no eixo x de $8,75684 \cdot 10^{-4}m^4$. Foi utilizado o valor padrão da NBR 8800 (2008) de módulo de elasticidade para todos os perfis de 200GPa.

A tabela 3 contém os dados experimentais disponíveis em CHEN (et al, 2011), e os gráficos das figuras 35 e 36 contém os demonstram o comportamento da curva momento-rotação das ligações com os modelos polinomial, exponencial, e o modelo de potência de Kishi e Chen (1987).

Os carregamentos aplicados ao pórtico foram calculados considerando-se as ligações como rígidas e calculando o carregamento distribuído utilizando a equação $q = 12M/l^2$.

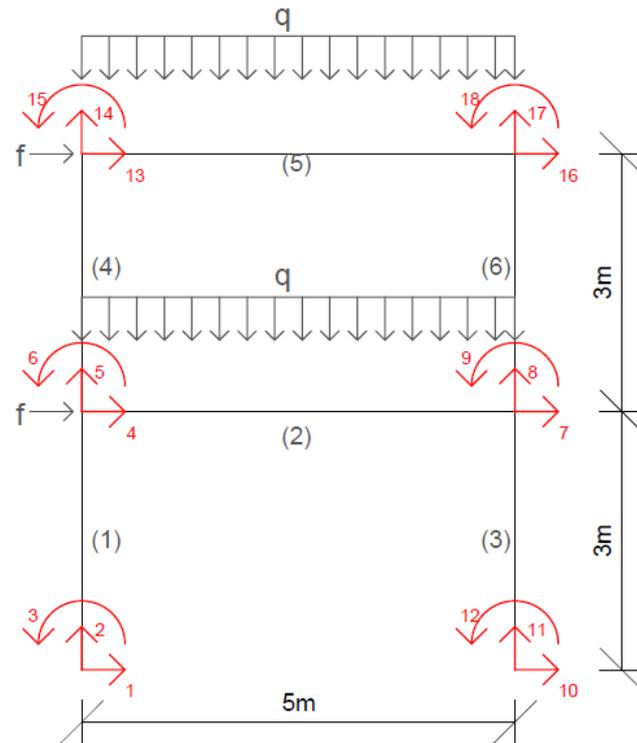
Para o pórtico com ligações flexíveis foram utilizados carregamentos distribuídos de 51 KN/m para o carregamento de serviço e 100 KN/m para o carregamento último, para o pórtico com ligações rígidas os carregamentos foram de 240 KN/m para o carregamento de serviço e 480KN/m para o carregamento último.

Além disso foram aplicadas forças horizontais concentradas de 15 KN e 30 KN para os carregamentos de serviço e último respectivamente.

Tabela 3 - Dados experimentais utilizados

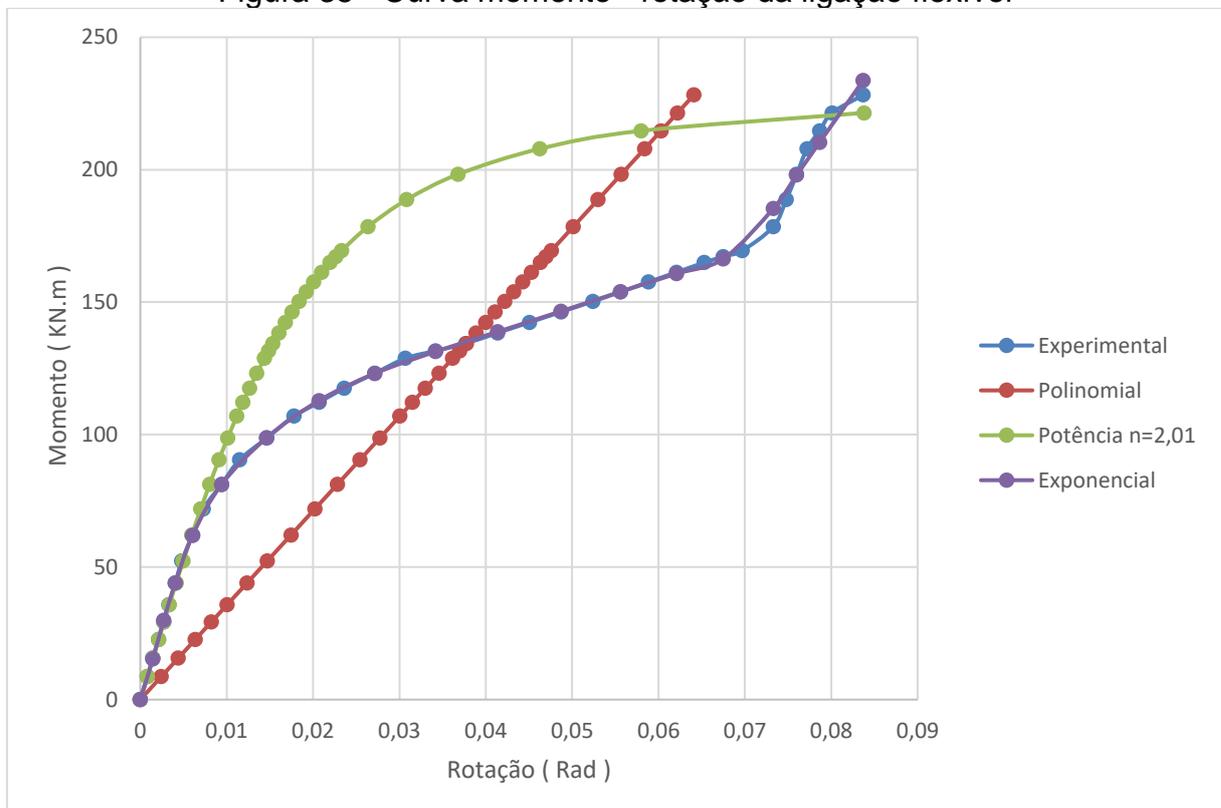
Ligação flexível	M(KN.m)	Θ (rad)	Ligação Rígida	M(KN.m)	Θ (rad)
1	0,000	0	1	0,000	0
2	8,655	0,0008	2	38,816	0,00003
3	15,682	0,00145	3	77,632	0,00006
4	22,710	0,0021	4	116,447	0,00009
5	29,263	0,0027	5	162,431	0,00014
6	35,816	0,0033	6	208,415	0,00019
7	44,064	0,00405	7	254,399	0,00024
8	52,312	0,0048	8	304,112	0,00036
9	62,142	0,00605	9	353,825	0,00047
10	71,971	0,0073	10	407,675	0,00063
11	81,236	0,0094	11	461,525	0,0008
12	90,501	0,0115	12	500,857	0,00096
13	98,749	0,01465	13	540,189	0,00113
14	106,997	0,0178	14	579,523	0,0013
15	112,194	0,0207	15	629,629	0,00156
16	117,504	0,0236	16	679,734	0,00183
17	123,153	0,02715	17	727,284	0,00215
18	128,803	0,0307	18	774,834	0,00248
19	131,627	0,0342	19	817,565	0,00286
20	134,452	0,0377	20	860,295	0,00325
21	138,406	0,04138	21	890,723	0,0036
22	142,361	0,04505	22	921,150	0,00394
23	146,315	0,04873	23	951,189	0,00434
24	150,270	0,0524	24	981,228	0,00474
25	153,885	0,05562	25	1013,842	0,00528
26	157,614	0,05885	26	1051,953	0,00615
27	161,286	0,06208	27	1078,710	0,00677
28	164,958	0,0653	28	1105,848	0,00752
29	167,217	0,0675	29	1119,608	0,00795
30	169,477	0,0697	30	1142,531	0,0088
31	178,516	0,0733			
32	188,685	0,0748			
33	198,288	0,076			
34	207,892	0,0772			
35	214,671	0,07865			
36	221,450	0,0801			
37	228,229	0,0837			

Figura 34 - Modelo discreto do pórtico analisado



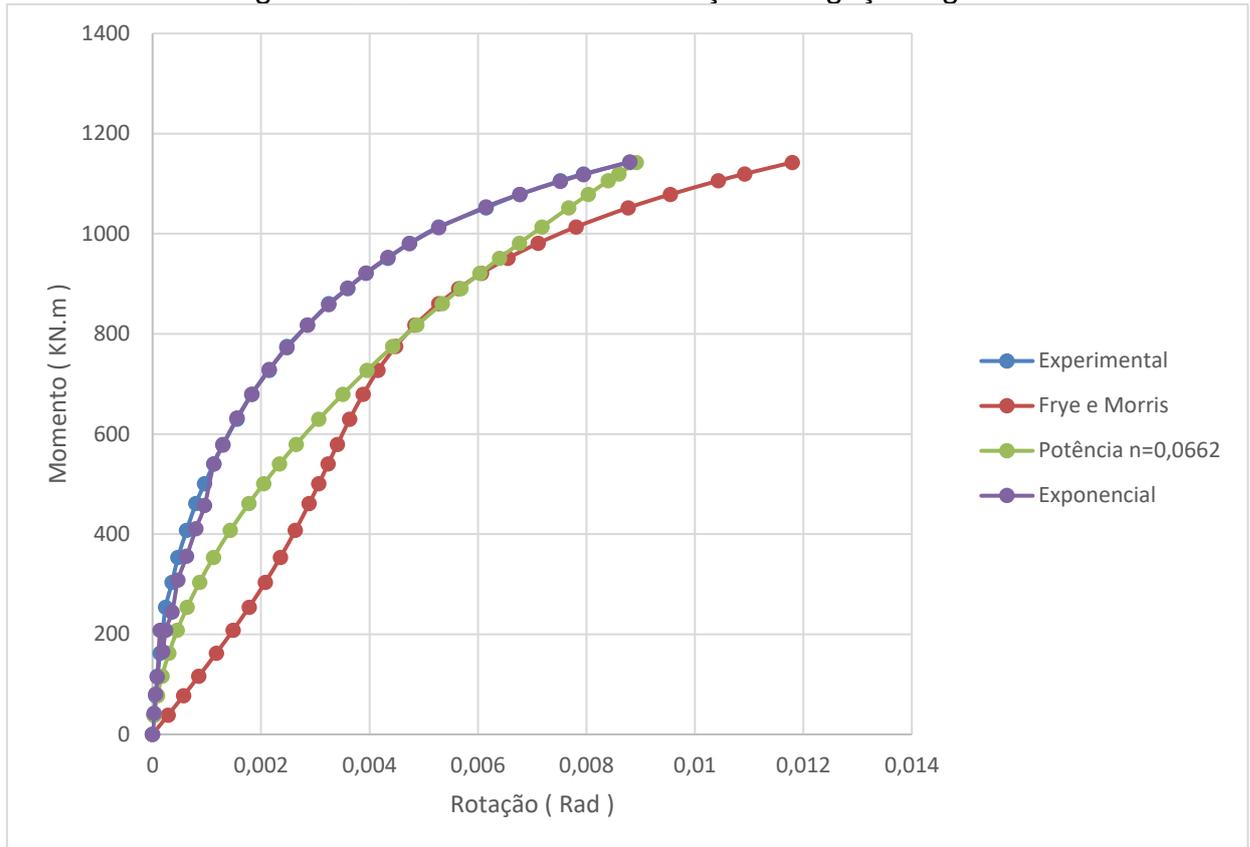
Fonte: Autor, 2019

Figura 35 - Curva momento - rotação da ligação flexível



Fonte: Autor, 2019

Figura 36 - Curva momento - rotação da ligação rígida



Fonte: Autor, 2019

8.1 Pórtico analisado com ligação flexível

Como forma de comparação foram calculados os pórticos com a rigidez obtida pelos modelos citados acima, devido a precisão obtida do comportamento momento-rotação pelo modelo exponencial, não foram calculados os pórticos utilizando valores de rigidez da ligação com os dados experimentais.

As tabelas 4 e 5 contêm os valores de rigidez utilizados para o cálculo dos pórticos em sua respectiva composição de carregamento.

Tabela 4 – Valores de rigidez utilizados para a ligação flexível

Carregamento	MODELO		
	Polinomial (N.m/rad)	Potência (N.m/rad)	Exponencial (N.m/rad)
Serviço	3560388,695	9571785,419	5452579,738
Último	3560224,702	4493965,595	2673637,811

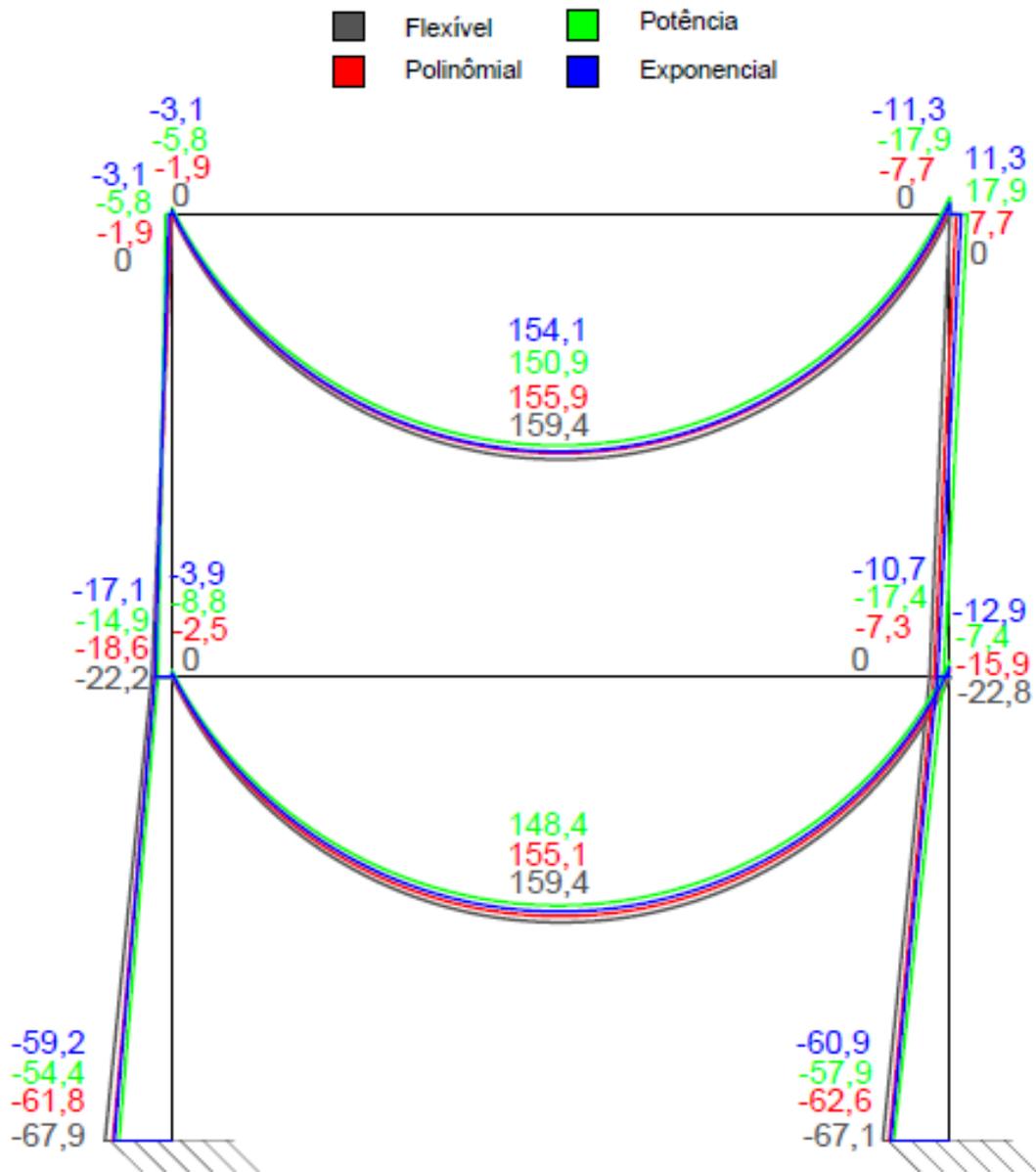
Fonte: Autor, 2019

Tabela 5 – Valores de rigidez utilizados para a ligação rígida

Carregamento	MODELO		
	Polinomial (N.m/rad)	Potência (N.m/rad)	Exponencial (N.m/rad)
Serviço	163304016,5	244140006,4	476496811,2
Último	129750349,6	141190610,6	191722323,8

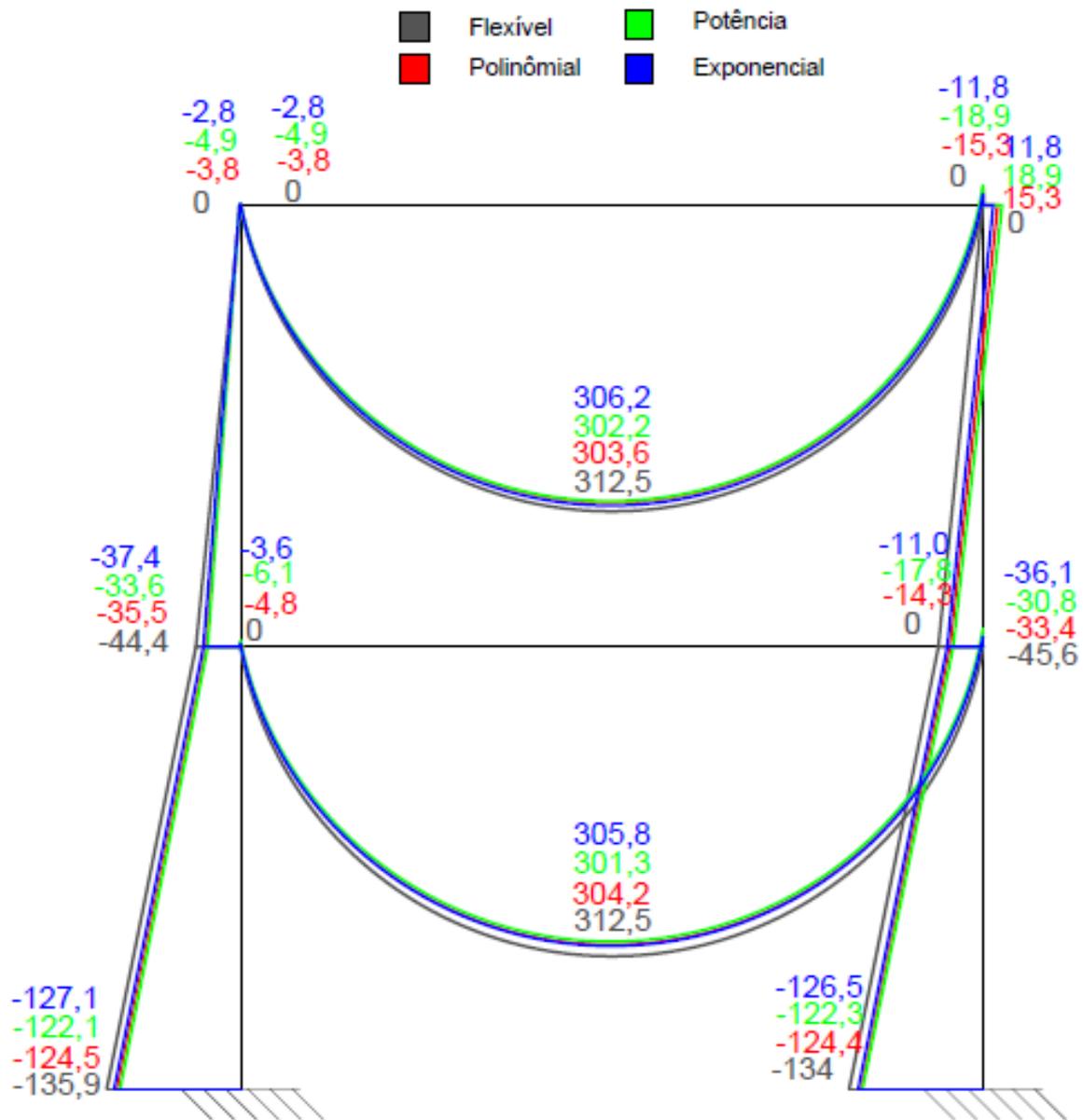
Fonte: Autor, 2019

Figura 37 - Pórtico com ligações flexíveis e carregamento de serviço (KN.m)



Fonte: Autor, 2019

Figura 38 - Pórtico com ligações flexíveis e carregamento último (KN.m)



Fonte: Autor, 2019

Em ambos os casos analisados com ligações flexíveis o momento restringido pela ligação é muito inferior ao momento no centro do vão da viga, e os valores de momento ficam muito próximos entre os modelos utilizados, as tabelas 6 e 7 mostram a diferença entre o momento no centro do vão considerando a ligação completamente flexível e a diferença obtida utilizando a rigidez obtida pelos modelos estudados.

Tabela 6 - Diferença obtida no momento máximo em carregamento de serviço (ligação flexível)

Modelo	Momento (KN.m)	Diferença
Flexível	159,4	0,00%
Polinômial	155,9	-2,20%
Potência	150,9	-5,33%
Exponencial	154,1	-3,32%

Fonte: Autor, 2019

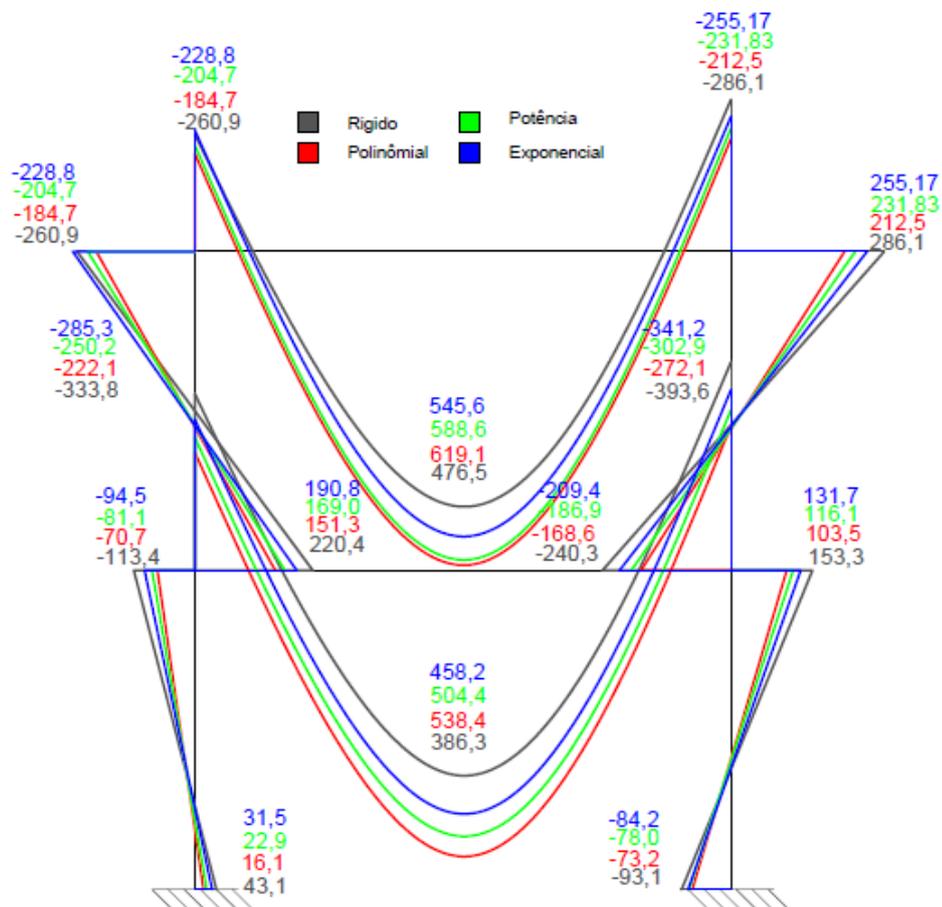
Tabela 7 - Diferença obtida no momento máximo em carregamento último (ligação flexível)

Modelo	Momento (KN.m)	Diferença
Flexível	312,5	0,00%
Polinômial	303,6	-2,85%
Potência	302,2	-3,30%
Exponencial	306,2	-2,02%

Fonte: Autor, 2019

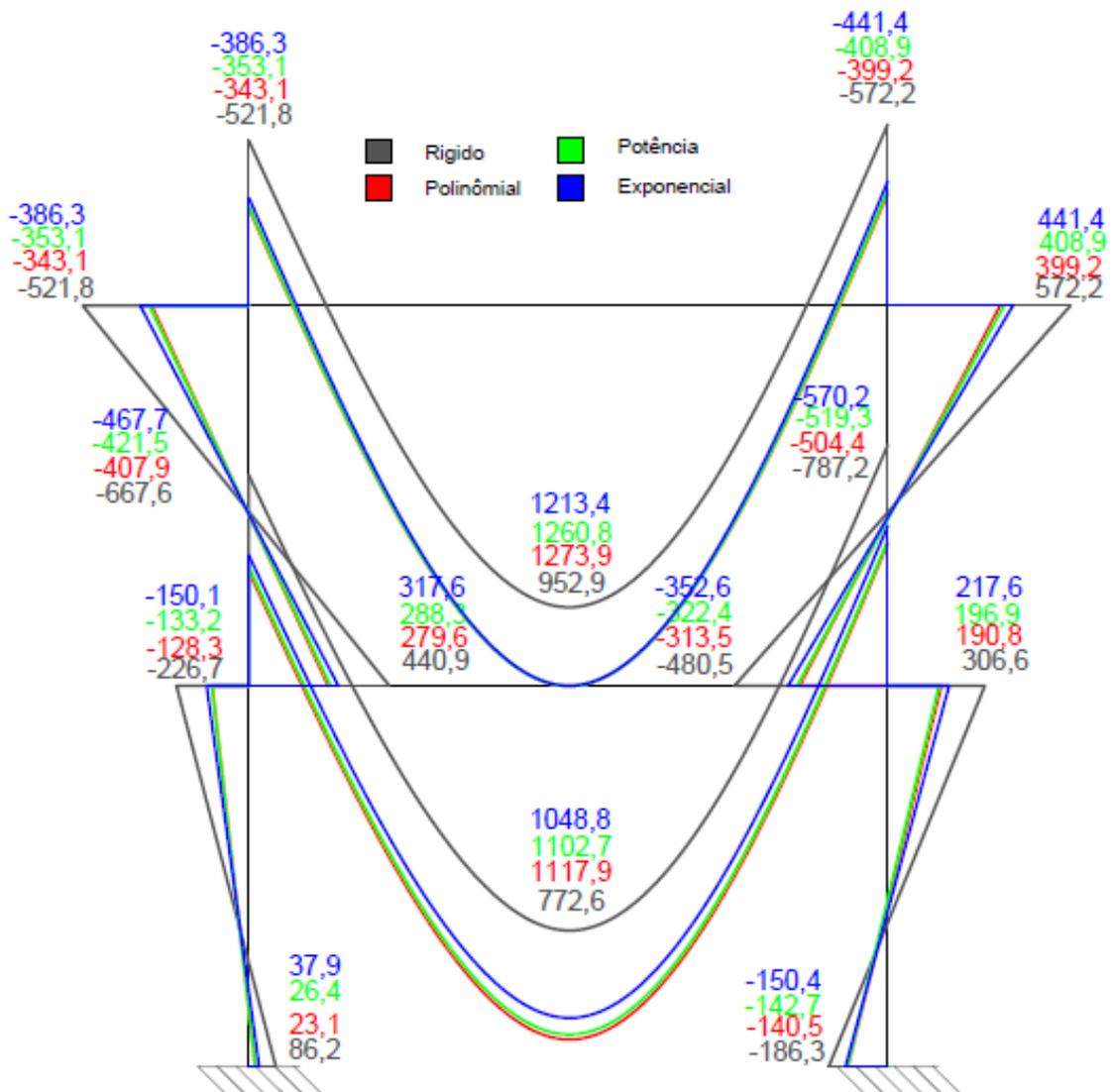
8.2 Pórtico analisado com ligação rígida

Figura 39 - Pórtico com ligações rígidas e carregamento de serviço (KN.m)



Fonte: Autor, 2019

Figura 40 - Pórtico com ligações rígidas e carregamento último (KN.m)



Fonte: Autor, 2019

A ligação considerada como rígida possui grande capacidade de restrição ao momento exercido e considerando a rigidez da ligação no dimensionamento é possível ver o grande aumento no momento máximo atuando nas vigas e a redução do momento nas ligações. As tabelas 8 e 9 mostram a diferença obtida no momento máximo na barra 5 e no grau de liberdade 18.

Tabela 8 - Diferença obtida no momento máximo em carregamento de serviço (ligação rígida)

Modelo	Momento			
	Vão (KN.m)	Extremidad e (KN.m)	Diferença (Vão)	Diferença (Extremidad e)
Rígido	476,5	-286,1	0,00%	0,00%
Polinômial	619,1	-212,5	29,93%	-25,73%
Potência	588,6	-231,83	23,53%	-18,97%
Exponencial	545,6	-255,17	14,50%	-10,81%

Fonte: Autor, 2019

Tabela 9 – Diferença obtida no momento máximo em carregamento de serviço (ligação rígida)

Modelo	Momento			
	Vão (KN.m)	Extremidade (KN.m)	Diferença (Vão)	Diferença (Extremidad e)
Rígido	952,9	-572,2	0,00%	0,00%
Polinômial	1273,9	-399,2	33,69%	-30,23%
Potência	1260,8	-408,9	32,31%	-28,54%
Exponencial	1213,4	-441,4	27,34%	-22,86%

Fonte: Autor, 2019

9. CONCLUSÃO

Os modelos apresentados são em geral modelos estatísticos que servem para criar linhas de tendência ou de regressão e com base nestes dados calcular a rigidez da ligação portanto embora alguns não precisem de dados experimentais ou requerem poucos dados para o cálculo, estes ainda dependem de resultados obtidos experimentalmente para calibração e validação dos resultados obtidos pelos modelos a serem utilizados.

No pórtico analisado com ligações flexíveis se percebe que o momento restringido pela ligação em ambos os casos de carregamento é muito pequeno ficando isso como critério do projetista em considerar a diferença ou não devido ao fato de não existir um modelo de cálculo específico para calcular este tipo de ligação com momento fletor aplicado. E por serem valores muito baixos de momento a diferença entre os modelos utilizados no cálculo é muito pequena.

Ao considerar a ligação como totalmente rígida o esperado seria de se obter o momento fletor máximo nas ligações, no pórtico estudado a ligação considerada rígida não consegue restringir o momento totalmente e o momento máximo acaba ficando no vão da viga, tendo um acréscimo significativo no momento fletor atuante no vão da viga em carregamento de serviço o modelo exponencial tido como exato teve um aumento de 14,50% e os modelos polinomial e de potência mostraram um aumento no momento máximo quase o dobro do modelo exponencial.

Em carregamento último a diferença entre os modelos e o pórtico completamente rígido acaba aumentando muito pelo fato de o aumento na carga criar uma redução maior na rigidez da ligação a diferença chega até 33,69% pelo modelo polinomial e os outros dois modelos chegam a valores muito próximos, caso a rigidez da ligação não seja levada em consideração no dimensionamento da estrutura essa diferença acaba por reduzir o fator de segurança utilizado.

9.1 Sugestão para trabalhos futuros

O tema do estudo abordado é muito amplo e requer mais análise referente a como a rigidez das ligações afeta o comportamento global da estrutura além da forma sobre como ela afeta a distribuição do momento fletor atuante.

Portanto, são feitas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Análise sobre como a rigidez da ligação afeta o comportamento dos apoios em colunas referente a flambagem, pelo fato do comprimento de flambagem depender do tipo de vínculo que se tem na extremidade da coluna.

- Comparar os resultados obtidos pelos modelos de cálculo utilizados com simulações em elementos finitos sólidos em softwares como ANSYS, SAP2000, etc

- Comparar os resultados experimentais com resultados obtidos com os softwares em elementos finitos tridimensionais para verificar a possibilidade de não ser necessário o uso de dados experimentais.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7007: Aço-carbono e aço microligado para barras e perfis laminados a quente para uso estrutural — Requisitos**. Rio de Janeiro. 2016.

_____. **NBR 8800:Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto**. Rio de Janeiro. 2008.

ANG, K.M.; MORRIS, G.A. **Analysis of Three Dimensional Frames with Flexible Beam-column Connections**. Can. J. Civ. Eng. 11. 245-254. 1984.

BARBOSA, Giovana Daltrozo. **Influência da flexibilidade das ligações no projeto de estrutura metálica**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006.

Batho, C.; Lash, S. D., **Further investigations on beam and stanchions connections, including connections encased in concrete; Together with laboratory investigations on a full-scale steel frame**, Final report of the Steel Structures Research Committee, Department of Scientific and Industrial Research, His Majesty's Stationery Office, London, 1936.

BELLEI, I.H.; PINHO, F.O.; PINHO, M.O.; **Edifícios de múltiplos andares em aço**. 2ª edição. Editora Pini. São Paulo, 2008.

BELLEI, I.H. **Edifícios industriais em aço**. 4ª edição. Editora Pini. São Paulo, 2003.

CHAN, S.L.; CHUI, P.T. **Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections**. 1. ed. Amsterdam. Elsevier: 2000.

CHEN, W.F.; KISHI, N.; KOMURO, M. **Semi-rigid Connections Handbook**. 1. ed. Plantation. J.Ross: 2011.

Chen, W. F.; Lui, E. M., **Column with end restraint and bending in load and resistance factor design**, AISC Engineering Journal, 22(4), 105–132, 1985.

CHEN, W.F.; LUI, E.M. **Stability design of steel frames**. 1. ed. Boca Raton. CRC Press: 1991.

Colson, A.; Louveau, J. M., **Connections incidence on the inelastic behavior of steel structures**, Proceedings of the Euromech Colloquium, 174, 1983.

COMITÊ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. EUROCÓDIGO 3: Projeto de estruturas de aço. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. Parte 1-5: Estruturas constituídas por placas. Versão traduzida para o português. Bruxelas, 2005.

FILHO, Avelino Alves. **Elementos finitos, A base da tecnologia CAE**. 5ª edição. Editora Érica. São Paulo, 2005.

FRYE, M.J.; MORRIS, G.A. **Analysis of Flexibly Connected Steel Frames**. Can. J. Civ. Eng. 280-291. 1975.

INSTITUTO AÇO BRASIL. CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO. **Manual de Construção em Aço: Ligações em estruturas metálicas Volume I**. Alexandre Luiz Vasconcellos. 4ª edição. CBCA. Rio de Janeiro, 2011.

Kishi, N.; Chen, W. F., **Database of steel beam-to-column connections**, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, 1986.

LOGAN. Daryl L. A First Course in the Finite Element Method. 6. Ed. Cengage Learning. Boston. 2016.

Lui, E. M.; Chen, W. F., **Analysis and behavior of flexibly-jointed frames**, Engineering Structures, 8(2), 107–118, 1986.

MCCORMAC, J.C.; CSERNAK, S.F. **Structural Steel Design**. 5. ed. Upper Saddle River. Pearson: 2011.

PFEIL, W. PFEIL, M. **Estruturas de aço: dimensionamento prático de acordo com a NBR 8800:2008**. 8ª edição. Rio de Janeiro. Editora LTC, 2009.

Ramberg, W.; Osgood, W. R., **Description of stress-strain curves by three parameters**, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, DC, Technical notes No.902, 1943.

SANTOS, Luciano Barbosa Dos. **Influência da Rigidez das Ligações em Estruturas de Aço**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. USP – Universidade de São Paulo. São Carlos, 1998.

Tarpy, T. S.; Cardinal, J. W., **Behavior of semi-rigid beam-to-column end plate connections**, Proceedings of the International Conference: Joints in Structural Steelwork, Teesside Polytechnic, Middlesbrough, Cleveland, UK, 2.3–2.25, 1981.

ANEXO A

Matriz de rigidez das colunas

$$[K_c]^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI_c}{L_c^3} & 0 & \frac{-6EI_c}{L_c^2} & \frac{-12EI_c}{L_c^3} & 0 & \frac{-6EI_c}{L_c^2} \\ 0 & \frac{A_c E}{L_c} & 0 & 0 & \frac{-A_c E}{L_c} & 0 \\ \frac{-6EI_c}{L_c^2} & 0 & \frac{4EI_c}{L_c} & \frac{6EI_c}{L_c^2} & 0 & \frac{2EI_c}{L_c} \\ \frac{-12EI_c}{L_c^3} & 0 & \frac{6EI_c}{L_c^2} & \frac{12EI_c}{L_c^3} & 0 & \frac{6EI_c}{L_c^2} \\ 0 & \frac{-A_c E}{L_c} & 0 & 0 & \frac{A_c E}{L_c} & 0 \\ \frac{-6EI_c}{L_c^2} & 0 & \frac{2EI_c}{L_c} & \frac{6EI_c}{L_c^2} & 0 & \frac{4EI_c}{L_c} \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez das vigas

$$[K_b]^e = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L_b} & 0 & 0 & \frac{-AE}{L_b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_1 EI_b}{L_b^3} & \frac{S_2 EI_b}{L_b^2} & 0 & \frac{-S_1 EI_b}{L_b^3} & \frac{S_3 EI_b}{L_b^2} \\ 0 & \frac{S_2 EI_b}{L_b^2} & \frac{S_6 EI_b}{L_b} & 0 & \frac{-S_2 EI_b}{L_b^2} & \frac{S_4 EI_b}{L_b} \\ \frac{-AE}{L_b} & 0 & 0 & \frac{AE}{L_b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-S_1 EI_b}{L_b^3} & \frac{-S_2 EI_b}{L_b^2} & 0 & \frac{S_1 EI_b}{L_b^3} & \frac{-S_3 EI_b}{L_b^2} \\ 0 & \frac{S_3 EI_b}{L_b^2} & \frac{S_4 EI_b}{L_b} & 0 & \frac{-S_3 EI_b}{L_b^2} & \frac{S_5 EI_b}{L_b} \end{bmatrix}$$

$$(s_{ii}^* + 2s_{ij}^* + s_{jj}^*) = S_1$$

$$(s_{ii}^* + s_{ij}^*) = S_2$$

$$(s_{ij}^* + s_{jj}^*) = S_3$$

$$s_{ij}^* = S_4$$

$$s_{jj}^* = S_5$$

$$s_{ii}^* = S_6$$

$$s_{ii}^* = \left[4 + \frac{12EI_b}{L_b R_{kiB}} \right] / \left[\left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiA}} \right) \left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiB}} \right) - \left(\frac{EI_b}{L_b} \right)^2 \frac{4}{R_{kiB} R_{kiA}} \right]$$

$$s_{jj}^* = \left[4 + \frac{12EI_b}{L_b R_{kiA}} \right] / \left[\left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiA}} \right) \left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiB}} \right) - \left(\frac{EI_b}{L_b} \right)^2 \frac{4}{R_{kiB} R_{kiA}} \right]$$

$$s_{ij}^* = s_{ji}^* = 2 / \left[\left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiA}} \right) \left(1 + \frac{4EI_b}{L_b R_{kiB}} \right) - \left(\frac{EI_b}{L_b} \right)^2 \frac{4}{R_{kiB} R_{kiA}} \right]$$

I_c – Momento de inercia da coluna

I_b – Momento de inercia da viga

L_c – Comprimento da coluna

L_b – Comprimento da viga

A – Área da seção transversal da viga

A_c – Área da seção transversal da coluna

R_{kiA} – Rigidez da ligação na extremidade A da viga

R_{kiB} – Rigidez da ligação na extremidade B da viga

