

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

Gabriel Schulz Wink

ESTUDO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO A ESTRUTURAS DE PONTES

Santa Cruz do Sul
2022

Gabriel Schulz Wink

ESTUDO DE ELEMENTOS FINITOS APLICADO A ESTRUTURAS DE PONTES

Trabalho de conclusão apresentado ao
Curso de Engenharia Civil da Universidade
de Santa Cruz do Sul para a obtenção do
título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Me. Henrique Luiz Rupp

Santa Cruz do Sul
2022

AGRADECIMENTOS

Gostaria agradecer aos professores e colegas dos cursos das engenharias, junto com os engenheiros e colegas os quais tive a oportunidade de estagiar com, pelas amizades e experiências ao longo do curso.

Ao professor e orientador Henrique Luiz Rupp, pelo conhecimento, ensinamentos e parceria durante a realização do trabalho.

Agradeço também aos membros da Equipe Kamikase, pela companhia, amizades e os momentos que tivemos desde o primeiro semestre.

Gostaria de dar um agradecimento especial a minha família e amigos próximos pelo apoio e incentivo a sempre ser melhor.

RESUMO

Este trabalho tem como foco fazer uma análise estrutural comparativa entre diferentes procedimentos de dimensionamento, utilizando como base obras especiais do tipo pontes, levando em consideração os preceitos da norma brasileira, que conforme a NBR 7187:2021 considera como uma estrutura sujeita a ação de carga em movimento e posicionamento variável utilizada para transpor um obstáculo natural. As comparações realizadas, ocorreram no âmbito de metodologias de cálculo, sendo elas, a metodologia unifilar que considera o todo o carregamento apoiado em uma viga linear e a análise por elementos finitos que simula a estrutura computacionalmente, com uso de equações diferenciais em um modelo tridimensional em escala. As análises, para as características de super e meso estrutura adotadas, apresentarão variações de até 12,53% nos esforços solicitantes, que por consequência gerou uma variação na área de aço entre os dois procedimentos. As divergências encontradas foram devido a que o método de elementos finitos leva em consideração as propriedades do materiais, e as características geométricas da estrutura trabalhando como um todo, levando a resultados mais realistas porém não excluindo a necessidade de outra metodologia para validação das simulações, mesmo esta tendo como resultante valores mais conservadores.

Palavras-chave: Pontes. Elementos Finitos. Análise estrutural.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Composições de uma ponte	15
Figura 2	Seção transversal na forma de vigas	16
Figura 3	Corte representando as transversinas	16
Figura 4	Recomendações de projeto	17
Figura 5	Seção transversal usual de viadutos	17
Figura 6	Seção transversal de uma ponte em laje	17
Figura 7	Representação Neoprene	18
Figura 8	Exemplo de pilar parede	19
Figura 9	Tipos de sapatas	19
Figura 10	Representação gráfica do funcionamento das estacas	20
Figura 11	Vigas isostáticas biapoiadas	21
Figura 12	Vigas isostáticas biapoiadas com balanço	21
Figura 13	Sistema Gerber	22
Figura 14	Sistema hiperestático com junta de dilatação	22
Figura 15	Sistema de ponte em arco	23
Figura 16	Sistema de ponte em arco inferior	23
Figura 17	Sistema de ponte penséis	23
Figura 18	Representação de um assento de ponte	24
Figura 19	Relação de custo de uma ponte	25
Figura 20	Exemplo de prancha topográfica	26
Figura 21	Disposição do carregamento do veículo padrão	30
Figura 22	Carregamento do empuxo de terra	32
Figura 23	Demonstração efeito de temperatura	33
Figura 24	Linearização das temperaturas e deformações	33
Figura 25	Distribuição vertical da temperatura	35
Figura 26	Forças concentradas em pilar	36
Figura 27	Processo de validação de dados	37
Figura 28	Seção de uma barra	38
Figura 29	Funcionamento de uma malha unidimensional	41
Figura 30	Malha tridimensional	41
Figura 31	Procedimentos adotados para este trabalho	43
Figura 32	Seção transversal escolhida	44
Figura 33	Seção longitudinal escolhida	44
Figura 34	Representação da linha de Influência Retilínea	45
Figura 35	Carregamento considerado sobre tabuleiro	46
Figura 36	Trem Tipo Simplificado	46

Figura 37	Linhas de influencia do momento fletor	47
Figura 38	Linhas de influencia dos esforços cortantes	47
Figura 39	Malha gerada para simulação	48
Figura 40	Forças aplicadas na simulação	49
Figura 41	Conexão viga com pilar	49
Figura 42	Considerações para modelo da viga extraída	50
Figura 43	Linhas de influencia no tabuleiro	52
Figura 44	Trem tipo calculado	54
Figura 45	Envelope de momentos fletores	56
Figura 46	Envelope de esforços cortantes	58
Figura 47	Características físicas do material	58
Figura 48	Qualidade da malha gerada	59
Figura 49	Deformação Total	59
Figura 50	Deformação Frontal	60
Figura 51	Tensão na viga	60
Figura 52	Linha neutra	61
Figura 53	Envelope de momento fletor por MEF	62
Figura 54	Envelope global de momento fletor por MEF	66
Figura 55	Tensões de cisalhamento na estrutura simulada	66
Figura 56	Envoltória de esforços cortantes para MEF	67
Figura 57	Comparação dos momento fletores	70
Figura 58	Comparação dos esforços cortantes	70
Figura 59	Área de aço longitudinal para MEF	71
Figura 60	Área de aço longitudinal para Unifiliar	72
Figura 61	Área de aço transversal para MEF	72
Figura 62	Área de aço transversal para Unifiliar	73

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Peso Específico de materiais utilizados	28
Tabela 2	Trens-Tipos de flexão	30
Tabela 3	Detalhe do trem tipo	31
Tabela 4	Determinação de k	32
Tabela 5	Distribuição vertical da temperatura.....	35
Tabela 6	Caracterização Transversal da estrutura.....	51
Tabela 7	Coeficientes calculados	52
Tabela 8	Resultado das linhas de Influência	53
Tabela 9	Peso próprio da estrutura	54
Tabela 10	Resumo do dimensionamento da seção 5	55
Tabela 11	Resultados do envelope de momento fletor	55
Tabela 12	Resumo do dimensionamento da seção 5	57
Tabela 13	Resultados do envelope de esforços cortantes	57
Tabela 14	Tensões extraídas em Pascal	63
Tabela 15	Tabela de resultados de forças em MEF	64
Tabela 16	Tensões máximas e mínimas ao longo do tabuleiro.....	65
Tabela 17	Envoltória de momentos ao longo do tabuleiro	65
Tabela 18	Tensões de cisalhamento	68
Tabela 19	Resultados de forças cortantes por MEF	69
Tabela 20	Áreas de aço obtidas	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de normas
MEF	Método de Elementos Finitos
CIV	Coeficiente de impacto vertical
CNF	Coeficiente do número de faixas
CIA	Coeficiente de impacto adicional
NBR	Norma Brasileira
Software	Programa
CAD	Computer-aided design
UNISC	Universidade de Santa Cruz do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

π	Número de Pi
γ	Peso Específico
kN	Quilonewton
m	Metro
m ³	Metro Cubico
k	Constante
L	Vão
p	Carga estática
p'	Carga uniformemente distribuída
v_a	Velocidade da água
T	Temperatura
u	Deslocamento
I	Momento de inercia
V	Volume
A	Área
ε	Tensão
σ	Tensão de tração
E	Modulo de Young
ν	Coeficiente de Poisson
G	Modulo cortante
V	Energia potencial
U	Energia de deformação
W	Trabalho realizado
θ	Coeficiente de majoração

θM	Momento fletor majorado
θQ	Esforço cortante majorado
I	Momento de inércia
M	Momento fletor
Q	Inércia estática
V'	Esforço cortante
b	base da viga
B_f	Maior largura do T
RP	Carga do trem tipo
kg/m^3	Quilograma por metro cúbico

SUMÁRIO

1	Introdução	13
1.1	Área de limitação do tema	13
1.2	Justificativa	13
1.3	Objetivos	14
1.3.1	Objetivos Gerais	14
1.3.2	Objetivos Específicos	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1	Definições	15
2.1.1	Superestrutura	15
2.1.2	Meso estrutura	18
2.1.3	Infraestrutura	19
2.2	Sistemas estruturais	21
2.2.1	Extremidades da estrutura	23
2.3	Considerações de projeto e econômicas	24
2.4	Carregamento atuante	28
2.4.1	Ações permanentes	28
2.4.2	Ações variáveis	29
2.4.2.1	Cargas moveis	29
2.4.2.2	Cargas do vento	31
2.4.2.3	Empuxo de terra	32
2.4.2.4	Pressão proveniente da água em movimento	32
2.4.2.5	Efeitos térmicos	33
2.4.3	Ações excepcionais	35
2.5	Método de Elementos Finitos	36
2.5.1	Comportamento do material	38
2.5.2	Deformação da Estrutura	40
2.5.3	Malha	40
2.5.4	Convergência dos dados	41
3	Metodologia	43
3.1	Etapas de desenvolvimento	43
3.2	Modelo de ponte	44
3.3	Dimensionamento com metodologia unifiliar	44
3.3.1	Determinação do Trem Tipo	45
3.3.2	Determinação dos envelopes de esforços	47
3.4	Elementos Finitos	48

4	Resultados	51
4.1	Caracterizações Gerais	51
4.2	Dimensionamento por modelo unifilar	52
4.3	Dimensionamento por Elementos Finitos	58
4.4	Análise dos Resultados	69
5	Conclusão.....	74
	REFERÊNCIAS	76
	APÊNDICE A - CÁLCULOS REFERENTES AO MOMENTO FLETOR	77
	APÊNDICE B - CÁLCULOS REFERENTES AO ESFORÇO CORTANTE.....	79

1 Introdução

Perante a engenharia civil, pontes consistem em obras de arte que são sujeitas a cargas em movimento, denominadas carga móvel, com a finalidade transpor um obstáculo natural hídrico como rio, córrego etc., onde se difere de viadutos que transpõem obstáculos artificiais como rodovias ou centros urbanos. No geral essa estrutura deve atender diferentes parâmetros, desde satisfazer as exigências de tráfego local sem produzir tensões maiores que o admissível, à se harmonizar esteticamente com o ambiente que se situa, mas principalmente manter-se economicamente viável em sua conceptualização e execução. Procura-se realizar um estudo comparativo de várias soluções, analisando diferentes metodologias de cálculo utilizadas para abordar os elementos estruturais constituintes internos e externos. Com base nesse contexto é empreendido um paralelo dos cálculos exigidos pela norma brasileira, usando os procedimentos propostos por Mendes L.C. (2003) [1] e Marchetti O. [2] com o método de elementos finitos que utiliza-se de elementos computacionais para simular o comportamento de sistemas físicos complexos na forma de equações diferenciais parciais conforme expressado por Dhatt G. [3].

1.1 Área de limitação do tema

Os estudos realizados no presente trabalho tiveram como escopo estruturas de concreto armado, com o enfoque em obras de arte, pontes. Buscando uma análise comparativa da metodologia de cálculo entre as solicitações requeridas pela norma ABNT NBR 7188:2013 [4] (Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas) com simulações computacionais de sólidos 3D, método de elementos finito, MEF.

1.2 Justificativa

Pontes e viadutos compõem parte do grupo que classificamos como infraestrutura urbana, estudos nessa área são imprescindíveis para o desenvolvimento de um país economicamente emergente como o Brasil, pois influência diretamente em dos grandes desafios encontrados dentro e fora dos centros urbanos, sendo este o transporte e a mobilidade. Entretanto a norma brasileira ABNT NBR 7188:2013 [4] apesar de definir um carregamento padrão, não abrange as diferentes metodologias e parâmetros de cálculo estrutural disponíveis. O avanço da tecnologia e desenvolvimento centros urbanos desafia engenheiros a executar projetos de infraestrutura crescentemente complexos, sujeitos a severos parâmetros de durabilidade e segurança. A análise da estrutura por elementos finitos prove um entendimento do comportamento complexo das estruturas em um domínio tridimensional, sendo um modelo de cálculo

crescente no meio. O presente tralhado visa contribuir para o estudo da viabilidade e desenvolvimento do método de elementos finitos para etapa de projeto.

1.3 Objetivos

A sessão a seguir propõe esclarecer os objetivos deste trabalho, segregando eles em objetivos gerais e específicos.

1.3.1 Objetivos Gerais

O presente trabalho de conclusão de curso busca aprimorar o conhecimento sobre análise estrutural computacional, tanto em prática como teoria, utilizando como base a estrutura de uma ponte e mediante a uma comparação com metodologias mais tradicionais e especificações solicitadas pela norma brasileira.

1.3.2 Objetivos Específicos

Uma vez definido os objetivos gerais, determinou-se os objetivos específicos do presente trabalho, presentes a seguir:

- Elaborar um embasamento teórico do funcionamento do método de elementos finitos para validar as condições de contorno adotadas na simulação;
- Por meio de um exemplo prático, aplicar os diferentes métodos previamente estudados a uma estrutura em comum, a fim de obter dados comparativos entre as duas metodologias;
- Comparar os resultados obtidos na elaboração dos exemplos práticos, avaliando o desempenho, confiabilidade e área de aço necessária.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presente seção consiste nos estudos bibliográficos realizados para elaboração deste trabalho se fundamentando em livros, artigos científicos e normas abrangentes do tema escolhido.

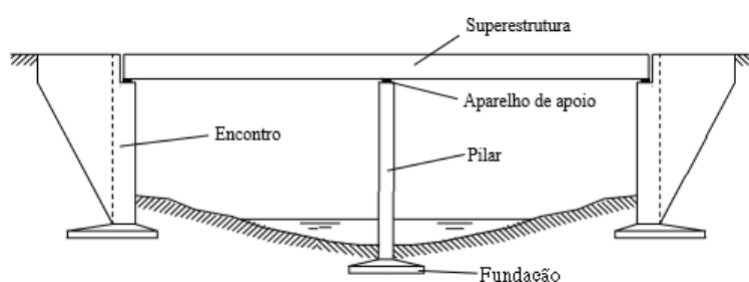
2.1 Definições

Perante a norma NBR 7187:2021 [10], pontes são estruturas sujeitas a ação de carga em movimento, com posicionamento variável, utilizada para transpor um obstáculo natural, se diferindo de viadutos no contexto que estes transpõem obstáculos naturais. Essas estruturas podem ser fatiadas em 3 principais elementos, superestrutura, meso estrutura e infraestrutura. Nas seções seguintes será detalhado o funcionamento base destes componentes, porém elas estão exemplificadas na figura 1. Segundo Marchetti, 2018 [2] pontes podem receber diferentes classificações de acordo com diferentes parâmetros, mas principalmente entre a extensão total do vão, onde pode-se adotar a nomenclatura a seguir:

- Vão até 2 metros = Bueiros;
- Vão de 2 m a 10 m = Pontilhões;
- Vão maior que 10 m = Pontes.

Outras classificações notórias são em relação a sua durabilidade, caso sejam permanentes, provisórias ou desmontáveis (reaproveitáveis), quanto a seu desenvolvimento planimétrico se ortogonais ou curvas.

Figura 1: Composições de uma ponte



Fonte: El Debs e Takeya (2007) [5]

2.1.1 Superestrutura

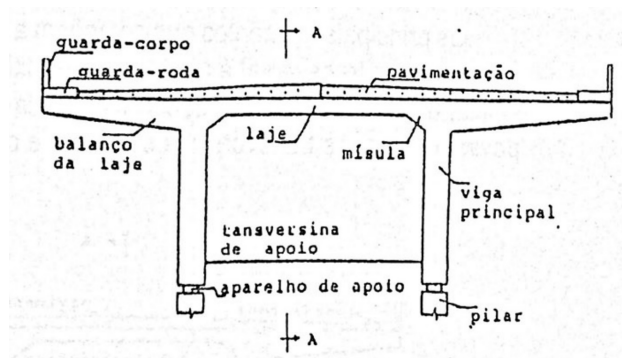
No geral compõe a parte da obra que recebe diretamente o carregamento oriundo do tráfego e outras cargas acidentais. Conforme El Debs e Takeya, 2007 [5] é a seção destinada a vencer o obstáculo, dividindo ela em duas partes, a estrutura principal e

secundária, sendo elas respectivamente, a que tem a função de vencer o vão livre e a outra que transmite as cargas para a estrutura principal. Conforme Mendes, 2003 [1] os elementos que compõem a superestrutura, que variam de acordo com a tipologia da seção transversal, são as vigas principais, as lajes superiores e inferiores, os guarda rodas, os guarda-corpos, a pavimentação, as transversinas extremas e de apoio, as funções e definições de elementos não estruturais se encontram a seguir:

- **Pista de rolamento** - largura disponível para o tráfego normal dos veículos que pode ser subdividida em faixas;
- **Guarda-roda** - elemento destinado a impedir a invasão dos passeios pelos veículos;
- **Guarda-Corpo** - elemento de proteção aos pedestres.

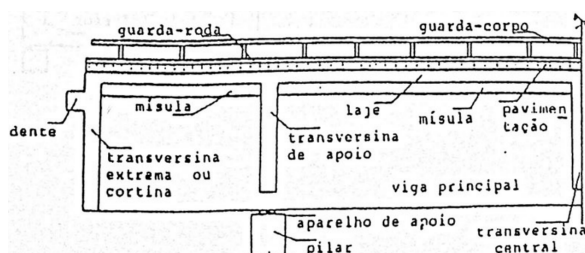
A seção transversal da superestrutura pode variar dentro de sua composição para se acomodar diferentes tipos de projetos e orçamentos, por exemplo, quando projetada na forma de duas vigas principais sem a laje inferior faz-se necessária a introdução de transversinas intermediárias para combater redução na resiliência a torção, demonstradas na figura 3, essa seção é aplicável quando não há restrições à altura de construção ou uma estética desejada, sua seção tipo esta representada na figura 2.

Figura 2: Seção transversal na forma de vigas



Fonte: Mendes (2003) [1]

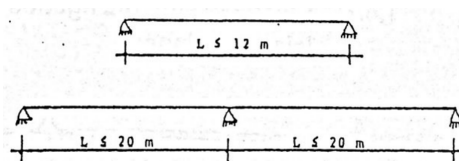
Figura 3: Corte representando as transversinas



Fonte: Mendes (2003) [1]

No caso de viadutos é comumente criado um esquema próprio para vias elevadas em centros urbanos, representado na figura 5, são previstos para estas seções um tratamento acústico com materiais que absorvem o som, além de, por quesitos estéticos, realizado um revestimento adicional nas vigas. Também é possível executar uma seção transversal desprovidas de vigas, denominadas pontes em lajes, exemplificado na figura 6, porém nestes casos recomenda-se que o vão situe-se na faixa de 12 m, ou no caso de um esquema estrutural contínuo pode se estender este limite para 20 m, essa regra se encontra representado na figura 4.

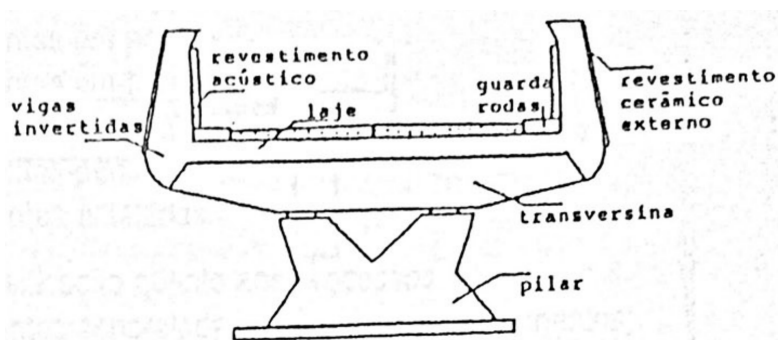
Figura 4: Recomendações de projeto



Fonte: Mendes (2003) [1]

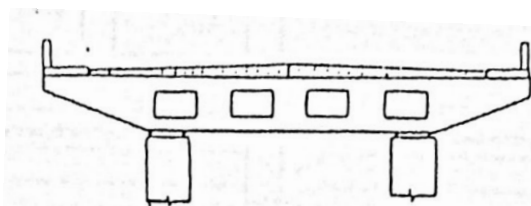
Este sistema estrutural possui uma boa resistência a torção, uma pequena altura de construção e uma simplicidade construtiva, ao custo de possíveis deformações não-previstas em projeto, segundo Mendes, 2003 [1].

Figura 5: Seção transversal usual de viadutos



Fonte: Mendes (2003) [1]

Figura 6: Seção transversal de uma ponte em laje



Fonte: Mendes (2003) [1]

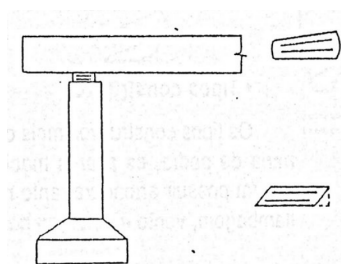
2.1.2 Meso estrutura

Esta subdivisão das pontes compõe-se dos aparelhos de apoio, pilares e vigas de contra travamento. Sobre os aparelhos de apoio, de acordo com Mendes, 2003 [1] existem um grupo de exigências funcionais que devem ser atendidas para um bom desempenho do aparelho de apoio, dentre este grupo pode se citar o itens abaixo:

- os aparelhos de apoio devem transmitir aos pilares os carregamentos verticais;
- os aparelhos de apoio devem transmitir aos pilares os carregamentos horizontais;
- possibilitar deformações longitudinais e transversais;
- possibilitar que a estrutura passa trabalhar em uma magnitude tanto linear como angular.

Como exemplo de aparelho de apoio que atende a todos estes critérios, pode se citar Neoprene, que é um aparelho de apoio de borracha, considerado articulado, logo, permitindo rotações em todas direções, é instalado no travamento do tabuleiro com o pilar e encontra-se representado na figura 7, onde se exemplifica seu posicionamento e deformabilidade.

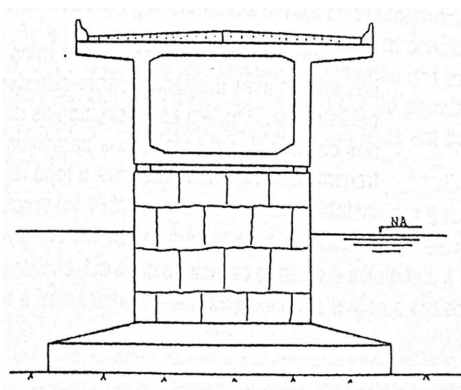
Figura 7: Representação Neoprene



Fonte: Mendes (2003) [1]

Já no caso de pilares, podem abranger as soluções de pilares únicos ou de pilares independentes de acordo com o tipo de superestrutura e altura adotada para o projeto. Dependendo das condições geográficas do local da obra, pode se optar por categorias diferentes de pilar, além do esquema de pilar comum, por exemplo, no caso de pontes fluviais uma solução de estrutura para pilares que pode ser adotada, devido a razões hidráulicas, é fazê-los com uma largura equivalente ao tabuleiro em alvenaria de pedra ou maciços armados nas duas direções, esse tipo de pilar pode ser chamado de pilar parede, e esta representado na figura 8.

Figura 8: Exemplo de pilar parede



Fonte: Mendes (2003) [1]

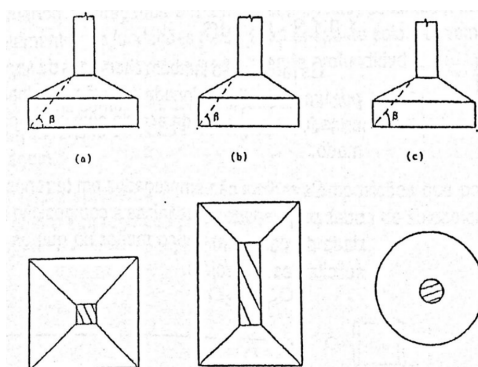
2.1.3 Infraestrutura

Esta repartição das pontes consiste majoritariamente das fundações adotadas em si, que assim como outras obras de construção civil, são classificadas entre fundações superficiais e profundas, sendo elas respectivamente as que são implementadas em pequenas profundidades, quando o solo apresenta uma boa capacidade de resistência como por exemplo um solo rochoso, e as que são implementadas quando a resistência do solo se encontra em cotas mais profundas e a estrutura possui cargas solicitantes de grande magnitude.

Entre as fundações superficiais comumente adotadas para pontes, pode-se citar os exemplos abaixo baseados nos conceitos apresentados por Mendes, 2003 [1]:

- **Blocos:** Geralmente empregados em pequenos pontilhões, para carregamentos não maiores que 500kN e terrenos com resistência superiores a 2 kgf/cm^2 ;
- **Sapatas:** Apresentadas em formas retangulares e circulares, com o terreno possuindo uma resistência superior a 2 kgf/cm^2 , representadas na figura 9.

Figura 9: Tipos de sapatas



Fonte: Mendes (2003) [1]

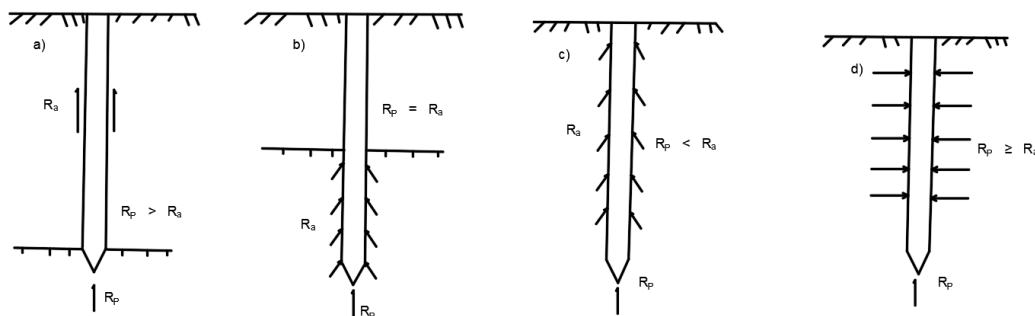
Nos casos de escavação até 12m e uma resistência mínima de 5 kgf/cm² pode se adotar fundações diretas para pontes e viadutos, nestes casos o ângulo β define se a estrutura é rígida, média ou flexível, e a definições da necessidade de sua armação de cálculo, porém, nota-se que se $\beta < 0,5$, a peça torna-se considerada uma laje e não uma sapata.

- **Radier:** São empregados em terrenos que apresentam uma capacidade de carga um pouco abaixo do que o solicitado pela meso e superestrutura, denominados sapatas interligadas, pois são unidas por uma laje inferior.

Caso o projeto estrutural demande uma fundação profunda, é comum a escolha entre duas classificações, estacas e tubulões. No geral a diferença entre esses grupos é elaborada seguir.

- (I) Estacas são elementos e delgados que transmitem as cargas da estrutura para grandes profundidades, essa transferência pode ocorrer de diferentes formas, citadas a baixo, e representadas na figura 10, também se pode subclassificar estacas de acordo com seu processo executivo, sendo cravadas ou perfuradas.
- Transferência de carga através do efeito ponta;
 - Balanço entre atrito lateral e efeito ponta;
 - Exclusivamente pelo atrito lateral;
 - Efeito de compactação do solo (estacas flutuantes).

Figura 10: Representação gráfica do funcionamento das estacas



Fonte: Mendes (2003) [1] adaptado pelo autor

- (II) Tubulões são fundações executados com grandes diâmetros e grande capacidade de carga, é comum de empregar essa alternativa em obras de pontes ou viadutos de grande porte, assim como as estacas, também podem ser subdivididos em grupos, estes se encontram citados abaixo:

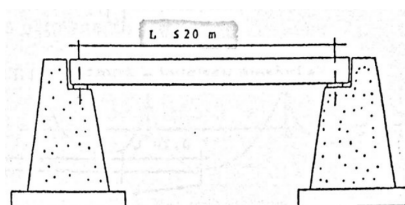
- **Tubulões a céu aberto:** Escavações que se estendem até o nível resistente do solo, como diâmetro maior que o fuste, adotados quando o solo é coesivo, pouco permeável e pode evitar o lençol freático;
- **Tubulões a ar comprimido:** Além da escavação acompanhasse com camisas de tubo pré-moldas de concreto armado ou metálicas, além do uso de um equipamento responsável por manter a pressão do ar afim de contrabalancear a coluna de água;
- **Tubulões Mistos:** Mistos com estacas cravada e uma camisa metálica, normalmente adotado para casos onde se trabalha nos fundos de mares e rios.

2.2 Sistemas estruturais

A seção a seguir ira representar brevemente os diferentes sistemas estruturais adotados em pontes, se baseando nos preceitos de Mendes, 2003 [1] além de exemplificar o encaixe final da estrutura.

- **Vigas isostáticas biapoiadas:** Aquelas em que o tabuleiro descarrega diretamente sobre os encontros, representadas na figura 11;

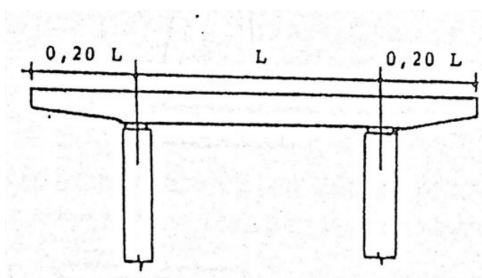
Figura 11: Vigas isostáticas biapoiadas



Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Vigas isostáticas biapoiadas com balanço:** Geram uma redução dos momentos das cargas permanentes no meio do vão, em troca da adição de balanços, representadas na figura 12;

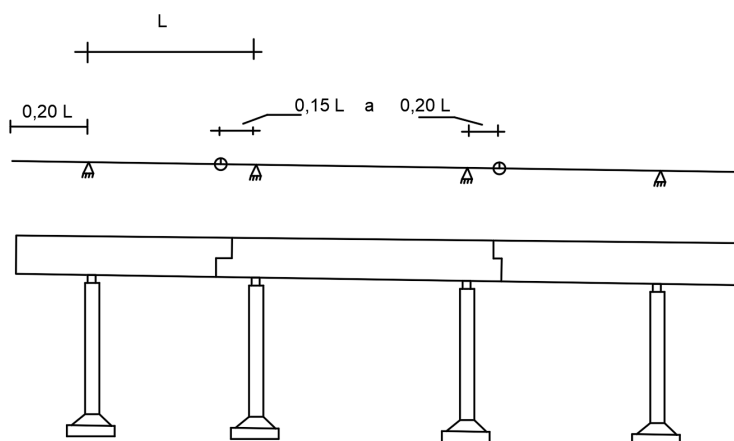
Figura 12: Vigas isostáticas biapoiadas com balanço



Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Sistema Isostático Gerber:** Consiste na teoria, em manter as propriedades de uma viga contínua, com a introdução de rotulas, conforme pode ser visualizado na figura 13, buscando impedir a transmissão de esforços parasitas, devidos a por exemplo, variação de temperatura. No geral, nos dentes, possuem grande quantidade de armação o que naturalmente cria dificuldades construtivas;

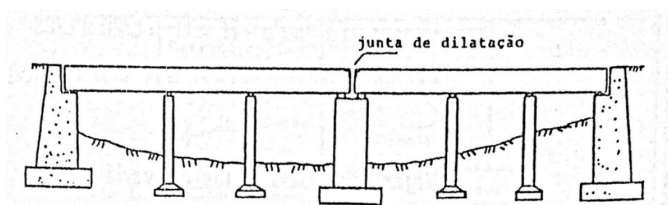
Figura 13: Sistema Gerber



Fonte: Mendes (2003) [1] adaptado pelo autor

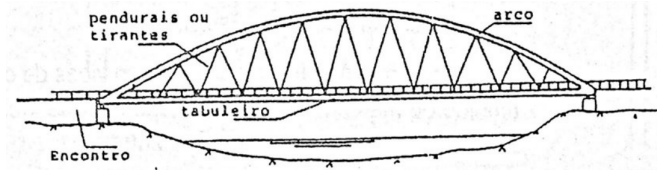
- **Sistema hiperestático em viga contínua:** Considerado o de mais ampla aplicação no mundo, normalmente empregados para concreto armado ou estrutura metálica, nota-se que comprimento total do vão não pode passar de 30m devido a seu peso próprio, dependendo da quantidade de vãos a ser executado com este modelo, cria-se a necessidade de uma junta de dilatação (normalmente sobre os apoios), como representado na figura 14, isso ocorre por quesitos de cargas parasitas como a contração do concreto, efeitos térmicos e esforços de protensão, esses esforços crescem proporcionalmente a continuidade dos vãos do projeto;

Figura 14: Sistema hiperestático com junta de dilatação



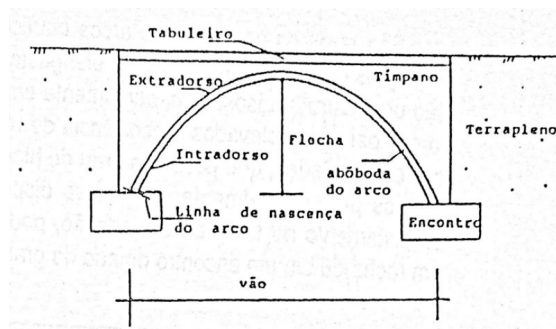
Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Pontes em arcos superior:** Sistema recomendável quando há possibilidade de um terreno rochoso para apoio das fundações e encontros. Com o uso de tirantes, se transfere para o arco os esforços do tabuleiro, este que é projetado individualmente;

Figura 15: Sistema de ponte em arco

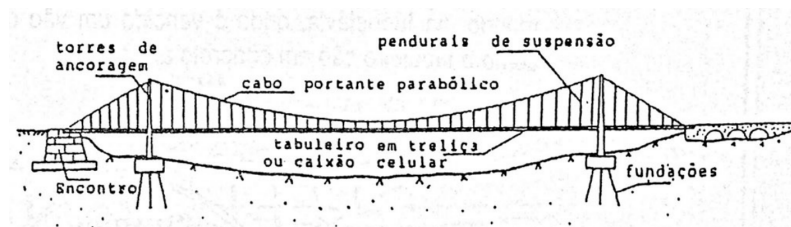
Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Pontes em arcos inferior:** Sistema estema estrutural mais antigo do mundo, as vigas a quais acompanham estes arcos são denominados tímpanos, e o arco em si, disposto de nervuras é contra travado lateralmente para maior enrijecimento, seu objetivo, estruturalmente, é reduzir os momentos fletores na superestrutura. Este esquema de ponte encontra representado na figura 16;

Figura 16: Sistema de ponte em arco inferior

Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Pontes penseis:** Consiste em um sistema estrutural onde o tabuleiro é sustentado por cabos metálicos atirantados, ligados a outros principais, parabólicos, que se ligam as torres de sustentação, onde se ancoram sem possuírem resistência torção o que gera uma instabilidade aerodinâmica.

Figura 17: Sistema de ponte penseis

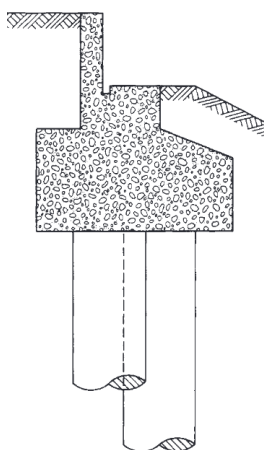
Fonte: Mendes (2003) [1]

2.2.1 Extremidades da estrutura

Segundo Pennells, 1981 [9] a escolha de uma extremidade da estrutura, que pode-se chamar de assento é feito com intuito de minimizar a interrupção do fluido de

tráfego, para isso pode-se adotar uma solução em que as fundações não sejam visíveis e permita com que a estrutura se ligue a via, para tal solução se cria um corte no perfil da fundação de ligação para acomodar a laje, a figura 18 representa visualmente o sistema descrito.

Figura 18: Representação de um assento de ponte



Fonte: Pennells (1981) [9]

2.3 Considerações de projeto e econômicas

Na presente seção serão analisados critérios de projetos e econômicos a serem avaliados em projeto, como por exemplo a metodologia de execução, que será uma influência dependendo do licitador do projeto, devido as particularidades de cada local, material, mão de obra, cronograma, etc. No ramo de pontes em concreto armado, conforme El Debs e Takeya, 2007 [5] podem ser caracterizados inicialmente alguns métodos como:

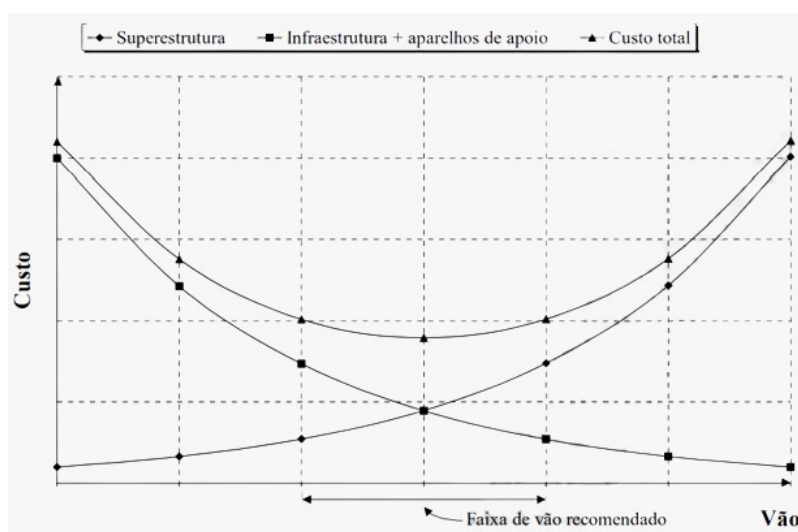
- Construções em concreto moldado no local, onde se concretiza a superestrutura no local, com o emprego de fôrmas apoiadas em cimbramento fixo;
- Construção com elementos pré-moldados, mais comumente com o lançamento de vigas pré moldadas com maquinário, e concretando o resto moldado no local de forma que se apoia no pré-moldado, reduzindo assim o uso de cimbramento;
- Construção em balanços sucessivos, onde se realiza o processo construtivo a partir dos lados dos pilares, em segmentos, e o segmento em construção é apoiado pelo segmento anterior, logo é fundamental que o segmento anterior esteja com a resistência adequada;
- Construção com deslocamentos progressivos, onde se executa segmentos no local apropriado, junto a cabeceira da ponte, uma vez que prontos, move-se os para o local definitivo.

Claro que a definição inicial da metodologia construtiva é oriunda da estrutura da ponte, conforme é dito por Mendes, 2003 [1] definir uma seção transversal para caracterização da superestrutura, existem diversos parâmetros que devem ser considerados pelo projetista entre eles é válido de se citar os itens subsequentes:

- Tamanho do vão, cada sistema estrutural é otimizado para uma distância diferente de vãos;
- Altura estrutural, que é limitada em função dos gabaritos impostos pelos órgãos superiores;
- Processo de construção, meios disponíveis, equipamentos e materiais empregados;
- Relação entre as cargas móveis e o peso próprio;
- Número de faixas de tráfego, quanto maior o número de faixas maior a tendência de seções em múltiplas vigas ou caixões, podendo até ser ligadas por vigas em balanço.

Segundo El Debs e Takeya, 2007 [5] o custo de uma ponte, no geral consiste na soma dos custos da infraestrutura, dos aparelhos de apoio e da superestrutura. Existe uma relação entre o custo das destas estruturas e tamanho do vão a ser cruzado, sendo este diretamente proporcional ao custo da superestrutura e inversamente proporcional ao custo da infraestrutura, representado na figura 19, em uma primeira aproximação o vão indicado é aquele em que o custo da superestrutura resulta aproximadamente igual ao custo da infraestrutura.

Figura 19: Relação de custo de uma ponte

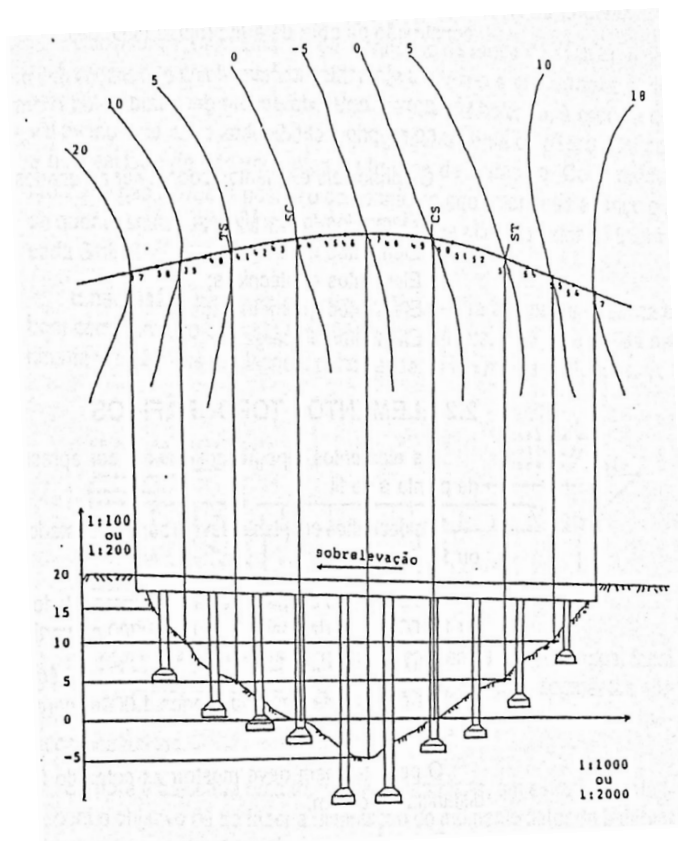


Fonte: El Debs e Takeya (2007) [5]

Segundo Mendes, 2003 [1], existem elementos gerais de consideração de projeto, oriundos do projeto de rodovia a qual a obra de arte esta acoplada ou do próprio local geográfico. Estes fatores podem ser expressados como:

- **Fatores Topográficos:** Basicamente devem ser representados em planta os perfis do terreno nos trechos da rodovia e da ponte, incluindo as cotas de fundo, em escala, essas plantas, conforme exemplificado pela figura 20 devem ter o objetivo de fornecer:
 - (a) comprimento aproximado da obra;
 - (b) os trechos em tangente, espiral e curvo;
 - (c) existência de superlargura;
 - (d) existência de superelevação e sobrelevação;
 - (e) existência da obra em nível;
 - (f) existência de esconsidade do tabuleiro.

Figura 20: Exemplo de prancha topográfica



Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Elementos Hidrológicos:** São fundamentais que sejam analisados os recursos hídricos no qual a obra de arte transporta, entre as observações é comum se observar:

- (a) Cotas das máximas de cheias onde se situa a superfície d'água, período de ocorrência e frequência do mesmo;
 - (b) Vazões máximas em regimes permanentes e torrenciais, além de, para escolha o tipo de fundação correta, a observação da erosão do leito, devido a possibilidade da destruição da saia do aterro, prejudicando a segurança da estrutura;
 - (c) Características da bacia hidrográfica, como área, vegetação de retenção evaporativa, aspectos de margem, etc.
- **Elementos geotécnicos:** Usualmente apresentados na forma de relatórios de sondagem, tem a finalidade de realizar o reconhecimento e definições de forma acurada das características de resistência e profundidade das camadas de solo a quais ira se constituir o subsolo;
 - **Elementos geométricos:** Dependem do código normativo adotado, e acordado com o órgão público responsável pela obra, como por exemplo, DNIT, DAER, prefeitura, etc. Entre as características geométricas observadas no projeto, cita-se:
 - (a) Velocidade diretriz;
 - (b) Raios mínimos;
 - (c) Distância mínima de visibilidade;
 - (d) Largura das pistas de rolamento;
 - (e) Superlargura;
 - (f) Inclinações transversais.

No tópico de avaliação econômica , segundo Pennells, 1981 [9] não é incomum que contratantes tenham preferência por um método construtivo mais rápido, visto que quando o projeto de uma ponte pode estar acoplado a uma rodovia, ou seja seu custo é uma fração do todo da obra, e neste caso podem a ver estruturas com importância mais critica de acesso a obra, no quesito de orçamento, além de uma inerente dificuldade de prever o valor da mão de obra e material da construção civil, o que pode ser agravado em tempos de incerteza econômica ou alta inflação, o que gera a situação onde diferentes dispositivos podem ser cotados a preços altamente flutuantes em uma licitação, dependendo dos critérios do projetista, afinal o preço da ponte, como no caso citado acima pode ser uma fração do preço total de uma rodovia, que seria mais estável entre as cotações por ser a quantia total.

2.4 Carregamento atuante

O carregamento das estruturas de pontes, também deve se referenciar a norma NBR 8681:2003 [11] (Ações e segurança nas estruturas), que classifica as ações em uma estrutura como permanente, variável e excepcional, e subdivide essas categorias com características como ações diretas, indiretas, normais e especiais. O aprofundamento desses tipos de ações perante as estruturas de pontes é feito na norma NBR 7187:2021 [10] (Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido), e a partir dos preceitos desta norma se estabelece as subseções a seguir.

2.4.1 Ações permanentes

Conforme dito na norma NBR 7187:2021 [10], cargas permanentes podem ser consideradas constantes ao longo da vida útil da estrutura, ou as que crescem com o tempo, tendendo a um valor limite constante, para exemplificar, pode se citar os seguintes carregamentos considerado permanentes:

- **Peso próprio dos elementos estruturais:** se refere ao peso próprio dos materiais, na tabela 1 mostra valores comumente adotados e aceitos pela normativa;

Tabela 1: Peso Específico de materiais utilizados

Concreto armado	$\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$
Pavimentação	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3 + 2 \text{ kN/m}^3$ (para prever algum eventual recapamento)
Lastro ferroviário	$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
Dormentes, trilhos e acessórios	O peso por metro linear é de 8 kN/m por via
Aço e ferro fundido	$\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$

Fonte: Mendes (2003) [1]

- **Pavimentação:** deve ser adotado o peso específico recomendado na tabela 1, que considera uma previsão para futuros recapeamentos, caso necessários. Segundo a norma a consideração desta carga pode ser dispensada, a critério do proprietário da obra, no caso de pontes de grandes vãos;
- **Lastro ferroviário, trilhos e dormentes:** conforme é especificado em norma, deve ser suposto que o lastro atinja o nível superior dos dormentes e preencha completamente o espaço limitado pelo guarda-lastros, até o seu bordo superior, mesmo se na seção transversal do projeto não indicado desta forma;
- **Empuxo de terra:** é determinado de acordo com os princípios de mecânica dos solos, em função de sua natureza (ativo, passivo ou de repouso), das características do terreno, assim como das inclinações dos taludes e dos parâmetros.

Como simplificação, pode ser suposto a ausência de coesão e que não haja atrito entre o terreno e a estrutura, desde que as soluções assim determinadas estejam a favor da segurança;

- **Empuxo da água:** contem incluso a supressão e devem ser considerados nas situações mais desfavoráveis para a verificação dos estados limites, sendo dada especial atenção ao estudo dos níveis máximo e mínimo dos cursos d'água e do lençol freático.

Segundo Mendes, 2003 [1], deve-se considerar que no projeto definitivo o peso próprio da estrutura não pode exceder a 5% do peso previsto em projeto, e em caso de estrutura metálica este valor se altera para 3% . Só houvera execução quando todas as correções no projeto forem feitas.

2.4.2 Ações variáveis

A norma brasileira divide as ações variáveis como transitórias entre elas pode se citar:

- Cargas moveis;
- Cargas do vento;
- Empuxo de terra;
- Pressão da água se movendo e seus efeitos dinâmicos providos do seu movimento;
- Efeitos térmicos.

2.4.2.1 Cargas moveis

Cargas moveis perante a normativa brasileira se dividem em

- (a) cargas móveis em pontes rodoviárias;
- (b) cargas moveis em pontes ferroviárias;
- (c) cargas especiais.

Segundo Mendes, 2003 [1], o estudo de cargas moveis em pontes rodoviárias depende da natureza da seção transversal da superestrutura. As normas fornecem o veículo tipo, o qual se usa para obter o trem tipo aplicado em função do número de vigas principais, se possui ou não laje inferior e das dimensões transversais do respectivo tabuleiro. A determinação das cargas moveis em pontes rodoviárias é regida

pela norma NBR 7188:2013 [4], nela, se define como trem tipo ou carga móvel todo sistema de cargas provenientes do tráfego previsto para a estrutura, sobre o veículo padrão previamente mencionado, é usado para classificar a ponte rodoviária, essa diferença de é elaborada também na tabela 2.

- (a) Ponte classe 45 - para veículos tipo classe 45;
- (b) Ponte classe 30 - para veículos tipo classe 30;
- (c) Ponte classe 12 - para veículos tipo classe 12.

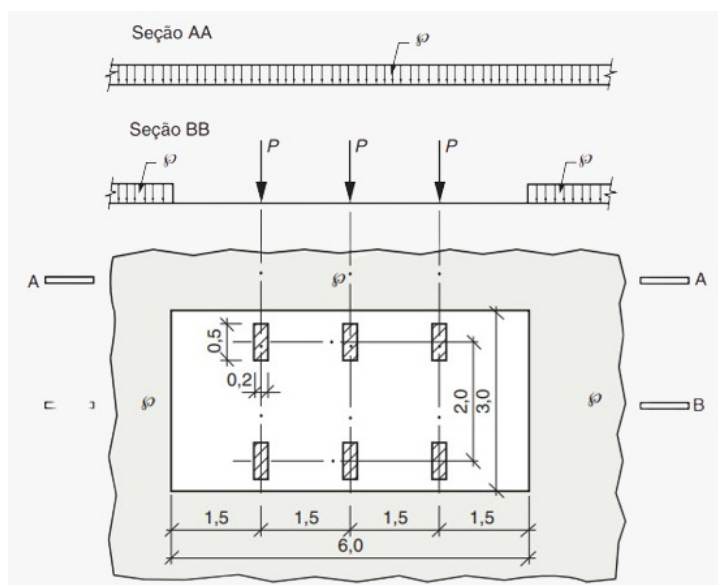
Tabela 2: Trens-Tipos de flexão

Classe da ponte	Tipo	Peso total (kN)	Carga p (kN/m ²)	Distribuída p' (kN/m ²)
45	45	450	5	3
30	30	300	5	3
12	12	120	4	3

Fonte: Mendes (2003) [1]

O carregamento demonstrado na tabela exemplifica a carga "p" como carga estática concentrada para toda pista de rolamento, quanto a carga "p'" como carga uniformemente distribuída que ocupa os passeios. O veículo padrão apresentado pela norma possui uma largura de 3m e um comprimento de 6m, seu detalhamento geométrico pode ser encontrado na figura 21.

Figura 21: Disposição do carregamento do veículo padrão



Fonte: NBR 7188:2013 [4]

Para detalhar os pontos cruciais deste carregamento, a tabela 3 estabelece as características do trem tipo extraídas anteriormente da figura 21.

Tabela 3: Detalhe do trem tipo

Item	Unidade	Tipo 45	Tipo 30	Tipo 12
Quantidades de eixos	Eixo	3	3	2
Peso total do veículo	kN	450	300	120
Peso de cada roda dianteira	kN	75	50	20
Peso de cada roda intermediária	kN	75	50	-
Peso de cada roda traseira	kN	75	50	40
Largura de contato b1 - roda dianteira	m	0,5	0,4	0,4
Largura de contato b2 - roda intermediária	m	0,5	0,4	0,4
Largura de contato b3 - roda traseira	m	0,5	0,4	0,4
Comprimento de contato da roda	m	0,2	0,2	0,2
Área de contato da roda	m ²	0,2 x bi	0,2 x bi	0,2 x bi
Distância entre eixos	m	1,5	1,5	1,5
Distância entre centros das rodas de cada eixo	m	2	2	2

Fonte: El Debs e Takeya, 2007 [5]

A normativa brasileira também estabelece que deve ser adicionado a essas cargas coeficientes de impacto vertical (CIV), de número de faixas (CNF) e de impacto adicional (CIA), estes coeficientes são elaborados a seguir conforme os preceitos da norma NBR 7188:2013 [4].

- **CIV:** é o coeficiente de impacto vertical, amplifica a ação da carga estática, simulando o efeito dinâmico da carga em movimento e a suspensão dos veículos automotores. O CIV não simula e/ou elimina a análise dinâmica nas estruturas sensíveis e/ou baixa rigidez, com ênfase em estruturas de aço;
- **CNF:** é o coeficiente do número de faixas, probabilidade da carga móvel ocorrer em função do número de faixas;
- **CIA:** é o coeficiente de impacto adicional, consiste em coeficiente destinado à majoração da carga móvel característica devido à imperfeição ou descontinuidade da pista de rolamento, no caso de juntas de dilatação e nas extremidades das obras, estruturas de transição e acessos.

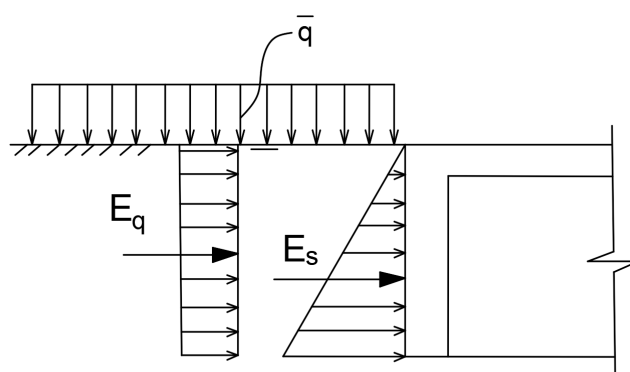
2.4.2.2 Cargas do vento

A norma NBR 7187:2021 [10], não indica nenhum procedimento para determinação da carga do vento, apenas recomendado o uso da normativa NBR 6123:1998 [12]. Portanto conforme El Debs e Takeya [5] a ação do vento é traduzida por carga uniformemente distribuída horizontal, normal ao eixo da ponte. No caso de uma ponte descarregada, admite-se que a pressão do vento seja de 1,5kN/m², qualquer seja o tipo de ponte.

2.4.2.3 Empuxo de terra

Alem da pressão da pressão da terra, nos encontros e nas cortinas, deve ser considerado incluso, pressões oriundas a efeitos de cargas moveis, que se encontram adentrando ou saindo da ponte, que se somam. Segundo El Debs e Takeya, 2007 [5] normalmente este carregamento é colocado na cabeceira da ponte e é considerado como uniformemente distribuído para fins de cálculo, gerando a esquematização demonstrada na figura 22.

Figura 22: Carregamento do empuxo de terra



Fonte: El Debs e Takeya [5] adaptado pelo autor

2.4.2.4 Pressão proveniente da água em movimento

Conforme determinado pela norma brasileira NBR 7187:2021 [10], a pressão proveniente da água em movimento sobre os pilares é estabelecida conforme a equação 1, obtida na norma, que considera, p como a pressão estática equivalente, v_a como a velocidade da água e k um coeficiente dimensional, este coeficiente é tabelado pela mesma normativa conforme a tabela 4.

$$p = k * v_a^2 \quad (1)$$

Tabela 4: Determinação de k

Ângulo de Incidência	k
90°	0,71
45°	0,54
0°	0

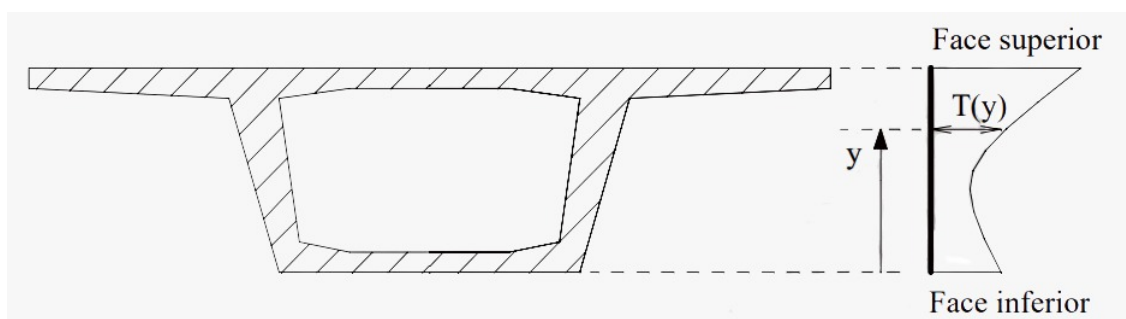
Fonte: NBR 7187:2021 [10]

2.4.2.5 Efeitos térmicos

Em pontes conforme El Debs e Takeya, 2007 [5] a distribuição da temperatura em pontes pode ser decomposta em três parcelas, devido a que existe uma superfície exposta a ação solar direta, conforme demonstrado na figura 23, sendo elas:

- variação uniforme;
- variação linear(gradiente);
- variação no interior da seção.

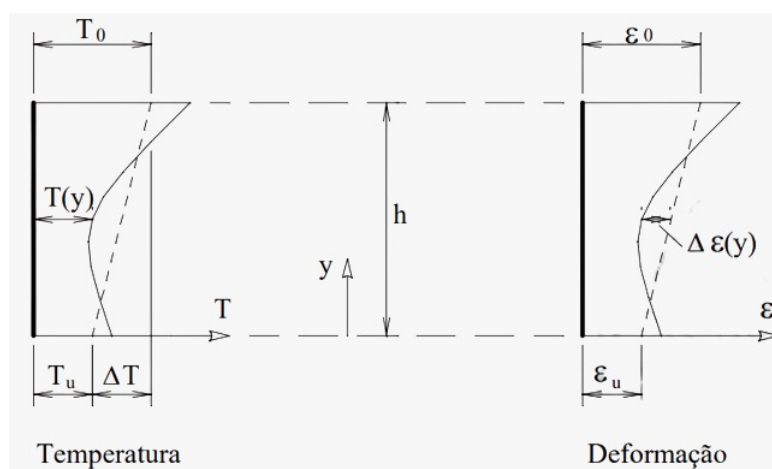
Figura 23: Demonstração efeito de temperatura



Fonte: El Debs e Takeya [5]

A variação uniforme tende a produzir a variação de comprimento e o gradiente térmico causará um encurvamento ao longo deste comprimento e por fim a variação no interior da seção irá produzir tensões internas, sem acarretar em deslocamento, baseados na figura 24.

Figura 24: Linearização das temperaturas e deformações



Fonte: El Debs e Takeya [5]

Tem-se então que como não existe a força normal e o momento fletor aplicados, as tensões são auto equilibradas, conforme as equações 2 e 3, e baseados na figura 24 tem se as deformações como as equações 4 e 5. A partir da lei de Hookie, equação 6, pode se substituir com as equações 4 e 5 resultando nas equações 7 e 8.

$$N = \int \sigma_T(y).dA = 0 \quad (2)$$

$$M = \int \sigma_T(y).y.dA = 0 \quad (3)$$

$$\varepsilon_0 = \alpha.T_0 \quad (4)$$

$$\varepsilon_0 = \alpha.T_u \quad (5)$$

$$\sigma_T(y) = \Delta\varepsilon(y).E = [(T_u + \frac{\Delta T}{h}y) - T(y)].\alpha.E \quad (6)$$

$$T_u = \frac{1}{A} \int T(y).dA - \frac{y}{I} \int T(\bar{y})\bar{y}.dA \quad (7)$$

$$\Delta T = \frac{h}{I} \int T(\bar{y}).\bar{y}.dA \quad (8)$$

Onde:

- A = Área da seção transversal;
- I = momento de inércia em relação ao CG da seção;
- $\bar{y} = y - y_s$ (ordenada medida a partir do CG da seção);
- y_s = distância do CG da seção até a borda inferior.

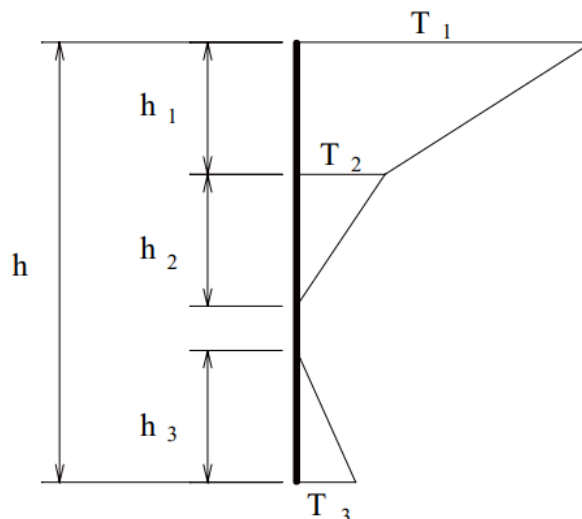
Conforme El Debs e Takeya, 2007 [5] a partir destas expressões determina-se a temperatura média T_m e a rotação da seção Φ , conforme as equações 9 e 10.

$$T_m = \frac{1}{A} \int T(y).dA = \frac{1}{A} \int T(y).b(y).dy \quad (9)$$

$$\Phi = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_h}{h} = \frac{\Delta T.\alpha}{h} = \frac{\alpha}{I} \int T(\bar{y}).\bar{y}.\bar{b}(\bar{y}).dy \quad (10)$$

Na norma 7187:2003 [10] é recomendado uma variação uniforme de $\pm 15^{\circ}\text{C}$, e empregando o valor de dilatação térmico do concreto: $10^{-5}/^{\circ}\text{C}$, devendo-se ser considerado, ao longo da altura de cada seção transversal, conforme a imagem 25 e os valores da tabela 5 indicada.

Figura 25: Distribuição vertical da temperatura



Fonte: NBR7187:2003 [10]

Tabela 5: Distribuição vertical da temperatura

h(m)	T1($^{\circ}\text{C}$)	T2($^{\circ}\text{C}$)	T3($^{\circ}\text{C}$)
$\leq 0,2$	8,5	3,5	0,5
0,4	12,0	3,0	1,5
0,6	13,0	3,0	2,0
$\geq 0,8$	13,5	3,0	2,5

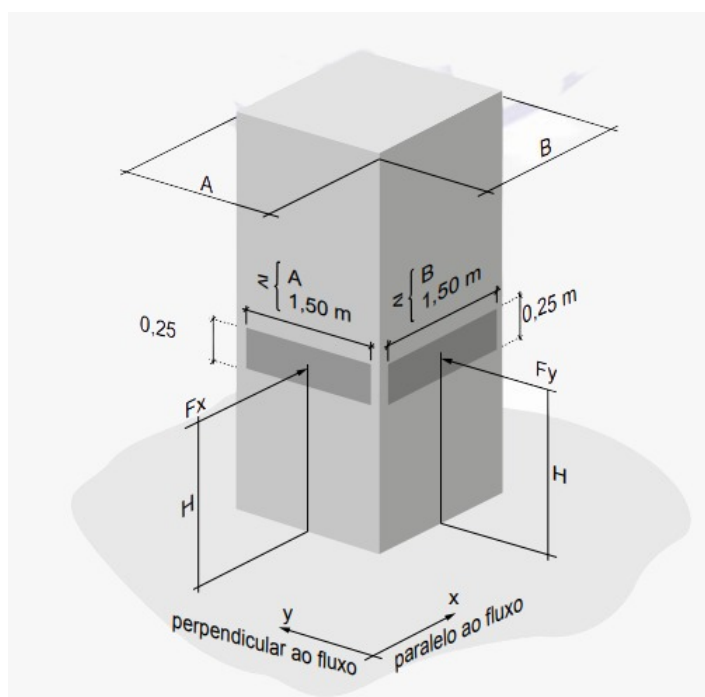
Fonte: NBR 7187:2021 [10]

2.4.3 Ações excepcionais

Para as ações de cargas excepcionais a normativa NBR 7187:2021 [10] cita os possíveis choques de objetos moveis, explosões e fenômenos naturais excepcionais como enchestes catastróficas e sismos. Conforme a norma, as cargas providas de choque devem ser verificadas nos pilares passíveis de serem atingidos por veículos rodoviários ou embarcações e podem ser dispensadas no caso de dispositivos capazes de proteger a estrutura. A norma porem, não prove os valores de carga supostos a ser adotados, portanto, segundo El Debs e Takeya [5] pode-se recorrer a norma alemã DIN 1072, onde deve ser verificado para estes casos forças horizontais, não simultâneas, de 1.000 kN na direção longitudinal e de 500 kN na direção transversal, devendo se considerar estas forças em uma área atuante a 1,20 m da superfície de rolamento. Uma outra alternativa é a adaptação da norma 6120:2019 [13], que oferece uma tabela

para ações de garagens e demais áreas de circulação de veículos, nela, conforme a categoria "IV", fornece-se um índice x atuando na direção paralela ao fluxo de 320kN, e o índice y para direções perpendicular ao fluxo de 160kN, essas forças devem ser consideradas de forma não concomitantes em uma faixa de 25 cm de altura e 150 cm de largura, ou a da face do pilar referente, localizada uma altura H de 1,00 m do solo, com a possibilidade da previsão de barreiras para resistir os respectivos valores de forças, estas especificações são representadas na visualmente na figura 26.

Figura 26: Forças concentras em pilar



Fonte: NBR 6120:2019 [13]

O restante dos carregamentos, conforme a norma 7187:2003 [10], devem ser feitos a critério do proprietário da obra.

2.5 Método de Elementos Finitos

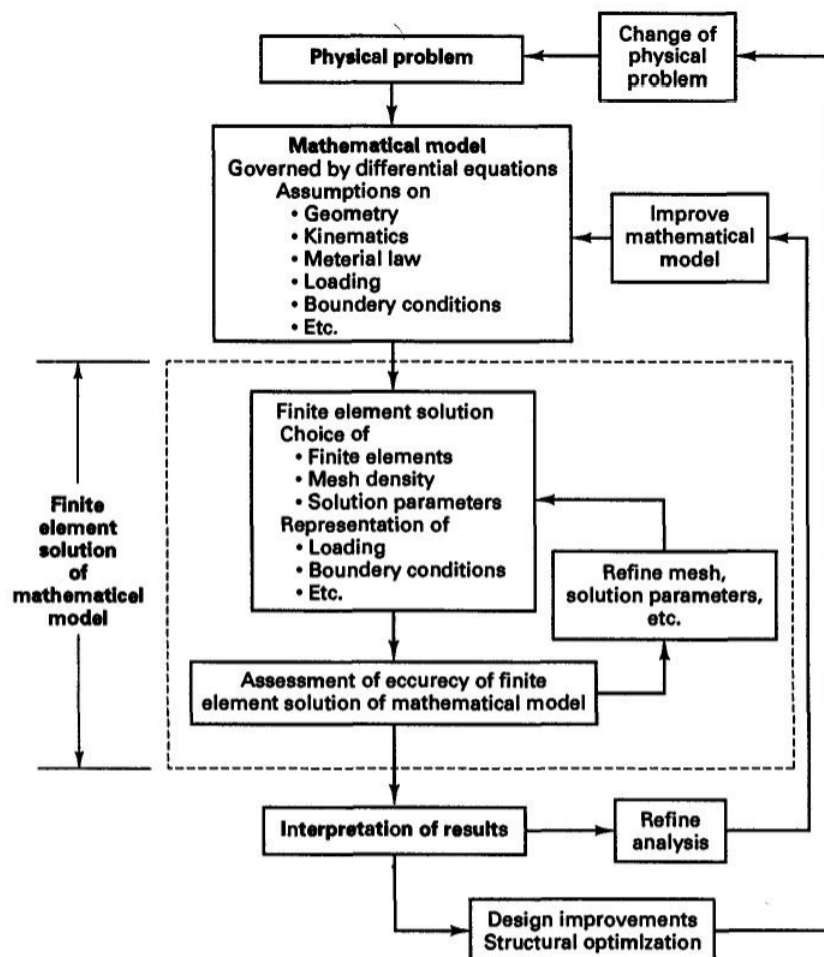
Em termos gerais, método de elementos é um termo abrangente para análises estruturais onde se avalia o comportamento de elementos individuais buscando projetar eles em uma estrutura maior. Segundo Dhatt, Gouri 2012 [3] consiste no uso de aproximações de variáveis desconhecidas em equações diferenciais para transformá-las em algébricas. Para isso é necessária uma metodologia multidisciplinar que envolve os seguintes aspectos:

- (a) Entendimento dos conceitos de comportamento físico-mecânico;
- (b) Representação das reações as forças na forma de equações diferenciais parciais;

- (c) Organização matricial do problema;
- (d) Uso de soluções numéricas de integração de funções algébricas lineares e não lineares;
- (e) Adoção de programação computacional para lidar com grande quantidade de elementos e criar representações visuais.

Segundo Bathe, 1995 [15] devido ao fato que esta metodologia é um procedimento numérico, é necessário validar a acuracidade da solução gerada, uma vez não atingidos os critérios de acuracidade deve ser feito a alteração dos parâmetros utilizados, como por exemplo o refinamento da malha, até que a solução seja validada. A imagem 27 contem um fluxograma que elabora o processo de solução por elementos finitos.

Figura 27: Processo de validação de dados

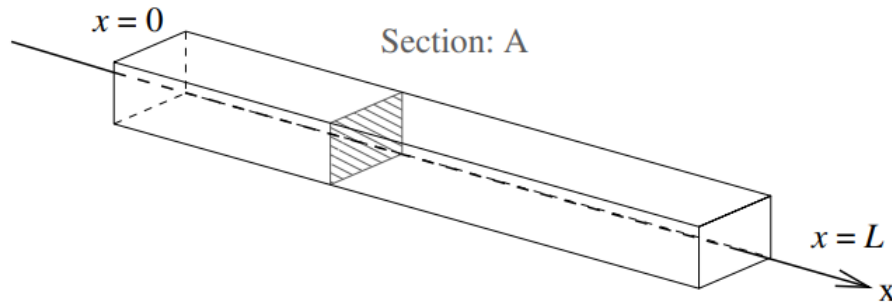


Fonte: Bathe 1995 [15]

2.5.1 Comportamento do material

Para deduções das equações pode se utilizar como base, os conceitos desenvolvidos por Hibbeler, 2006 [7], além do exemplo dado por Dhatt, 2012 [3] de uma estrutura com seção constante conforme a imagem 28.

Figura 28: Seção de uma barra



Fonte: Dhatt, Gouri 2012 [3]

Sabe-se que ao aplicar o carregamento a estrutura se desloca um valor u e gera uma alteração da distância (L), que pode ser representada como originalmente δ_x e depois de deformada δ_{x_1} . Pode se dizer que a tensão pode ser expressada pela equação 11 e a tensão de tração na equação 12 onde E é o módulo de *Young* :

$$\varepsilon = \frac{\partial L}{L} = \frac{\partial x_1 - \partial x}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (11)$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = E * \varepsilon \quad (12)$$

As equações anteriores estavam considerando os esforços de forma unilateral, portanto, para se considerar outros eixos é feito o uso do coeficiente de *Poisson* (ν), que considera a tensão em uma direção, devido aos esforços que ocorrem em outra, logo em uma estrutura de duas dimensões a equação para o deslocamento em x se torna:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} - \nu * \frac{\sigma_{yy}}{E} \quad (13)$$

O mesmo ocorre para as tensões cortantes conforme as equações 14 onde G é o modulo cortante.

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (14)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (15)$$

Ou seja as equações derivadas que compõem a relação de tensão e extensão, considerando uma análise linear, para deduzir o comportamento de um material tridimensional (eixos x, y e z), para os esforços normais segue nas equações 16, 17, 18 e cortante nas equações 19, 20 e 21.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy} - \nu\sigma_{zz}) \quad (16)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx} - \nu\sigma_{zz}) \quad (17)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{E}(\sigma_{zz} - \nu\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) \quad (18)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{1}{G} Z_{xy} \quad (19)$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{1}{G} Z_{xz} \quad (20)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{1}{G} Z_{yz} \quad (21)$$

Conforme previamente estabelecido, é adotado o uso de matrizes para os procedimentos de cálculo, ou seja, o comportamento do material aos esforços aplicados pode ser escrito na equação 22, que pode ser expandido conforme 23.

$$\{\varepsilon\} = [D]^{-1} * \{\sigma\} \quad (22)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

2.5.2 Deformação da Estrutura

Conforme expressado por Bathe, 1995 [15] considera que para todas configurações de uma estrutura, a configuração mais provável é aquela que energia potencial é o mínimo, a equação que dita o total de energia potencial de um determinado objeto é a equação 24 onde μ é a configuração adotada.

$$V_{(\mu)} = U_{(\mu)} - W_{(\mu)} \quad (24)$$

Onde U é a energia de deformação que tem como expressão geral 25 onde para encontrar os valores de τ obedece os preceitos estabelecidos na equação 22 e W é o trabalho gerado devido a ação do carregamento imposto, este trabalho pode expresso pela equação 26, e pode ser subdividido em 2 fazes:

- (a) Forças aplicadas no corpo, ou forças/ volume (exemplo: peso próprio);
- (b) Forças aplicadas na superfície, ou forças/ área.

$$U_{\mu} = \frac{1}{2} \int_v \{\varepsilon\}^T \{\tau\} dV \quad (25)$$

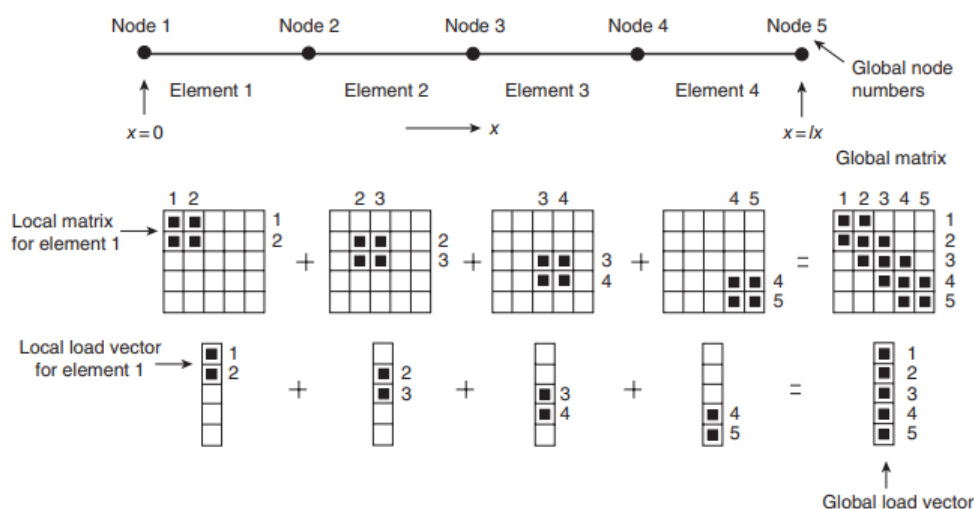
$$W_{\mu} = \int \bar{U}^T f^B dV + \int \bar{U}^{ST} f^{Sf} dS \quad (26)$$

2.5.3 Malha

Conforme é dito por Simpson, 2017 [14] uma vez feito o processo de discretização das equações de governo, para um único ponto, apesar de solucionável, uma vez estabelecendo as condições iniciais e de contorno, o resultado para a estrutura geral seria impreciso, para aumentar a acuracidade da solução, subdivide-se o domínio da estrutura em uma quantidade finita de elementos interligados, coletivamente chamados de malha. A capacidade para traspor dados de modelos com um único elemento, para um sistema de malha, é uma das grandes forças do método de elementos finitos. A imagem 29 representa o funcionamento de uma malha unidimensional de quatro

elementos, entre 5 pontos, cada um com uma distância Δ_x , sendo que cada elemento contribui para a matriz global, levando em consideração suas respectivas coordenadas globais referentes ao elemento analisado. O mesmo aplica ao carregamento que contribui para o vetor global de carga.

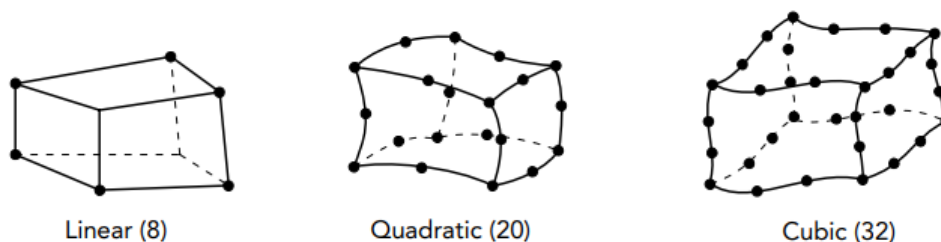
Figura 29: Funcionamento de uma malha unidimensional



Fonte: Simpson, 2017 [14]

Malhas podem ter diferentes geometrias bidimensionais ou tridimensionais, cada malha varia com a quantidade de pontos, tipo de curvatura ou superfície, a imagem 30 demonstra uma malha tridimensional do tipo hexaédrica.

Figura 30: Malha tridimensional



Fonte: Simpson, 2017 [14]

2.5.4 Convergência dos dados

Conforme expressado por Elloy, 2011 [16] para que as soluções alcançadas tenham a acuracidade desejada para o problema, alguns critérios devem ser atendidos para o processamento dos dados, chamados de critérios de convergência, estão citados a seguir:

- **Critério 1:** dentro de cada elemento precisa conter um polinômio completo de grau equivalente a ordem do problema;
- **Critério 2:** nas fronteiras dos elementos, deve haver continuidade da função;
- **Critério 3:** sujeitado a malha as condições de contorno compatíveis, quando essa malha é refinada, cada elemento deve reproduzir suas deformações contidas.

Elloy, 2011 [16] explica que o critério 1 assegura que a função será contínua dentro do elemento. O critério 2 é satisfeito por qualquer malha para elementos compatíveis. O critério 3 é satisfeito para grande maioria dos elementos e pode ser utilizado para validar os critérios anteriores.

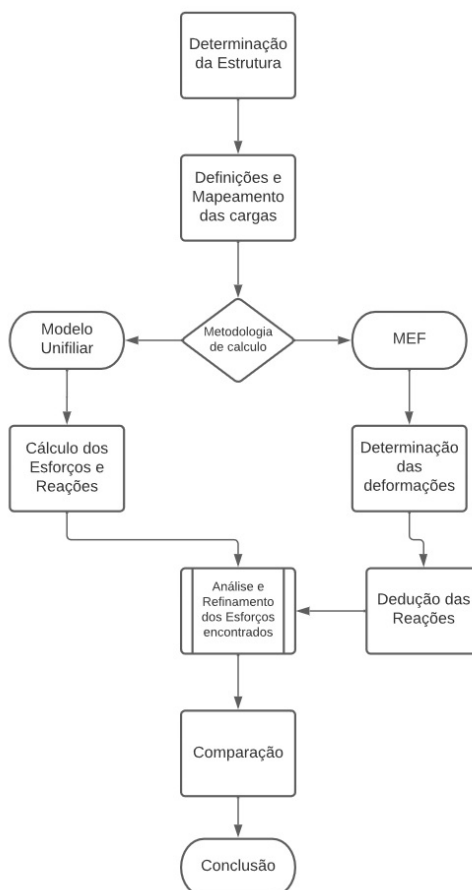
3 Metodologia

O estudo neste trabalho propõe a comparação entre metodologias e análises de cálculo estrutural envolvendo pontes de concreto armado. Desta forma a presente seção tem como objetivo expor os métodos utilizados para o desenvolvimento e pesquisa, visualizando os passos e procedimentos adotados para buscar os objetivos propostos em seções anteriores.

3.1 Etapas de desenvolvimento

Preliminarmente a elaboração destes procedimentos, foi realizado uma pesquisa bibliográfica, buscando fundamentações na literatura e estudos similares realizados no entorno do tema, possibilitando uma melhor visualização dos conceitos abrangidos, permitindo uma delimitação mais fidedigna dos objetivos inicialmente propostos. Visando a comparar o método de MEF com outros procedimentos mais clássicos, representou-se as etapas executadas no fluxograma apresentado na figura 31. Nota-se que para elaboração das simulações computacionais utilizou-se se o software Ansys versão acadêmica R2 2022.

Figura 31: Procedimentos adotados para este trabalho

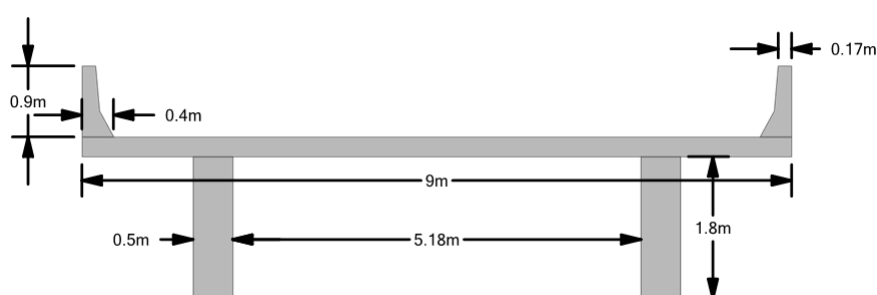


Fonte: Autor

3.2 Modelo de ponte

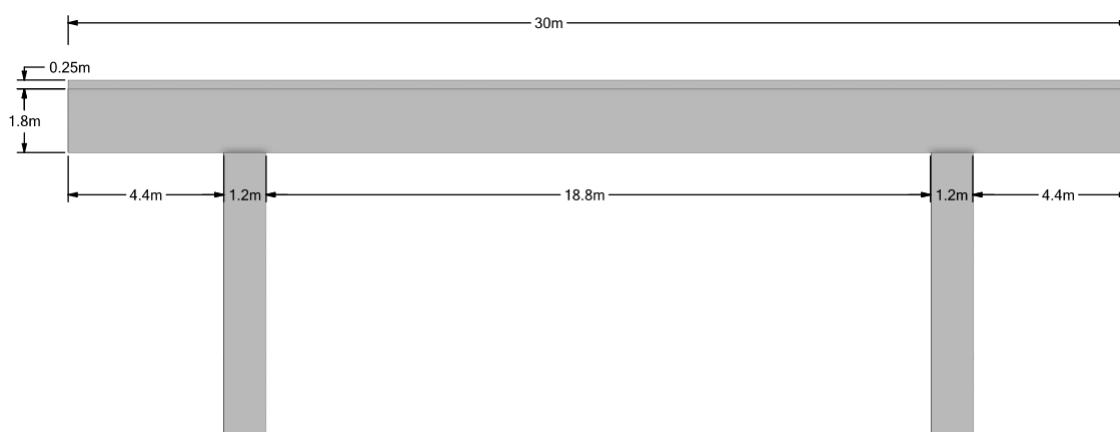
Para a realização dos cálculos foi-se utilizado uma ponte com seção T constituída por 2 viga longitudinais principais (longarinas), foi se optado por um vão de 20 m entre 2 pilares, seguido por duas seções em balanço de 5 m. Para as longarinas se considerou uma seção de 50 x 180 cm. Para caracterização do material considerou concreto C30, $f_{ck} = 30$ MPa. Nas imagens 32 e 33, representa o modelo transversal e longitudinal utilizado para os cálculos.

Figura 32: Seção transversal escolhida



Fonte: Autor

Figura 33: Seção longitudinal escolhida



Fonte: Autor

3.3 Dimensionamento com metodologia unifilar

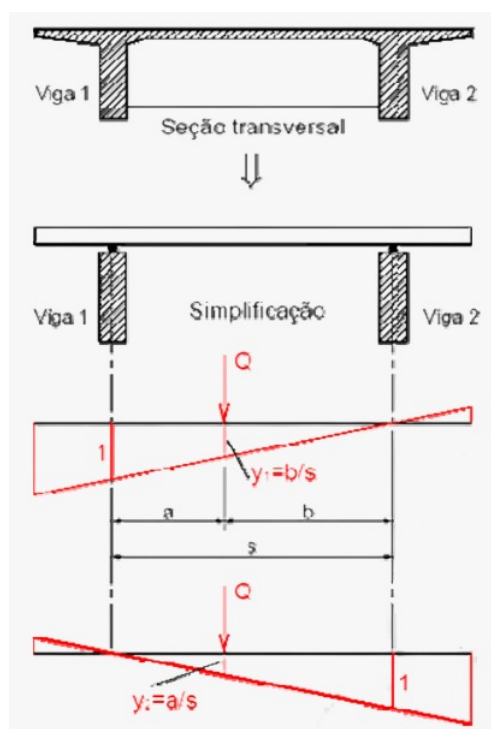
Para o dimensionamento manual do trem tipo foi adotado o método de cálculo apresentado por El Debs e Takeya, 2007 [5], referente a uma seção T para duas vigas, independentes e analisadas isoladamente. Na metodologia de El Debs e Takeya, 2007 [5],

primeiramente deve-se determinar, para cada viga, um trem de carga fictícias, aplicadas diretamente na viga, com o objetivo de emular as cargas reais dispostas sobre o tabuleiro. Este trem de cargas fictícias é denominado trem tipo, em geral para o caso estudado, haverá um trem tipo para cada viga principal.

3.3.1 Determinação do Trem Tipo

Para determinação do trem tipo, supõe-se o tabuleiro como uma viga transversal (com balanços) apoiada sobre as vigas longitudinais. Aplica-se então um carregamento Q , valor estipulado em 1, o que resulta em uma linha de influencia retilínea onde na viga aplicada resulta-se no valor de 1 e na viga oposta o valor de 0, conforme indicado na figura 34.

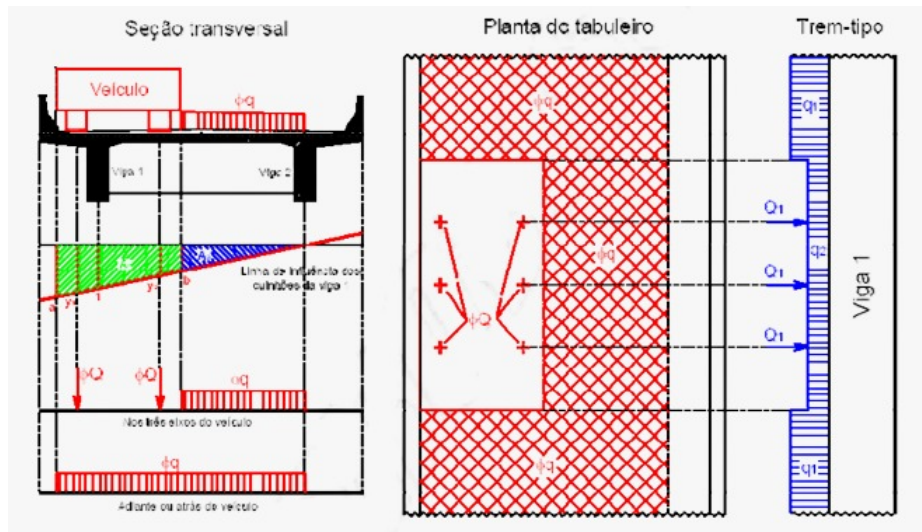
Figura 34: Representação da linha de Influencia Retilínea



Fonte: El Debs e Takeya [5]

Conforme expressado por El Debs e Takeya, 2007 [5], o carregamento normal da ponte será composto por um veículo, com uma carga distribuída ϕq anterior e posterior ao veículo, carga distribuída ϕq lateral, além do carregamento do veículo ϕQ . A junção de todos estes carregamentos se encontra-se na figura 35, a quantificação deste carregamento é determinada pelas equações 27,28 e 29.

Figura 35: Carregamento considerado sobre tabuleiro



Fonte: El Debs e Takeya(2007) [5]

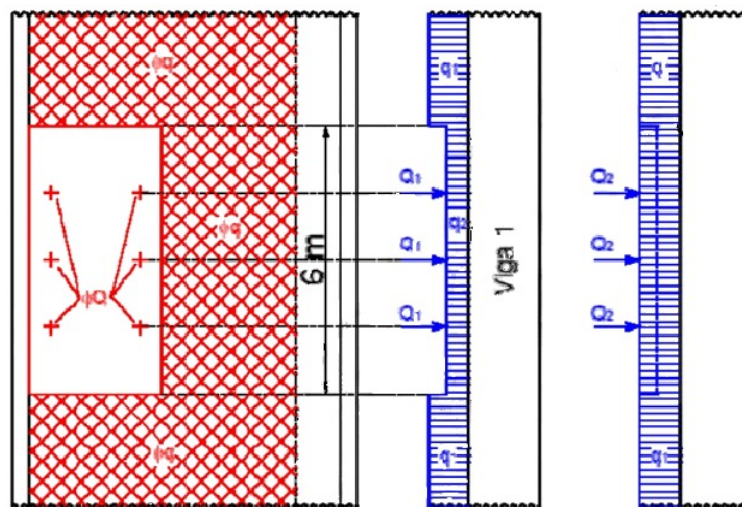
$$Q_1 = \phi Q(y_1 + y_2) \quad (27)$$

$$q_1 = \phi q(A_1 + A_2) \quad (28)$$

$$q_2 = \phi q A_2 \quad (29)$$

El Debs e Takeya [5], também elabora que o trem tipo pode ser simplificado, fazendo com que apenas q_1 seja aplicada, esta simplificação é exemplificada na figura 36.

Figura 36: Trem Tipo Simplificado

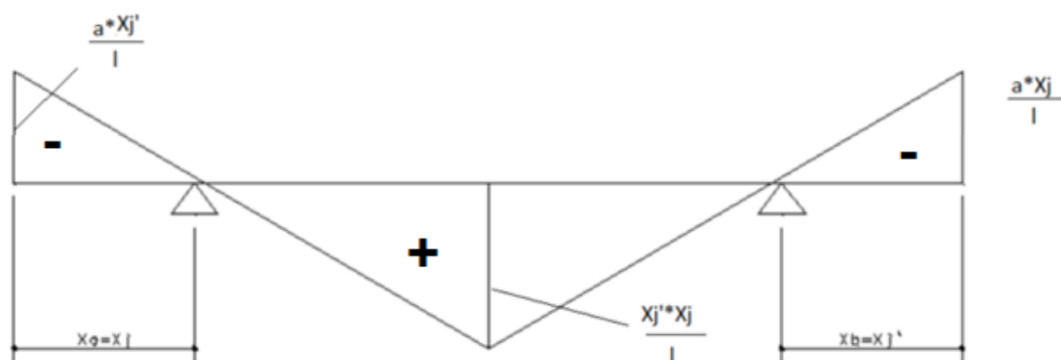


Fonte: El Debs e Takeya (2007) [5]

3.3.2 Determinação dos envelopes de esforços

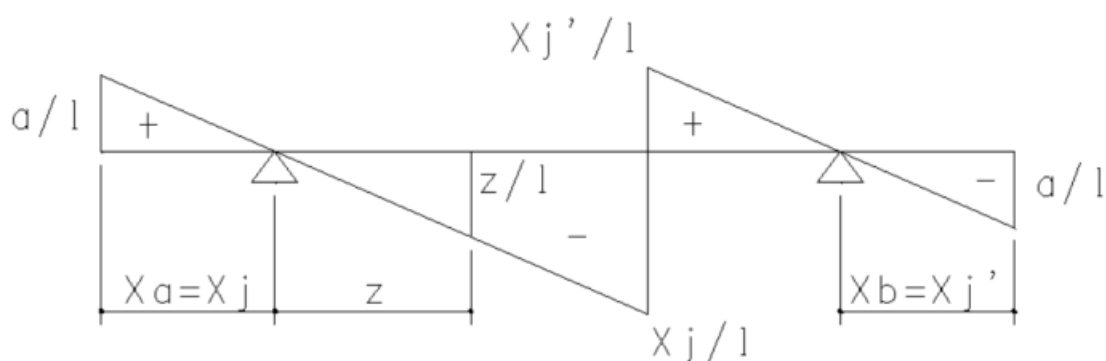
Uma vez determinado o trem tipo é calculado os envelopes de momentos e cortantes utiliza-se o método de linhas de influencia, que descrevem a variação de um determinado efeito em função da posição de uma carga vertical unitária que passeia sobre a estrutura. Na figura 37 representa-se o modelo de influencia da carga adotado para a determinação da envoltória de momentos e na figura 38 o modelo de influencia do envelope de esforços cortantes, sendo a a distância embanço l o comprimento entre pilares e X_j e $X_{j'}$ a distância entre o pilar esquerdo e direito, respectivamente.

Figura 37: Linhas de influencia do momento fletor



Fonte: Material disciplina de pontes de concreto armado - Unisc

Figura 38: Linhas de influencia dos esforços cortantes

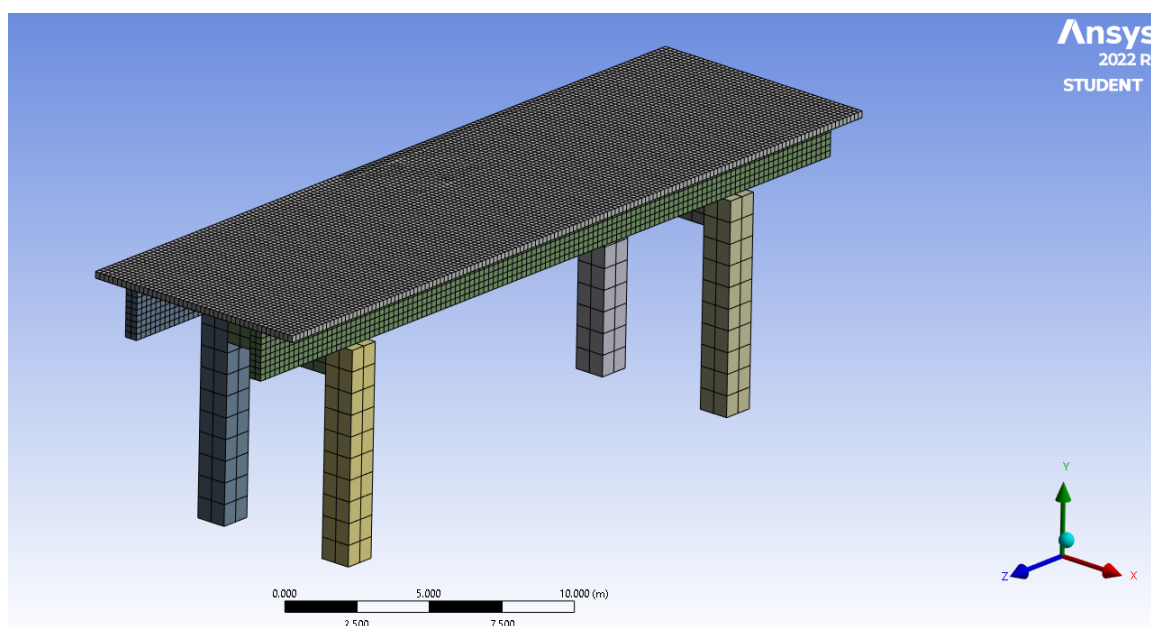


Fonte: Material disciplina de pontes de concreto armado - Unisc

3.4 Elementos Finitos

Para realizar as análises com elementos finitos optou-se por utilizar o *software* Ansys, versão 2022 estudantil. Primeiramente foi feita a modelação 3D da estrutura definida, em seguida a caracterização do concreto armado, conforme os parâmetros da norma culta NBR 6118:2014 [6], uma vez implementados estes parâmetros nas configurações da simulação, é gerado a malha tridimensional da estrutura onde serão resolvidas por método iterativo as equações diferenciais, devido a simetria da estrutura modelada optou-se por utilizar uma malha hexaédrica no lugar de uma tetraédrica, buscando gerar elementos com a maior dimensão menor ou igual a 20 cm na laje e 25 cm nas longarinas, assim aumentando a qualidade da malha gerada e consequentemente a fidelidade da solução calculada, devido a limitações por elementos da versão estudantil foi-se optado a não modelar a guarda e aplicar o seu peso como uma força externa, também devido a esses critérios, adotou-se a maior dimensão dos elementos nos pilares como menor ou igual a 50 cm, a figura 39 representa a malha gerada para simulação.

Figura 39: Malha gerada para simulação

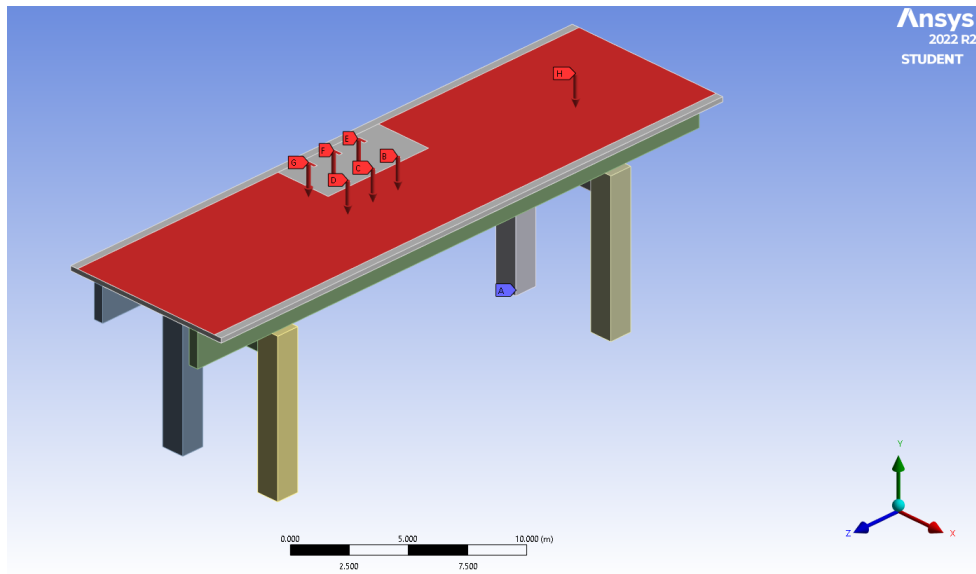


Fonte:Autor

Para a determinação das condições de contorno foi imposto um apoio fixo, ou seja engastado, na base de cada pilar, realizou-se a discretização do veículo padrão em cima da laje onde são aplicados as forças de 75kN por roda, no restante na pista foi aplicado o carregamento distribuído oriundo do tráfego de 5 kN/m, também como forças externas foi considerado o peso do asfalto e guardas, para peso próprio da estrutura modelada foi aplicado a força da gravidade de $9,81 \text{ m/s}^2$. A figura 40 demonstra as condições de forças aplicadas na estrutura. Sendo que:

- A = Apoio nos pilares;
- B a G = Forças aplicadas sobre a superfície das rodas;
- H = Força do carregamento distribuído.

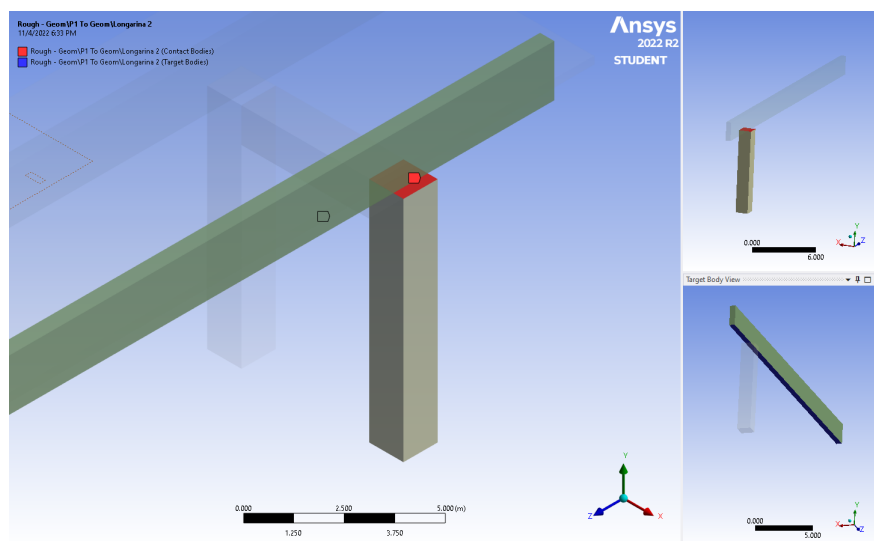
Figura 40: Forças aplicadas na simulação



Fonte:Autor

A estrutura gerada foi simulada como um modelo sólido, estipulando as conexões entre os elementos como engastados, com exceção da interseção entre pilares e as vigas, que foi apenas considerado apoiado, permitindo o giro da estrutura. A imagem 41 representa as áreas de apoio entre a longarina e o pilar.

Figura 41: Conexão viga com pilar



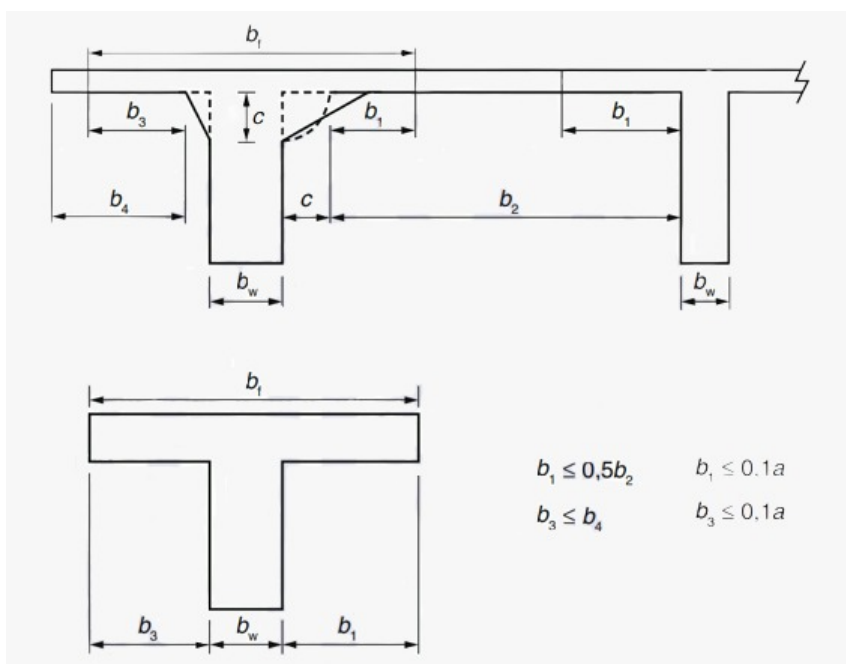
Fonte:Autor

Uma vez determinado as tensões na estrutura, foi extraído os resultados por eixo referente a viga. Para traçar os diagramas esforços primeiramente é necessário determinar a seção em T resultante do problema, respeitando os preceitos da norma 6118:2014 [6] ilustrados na imagem 42, para essa determinação é primeiro verificado a posição da linha neutra, em seguida é necessário encontrar o valor referente a b_f , como esta sendo calculado as tensões por flexão normal simples, pode se realizar essa determinação através do cálculo de centro de gravidade da seção, então aplica as equações representadas por Hibbeler, 2006 [7] expressadas em 30 e 31.

$$\sigma = \frac{M}{I} * y \quad (30)$$

$$\tau = \frac{V' * Q}{I * b} \quad (31)$$

Figura 42: Considerações para modelo da viga extraída



Fonte:NBR 6118:2014

4 Resultados

Na presente seção será detalhado os cálculos e atribuições no procedimento de cálculo, além dos resultados gerados pelas metodologias previamente discretizadas.

4.1 Caracterizações Gerais

Para realização dos dimensionamentos primeiramente é necessário realizar a caracterização da estrutura para definição das cargas moveis ja estabelecidas, a tabela 6 resume as dimensões transversais adotadas para o dimensionamento que ja foi previamente representadas nas figuras 32 e 33. Determinou-se para o concreto 30 fck, com E_{ci} de 30672 MPa, outras características são citadas abaixo:

- Peso especifico do concreto armado - $2,5 t/m^2$;
- Peso especifico da massa asfáltica - $2,4 t/m^2$;
- Numero de faixas - 2 faixas.

Tabela 6: Caracterização Transversal da estrutura

Transversal	
Lt	8,2m
Defesa Total de cada lado	0,4m
Vão entre vigas	5,2m
Largura Viga	0,5m
Altura Viga	1,8m
Base maior defesa	0,22m
Base menor defesa	0,17m
Altura Defesa 1	0,33m
Altura Defesa 2	0,57m
Laje	0,25m
Altura defesa	0,9m
Asfalto centro	0,08m
Asfalto bordas	0,05m

Fonte:Autor

A fim de determinar os coeficientes referentes a norma NBR 7188:2013 [4], foi se utilizado as equações 32, 33, 34 e 35, o coeficiente de impacto adicional (CIA) foi considerado como 1,25 conforme estipulado em norma para obras em concreto. Os respectivos coeficientes resultantes estão discretizados na tabela 7.

$$CIV = 1 + 1,06 * \frac{20}{V_{ao} + 50} \geq 1,35 \quad (32)$$

$$CNF = 1 - 0,05 * (n - 2) > 0,9 \quad (33)$$

$$\Theta = CIV * CNF * CIA \quad (34)$$

$$Hf = 0,25 * B * L * CNF \quad (35)$$

Tabela 7: Coeficientes calculados

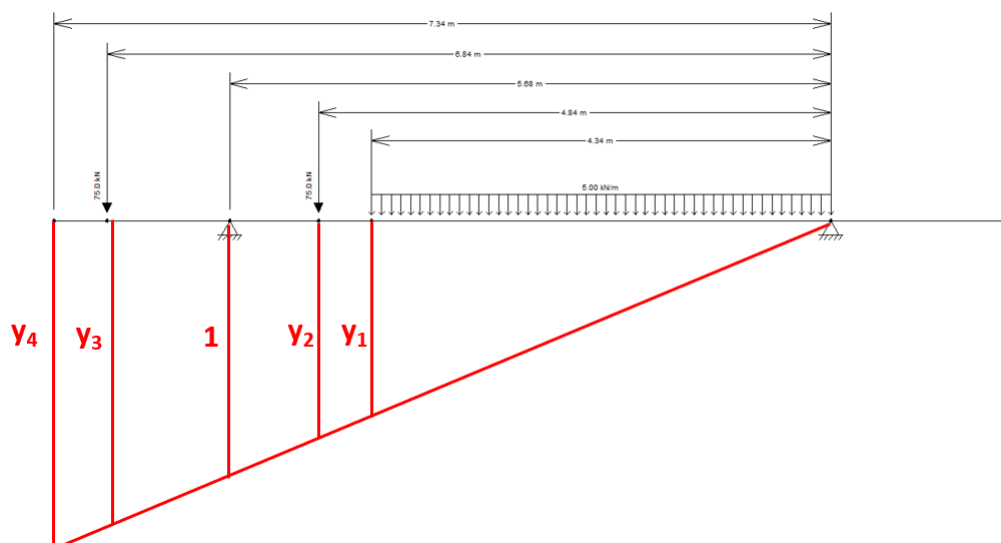
Coeficientes			
Vão		Balanço	
CIV	1,303	CIV	1,35
CNF	1,00	CNF	1,00
CIA	1,25	CIA	1,25
Ø	1,629	Ø	1,688
Hf	135 kN	Hf	135 kN

Fonte:Autor

4.2 Dimensionamento por modelo unifilar

Para o dimensionamento pelo modelo unifilar, utiliza-se a metodologia referenciada em El Debs e Takeya, 2007 [5], logo com o objetivo de determinar o trem tipo, primeiramente foi-se traçado a linha de influência das cargas aplicadas no tabuleiro conforme a imagem 43 e por semelhança de triângulos chegou nos resultados apresentados na tabela 8.

Figura 43: Linhas de influencia no tabuleiro



Fonte:Autor

Tabela 8: Resultado das linhas de Influência

Local	Valor	Posição
Viga	1	5,68 m
y1	0,764	4,34 m
y2	0,852	4,84 m
y3	1,204	6,84 m
y4	1,292	7,34 m

Fonte: Autor

Então foi calculado o trem tipo, representado na figura 44, aplicando a metodologia previamente explicada. A seguir se resume as condições impostas pelo veículo tipo:

- Carga concentrada: 75 kN;
- Carga distribuída: 5 kN/m;
- Comprimento do veículo: 6m;
- Número de eixos: 3 eixos.

$$RP = 75kN * (0,852 + 1,205) = 154,20kN \quad (36)$$

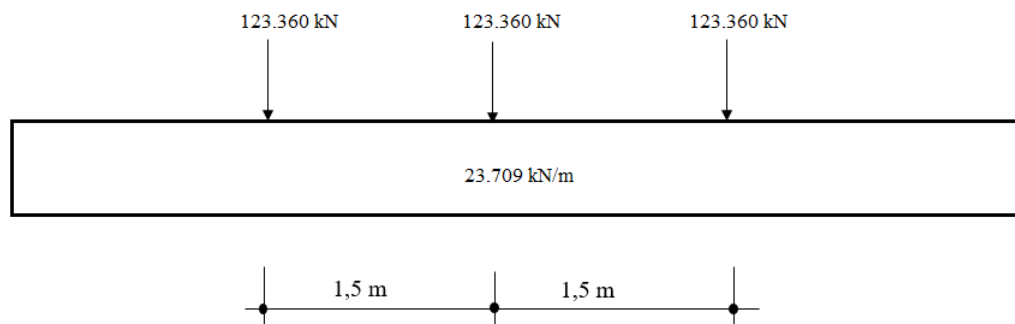
$$RP_1 = 5kN/m * \frac{(0,764 * 4,34)}{2} = 8,289kN/m \quad (37)$$

$$RP_2 = 5kN/m * \frac{(1,292 + 0,764)}{2} * 3 = 15,42kN/m \quad (38)$$

$$\Delta RP = 15,42kN/m * \left(\frac{6}{3}\right) = 30,84kN \quad (39)$$

$$RP' = 154,20kN - 30,84kN = 123,36kN \quad (40)$$

$$RP_1 + RP_2 = 23,709kN/m \quad (41)$$

Figura 44: Trem tipo calculado

Fonte: Autor

Para o cálculo do peso próprio foi calculado as áreas individuais das estruturas que serão suportadas por cada viga e multiplicado pelo respectivo peso específico, estas considerações estão expressas na tabela 9.

Tabela 9: Peso próprio da estrutura

Áreas	
Gurada rodas	0,213m ²
Laje	1,125m ²
Viga	0,775m ²
Total	2,113m ²
Gca	5,2825 t/m
Área do Asfalto	0,2665m ²
Gpav	0,6396 t/m
Total	5,9221 t/m
	58,10 kN/m

Uma vez estipulado o trem tipo e o peso próprio, foi calculado os diagramas de momento fletor conforme metodologia previamente estabelecida, utilizado as linhas de influência representadas na figura 37. Como exemplo, segue os cálculos resumidos da seção 5, referente ao centro do vão, o memorial de cálculo completo encontra-se no apêndice A, em seguida na tabela 10 possui os *outputs* desta seção.

$$\Theta M^- = 1,688 * [123,36 * (2,5 + 1,75 + 1) + 23,709 * (\frac{5 * 2,5}{2} + \frac{5 * 2,5}{2})] \quad (42)$$

$$\Theta M^- = -1593,476kN.m \quad (43)$$

Tabela 10: Resumo do dimensionamento da seção 5

Seção	5		
l	20,00 m	h_1^+	5
a	5,00 m	h_2^+	4,25
X_j	10,00 m	h_3^+	4,25
X_j'	10,00 m		
h_1^-	2,5	$h_1'^-$	2,5
h_2^-	1,75	$h_2'^-$	1,75
h_3^-	1	$h_3'^-$	1
ΦM^+	4643,969 kN.m		
ΦM^-	-1593,476 kN.m		
$\Phi M^{-'}$	-1593,476 kN.m		

Fonte:Autor

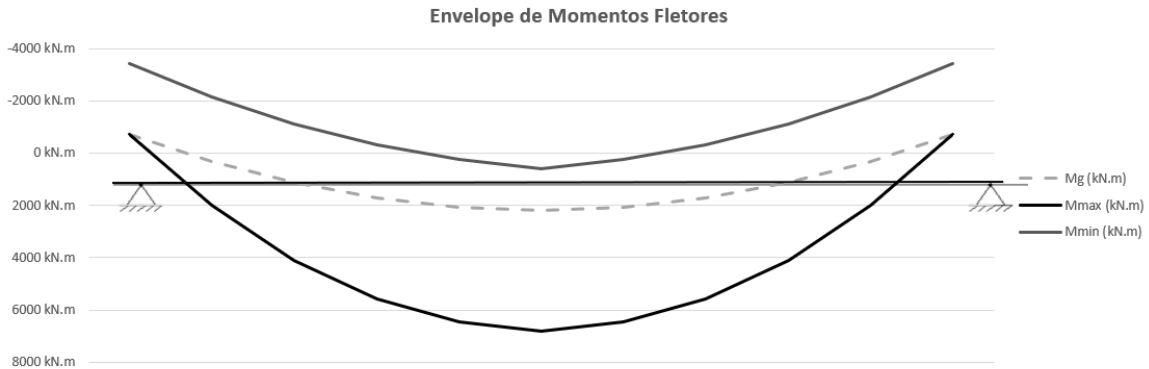
Foi repetido este procedimento para as 10 seções dentro do vão livre, cada uma com um avanço de 2m, sendo as seções 0 e 10 encontradas nos pilares da ponte, assim buscando traçar os envelopes de momentos referente a longarina, representado no gráfico da figura 45, também demonstra-se na tabela 11 os resultados individuais de cada seção, os esforços provido do peso (Mg) foram retirados do progama FTOOL.

Tabela 11: Resultados do envelope de momento fletor

Seção	Mg (kN.m)	ΦM^+ (kN.m)	ΦM^- (kN.m)	Mmax (kN.m)	Mmin (kN.m)
0	-726.250	0.000	-2686.693	-726.250	-3412.943
1	319.550	1689.915	-2468.049	2009.465	-2148.499
2	1132.950	2984.198	-2249.406	4117.148	-1116.456
3	1713.950	3882.849	-2030.763	5596.799	-316.813
4	2062.550	4385.867	-1812.119	6448.417	250.431
5	2178.750	4643.969	-1593.476	6822.719	585.274
6	2062.550	4385.867	-1812.119	6448.417	250.431
7	1713.950	3882.849	-2030.763	5596.799	-316.813
8	1132.950	2984.198	-2249.406	4117.148	-1116.456
9	319.550	1689.915	-2468.049	2009.465	-2148.499
10	-726.250	0.000	-2686.693	-726.250	-3412.943

Fonte:Autor

Figura 45: Envelope de momentos fletores



Fonte: Autor

O diagrama de esforços cortantes seguiu a mesma metodologia, utilizando as linhas de influência representadas na figura 38. Como exemplo, segue o de cálculo resumido da mesma seção, sendo o memorial completo encontrado no apêndice B, na tabela 12 possui os *outputs* desta seção.

$$\Theta Q^{+&-} = 1,688 * [23,709 * (\frac{5*0,25}{2})] + 1,629 * [123,36 * (0,5 + 0,425 + 0,35) + 23,709 * (\frac{10*0,5}{2})] \quad (44)$$

$$\Theta Q^{+} = \Theta Q^{-} = 377,784 \text{ kN} - 377,784 \text{ kN} \quad (45)$$

$$\Theta Q^{esq.-0} = 1,688 * [123,36 * (1 + 1 + 1) + 23,709 * 5 * 1] \quad (46)$$

$$\Theta Q^{esq.-0} = -824,799 \text{ kN} \quad (47)$$

Tabela 12: Resumo do dimensionamento da seção 5

Seção	5			
l	20,00 m	Xj	5,00 m	-
a	5,00 m	Xj'	5,00 m	-
z-1	10,00 m	h-1	0,5	0,25
z-2	11,50 m	h-2	0,425	0,175
z-3	13,00 m	h-3	0,35	0,1
z+1	10,00 m	h+1	0,5	-
z+2	8,50 m	h+2	0,425	-
z+3	7,00 m	h+3	0,35	-
ØQ+	377,784 kN			
ØQ-	-377,784 kN			
ØQesq.+0	0 kN			
ØQesq.-0	-824,799 kN			

Fonte:Autor

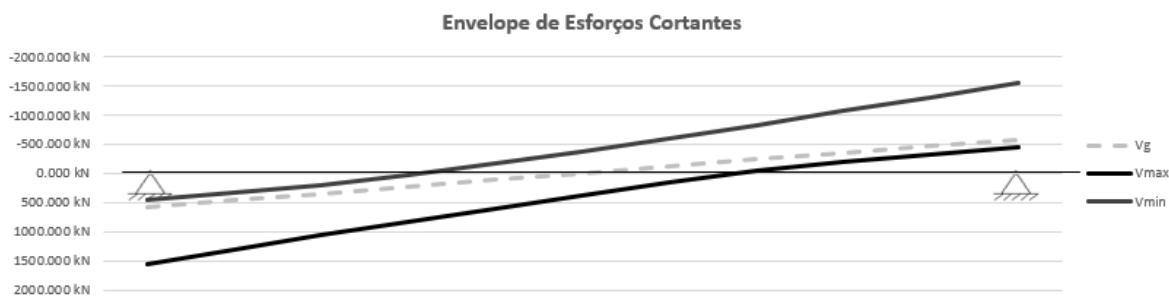
Em seguida foi traçado o envelope de esforços cortantes para longarina, representado no gráfico da figura 46, também se expõe na tabela 13, os resultados individuais de cada seção, os esforços provido do peso (Vg) foram retirados do programa FTOOL.

Tabela 13: Resultados do envelope de esforços cortantes

Seção	Vg (kN)	ΦV+ (kN)	ΦV- (kN)	Vmax (kN)	Vmin (kN)
0esq	-290.500	0.000	-824.799	-290.500	-1115.299
0dir	581.000	968.878	-134.335	1549.878	446.665
1	464.800	835.211	-138.197	1300.011	326.603
2	348.600	709.267	-149.783	1057.867	198.817
3	232.400	591.048	-195.416	823.448	36.984
4	116.200	480.554	-282.738	596.754	-166.538
5	0.000	377.784	-377.784	377.784	-377.784
6	-116.200	282.738	-480.554	166.538	-596.754
7	-232.400	195.416	-591.048	-36.984	-823.448
8	-348.600	149.783	-709.267	-198.817	-1057.867
9	-464.800	138.197	-835.211	-326.603	-1300.011
10esq	-581.000	134.335	-968.878	-446.665	-1549.878
10dir	290.500	824.799	0.000	1115.299	290.500

Fonte:Autor

Figura 46: Envelope de esforços cortantes



Fonte:Autor

4.3 Dimensionamento por Elementos Finitos

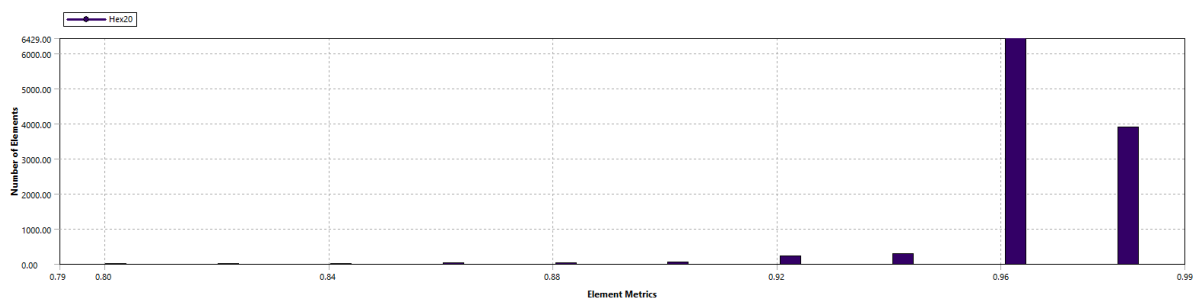
Para este dimensionamento, foi atribuído as características físicas do concreto conforme a imagem 47, em seguida importado a geometria tridimensional de acordo com o modelo das imagens 32 e 33, para a simulação foi gerado a malha conforme esta representada a imagem 39, que possui as seguintes características:

- Número de nodes: 73654;
- Número de elementos: 10893;
- Qualidade mínima geométrica dos elementos: 80%, conforme a imagem 48.

Figura 47: Características físicas do material

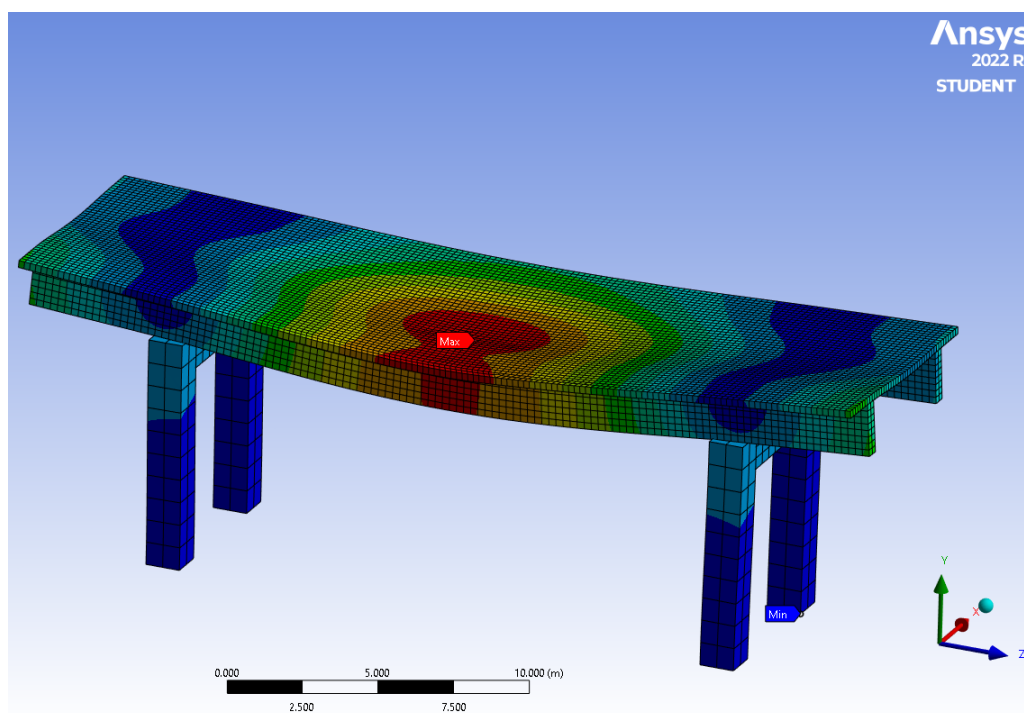
Concrete	
Fck = 30 MPA	
Density	2500 kg/m ³
Structural	
▼ Isotropic Elasticity	
Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio
Young's Modulus	3.0672e+10 Pa
Poisson's Ratio	0.2
Bulk Modulus	1.704e+10 Pa
Shear Modulus	1.278e+10 Pa

Fonte:Autor

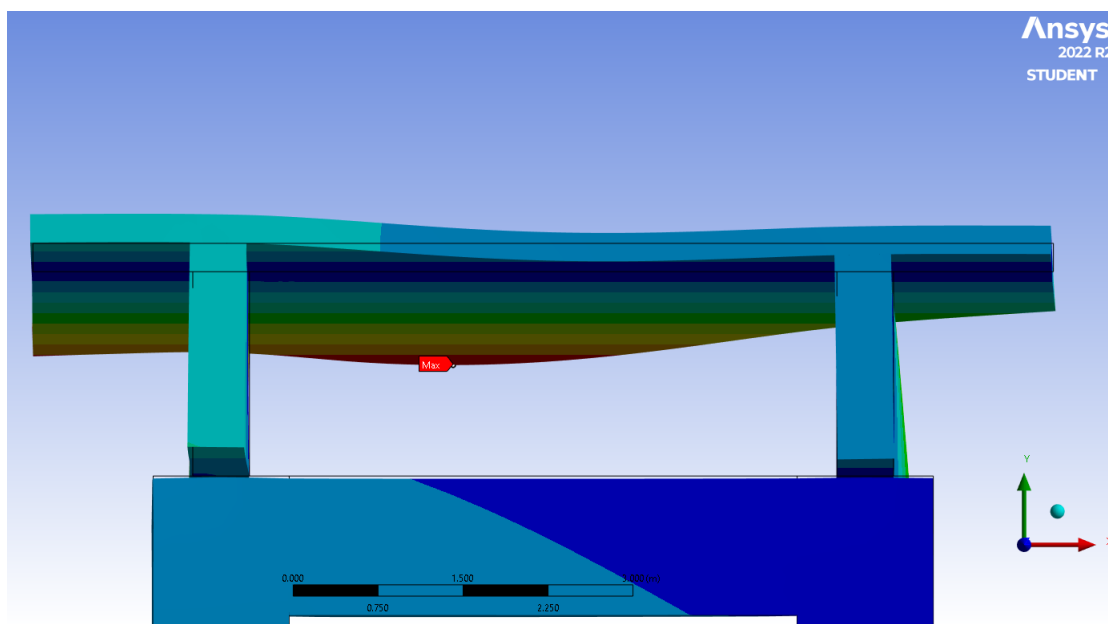
Figura 48: Qualidade da malha gerada

Fonte:Autor

Em seguida foi medida a deformação do modelo conforme as imagens 49 e 50, o valor máximo de deformação encontrado foi de 0,0066844 m ou 6,7 mm na laje.

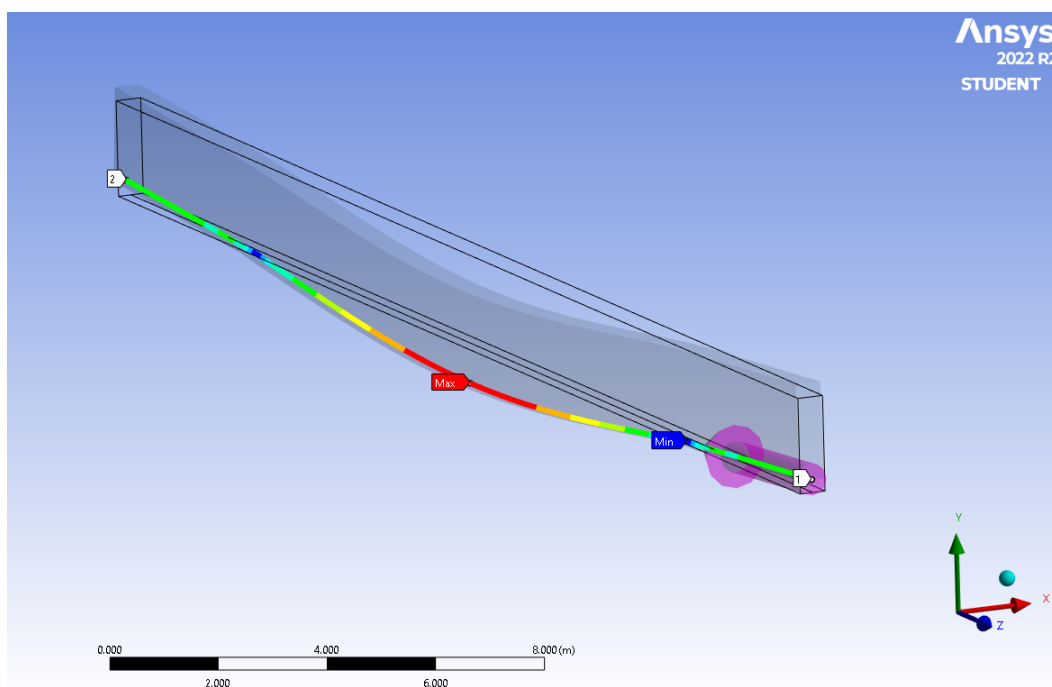
Figura 49: Deformação Total

Fonte:Autor

Figura 50: Deformação Frontal

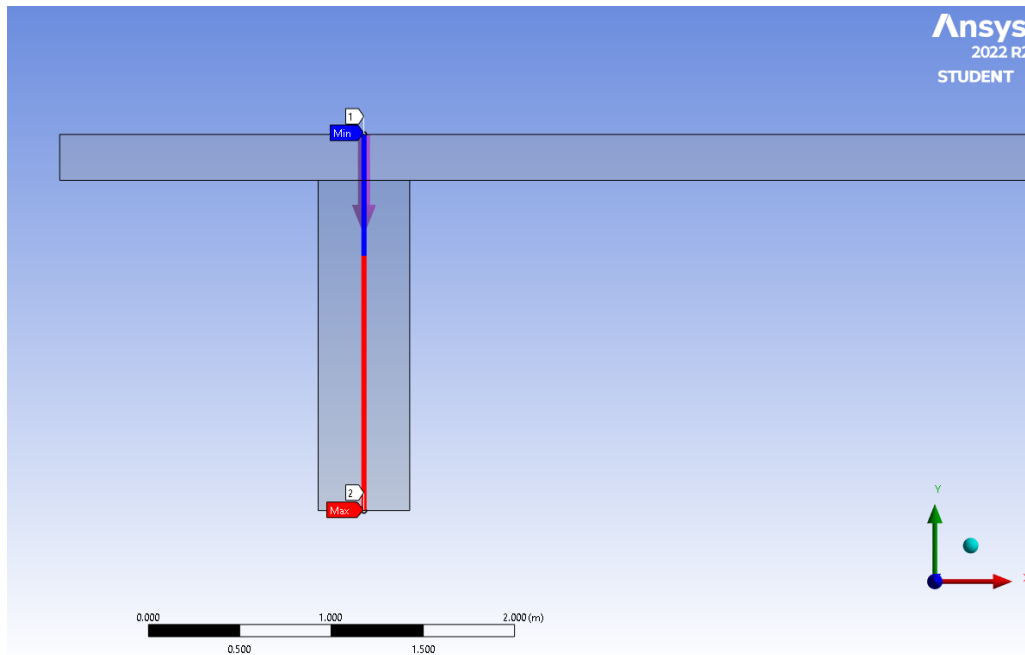
Fonte:Autor

Com o intuito de determinar os diagramas de forças, foi extraído as tensões na viga conforme a imagem 51, também foi extraído a altura da linha neutra implementando um medidor de tensão no centro transversal da viga, conforme a imagem 52, encontrada a uma altura de 1,382 m.

Figura 51: Tensão na viga

Fonte:Autor

Figura 52: Linha neutra



Fonte: Autor

Uma vez determinado a altura da linha neutra foi calculado as dimensão da seção em T conforme a determinação do centro de gravidade da mesma, representada na equação 48.

$$Y_{cg} = \frac{\sum(y * A)}{\sum A'} \quad (48)$$

$$1,382 = \frac{(0,9m * 0,9m^2) + (1,925m * B_f * 0,25m)}{(0,5m * 1,8m) + (0,25m * B_f)} \quad (49)$$

$$B_f = 3,201m \quad (50)$$

Com essa medida encontrada foi possível encontrar o momento de inércia da seção I_{xx} , representado a partir da equação 51.

$$I_{xx} = \sum(\bar{I}_x + Ad_y^2) \quad (51)$$

$$I_{xx} = \left(\frac{0,5 * 1,8^3}{12} + 0,9 * 0,54^2 \right) + \left(\frac{3,201 * 0,25^3}{12} + 0,83 * 0,48^2 \right) \quad (52)$$

$$I_{xx} = 0,69218m^4 \quad (53)$$

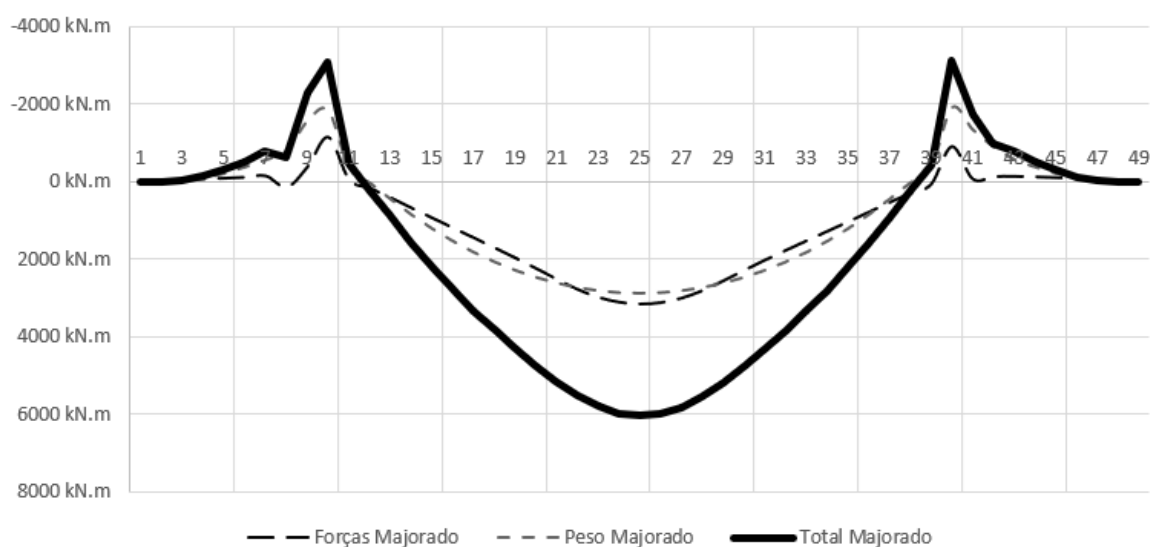
A tabela 14 são as tensões encontradas ao longo da viga, sendo eles extraídos utilizando o pontos distribuídos linearmente conforme a imagem 51, com estes resultados pode-se determinar as forças atuantes utilizando a equação 30, em seguida um exemplo da aplicação para o centro do vão, ressalta-se que uma vez calculado as forças resultantes elas foram majoradas utilizando os coeficientes de impacto, da mesma maneira que a metodologia anterior.

$$M = \frac{7395500 * 0,69218}{1,38} \quad (54)$$

$$M = 3701,535kN.m \quad (55)$$

Na tabela 15 representa os resultados das conversões destas tensões em forças e traçado o gráfico de momentos fletores ja majorados para o centro do vão conforme a imagem 53.

Figura 53: Envelope de momento fletor por MEF



Fonte:Autor

Tabela 14: Tensões extraídas em Pascal

Local	Tensão Medida Forças	Tensão Medida Peso	Tensão Medida Total
0	1.41E+03	-8.43E+02	-8.28E+02
0.625	-3.02E+04	1.33E+04	1.29E+04
1.25	-5.80E+04	-2.00E+04	-2.84E+04
1.875	-8.02E+04	-1.24E+05	-1.52E+05
2.5	-1.02E+05	-2.90E+05	-3.44E+05
3.125	-1.31E+05	-5.09E+05	-6.06E+05
3.75	-1.73E+05	-7.57E+05	-9.09E+05
4.375	1.75E+05	-1.08E+06	-7.41E+05
5	-4.53E+05	-2.08E+06	-2.69E+06
5.625	-1.42E+06	-2.45E+06	-3.79E+06
6.25	-6.60E+04	-4.81E+05	-5.70E+05
6.875	2.07E+05	3.04E+04	2.41E+05
7.5	5.18E+05	5.90E+05	1.09E+06
8.125	8.42E+05	1.12E+06	1.92E+06
8.75	1.17E+06	1.60E+06	2.70E+06
9.375	1.48E+06	2.03E+06	3.41E+06
10	1.80E+06	2.41E+06	4.08E+06
10.625	2.12E+06	2.74E+06	4.70E+06
11.25	2.45E+06	3.02E+06	5.28E+06
11.875	2.78E+06	3.27E+06	5.82E+06
12.5	3.13E+06	3.46E+06	6.34E+06
13.125	3.46E+06	3.61E+06	6.78E+06
13.75	3.71E+06	3.72E+06	7.12E+06
14.375	3.86E+06	3.79E+06	7.32E+06
15	3.92E+06	3.81E+06	7.40E+06
15.625	3.88E+06	3.79E+06	7.33E+06
16.25	3.73E+06	3.72E+06	7.13E+06
16.875	3.49E+06	3.61E+06	6.79E+06
17.5	3.18E+06	3.46E+06	6.35E+06
18.125	2.84E+06	3.26E+06	5.84E+06
18.75	2.52E+06	3.02E+06	5.30E+06
19.375	2.21E+06	2.74E+06	4.73E+06
20	1.90E+06	2.41E+06	4.11E+06
20.625	1.59E+06	2.03E+06	3.45E+06
21.25	1.29E+06	1.60E+06	2.74E+06
21.875	9.80E+05	1.12E+06	1.97E+06
22.5	6.70E+05	5.87E+05	1.15E+06
23.125	3.69E+05	2.49E+04	2.97E+05
23.75	8.60E+04	-5.05E+05	-5.20E+05
24.375	-1.12E+06	-2.54E+06	-3.83E+06
25	-7.56E+04	-1.79E+06	-2.03E+06
25.625	-1.52E+05	-1.20E+06	-1.17E+06
26.25	-1.59E+05	-7.67E+05	-9.04E+05
26.875	-1.43E+05	-5.11E+05	-6.04E+05
27.5	-1.21E+05	-2.90E+05	-3.45E+05
28.125	-9.80E+04	-1.24E+05	-1.52E+05
28.75	-7.15E+04	-1.97E+04	-2.73E+04
29.375	-3.71E+04	1.34E+04	1.33E+04
30	1.74E+03	-8.47E+02	-8.40E+02

Fonte:Autor

Tabela 15: Tabela de resultados de forças em MEF

Local	Momento Forças (kN.m)	Momento Peso (kN.m)	Momento Calculado (kN.m)	Forças Majorado (kN.m)	Peso Majorado (kN.m)	Total Majorado (kN.m)
0	0.698	-0.429	-0.414	1.178	-0.634	-0.700
0.625	-14.969	6.775	6.445	-25.268	10.027	10.878
1.25	-28.723	-10.157	-14.232	-48.484	-15.032	-24.023
1.875	-39.677	-62.928	-76.183	-66.975	-93.133	-128.597
2.5	-50.693	-147.483	-172.366	-85.569	-218.275	-290.954
3.125	-64.947	-258.891	-303.095	-109.631	-383.159	-511.624
3.75	-85.403	-384.929	-454.810	-144.161	-569.695	-767.719
4.375	86.472	-547.155	-370.799	145.965	-809.789	-625.909
5	-224.295	-1058.279	-1345.026	-378.610	-1566.253	-2270.403
5.625	-701.439	-1242.646	-1896.990	-1142.645	-1839.116	-3090.197
6.25	-32.661	-244.581	-285.472	-53.205	-361.979	-465.034
6.875	102.306	15.434	120.523	166.656	22.843	196.332
7.5	256.615	300.008	547.460	418.026	444.011	891.812
8.125	416.978	569.311	961.633	679.258	842.580	1566.501
8.75	576.614	813.338	1349.530	939.304	1203.740	2198.385
9.375	734.502	1031.041	1707.947	1196.504	1525.941	2782.245
10	891.450	1223.539	2041.538	1452.172	1810.837	3328.665
10.625	1049.189	1391.949	2351.355	1709.130	2060.084	3830.357
11.25	1210.146	1537.135	2642.152	1971.328	2274.960	4304.066
11.875	1377.241	1659.504	2915.181	2243.525	2456.066	4748.830
12.5	1548.888	1759.412	3170.793	2523.139	2603.929	5165.221
13.125	1710.142	1836.960	3393.520	2785.822	2718.700	5528.045
13.75	1835.463	1892.351	3563.845	2989.969	2800.679	5805.503
14.375	1912.130	1925.636	3664.948	3114.860	2849.942	5970.200
15	1940.392	1936.867	3701.535	3160.898	2866.563	6029.801
15.625	1918.119	1925.586	3666.850	3124.616	2849.867	5973.299
16.25	1847.490	1892.198	3567.649	3009.561	2800.454	5811.700
16.875	1728.109	1836.705	3399.226	2815.089	2718.324	5537.340
17.5	1572.893	1759.056	3178.350	2562.243	2603.403	5177.533
18.125	1407.284	1659.148	2924.791	2292.465	2455.539	4764.485
18.75	1246.277	1536.678	2653.764	2030.186	2274.283	4322.981
19.375	1091.408	1391.440	2365.069	1777.904	2059.332	3852.697
20	939.856	1222.929	2057.404	1531.025	1809.935	3351.511
20.625	789.243	1030.279	1726.065	1285.677	1524.813	2811.760
21.25	637.888	812.423	1370.101	1039.120	1202.386	2231.895
21.875	485.078	568.142	984.807	790.192	840.851	1604.251
22.5	331.714	298.539	573.436	540.362	441.838	934.128
23.125	182.744	12.640	148.552	297.691	18.707	241.991
23.75	42.557	-256.660	-260.311	69.325	-379.857	-424.047
24.375	-554.391	-1292.041	-1918.912	-903.102	-1912.221	-3125.908
25	-37.416	-909.892	-1017.040	-63.157	-1346.640	-1716.764
25.625	-75.064	-610.321	-585.299	-126.708	-903.275	-987.984
26.25	-78.726	-389.630	-452.348	-132.890	-576.652	-763.563
26.875	-70.862	-259.658	-302.489	-119.614	-384.294	-510.602
27.5	-60.121	-147.554	-172.627	-101.485	-218.380	-291.394
28.125	-48.525	-62.826	-75.978	-81.910	-92.982	-128.250
28.75	-35.385	-10.027	-13.688	-59.730	-14.840	-23.105
29.375	-18.372	6.809	6.640	-31.012	10.077	11.208
30	0.860	-0.431	-0.420	1.452	-0.637	-0.710

Fonte:Autor

Em seguida foi realizado a movimentação da carga móvel ao longo da estrutura 3D, dividindo em etapas de tempo o posicionamento de cada roda, e extraído as tensões normais máximas por posicionamento do veículo ao percorrer a estrutura, gerando as tabelas 16 e 17 junto com envelope de momentos fletores ao longo do tabuleiro conforme a imagem 54.

Tabela 16: Tensões máximas e mínimas ao longo do tabuleiro

Local	Tensão Medida	Peso	Tensão Maxima Positiva	Tensão Maxima Negativa
0	-8.43E+02		7.58E+05	-3.05E+06
1.875	-1.24E+05		4.81E+05	-1.29E+06
3.75	-7.57E+05		7.81E+05	-8.83E+05
5.625	-2.45E+06		1.59E+06	-1.33E+06
7.5	5.90E+05		2.42E+06	-1.57E+06
9.375	2.03E+06		3.03E+06	-1.65E+06
11.25	3.02E+06		3.47E+06	-1.69E+06
13.125	3.61E+06		3.73E+06	-1.78E+06
15	3.81E+06		3.92E+06	-1.95E+06
16.875	3.61E+06		3.72E+06	-2.05E+06
18.75	3.02E+06		3.46E+06	-2.06E+06
20.625	2.03E+06		3.01E+06	-1.95E+06
22.5	5.87E+05		2.42E+06	-1.71E+06
24.375	-2.54E+06		1.66E+06	-1.27E+06
26.25	-7.67E+05		7.52E+05	-9.19E+05
28.125	-1.24E+05		4.83E+05	-1.27E+06
30	-8.47E+02		7.70E+05	-2.90E+06

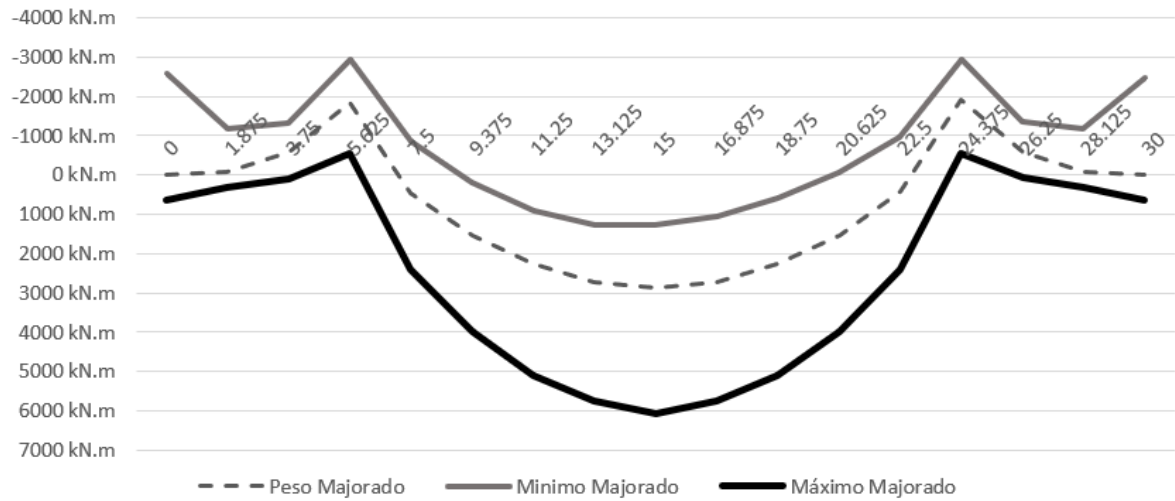
Fonte:Autor

Tabela 17: Envoltória de momentos ao longo do tabuleiro

Local	Momento Mínimo (kN.m)	Momento Maximo (kN.m)	Momento Peso (kN.m)	Peso Majorado (kN.m)	Mínimo Majorado (kN.m)	Máximo Majorado (kN.m)
0	-1524.559	379.448	-0.429	-0.634	-2574.090	639.874
1.875	-644.359	240.636	-62.928	-93.133	-1180.811	313.061
3.75	-441.707	390.790	-384.929	-569.695	-1315.296	89.958
5.625	-666.381	796.865	-1242.646	-1839.116	-2924.652	-541.023
7.5	-787.455	1211.989	300.008	444.011	-838.753	2418.342
9.375	-827.997	1515.750	1031.041	1525.941	177.134	3995.098
11.25	-843.913	1737.577	1537.135	2274.960	900.225	5105.473
13.125	-891.261	1868.211	1836.960	2718.700	1266.835	5762.015
15	-975.648	1962.207	1936.867	2866.563	1277.233	6062.998
16.875	-1023.947	1861.253	1836.705	2718.324	1050.314	5750.306
18.75	-1032.055	1732.572	1536.678	2274.283	593.064	5096.642
20.625	-978.100	1508.843	1030.279	1524.813	-68.513	3982.718
22.5	-856.176	1209.987	298.539	441.838	-952.872	2412.907
24.375	-635.350	828.848	-1292.041	-1912.221	-2947.205	-562.028
26.25	-460.025	376.335	-389.630	-576.652	-1353.175	58.601
28.125	-634.149	241.642	-62.826	-92.982	-1163.425	314.909
30	-1451.735	385.609	-0.431	-0.637	-2451.165	650.271

Fonte:Autor

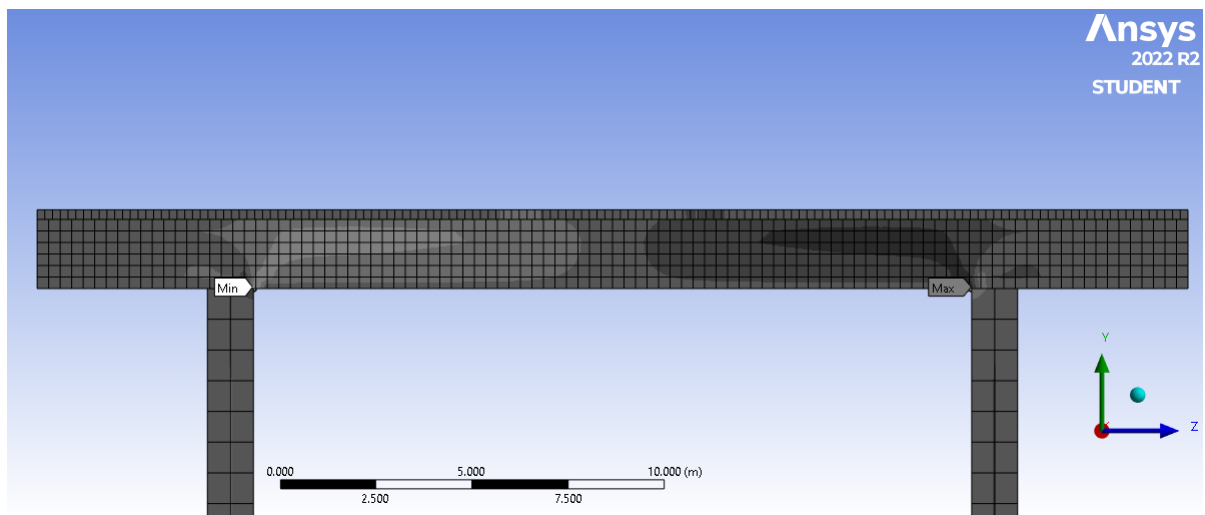
Figura 54: Envelope global de momento fletor por MEF



Fonte:Autor

Para determinação dos esforços cortantes, primeiramente foi calculado a inércia estática em relação a linha neutra (Q) conforme as equações 56 e 57, em seguida foi extraído as tensões de cisalhamento entre os eixos Y e Z do modelo 3D simulado, conforme a imagem 55.

Figura 55: Tensões de cisalhamento na estrutura simulada



Fonte:Autor

$$Q = \bar{y}' A' \quad (56)$$

$$Q = [(0,5 * 1,3829) * \frac{1,382}{2}] + [(3,201 * 0,25) * (0,6671 - 0,125)] + [(0,5 * 0,4171) * \frac{0,4171}{2}] \quad (57)$$

$$Q = 0,9553 \quad (58)$$

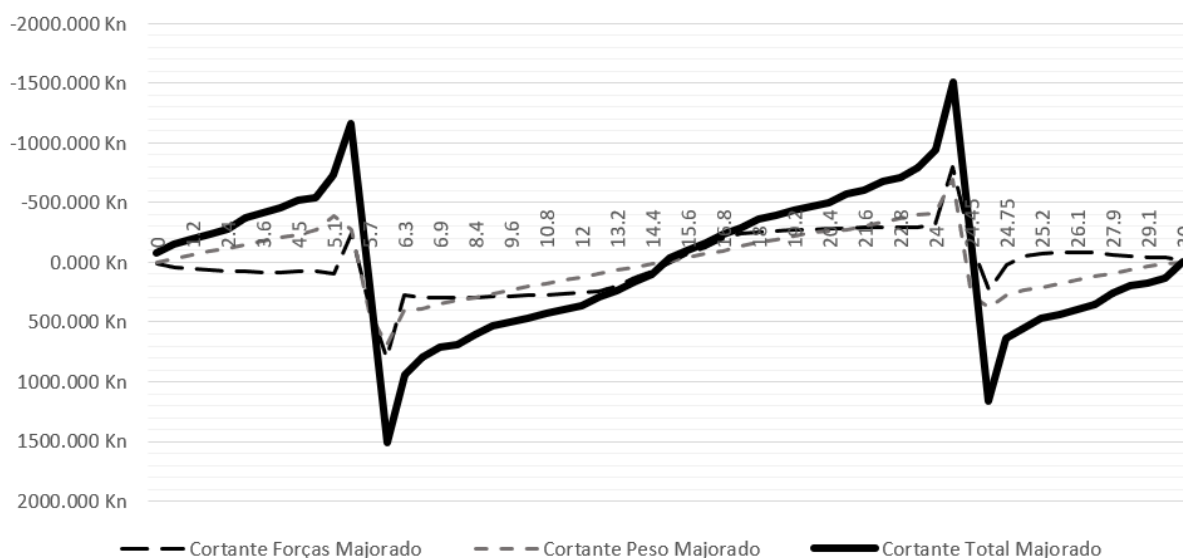
A tabela 18 contem as tensões extraídas do modelo. Para estipulação das forças resultantes foi utilizado a equação 31, como exemplo, o cálculo dos esforços na região dos pilares encontra-se evidenciado nas equações 59 e 60.

$$V' = \frac{2463400 * 0,5 * 0,69218}{0,9553} \quad (59)$$

$$V' = 892,414kN \quad (60)$$

Na tabela 19 encontra-se os resultados para todas conversões das tensões em forças, uma vez majorado estas forças foi-se traçado o diagrama de esforços cortantes conforme a imagem 56.

Figura 56: Envoltória de esforços cortantes para MEF



Fonte:Autor

Tabela 18: Tensões de cisalhamento

Local	Tensão Por Forças	Tensão Por Peso	Tensão Medida Total
0	1.02E+04	9.06E+02	-1.24E+05
0.6	7.68E+04	-6.15E+04	-2.43E+05
1.2	8.88E+04	-1.20E+05	-3.16E+05
1.8	9.99E+04	-1.70E+05	-3.84E+05
2.4	1.14E+05	-2.22E+05	-4.56E+05
3	1.29E+05	-2.77E+05	-6.14E+05
3.6	1.40E+05	-3.36E+05	-6.86E+05
4.2	1.41E+05	-3.98E+05	-7.51E+05
4.5	1.21E+05	-4.39E+05	-8.55E+05
4.8	1.19E+05	-5.03E+05	-8.90E+05
5.1	1.59E+05	-7.18E+05	-1.19E+06
5.4	-4.01E+05	-5.19E+05	-1.90E+06
5.7	5.99E+05	7.71E+05	3.20E+05
6	1.35E+06	1.30E+06	2.46E+06
6.3	4.66E+05	7.43E+05	1.53E+06
6.6	4.91E+05	7.21E+05	1.30E+06
6.9	5.06E+05	6.57E+05	1.16E+06
7.5	5.00E+05	5.97E+05	1.13E+06
8.4	4.91E+05	5.42E+05	9.85E+05
9	4.85E+05	4.89E+05	8.72E+05
9.6	4.78E+05	4.36E+05	8.16E+05
10.2	4.69E+05	3.84E+05	7.60E+05
10.8	4.59E+05	3.32E+05	7.05E+05
11.4	4.48E+05	2.80E+05	6.50E+05
12	4.33E+05	2.29E+05	5.96E+05
12.6	4.06E+05	1.78E+05	4.79E+05
13.2	3.37E+05	1.27E+05	3.87E+05
13.8	2.16E+05	7.61E+04	2.66E+05
14.4	1.18E+05	2.54E+04	1.64E+05
15	-1.43E+01	-2.53E+04	-6.19E+04
15.6	-1.17E+05	-7.61E+04	-1.64E+05
16.2	-2.16E+05	-1.27E+05	-2.66E+05
16.8	-3.37E+05	-1.78E+05	-3.87E+05
17.4	-4.06E+05	-2.55E+05	-4.79E+05
18	-4.33E+05	-3.06E+05	-5.96E+05
18.6	-4.48E+05	-3.58E+05	-6.50E+05
19.2	-4.59E+05	-4.10E+05	-7.05E+05
19.8	-4.69E+05	-4.62E+05	-7.60E+05
20.4	-4.78E+05	-4.82E+05	-8.16E+05
21	-4.85E+05	-5.15E+05	-9.29E+05
21.6	-4.91E+05	-5.69E+05	-9.85E+05
22.2	-4.97E+05	-6.26E+05	-1.10E+06
22.8	-5.04E+05	-6.89E+05	-1.16E+06
23.4	-4.91E+05	-7.43E+05	-1.30E+06
24	-5.28E+05	-7.71E+05	-1.53E+06
24.3	-1.35E+06	-1.30E+06	-2.46E+06
24.45	-2.44E+05	5.19E+05	-3.20E+05
24.6	4.01E+05	7.18E+05	1.90E+06
24.75	3.56E+04	5.03E+05	1.05E+06
24.9	-7.92E+04	4.39E+05	9.01E+05
25.2	-1.17E+05	3.98E+05	7.61E+05
25.5	-1.37E+05	3.36E+05	7.12E+05
26.1	-1.43E+05	2.77E+05	6.38E+05
26.7	-1.37E+05	2.22E+05	5.76E+05
27.9	-1.08E+05	1.70E+05	4.20E+05
28.5	-9.16E+04	1.20E+05	3.16E+05
29.1	-7.59E+04	6.15E+04	2.83E+05
29.7	-6.03E+04	2.15E+04	2.23E+05
30	-8.89E+03	-9.06E+02	-7.08E+03

Fonte:Autor

Tabela 19: Resultados de forças cortantes por MEF

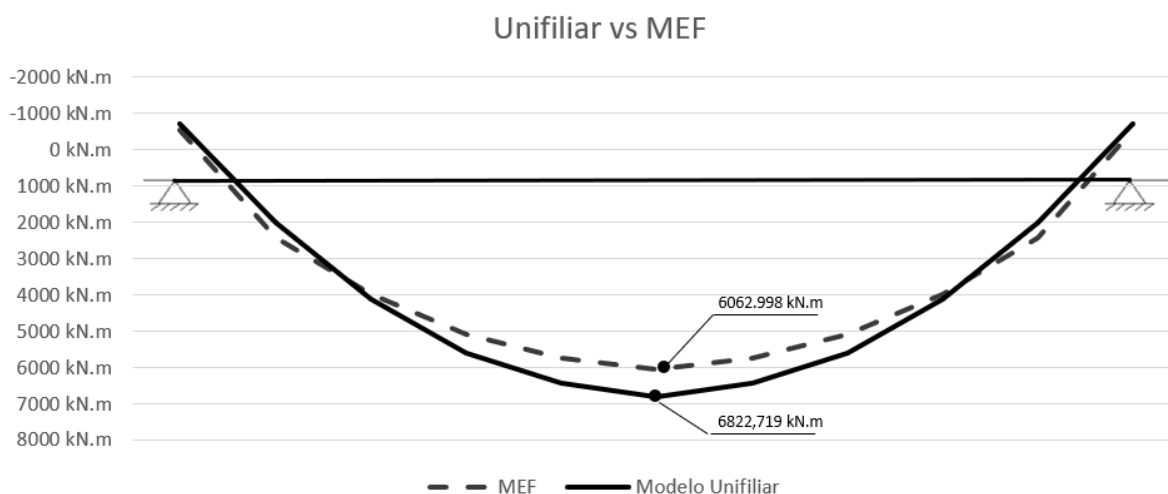
Local	Cortante Forças (kN)	Cortante Peso (kN)	Cortante Calculado (kN)	Forças Majorado (kN)	Peso Majorado (kN)	Total Majorado (kN)
0	3.699	0.327	-45.048	6.244	0.484	-76.041
0.6	27.846	-22.224	-88.097	47.003	-32.891	-148.707
1.2	32.207	-43.225	-114.347	54.366	-63.973	-193.017
1.8	36.235	-61.509	-139.155	61.165	-91.034	-234.893
2.4	41.194	-80.300	-165.184	69.536	-118.844	-278.830
3	46.701	-99.975	-222.314	78.832	-147.964	-375.266
3.6	50.616	-121.559	-248.604	85.440	-179.907	-419.643
4.2	51.008	-143.974	-272.032	86.101	-213.081	-459.189
4.5	43.752	-158.522	-309.653	73.853	-234.612	-522.695
4.8	43.099	-181.699	-322.423	72.751	-268.915	-544.250
5.1	57.571	-259.318	-429.796	93.782	-383.790	-725.496
5.4	-145.525	-187.611	-688.311	-237.059	-277.664	-1161.870
5.7	217.255	278.570	115.879	353.908	412.284	195.604
6	490.378	470.445	892.414	798.826	696.259	1506.395
6.3	169.077	268.319	555.069	275.426	397.112	936.956
6.6	178.186	260.582	469.682	290.265	385.662	792.823
6.9	183.508	237.452	421.174	298.935	351.429	710.942
7.5	181.455	215.832	410.596	295.590	319.432	693.086
8.4	178.179	195.868	356.918	290.253	289.884	602.478
9	175.941	176.557	315.812	286.607	261.304	533.090
9.6	173.278	157.514	295.459	282.269	233.120	498.736
10.2	170.179	138.637	275.256	277.222	205.182	464.632
10.8	166.660	119.897	255.374	271.490	177.447	431.072
11.4	162.539	101.280	235.533	264.776	149.894	397.580
12	157.083	82.753	215.775	255.888	122.475	364.228
12.6	147.360	64.317	173.494	240.050	95.189	292.858
13.2	122.165	45.895	140.184	199.006	67.925	236.630
13.8	78.387	27.517	96.487	127.693	40.725	162.870
14.4	42.682	9.182	59.492	69.529	13.589	100.422
15	-0.005	-9.147	-22.437	-0.008	-13.537	-37.874
15.6	-42.566	-27.507	-59.485	-69.340	-40.711	-100.410
16.2	-78.387	-45.888	-96.501	-127.693	-67.915	-162.894
16.8	-122.161	-64.303	-140.158	-199.000	-95.168	-236.587
17.4	-147.411	-91.997	-173.512	-240.133	-136.155	-292.889
18	-157.108	-110.563	-215.753	-255.929	-163.633	-364.191
18.6	-162.543	-129.245	-235.529	-264.782	-191.283	-397.573
19.2	-166.660	-148.050	-255.378	-271.490	-219.114	-431.078
19.8	-170.179	-167.003	-275.263	-277.222	-247.164	-464.644
20.4	-173.278	-174.230	-295.463	-282.269	-257.860	-498.742
21	-175.941	-186.158	-336.428	-286.607	-275.514	-567.891
21.6	-178.179	-205.715	-356.922	-290.253	-304.457	-602.484
22.2	-180.279	-226.348	-399.039	-293.675	-334.995	-673.579
22.8	-182.692	-249.142	-420.196	-297.605	-368.730	-709.291
23.4	-178.186	-268.319	-469.682	-290.265	-397.112	-792.823
24	-191.587	-278.574	-555.069	-312.096	-412.290	-936.956
24.3	-490.378	-470.445	-892.414	-798.826	-696.259	-1506.395
24.45	-88.349	187.611	-115.879	-143.921	277.664	-195.604
24.6	145.528	259.318	688.311	237.065	383.790	1161.870
24.75	12.914	181.699	380.346	21.037	268.915	642.025
24.9	-28.741	158.522	326.575	-46.820	234.612	551.258
25.2	-42.326	143.974	275.549	-71.447	213.081	465.127
25.5	-49.843	121.559	257.827	-84.135	179.907	435.212
26.1	-51.806	99.975	231.149	-87.448	147.964	390.180
26.7	-49.745	80.300	208.634	-83.970	118.844	352.175
27.9	-39.272	61.509	152.070	-66.291	91.034	256.694
28.5	-33.228	43.225	114.347	-56.088	63.973	193.017
29.1	-27.553	22.224	102.667	-46.510	32.891	173.302
29.7	-21.867	7.769	80.956	-36.911	11.499	136.654
30	-3.225	-0.327	-2.565	-5.444	-0.484	-4.330

Fonte: Autor

4.4 Análise dos Resultados

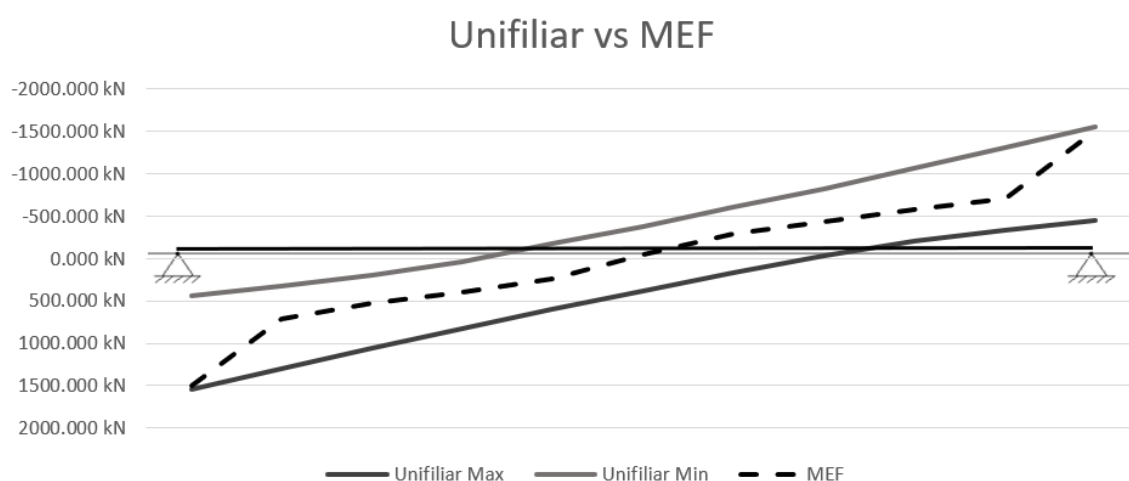
Uma vez realizado o dimensionamento pelas duas metodologias, foi traçado uma comparação entre os dois resultados obtidos, atribuindo os respectivos momentos e cortantes em locais próximos, para longarina selecionada, agrupando-os em um único gráfico, representado nas figuras 57 e 58.

Figura 57: Comparação dos momento fletores



Fonte: Autor

Figura 58: Comparação dos esforços cortantes



Fonte: Autor

Com base de comparação a figura 57, as tabelas 17 e 11, pode-se constatar que para o caso estudado, a metodologia unifilar, que estipula as cargas em uma única longarina independente, por linhas de influência, apresentou resultados significativamente maiores para os momentos positivos, referentes a tração, chegando a ter uma variação de 12,53% no centro do vão, para os momentos negativos, referentes a compressão, foi encontrado uma variação de 9,18% do momento na região dos pilares. Para os esforços cortantes no caso estudado, encontrou-se forças máximas bem mais próximas com uma variação de 3%, e obtendo no resto da curva resultantes intermediárias entre as tensões cortantes mínimas e máximas da metodologia unifiliar.

Também, a fim de comparação, foi utilizado a calculadora de armadura do *software* TQS para gerar as áreas de aços resultantes dos respectivos métodos, um fator de

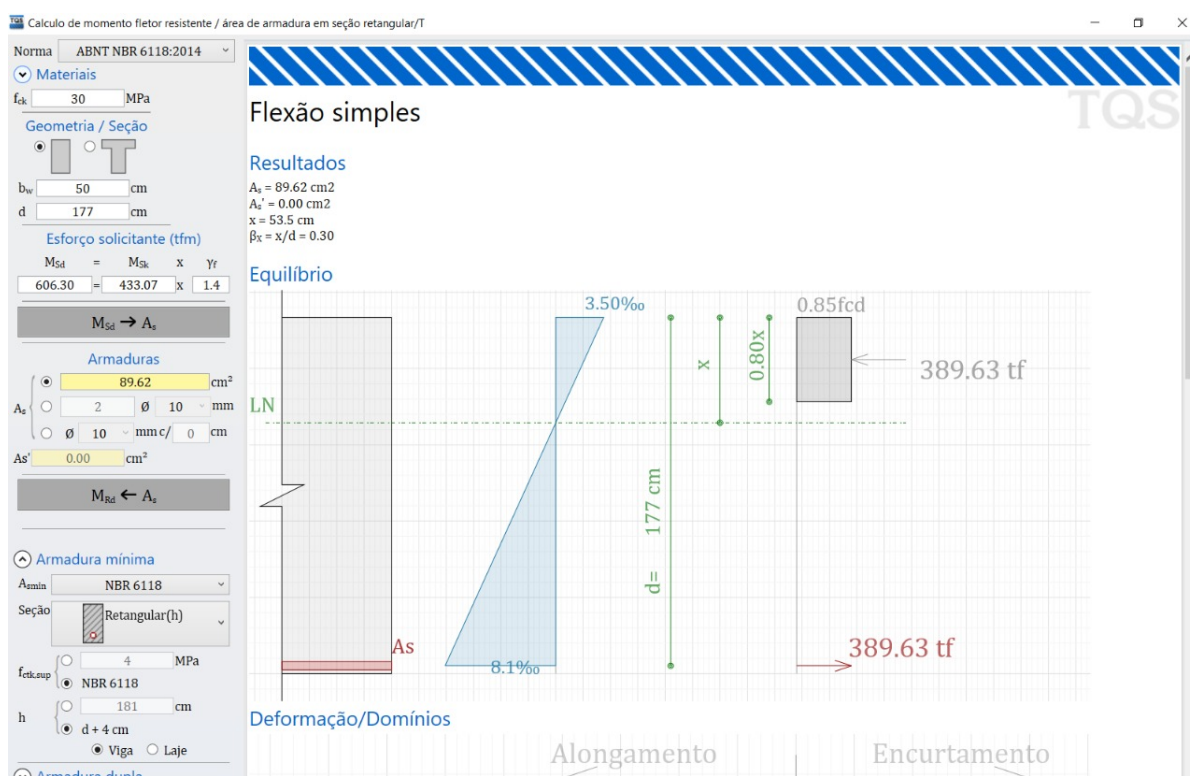
importância não só estrutural como de segurança e financeiro. As imagens 59 e 60, representam a área de aço referente a armadura longitudinal de tração, e as imagens 61 e 62, são respectivas as armaduras transversais de cisalhamento. A Tabela 20 resume as informações e compara a variação em armadura dos resultados obtidos.

Tabela 20: Áreas de aço obtidas

Armadura	MEF	Unifilar	Variação
Longitudinal	89.62 cm ²	102.95 cm ²	12.95%
Transversal	10.65 cm ²	11.27 cm ²	5.50%

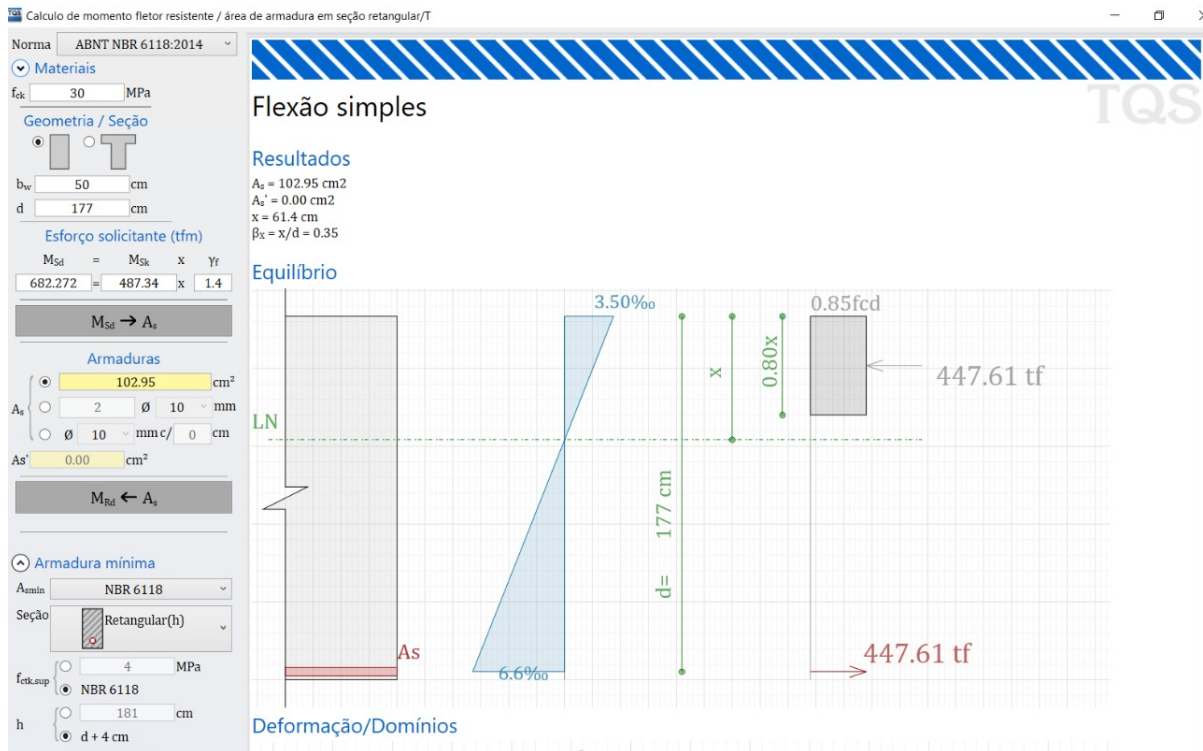
Fonte:Autor

Figura 59: Área de aço longitudinal para MEF



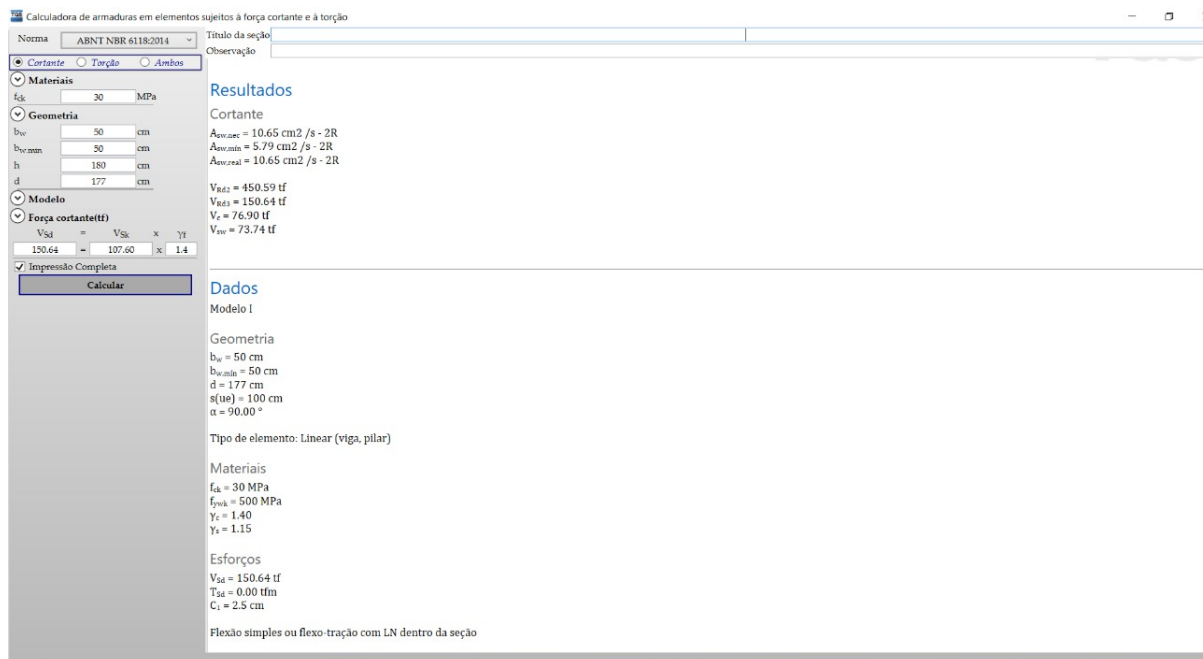
Fonte:Calculadora de dimensionamento armadura longitudinal - flexão simples TQS

Figura 60: Área de aço longitudinal para Unifilar



Fonte: Calculadora de dimensionamento armadura longitudinal - flexão simples TQS

Figura 61: Área de aço transversal para MEF



Fonte: Calculadora de dimensionamento armadura transversal - força cortante TQS

Figura 62: Área de aço transversal para Unifilar

Calculadora de armaduras em elementos sujeitos à força cortante e à torção

Norma: ABNT NBR 6118:2014 | Título da seção: | Observação: |

Cortante Torção Ambos

Materiais
 f_{ck} = 30 MPa

Geometria
 b_w = 50 cm
 $b_{w,min}$ = 50 cm
 h = 180 cm
 d = 177 cm

Modelo
Força cortante(t)
 V_{sd} = V_{Sk} x γ
 150.64 = 107.60 x 1.4

Impressão Completa
 Calcular

Resultados

Cortante
 $A_{w,req}$ = 10.65 cm² / s - 2R
 $A_{w,min}$ = 5.79 cm² / s - 2R
 $A_{w,real}$ = 10.65 cm² / s - 2R

V_{sd} = 450.59 tf
 V_{sd} = 150.64 tf
 V_c = 76.90 tf
 V_w = 73.74 tf

Dados

Modelo I

Geometria
 b_w = 50 cm
 $b_{w,min}$ = 50 cm
 d = 177 cm
 $s(1\phi)$ = 100 cm
 α = 90.00°

Tipo de elemento: Linear (viga, pilar)

Materiais
 f_{ck} = 30 MPa
 f_{yk} = 500 MPa
 γ_c = 1.40
 γ_s = 1.15

Esforços
 V_{sd} = 150.64 tf
 T_{sd} = 0.00 tfm
 C_1 = 2.5 cm

Flexão simples ou flexo-tração com LN dentro da seção

Fonte: Calculadora de dimensionamento armadura transversal - força cortante TQS

5 Conclusão

O presente trabalho analisou comparativamente duas metodologias de cálculo, utilizando como objeto de aplicação a estrutura de uma ponte de concreto armado. Para ambos os casos foi levando em consideração os preceitos da norma 7187:2021, sendo uma das metodologias mais clássica, bidimensional, analisando a ponte como um modelo unifilar, descarregando todas as forças do tabuleiro em uma longarina linear, já a outra metodologia, um modelo tridimensional, desenhado em CAD, e simulado considerando um sólido com as características do material escolhido e extraindo suas tensões resultantes.

Através de diversas simulações estruturais computacionais, estudou-se o comportamento da estrutura perante o carregamento em diferentes pontos ao longo de sua extensão. Buscou-se adotar condições de contorno que permitissem a comparação entre as metodologias, aplicando um modelo de carregamento consistente para todas as simulações realizadas. Foram analisadas as tensões resultantes de tração, compressão e cisalhamento nos seus respectivos eixos, além de, com intuito de correlacionar os resultados obtidos, foi realizado as conversões necessárias para forças atuantes, produzindo uma comparação mais fidedigna entre as metodologias escolhidas.

Para o caso estudado, constatou-se valores aproximados entre as duas metodologias, com uma variação de 12,53% para os momentos fletores e 3% para os esforços cortantes, a fim de aprofundar a comparação entre os resultados obtidos, foi calculado as diferenças em áreas de aço para ambos esforços na estrutura, sendo estas respectivamente, 12,95% e 5,50%. Nas análises realizadas o modelo de elementos finitos se apresentou capaz de solucionar problemas complexos tridimensionais em escala, levando em consideração não só as características geométricas da estrutura como as propriedades de resistência do material adotado, porém necessitando um maior cuidado na aplicação das condições de contorno e parâmetros considerados de objeto e malha computacional, a risco de variações e inconsistências significativas na convergência dos resultados das simulações.

Desta forma, o estudo realizado permite concluir, para o caso analisado, que o método de elementos finitos (MEF) gera resultados confiáveis, realistas e precisos, que evitam o superdimensionamento da estrutura, pois analisa o comportamento de todas as partes da estrutura, trabalhando em conjunto, aos carregamentos atribuídos. Sendo recomendado sua aplicação em conjunto com uma metodologia mais simples como o modelo unifilar, que permite uma comparação e previsão de resultados, sendo estes mais conservadores e a favor da segurança, com uma área de aço maior.

O presente trabalho, proporcionou o acadêmico um abrangente conhecimento teórico e prático na área de análise estrutural e simulação computacional, principalmente a obras especiais do tipo pontes. Como sugestões para trabalhos futuros, sugere-se

a comparação destes métodos utilizando outros modelos estruturais de pontes. Além disso, seguem outras sugestões:

- Estudo de simulações com MEF na área de patologias, com a possibilidade da inclusão de carregamentos por deslocamentos ou fadiga do material;
- Estudo do efeito de vento nas estrutura de pontes, com o uso de análises de CFD;
- Simulações estruturais com a adição da armadura dimensionada na estrutura.

REFERÊNCIAS

- [1] L. C. Mendes, *Pontes*. Editora da Universidade Federal Fluminense, 2003.
- [2] O. Marchetti, *Pontes de concreto armado*. Blucher, 2018.
- [3] G. Dhatt, E. Lefrancois, and G. Touzot, *Finite Element Method*. Iste, London, England: ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Oct. 2012.
- [4] . ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, *NBR 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas*. Rio de Janeiro, 2013.
- [5] M. K. El Debs and T. Takeya, *Introdução a pontes de Concreto*. Universiade de São Paulo, 2007.
- [6] . ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto armado - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.
- [7] R. C. Hibbler, *Resistência dos Materiais*. São Paulo, SP: Pearson, 5 ed., 2006.
- [8] F. Leonhardt, *Construções de concreto: Princípios Basicos do Dimensionamento de Estrutura de concreto armado (Volume 1)*. Editora Interciência, 1977.
- [9] E. Pennells, *Concrete Bridge Designer's Manual*. Viewpoint publications, London, England: Spon Press, 2 ed., Jan. 1981.
- [10] . ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, *NBR 7187: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2021.
- [11] . ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, *NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.
- [12] . ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, *NBR 6123: Forças devido ao vento em edificações*. Rio de Janeiro, 1998.
- [13] . ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, *NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro, 2019.
- [14] G. Simpson, *Practical finite element modeling in earth science using matlab*. Nashville, TN: John Wiley & Sons, Apr. 2017.
- [15] K.-J. Bathe, *Finite element procedures*. Upper Saddle River, NJ: Pearson, June 1995.
- [16] L. Eloy, *Método dos elementos finitos em análise de estruturas*. 2011.

APÊNDICE A - CÁLCULOS REFERENTES AO MOMENTO FLETOR

$$X_j \& X_j' = 20 - (5 * 2) = 10m \quad (61)$$

$$h_1^- = \frac{(5 - 0) * 10}{20} = 2,5 \quad (62)$$

$$h_2^- = \frac{(5 - 1,5) * 10}{20} = 1,75 \quad (63)$$

$$h_3^- = \frac{(5 - 3) * 10}{20} = 1 \quad (64)$$

$$h_1^+ = \frac{(20 - 10) * (10 + 0)}{20} = 5 \quad (65)$$

$$h_2^+ = \frac{(20 - 10) * (10 - 1,5)}{20} = 4,5 \quad (66)$$

$$h_3^+ = \frac{(20 - 10) * (10 - 1,5)}{20} = 4,5 \quad (67)$$

$$\Theta M^+ = 1,629 * [123,36 * (5 + 4,5 + 4,5) + 23,709 * (\frac{20 * 5}{2})] \quad (68)$$

$$\Theta M^+ = 4643,969kN.m \quad (69)$$

$$\Theta M^- = 1,688 * [123,36 * (2,5 + 1,75 + 1) + 23,709 * (\frac{5 * 2,5}{2} + \frac{5 * 2,5}{2})] \quad (70)$$

$$\Theta M^- = -1593,476kN.m \quad (71)$$

APÊNDICE B - CÁLCULOS REFERENTES AO ESFORÇO CORTANTE

$$X_j \& X_{j'} = X_a = 5m \quad (72)$$

$$z_1^- = 5 * 2 = 10 \quad (73)$$

$$z_2^- = 10 + 1,5 = 11,5 \quad (74)$$

$$z_3^- = 11,5 + 1,5 = 13 \quad (75)$$

$$z_1^+ = 20 - 10 = 10 \quad (76)$$

$$z_2^+ = 20 - 11,5 = 8,50 \quad (77)$$

$$z_3^+ = 20 - 13 = 7,00 \quad (78)$$

$$h_1^- = \frac{5}{20} = 0,25 \quad (79)$$

$$h_2^- = \frac{(5 - 1,5)}{20} = 0,175 \quad (80)$$

$$h_3^- = \frac{(5 - 3)}{20} = 0,1 \quad (81)$$

$$h_1^+ = \frac{10}{20} = 5 \quad (82)$$

$$h_2^+ = \frac{8,50}{20} = 4,5 \quad (83)$$

$$h_3^+ = \frac{7,00}{20} = 4,5 \quad (84)$$

$$h_3^+ = \frac{7,00}{20} = 4,5 \quad (85)$$

$$\Theta Q^{+\&-} = 1,688 * [23,709 * (\frac{5*0,25}{2})] + 1,629 * [123,36 * (0,5 + 0,425 + 0,35) + 23,709 * (\frac{10*0,5}{2})] \quad (86)$$

$$\Theta Q^+ = \Theta Q^- = 377,784\& - 377,784kN \quad (87)$$

$$\Theta Q^{esq.-0} = 1,688 * [123,36 * (1 + 1 + 1) + 23,709 * 5 * 1] \quad (88)$$

$$\Theta Q^{esq.-0} = -824,799kN \quad (89)$$